













Repertorium der Physik.

Eine Zusammenstellung

der neueren Fortschritte dieser Wissenschaft.

Band VI.

Enthält:

Akustik, von A. SEEBECK.

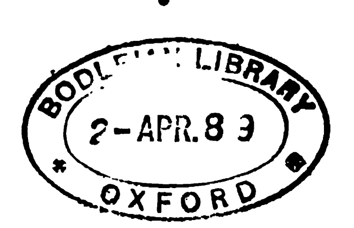
Elektricitätslehre, von P. RIESS.

Mit zwei Figurentafeln.

Berlin.

Verlag von Veit & Comp.

1842.


BODLEIAN LIBRARY
2-APR.89
OXFORD

Inhalt des sechsten Bandes.

Erster Abschnitt.

Akustik.

Von

A. Seebeck.

A. Ueber die Natur der Töne.

B. Zurückwerfung von Schallwellen. — Resonanz.

C. Tönende Bewegungen.

D. Erregung der Elektricität.

Berichtigung.

Seite 208, Zeile 4 v. o. sind nach „dies" die Wörter einzuschal „Uebereinstimmen gleichfalls".

Erster Abschnitt.

Akustik,

bearbeitet von

A. Seebeck.

Erster Abschnitt.

Akustik.

A. Ueber die Natur der Töne.

I. Ueber das Zusammenklingen von Tönen.

Das Gehör steht, wie bekannt, dem Gesichtssinne um Vieles nach in dem Vermögen, die Richtung zu unterscheiden, in welcher ein Eindruck zu dem Organe gelangt. Es mag wohl gerade dieser Mangel Bedingung dafür sein, dass sich mehrere gleichzeitig erzeugte Töne symphonisch zu einem Ganzen vereinigen. Damit aber ihr Zusammenklingen nicht zu einem Chaos werde, hat dieses Organ ein anderes, merkwürdiges Vermögen vor dem Auge voraus. Wenn nämlich mehrere Töne gleichzeitig das Ohr treffen, so muss die dem Organe mitgetheilte Bewegung die Resultante sein aus den verschiedenen einzelnen, zu diesen Tönen gehörenden Wellenbewegungen; das Ohr aber zerlegt sofort diese Resultante in ihre Componenten, in die einzelnen Systeme isochroner Schwingungen. Zeichnet man nach Art der Fig. 1. Taf. I. im 3ten Bde. des Rep. die Resultante aus einigen Wellenzügen, deren Längen den Tönen irgend eines Accords entsprechen, so wird das Auge schwerlich im Stande sein, in einer solchen Figur das zum Grunde liegende einfache Gesetz herauszufinden; dem Ohre dagegen zerfällt eine solche Welle von selbst in die einfacheren Bestandtheile, aus denen sie zusammengesetzt ist; es unterscheidet ohne Weiteres die einzelnen Töne jenes Accordes. Dies liegt nicht etwa daran, dass die verschiedenen Töne in verschiedenen Richtungen zum Ohre gelangen; es wird auch dann stattfinden, wenn das Ohr und die sämmtlichen Punkte von wo die Töne

ausgehn, auf einer geraden Linie liegen, ja selbst wenn die Töne sammtlich genau von einer Stelle ausgehn. Dies lässt sich durch folgende nahe verwandte Erscheinung zeigen. In einem System von Punkten, wie das in Taf. I. Fig. 1. gezeichnete ist, wird das Auge erst nach einigem Suchen und Vergleichen die zum Grunde liegende Regel erkennen; setzt man aber auf eine Sirene von der Einrichtung, wie ich sie weiterhin beschreiben werde, eine eben so geordnete Reihefolge von Löchern und blässt mit einem Röhrchen gegen die schnell vorübergehenden Löcher, so hört man Grundton, gr. Terz und Quinte, d. h. dem Ohre zerfällt das entsprechende System von Luftstössen von selbst in die drei Systeme gleichabstehender Stösse, aus denen es zusammengesetzt ist. — Man wird geneigt sein, für dieses merkwürdige Unterscheidungsvermögen einen weiteren physischen Grund zu suchen, und dieser wäre vielleicht darin zu finden, dass die in dem Gehörorgan zurückgeworfenen und sich begegnenden Theile der zusammengesetzten Welle interferiren und dadurch an verschiedenen Stellen des Gehörnerven hier den einen und dort den andern der einzelnen Töne hervortreten lassen. Jedoch unterliegt diese Hypothese mehr als einem erheblichen Bedenken. Ohne daher auf dieselbe weiter einzugehn, erwähne ich dieses Gegenstandes nur als einer Thatsache, weil sich in den nachfolgenden Erscheinungen eine ähnliche Neigung des Ohres, den Isochronismus aufzusuchen kundgiebt, dagegen das Vermögen die Richtung der Schallstrahlen zu unterscheiden, sich als untergeordnet erweist.

Was hingegen den Einklang betrifft, so überzeugt man sich leicht, wie mehrere Züge von Wellen gleicher Länge doch den Eindruck eines einzigen Tones machen müssen, im Falle nämlich die Ablenkung, welche ein den Schall fortpflanzendes Lufttheilchen für jede Welle von seiner Gleichgewichtslage erleidet, proportional ist $\sin.\vartheta$, wenn ϑ die Zeit bezeichnet von dem Augenblicke an gerechnet, wo dasselbe durch die Mitte seiner Bahn geht, und die Dauer einer Schwingung $= 2\pi$ gesetzt wird. In diesem Falle hat nämlich das aus zwei oder mehreren solchen Wellenzügen resultirende Wellensystem dieselbe Länge oder Schwingungsdauer, wie seine Componenten. Denn bezeichnet a die Amplitude und τ die Zeit des Durchgangs eines Lufttheilchen durch die Mitte seiner Bahn für eine Welle, so wie a' und τ' dieselben Grössen für eine zweite Welle von derselben Länge, a'' und τ''

für eine dritte Welle u. s. w., so ist die Schwingungsphase eines von diesen Wellen gleichzeitig afficirten Lufttheilchens, im Falle die sämmtlichen Schwingungsrichtungen in eine Linie zusammenfallen:

$$a \sin. (\vartheta - \tau) + a' \sin. (\vartheta - \tau') + a'' \sin. (\vartheta - \tau'') + \ldots$$

welcher Werth $= a_{,} \sin. (\vartheta - \tau_{,})$ gesetzt werden kann, wo

$$a_{,} = \sqrt{\left\{a^2 + a'^2 + a''^2 + \ldots + 2aa' \cos. (\tau - \tau') + 2aa'' \cos. (\tau - \tau'') + 2a'a'' \cos. (\tau' - \tau'') + \ldots\right\}}$$

und $\operatorname{tang.} \tau_{,} = \dfrac{a \sin. \tau + a' \sin. \tau' + a'' \sin. \tau'' + \ldots}{a \cos. \tau + a' \cos. \tau' + a'' \cos. \tau'' + \ldots}$

Man sieht also, dass in diesem Falle aus den einzelnen Wellen eine Resultante hervorgeht, welche nicht nur dieselbe Wellenlänge oder Schwingungsdauer, sondern auch dieselbe Wellenform hat, wie die Componenten, nur mit einer andern Amplitude, welche von 0 bis $a + a' + a'' + \ldots$ variiren kann. Nimmt man aber an, dass die Schwingungsrichtungen nicht in eine Linie zusammenfallen, so gilt dasselbe von den Projectionen der Bewegungen auf eine beliebige, durch das Lufttheilchen gezogene Linie; es bleibt daher in diesem Falle zwar nicht dieselbe Wellenform, indem die resultirende Bewegung des Lufttheilchen im Allgemeinen krummlinig wird, allein die Schwingungsdauer, d. h. die zum einmaligen Durchlaufen dieser krummen Bahn verwendete Zeit bleibt dieselbe wie bei den Componenten. Es muss daher aus mehreren Unisonotönen der Eindruck eines einfachen Tones von derselben Höhe entspringen.

Die hier angenommene, durch $\sin. \vartheta$ bestimmte Wellenform wird jedoch nicht allgemein vorausgesetzt werden dürfen. Wenn schon bei den gewöhnlichen, durch stehende Schwingung erzeugten Tönen die Verschiedenheiten des Klanges darauf hinweisen, dass in dieser Beziehung gewisse Unterschiede stattfinden, so muss dies noch mehr bei den Tönen der Sirene und ähnlicher Apparate der Fall sein; denn hier hat man eine Reihe von Impulsen von kürzerer oder längerer Dauer, die als positive Schwingung angesehn werden können, getrennt in der Regel durch Perioden der Ruhe, welche die Stelle der übrigen Welle, namentlich der negativen Schwingung vertreten, so dass eine andre Wellenform entsteht. In diesem Falle können sich daher zwei oder mehrere Unisonotöne nicht nur verstärken oder schwächen, sondern es können auch, was sonst nicht der Fall sein wird, aus ihnen hö-

so hört man zugleich einen Ton von der Schwingungsdauer $\frac{t + t'}{2}$, also die höhere Octave des erstern. Man beobachtet dies sehr leicht, wenn man der Sirene ein System von Löchern mit abwechselnd grösseren und kleineren Zwischenräumen giebt, wie das in Taf. I. Fig. 2. dargestellte, und dann mit einer Röhre bläst oder mit einem Kartenblatte anschlägt, indem durch die Längen ab, a'b' etc. einerseits und ba', b'a'' etc. andrerseits die Zeiten t und t' bestimmt werden*). Man hört in diesem Falle 1) einen Ton von der Höhe, als ob nur die eine Hälfte der Löcher, z. B. die Löcher a, a', a'' etc. vorhanden wären, und 2) wenn die Räume ab und ba' nicht sehr ungleich sind auch den Ton, als ob die Löcher b, b', b'' etc. auf der Mitte zwischen a, a', a'' etc. ständen. Je geringer der Unterschied der beiderlei Abstände ab und ba', desto deutlicher wird der letztere und desto schwächer der erstere. Man sieht dies aus folgenden Beobachtungen.

Ich setzte z. B. auf eine Scheibe vier Löcherreihen, nämlich 1) 18 Löcher in Abständen von je 20°; 2) 36 Löcher in Abständen von je 10°; 3) 36 Löcher, deren Abstände abwechselnd 9½ und 10½ Grad betrugen, und 4) 36 Löcher abwechselnd 9° u. 11° von einander entfernt. Es gab natürlich die zweite Reihe die Octave von dem Tone der ersten; die dritte Reihe aber, so wie die vierte, gab diese beiden Töne zugleich, wobei auf der dritten der höhere, auf der vierten der tiefere mehr hervortrat. Es werden diese Doppeltöne besonders auffallend, indem man sie mit den einfachen Tönen der ersten und zweiten Reihe vergleicht.

Ebenso giebt eine Reihe von Stössen, deren Zwischenzeiten abwechselnd t, t', t'', t, t', t'' etc. sind, sowohl den Ton von der Schwingungsdauer $t + t' + t''$, als auch, wenn die drei Zwischenräume nicht zu ungleich sind, den Ton von der Schwingungsdauer $\frac{t + t' + t''}{3}$. Eine Scheibe mit 36 Löchern, deren Abstände 9½, 10, 10½, 9½, 10, 10½ etc. Grade betrugen, liess beim Anblasen oder Anschlagen zwei Töne erkennen; der höhere hatte dieselbe

*) Man erreicht dasselbe auch, wenn man eine Reihe von Löchern gleichen Abstandes gleichzeitig und von einer Seite her mit zwei Röhren anbläst, deren Abstand von einander kein Vielfaches von dem halben Abstande der Löcher ist, oder endlich durch gleichzeitiges Anblasen zweier solcher Reihen von gleicher Löcherzahl.

Höhe, als ob die Löcherabstände sämmtlich 10° betrügen, der andere, schwächere war um eine Duodecime tiefer, also von einer dreimal grösseren Schwingungsdauer. Eine andere Reihe, wo die Abstände der Löcher 9, 10, 11, 9, 10, 11 etc. Grad betrugen gab dieselben beiden Töne, aber den tieferen stärker als den höheren.

Lässt man die Abstände zwischen den Löchern in unregelmässiger Folge wechseln, doch so dass sie sich nicht zu sehr von einem Mittelwerthe entfernen, so hört man nur einen, mehr oder weniger unvollkommnen Ton, dessen Höhe jenem Mittelwerthe entspricht.

Man sieht aus diesen Versuchen, dass das Gehörorgan einerseits die Fähigkeit besitzt, ein System von Impulsen wie die hier beschriebnen (mit Ausnahme des letzten, unregelmässigen) in zwei oder drei Systeme von isochronen Impulsen zu zerlegen, z. B. das System a, b, a', b', a'', b'' etc. der Fig. 2. in die Systeme a, a', a'' etc. und b, b', b'' etc.; dass es aber andrerseits auch durch einen nur einigermassen angenäherten Isochronismus den Eindruck einer bestimmten Tonhöhe empfängt, wie von vollkommnem Isochronismus. Die Grenzen bis zu welchen man sich vom Isochronismus entfernen kann, sind weiter, als man vielleicht erwarten möchte.

Macht man hingegen t sehr viel kleiner als t', so verschwindet natürlich der Ton $\frac{t + t'}{2}$; in diesem Falle aber hört man ausser dem Ton $t + t'$ auch den der Schwingungsdauer t entsprechenden Ton, wenigstens dann, wenn t' ein Vielfaches von t ist. Auf einer Scheibe, wo die Löcherabstände abwechselnd 10° und 20° betrugen, hatte ich ausser dem Tone, wie von 30° Abstand $(t + t')$, auch den Ton wie von lauter 10° auseinander stehenden Löchern. Ebenso hatte ich, da ich die Abstände abwechselnd 3° und 9° machte, die den Entfernungen 12° und 3° entsprechenden Töne, und da jene 4° und 16° betrugen, die der 20 und 4 zukommenden Töne.

Wurden die Zwischenzeiten der Impulse abwechselnd t, t, t', t, t, t' etc. gemacht, so wurde jederzeit der Ton von der Schwingungsdauer t gehört, t mochte kleiner oder grösser sein als t'.

IV. Dürfen die zu einem Tone gehörenden Impulse abwechselnd von verschiednen Punkten ausgehn?

In den *Ann. de Ch. et de Ph. LXV.* 205., Pogg. Ann. LI. 555. sind von F. Savart einige Beobachtungen zusammengestellt, aus welchen dieser leider zu früh verstorbene Physiker folgenden Schluss zieht: die Höhe eines Tones hängt nicht nur ab von der Anzahl isochroner Impulse, welche in einer gegebenen Zeit zu unserem Gehörorgane gelangen, sondern es dürfen auch die Wellen nicht abwechselnd von zwei oder mehreren verschiednen Punkten ausgehn.

Savart setzte namlich 1) zwei Räder mit einer gleichen Anzahl von Zähnen auf eine gemeinsame Axe, und zwar so, dass die Zähne des einen den Zahnlücken des andern entsprachen, und hielt während ihrer Umdrehung ein Kartenblatt gegen beide; obgleich hier die Zahl der Impulse offenbar verdoppelt wird, so fand er doch den Ton nicht eine Octave höher, sondern von derselben Höhe, wie wenn eines allein tönte; dies fand selbst dann statt, wenn beide Räder einander bis zur Berührung genähert waren, und Savart glaubt den Grund davon in keinem andern Umstande suchen zu können, als darin, dass die Impulse abwechselnd von zwei verschiedenen Punkten ausgehn.

2) Er blies von der Seite her gegen die Zähne des Rades aus zwei Oeffnungen, die um den halben Abstand der Zähne von einander entfernt waren; auch hier entstand durch diese Verdoppelung der Luftstösse nicht die Octave, sondern die Höhe des Tons war dieselbe, wie wenn man das Rad mittelst einer Karte ansprechen liess, was Savart eben jener Ursache zuschreibt.

3) Fügte Savart an der bekannten Vorrichtung, wo ein Stab durch eine von zwei Brettern gebildeten Spalte hindurchschwingt, eine zweite solche Spalte, rechtwinklig gegen die erste hinzu, so wurde die Zahl der Schläge verdoppelt, ohne dass jedoch die Höhe des Tones eine Aenderung erlitt, ebenfalls nach seiner Erklärung, weil diese Schläge von verschiednen Stellen ausgehn.

4) Savart bezieht sich auf einen Versuch von Cagniard-Latour, wo ein zwischen zwei Ständern oscillirender Glasstiel

durch das Anschlagen gegen diese Ständer einen Ton erzeugt*). Die Höhe dieses Tons entspricht nicht der Gesammtzahl der Schläge, sondern ihrer Hälfte, ebenso als ob nur einer der beiden Ständer getroffen würde. Auch dies erklärt Savart dadurch, dass die Wellen abwechselnd von dem einen und von dem andern Ständer ausgehn.

5) Endlich erinnert Savart daran, dass zwei Unisonotöne nie die höhere Octave hervorbringen, obgleich durch das Kreuzen ihrer Wellen oft die Anzahl der zum Ohre gelangenden Impulse verdoppelt werden müsse. Auch würden die Wellen, welche von den entgegengesetzt schwingenden Theilen eines Körpers, z. B. einer Platte, ausgehn, sich aufheben, wenn zwei von verschiedenen Punkten ausgehende Wellenzüge sich verhielten, wie ein einziger.

Aus allen diesen Erfahrungen zieht Savart den Schluss, dass die zu einem Tone gehörenden Wellen nicht abwechselnd von verschiedenen Punkten ausgehn dürfen. Damit wird jedoch nicht behauptet, dass der Ausgangspunkt unveränderlich sein müsse, vielmehr geht aus vielen Thatsachen hervor, dass er unaufhörlich verschoben werden kann, ohne dass der Ton sich ändert. Streicht man z. B. eine Karte rasch über die Zähne eines unbeweglichen Rades, so entsteht derselbe Ton, wie wenn die Karte fest wäre und das Rad mit derselben Geschwindigkeit gedreht würde.

Ich habe in Pogg. Ann. LIII. 425. zu zeigen gesucht, dass jener von Savart aufgestellte Satz nicht richtig ist, indem sich den unter 1 und 2 angeführten Versuchen ganz ähnliche, aber unter günstigeren Bedingungen angestellte mit einem entschieden entgegengesetzten Erfolge gegenüberstellen lassen, die übrigen von Savart angeführten Thatsachen aber einer andern Auslegung fähig sind.

1) Ich nahm eine Scheibe, auf welcher sich nur 12 Löcher in Abständen von 30° befinden, und blies dieselbe mit zwei Röhren an, welche 15° von einander entfernt und von derselben Seite

*) Das Mittel den Glasstiel in Schwingungen zu versetzen, die bis zu 200 in einer Sekunde gesteigert werden können, besteht darin, dass in ein Loch an dem freien Ende des oscillirenden Stiels der obere Stift einer kleinen Sirene mit schiefen Flügeln, belastet mit einem excentrischen Gewichte, gesteckt wird. Bringt man durch Anblasen die Sirene in Drehung, so setzt sie durch ihre Centrifugalkraft den Glasstiel in Oscillation, so dass er bei jeder Umdrehung einmal gegen jeden der beiden Ständer schlägt (*Comptes rendus XI.* 608. Pogg. Ann. LI. 561.)

her gegen die Scheibe gerichtet waren; es enstand sogleich die Octave des Tones, welchen jede Röhre einzeln gab, so deutlich dass darüber nicht der mindeste Zweifel bleiben konnte. Man hört auch gewöhnlich den tieferen Ton schwach mitklingen, wie dies nach den unter III. von mir angeführten Versuchen der Fall sein muss, wenn der Abstand der Röhren von einander nicht genau dem halben Abstande der Löcher gleich ist, oder auch wenn die beiden Luftstösse nicht ganz gleiche Stärke haben; allein derselbe verschwindet um so mehr, je genauer man in diesen Beziehungen den Versuch macht. Das Resultat ist übrigens selbst bei einer mässigen Genauigkeit nicht zweifelhaft durch den Contrast, welcher bemerkt wird, wenn man abwechselnd mit einer und mit beiden Röhren bläst. — Da dieser Versuch mit dem zweiten von Savart wesentlich ganz identisch ist, so mag die Verschiedenheit des Erfolgs wohl hauptsächlich daher kommen, dass es bei dem geringen Abstande der Zähne an Savart's Rädern mehr Schwierigkeit haben muss, den Abstand der beiden Löcher dem halben Abstande der Zähne in hinreichender Genauigkeit gleich zu machen; auch wird die Beobachtung durch den Umstand erschwert, dass die Zähne nicht breiter sind, als ihre Abstände; dennoch würde wahrscheinlich die höhere Octave von Savart nicht ganz unbemerkt geblieben sein, wenn er den Ton von den zwei Oeffnungen mit dem von einer solchen Oeffnung, statt mit dem von einem Kartenblatte verglichen hätte. — Der Erfolg, wie ich ihn hatte, ist jedoch nicht nothwendig an jene grossen Zwischenräume zwischen den Löchern geknüpft, sondern wird nur hier am leichtesten und vollkommensten erlangt; ich habe selbst auf einer Scheibe von 120 Löchern, deren Zwischenräume ihrem Durchmesser ziemlich gleich sind, beim Anblasen mit zwei dünnen Luftstrahlen durch einiges Probiren die Octave noch hinreichend kenntlich erhalten; nur wird in diesem Falle der Ton aus leicht begreiflichen Gründen schwach.

2) Ganz mit demselben Erfolge habe ich auch die Zahl der Impulse dreimal grösser gemacht, indem ich die zuvor erwähnte Scheibe von zwölf Löchern mit drei Röhren anblies, welche 10° von einander abstanden. Der Ton war richtig die Duodecime von demjenigen, welcher beim Blasen mit einer Röhre entstand.

3) Noch leichter ist die Ausführung des Versuchs, wenn man auf eine Scheibe zwei concentrische Löcherreihen setzt, so dass

die zu den Löchern der einen Reihe gehörenden Halbmesser genau in der Mitte zwischen denen der andern liegen. Bläst man nun gegen beide Reihen mit zwei Röhren, deren Mündungen auf einem und demselben Radius liegen, so alterniren die Luftstösse von der einen Röhre genau mit denen von der andern, und der Ton ist die Octave dessen, welchen eine Röhre allein giebt. Die Octave kann in diesem Falle so frei von dem tieferen Tone erhalten werden, dass sie von dem Tone einer einfachen Reihe von doppelter Löcherzahl kaum zu unterscheiden ist.

4) In ähnlicher Weise habe ich mit drei concentrischen Löcherreihen und drei dazu gehörenden Röhren die Zahl der Luftstösse dreimal grösser gemacht, und ebenfalls die Duodecime erhalten.

5) An den beiden letzten Scheiben konnte ich auch den Versuch so anstellen, dass er mit dem ersten Savartschen Versuche im Wesentlichen übereinstimmt, indem ich nämlich die Löcher, statt mit Röhren anzublasen, mit spitzen Kartenblättern anschlug. Ich schnitt an einem Kartenblatt zwei Spitzen, welche gegen die beiden Löcherreihen der unter 3. erwähnten Scheibe so gehalten wurden dass sie alternirend in die Löcher einschlugen; auch hier war der Ton um eine Octave höher, als wenn nur eine Spitze gegen die eine Reihe gehalten wurde. Ebenso erhielt ich mit drei Spitzen an der unter 4. genannten Scheibe die Duodecime. — Dass Savart bei dem so ähnlichen Versuche mit dem von zwei Zahnrädern getroffnen Kartenblatt keinen gleichen Erfolg hatte, weiss ich mir nicht anders zu erklären, als dass an seinem Apparate der erforderliche Isochronismus der alternirenden Impulse nicht zu erreichen war; denn dieser wird gestört werden, nicht nur, wenn die Zähne des einen Rades nicht genau den Zahnlücken des andern entsprechen, sondern auch wenn das Kartenblatt dem einen Rade weiter ausweicht, als dem andern. Es ist zwar, wie man aus den unter III. beschriebenen Beobachtungen sieht, ein vollkommner Isochronismus nicht erforderlich, allein diese zeigen auch, dass je unvollkommner derselbe stattfindet, desto mehr der tiefere Ton, welchen Savart allein hörte, hervortritt.

6) Der Abstand zwischen den Punkten, von welchen die Impulse ausgehn, war bei den vorhergehenden Versuchen ½ bis reichlich 1 Zoll. Es kann aber derselbe beträchtlich grösser gemacht

werden, selbst wenn sich das Ohr nicht sehr entfernt von der Scheibe befindet. An der unter 3. genannten Scheibe stellte ich die zu den beiden Löcherreihen gehörenden Röhren an zwei diametral gegenüberliegenden Punkten auf, beide, wie immer, von einer Seite her senkrecht gegen die Scheibe gerichtet. Der Abstand der beiden Punkte, von denen die abwechselnden Impulse ausgingen, war jetzt 9 Par. Zoll; dessenungeachtet war auch hier die Octave sehr deutlich zu hören, nicht nur aus einiger Entfernung, sondern selbst, wenn das Ohr den beiden Röhrenmündungen bis auf kaum 6 Zoll — weniger liess der Apparat nicht zu — genähert wurde, so dass der Winkel, welchen die abwechselnden Schallstrahlen im Ohre mit einander bildeten, mehr als einen rechten betrug. Nur dürfen natürlich die beiden Abstände des Ohrs von den Röhrenmündungen nicht zu ungleich sein. — Ebenso erhielt ich auch an der unter 4. erwähnten Scheibe die Duodecime, wenn ich die drei Röhren an 3 Punkten aufstellte, welche um 100° und 200° von einander entfernt waren.

Es ist durch diese Versuche erwiesen, dass die zu einem Tone gehörenden Impulse abwechselnd von zwei oder mehreren verschiedenen Punkten ausgehn dürfen, wofern sie nur hinreichend isochronisch erfolgen; es dürfen sogar die Richtungen, in welchen die abwechselnden Erschütterungen sich zum Ohre fortpflanzen, einen beträchtlichen Winkel mit einander bilden. Dies gilt wenigstens dann wenn die Impulse selbst immer in gleicher (paralleler) Richtung erfolgen, wie dies bei den vorhergehenden Versuchen stets der Fall war.

Diese letztere Bedingung aber ist in dem Versuche Savart's mit dem durch zwei gegen einander rechtwinklige Spalten schwingenden Stabe nicht mehr erfüllt, vielmehr gehn hier die abwechselnden Impulse nicht nur von zwei verschiedenen Stellen aus, sondern erfolgen auch nach zwei gegen einander rechtwinkligen Richtungen; in dem letzteren Umstande dürfte wohl die Hauptursache liegen, warum diese Impulse dem Ohre in zwei Systeme zerfallen und denselben Ton geben, wie eine Spalte.

Noch mehr muss diess der Fall sein bei dem Versuche von Cagniard-Latour; denn da die beiden Ständer von dem Glasstiel in entgegengesetzter Richtung getroffen werden, so müssen auch die dadurch erregten Impulse von entgegengesetzter Richtung sein

und sich also wie positive und negative Schwingung zu einander verhalten, so dass zwei solche Schläge erst eine ganze Schwingung ausmachen und eine Welle geben.

Ich habe diese Wirkung entgegengesetzter Impulse auch an der Sirene eben so gefunden. Bläst man nämlich eine Löcherreihe, oder zwei concentrische Reihen von gleicher Löcherzahl gleichzeitig mit zwei Röhren von den entgegengesetzten Seiten her an, so behält man dieselbe Tonhöhe, wie von einer Röhre, und es wird die Octave auch dann nicht gehört, wenn die Luftstösse der einen Röhre genau mitten zwischen die der andern fallen.

Wenn ferner Savart meint, dass zwei Unisonotöne oft eine verdoppelte Anzahl von Impulsen erzeugen müssten, so ist diese Voraussetzung keineswegs allgemein zu machen, wie man aus den im Eingange von mir über den Einklang gemachten Bemerkungen ersehn wird. Nicht nur wenn die beiden Töne der durch sin. bestimmten Wellenform entsprechen, sondern sobald nur die beiden Wellenhälften (die positive und negative Schwingung) einander symmetrisch sind, ist eine Verdoppelung der Impulse nicht möglich, sondern statt ihrer wird nur eine gegenseitige Schwächung der beiden Töne eintreten können; gerade diese aber tritt in der That in der bekannten Erscheinung der Schwebungen deutlich genug hervor. Bei der Sirene, den Zahnrädern u. dgl. fehlt diese Symmetrie der beiden Wellenhälften; hier kann man daher zwischen zwei Impulse einen gleichen Impuls einschalten, ohne dass derselbe durch eine entgegengesetzte Wellenhälfte aufgehoben würde.

Was endlich die Aeusserung Savart's betrifft, dass die von den entgegengesetzt schwingenden Theilen eines Körpers ausgehenden Wellen, sich aufheben müssten, wenn sich zwei Wellenzüge, aus zwei verschiedenen Stellen kommend, verhielten wie ein einziger, so wird man sich erinnern, dass diese Aufhebung in dem Interferenzversuche von Hopkins (Repert. III. 71.) in der That wahrgenommen werden kann.

V. Beitöne.

Eine Saite kann, wie man weiss, die Töne, die sich einzeln daran hervorbringen lassen, auch gleichzeitig geben. Die Bewegung ihrer Theilchen kann alsdann angesehn werden als Resultante oder Summe der Bewegungen, aus welchen die einzelnen

Töne entspringen würden; indem diese Resultante sich zum Ohre fortpflanzt bleibt diesem Organe die Thätigkeit überlassen, sie in ihre Componenten, d. h. in die einzelnen Systeme isochroner Schwingungen zu zerlegen. Es kann jedoch dieser Gegenstand auch anders angesehn werden.

Duhamel (*l'Institut* 1839 p. 237. 1840 p. 19 u. p. 41.) hat zunächst durch eine theoretische Behandlung gefunden, dann aber auch durch den Versuch bestätigt, dass die Saite in solchem Falle in mehrere Theile zerfällt, die nicht gleich viel Schwingungen in derselben Zeit machen, und dass die Schwingungszahlen dieser verschiedenen Theile eben die sind, welche den gleichzeitig vorhandenen Tönen entsprechen. Die Länge dieser Theile ist ungleich und hängt von den erregenden Ursachen ab. So fand Duhamel an einer Violoncellsaite, während sie ihren Grundton und dessen Octave gab, dass der mittlere Theil der Saite in einer gewissen Ausdehnung je eine Schwingung machte, während die beiden äusseren Theile je zwei Schwingungen vollendeten, so dass, wie der Bericht sich ausdrückt, die letzteren die höhere Octave gaben, während der mittlere Theil den Grundton erzeugte, übereinstimmend mit dem Resultate der Rechnung,

Dies gilt aber nicht nur von Saiten, sondern überhaupt, wenn ein Körper gleichzeitig mehrere Töne hören lässt, so wird jeder dieser Töne von einem verschiedenen Theile des Körpers hervorgebracht, so dass die verschiedenen Punkte eines jeden Theiles unter sich verglichen, in gleicher Zeit eine gleiche Zahl von Schwingungen machen, aber diese Zahl, und mit ihr der entsprechende Ton, von einem Theile zum andern sich ändert. Duhamel hat dies an einer quadratischen Messingplatte auf folgende Art beobachtet: Es wurden mit dem Bogen gleichzeitig zwei ungefähr um eine Quinte unterschiedene Töne erregt. An den Rand der Platte waren drei Häkchen von Eisendraht gelöthet, so dass das mittlere ungefähr der Grenze der beiden zu prüfenden schwingenden Theile entspricht, jedes der beiden andern aber dem Bauche eines Theiles. Lässt man nun hinter der Platte, während sie schwingt, einen berussten Glasstreifen gleiten, so zeichnen die horizontalen Arme der Häkchen eine Wellenlinie auf diesen Streifen. Nimmt man dann mit dem Zirkel gleiche Längen dieser Wellenlinien vom Anfangspunkte aus, so geben die Zahlen der auf diesen Längen enthaltenen Wellen das Verhältniss der von

den Häckchen in derselben Zeit gemachten Schwingungen. Im vorliegenden Falle wurde dies Verhältniss in der That 2 : 3 gefunden. Dasselbe oder ein ähnliches Verfahren scheint auch bei der Beobachtung an der Violoncellsaite angewandt worden zu sein.

Die vorstehenden, von Duhamel gefundenen Resultate sind von Interesse, sofern sie die Thatsache aussprechen, dass an einem Körper, welcher gleichzeitig verschiedene Töne giebt, mehrere Theile unterschieden werden können, deren jeder eine der Schwingungszahlen hat, welche diesen Tönen entsprechen. Sofern aber diesem Resultate die Deutung untergelegt wird, dass dadurch eine wesentlich andre Erklärung der Verbreitung und Wahrnehmung solcher Beitöne gegeben werde, indem von einem Theile der eine, von einem andern der andre Ton ausgehe, dahingegen nach der gewöhnlichen Ansicht die ganze Saite jeden der einzelnen Töne giebt, so ist dabei doch Einiges zu bemerken. Zuvörderst beachte man, dass, wenn auch auf diese Weise die Wellen der verschiedenen Töne verschiedene Ausgangspunkte erhalten, sie doch bei ihrer Fortpflanzung wieder zusammentreten und eine Resultante von derselben Beschaffenheit geben, wie die, welche man erhält, wenn man jeden der Töne von der ganzen Saite ausgehend denkt, so dass das Ohr immer diese Resultante wieder in ihre Bestandtheile, nämlich in die verschiedenen Systeme isochroner Wellen zu zerlegen hat. Ferner wenn wirklich jeder der von Duhamel unterschiedenen Theile nur einen Ton geben soll, so muss bewiesen werden, dass die Schwingungen jedes Punktes dieses Theils nicht einem periodischen Wechsel ihrer Grösse oder Dauer unterworfen sind; denn das Ohr zählt nicht nur die Wellen, sondern misst auch und vergleicht ihre Amplituden, so wie ihre Längen, oder vielmehr die diesen Längen entsprechenden Zeiten, und wenn in einer dieser Beziehungen periodische Ungleichheiten eintreten, so vernimmt es zu dem einen Hauptlone einen zweiten und auch wohl mehrere Töne, wie man aus den p. 9. mitgetheilten Beobachtungen an der Sirene ersehen kann. Gerade diese Bedingung aber dürfte bei den Wellen nicht stattfinden, welche von einem der von Duhamel unterschiedenen Theile ausgehn.

B. Zurückwerfung von Schallwellen. — Resonanz.

Wenn auf einer Linie zwei Züge von Wellen gleicher Länge und Amplitude in entgegengesetzter Richtung gehn, so resultirt daraus bekanntlich der Zustand stehender Schwingung. Man erhält auf dieser Linie solche Punkte, wo die beiderseitigen Bewegungen immer entgegengesetzt sind und sich daher fortwährend aufheben (Knoten), und dazwischen andre, wo sie immer in gleichem Sinne ausfallen, und wo daher Schwingungsmaxima (Bäuche) entstehn. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Knoten ist gleich der halben Wellenlänge. Haben die beiden Wellenzüge bei gleicher Länge der Wellen ungleiche Amplitude, so sind die Knoten nicht Ruhestellen, sondern Schwingungsminima, wie die Knoten einer tönenden Luftsäule. Dieser Fall muss eintreten, wenn die von einer Wand senkrecht zurückgeworfenen Wellen eines Tones den directen Wellen desselben Tones begegnen. Für den ganzen Raum zwischen dem tönenden Körper und der reflectirenden Wand muss der eben bezeichnete Zustand eintreten.

Wenn dagegen zwei Züge von Wellen gleicher Länge in einerlei Richtung fortschreiten, so werden sie sich auf ihrem ganzen Wege schwächen, und bei gleicher Amplitude aufheben, wenn der Gangunterschied eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, dagegen verstärken, wenn er eine gerade Anzahl beträgt. Auch dies wird bei den directen und den senkrecht zurückgeworfenen Wellen eintreten können, nämlich auf der Verlängerung der Linie, welche man von der reflectirenden Wand nach dem tönenden Körper zieht.

Diese beiden Fälle sind von N. Savart (*Comptes rendus* VII. 1068., *Ann. de Ch. et de Phys.* LXXI. 20., Pogg. Ann. XLVI. 458.) beobachtet, und nicht nur das abwechselnde Verstärken und Schwächen eines Tones wahrgenommen, sondern auch in der Nähe der reflectirenden Wand aus einem Geräusche Töne ausgeschieden worden, auf ähnliche Weise, wie man aus gemischtem Lichte durch Interferenz Farben ausscheidet.

Diese Untersuchungen gewinnen dadurch ein erhöhtes Interesse, dass wir über die Natur eines Geräusches noch so gut wie gar keine Beobachtungen besitzen. Bekanntlich denkt man sich ein Geräusch als eine unregelmässige Folge von Erschütterungen. Da nach F. Savart (*Ann. de Chim. et de Phys.* XLIV. 337.)

schon zwei auf einander folgende Impulse einen Ton geben, dessen Höhe von der dazwischen liegenden Zeit abhängt, so kann eine solche unregelmässige Folge von Impulsen als ein Schall angesehen werden, bei welchem die Höhe von einer Schwingung zur andern beständig wechselt. Unter diesen unregelmässigen Erschütterungen werden sich aber viele solche befinden, die in ziemlicher Regelmässigkeit auf einander folgen, und daher wird ein Geräusch auch einigermassen als ein Gemenge von Tönen der verschiedensten Höhe betrachtet werden dürfen. In der Wellenlehre von E. H. und W. Weber §. 282 und 284 ist die Bemerkung gemacht, dass Röhren von einer passenden Länge und Weite durch das gewöhnliche Geräusch, welches die Luft am Tage erfüllt, fortwährend schwach tönen, indem diejenigen Wellen, welche immer in ihre eigne Bahn nach einem gewissen Zeitraum zurücklaufen, an Grösse wachsen, wenn sie durch regelmässig wiederkehrende Stösse verstärkt werden, dagegen die Stösse, bei denenen dies nicht der Fall ist, beim Hin- und Herlaufen geschwächt werden und sich verlieren. Die Beobachtungen von N. Savart zeigen, dass es nicht einmal einer mehrmaligen Zurückwerfung der *Wellen* bedarf, um auf solche Weise aus einem Geräusche einen Ton entstehn zu lassen, sondern dass eine einzige Zurückwerfung in Verbindung mit den directen Wellen schon Töne erzeugt. Folgendes ist der Inhalt dieser interessanten Untersuchungen.

I. Zurückwerfung von Schallwellen.

Wenn man sich während eines Geräusches einem Gegenstande nähert, der dasselbe zurückzuwerfen im Stande ist, so kann man bemerken, dass mitten aus diesem Geräusche ein Ton hervortritt, dessen Höhe mit dem Abstande des Ohres von dem reflectirenden Körper variirt, und zwar bei zunehmendem Abstande allmählich tiefer. bei abnehmendem höher wird.

Diese Beobachtung wird durch folgende Umstände erleichtert: Man vermeide das Vorhandensein eines Körpers von beträchtlicher Ausdehnung zwischen dem Beobachter und der Quelle des Geräusches, damit dieses in möglichster Stärke anlange. Man nehme als reflectirende Fläche eine senkrechte Wand um sich ihr bequem nähern und von ihr entfernen zu können; eine Mauer, ein Thürflügel, eine Fensterscheibe erfüllen diese Bedingung. Der Abstand des Ohrs von der Wand kann zwischen Null und 2 bis

3 Meter variiren; weiterhin würde der Ton zu tief sein, um leicht wahrgenommen zu werden. Das Geräusch muss von hinreichender Dauer sein, um die Beobachtung zu gestatten; von dieser Art sind: das Rasseln eines auf dem Strassenpflaster fahrenden Wagens; das Rauschen eines Wasserfalls; der Lärm des aus einer Oeffnung mit Gewalt entweichenden Dampfes; ein Trommelwirbel; das Rauschen der Bäume im Winde; das Geräusch welches aus dem sämmtlichen Lärmen einer grossen Stadt entspringt; das Tosen des Meeres, welches Töne von merkwürdiger Stärke liefert.

Um die Beziehung zwischen der Höhe des Tones und der Entfernung des Ohres von der reflectirenden Wand aufzusuchen, wählte Savart eine perpendikuläre ebne Mauer. Senkrecht gegen sie, und nach dem Ausgangspunkt des Geräusches gerichtet, wurde ein Massstab befestigt, um den Abstand des Ohrs an der Mauer zu messen. Diesem wurde der Kopf genähert, das Gesicht gegen ihn gewendet, das eine Ohr der Mauer zugekehrt, das andre verschlossen. Mit einem Winkelmass, dessen einer Schenkel hinter dem offnen Ohre gegen den Kopf gestemmt war, während der andre am Massstab verschoben wurde, erhielt man den Abstand dieses Organs von der Mauer.

Den bei der Einheit des Abstandes gehörten Ton willkührlich C nennend, bestimmte S. mit diesem Apparat die Abstände, bei welchen die übrigen Töne der diatonischen Tonleiter erschienen. Die beiden ersten Spalten der folgenden Tabelle zeigen die Resultate dieser Beobachtungen.

Töne der Scala.	Abstände des Ohrs von der Mauer gemes.	Wellenlängen, berechnet, die von C = 1 gesetzt.
Contra H	1,07	$2{,}00 \times \frac{8}{15} = 1{,}067$
C, Ausgangspunkt.	1,00	$1{,}00 \times 1 = 1{,}000$
D	0,90	$1{,}00 \times \frac{8}{9} = 0{,}889$
E	0,81	$1{,}00 \times \frac{4}{5} = 0{,}800$
F	0,76	$1{,}00 \times \frac{3}{4} = 0{,}750$
G	0,67	$1{,}00 \times \frac{2}{3} = 0{,}667$
A	0,61	$1{,}00 \times \frac{3}{5} = 0{,}600$
H	0,54	$1{,}00 \times \frac{8}{15} = 0{,}533$
c	0,50	$0{,}50 \times 1 = 0{,}500$
d	0,45	$0{,}50 \times \frac{8}{9} = 0{,}444$
e	0,41	$0{,}50 \times \frac{4}{5} = 0{,}400$
f	0,38	$0{,}50 \times \frac{3}{4} = 0{,}375$
g	0,34	$0{,}50 \times \frac{2}{3} = 0{,}333$

In der dritten Spalte ist die zu jedem Tone gehörende Wellenlänge berechnet, wobei die von C als Einheit genommen ist. Die nahe Uebereinstimmung dieser Zahlen mit denen der zweiten Spalte berechtigt zu dem Schluss, dass der Abstand des Ohrs von der Wand in einem constanten Verhältniss zu der Wellenlänge des bei diesem Abstande vernommenen Tones steht.

Um dies Verhältniss zu ermitteln, wurde auf einem nach der Stimmgabel gestimmten Instrument der Ton c angegeben und auf dem Masstab der Punkt gesucht, wo das Ohr durch Zurückwerfung denselben Ton c hörte. Dieser Punkt fand sich 55 Zoll von der Mauer; da nun die halbe Welle*) von c 48 Zoll beträgt, s ist das gesuchte Verhältniss $\frac{55}{48} = 1{,}146$. Andre Versuche gaben wenig abweichende Resultate.

Die jetzt folgenden Versuche beziehen sich auf die Zurückwerfung eines einzelnen Tones, indem nach dem Vorhergehenden zu erwarten war, dass derselbe in verschiedenen Abständen ungleiche Stärke besitzen würde.

40 bis 50 Meter von einer ebnen senkrechten Wand, und 1,30 Meter über dem Boden, wurde in einem übrigens nach allen *Seiten freien* Raume eine Glocke aufgestellt und von ihr ein gespannter Blechstreifen senkrecht gegen die Wand geführt, dessen Richtung die Reflexionsaxe heisse. Während die mit einem verstärkenden Gefässe versehene Glocke durch einen Violinbogen in Schwingung versetzt wurde, und einen Ton von bedeutender und gleichmässiger Stärke gab, wurde das Ohr längs einer dem Blechstreifen möglichst nahen geraden Linie fortgeführt.. Die Stärke des Tones war nicht in allen Punkten der Reflexionsaxe gleich, sondern in mehreren Punkten Null, in andern erreichte sie ihr Maximum, und da die mit diesen Eigenthümlichkeiten begabten Punkte eine unveränderliche Lage zeigten, so war es möglich, sie auf dem Blechstreifen zu verzeichnen und ihre Abstände von einander zu messen. Es fand sich auf diese Weise, dass die Knoten, d. h. die Punkte wo die Stärke des Tones Null wird, auf der ganzen Reflexionsaxe in nahe gleichen Abständen von einander liegen; dass der Abstand zweier benachbarter Knoten gleich

---

*) S. nennt den Raum zwischen zwei benachbarten Knoten eine Wellenlänge; ich habe diess dem bei uns üblichen Sprachgebrauch gemäss überall durch die Bezeichnung: halbe Wellenlänge übertragen.

ist der Hälfte der dem bekannten Tone der Glocke zukommenden Wellenlänge; dass die Bäuche, d. h. die Punkte, wo die Intensität des Tones am grössten ist, ebenfalls um eine halbe Wellenlänge von einander abstehn, und sich nahe der Mitte zwischen zwei Knoten befinden, und endlich dass die Stärke des Tones allmählig zu- oder abnimmt, wenn das Ohr sich von einem Knoten oder Bauch entfernt.

Folgende Tabelle enthält die Resultate der Beobachtungen an einer Glocke, welche den Ton $\overline{cis}$ gab.

Reihenfolge d. Knoten.	Abstände d. Knoten v. d. zurückwerfend. Ebne.	Abstände zw. 2 auf einander folg. Knoten.	Reihenfolge d. Knoten.	Abstände d. Knoten v. d. zurückwerfend. Ebne.	Abstände zw. 2 auf einand. folgend. Knoten.
1	0m,373		22	13m,485	0m,612
2	1,000	0m,637	23	14,093	0,608
3	1,615	0,615	24	14,728	0,635
4	2,275	0,660	25	15,374	0,646
5	2,887	0,612	26	15,963	0,589
6	3,495	0,603	27	16,668	0,705
7	4,085	0,590	28	17,263	0,595
8	4,713	0,628	29	17,883	0,620
9	5,337	0,624	30	18,473	0,590
10	5,952	0,615	31	19,099	0,626
11	6,576	0,624	32	19,726	0,627
12	7,195	0,619	33	20,348	0,622
13	7,798	0,603	34	20,963	0,615
14	8,382	0,584	35	21,573	0,610
15	9,013	0,631	36	22,196	0,623
16	9,652	0,639	37	22,836	0,640
17	10,413		38	23,450	0,614
18	11,045	0,632	39	24,110	0,660
19	11,660	0,615	40	24,755	0,645
20	12,286	0,626	41	25,410	0,655
21	12,873	0,587			

Reihenfolge d. Bäuche.	Abstände d. Bäuche v. d. zurückwerfend. Ebne.	Abstände zw. 2 auf einander folg. Bäuchen.	Reihenfolge d. Bäuche.	Abstände d. Bäuche v. d. zurückwerfend. Ebne.	Abstände zw. 2 auf einander folg. Bäuchen.
1	0m,148		3	1m,358	0m,642
2	0,716	0m,568	4	1,997	0,639

Die Temperatur war bei den ersten 16 Knoten so wie bei den vier Bäuchen 2° C., bei den Knoten No. 17 bis 41 war sie 5°,5. In der Voraussetzung, dass der Sitz des Gehörs im Labyrinth, also ungefähr 1 Zoll von der Apophysis mastoidea liege, ist zu den direct gemessenen Abständen die Länge von 1 Zoll oder 27ᵐᵐ hinzugefügt; die in der Tabelle enthaltenen Zahlen sind mit dieser Correction versehn. Die Entfernung der Glocke von der Wand hat keinen Einfluss auf die Lage der Knoten, so dass man sie, wenn das Ohr sich in einem Knoten befindet, auf der Reflexionsaxe beträchtlich hin- und herführen kann, ohne eine Aenderung in der Lage des Knotens zu bemerken.

Die vorstehende Tabelle giebt Anlass zu folgenden Bemerkungen:

1) Die halbe Welle von $\bar{c}$ zu 24 Zoll gerechnet ist die halbe Wellenlänge des Tones $\overline{cis}$ der Glocke 24″ . $\frac{24}{25}$, d. i. $0^m,624$, welchem Werthe die Abstände zweier Knoten in der dritten Spalte der Tabelle im Allgemeinen ziemlich nahe kommen; die Differenzen sind bald positiv bald negativ. Nimmt man zuerst die 16 Beobachtungen bei der Temperatur von 2° C. und zieht den Abstand des ersten Knoten von dem des sechszehnten ab, so kommt $9^m,279$; dies durch die Anzahl der Zwischenräume, d. i. durch 15 dividirt, giebt als Mittelwerth für jeden Zwischenraum $0^m,6186$. Ebenso giebt der Abstand vom ersten Knoten bis zum 41sten, d. i. $25^m,037$ durch die Anzahl der Zwischenräume, durch 40 dividirt, den Mittelwerth eines Zwischenraumes bei 5°,5 zu $0^m,6259$, also sehr nahe der halben Wellenlänge $0^m,624$.

2) Die erste Halbwelle, d. h. der Abstand des ersten Knoten von der Wand, ist von dieser Berechnung ausgeschlossen worden, weil sie viel kürzer ist, als die übrigen Halbwellen, d. h. die Abstände der Knoten von einander. Sie beträgt nur $0^m,373$, während die mittlere Länge der übrigen $0^m,6186$ ist. Diese Eigenthümlichkeit fand sich bei allen angestellten Versuchen; bei einer Glocke, welche den Ton $\bar{a}$ gab und bei 7° C. die halbe Wellenlänge im Mittel zu $0^m,3953$ gab, betrug die erste Halbwelle nur $0^m,258$.

(Ueber die Ursache dieses abweichenden Verhältnisses äussert N. Savart keine Ansicht. Man könnte daran denken, dass dieselbe in einer Verzögerung liege, welche die Welle bei der Zurückwerfung erleidet; allein eine solche findet bekanntlich wenigstens an dem verschlossenen Ende einer Röhre nicht statt. Es

liegt sehr nahe zu vermuthen, dass der Grund in der ungleichen Stellung des Ohrs gegen die directen und zurückgeworfenen Wellen liegt. Denn die directen Wellen müssen umgebeugt werden, um zu dem von ihrem Ausgangspunkt abgewendeten Ohre zu gelangen, und auch die zurückgeworfenen müssen wegen des in der Nähe der Wand befindlichen Kopfs des Beobachters merklich von der Richtung der Reflexionsaxe abweichen. Es ist einleuchtend, dass dies einen Einfluss auf die Lage der Knoten haben muss, allein bei unsrer gänzlichen Unkenntniss über das Verhalten der Schallwellen bei der Beugung, lässt sich nicht beurtheilen, von welcher Art dieser Einfluss sein müsse, und ob sich die Verkürzung der ersten Halbwelle daraus hinreichend erklären lasse. Es käme besonders darauf an zu wissen, ob bei der Beugung die Richtung der Schwingung zugleich mit der des Schallstrahls in die entgegengesetzte Richtung umgebogen wird; in diesem Falle würden die Knoten da liegen, wo der Gangunterschied eine ungerade Anzahl von halben Wellen beträgt, also die Entfernung des ersten Knoten von der Wand, nicht, wie Savart thut, für eine halbe, sondern für eine Viertelwelle zu rechnen sein, und der gemessne Raum für den Ton $\overline{cis}$ um $0^m,064$, für $\overline{a}$ um $0^m,060$ zu gross sein, Differenzen, welche gar wohl auf Rechnung des kleinen Umwegs zu setzen wären, auf welchem die directen Wellen zum Ohre gelangen. Der erste Bauch fiele dann eigentlich auf die Fläche der Wand, doch wird dies erste, weniger beträchtliche Maximum der Intensität aus leicht begreiflichen Gründen nicht hier, sondern etwas weiter weg von der Wand wahrzunehmen sein. Mit jener Annahme würde sich auch erklären, warum, ungeachtet dieser bedeutenden Verkürzung der ersten Halbwelle, doch die Entfernung des zweiten Bauchs von der Wand für die Töne von Contra H bis g in dem constanten Verhältniss zu der anderweitig bekannten Wellenlänge dieser Töne steht, welche die in der ersten Tabelle (p. 20.) aufgeführten Beobachtungen zeigen. Auf jeden Fall beweisen diese Beobachtungen, dass jene Verkürzung, welches auch ihre Ursache sein mag, der Wellenlänge nahe proportional sein muss.)

3) In allen Halbwellen, mit Ausnahme der ersten, ist die erste Viertelwelle länger als die zweite, wie man aus folgender Zusammenstellung einiger Resultate an dem Tone $\overline{\overline{cis}}$ ersieht.

	Abstände von der Wand.	Zwischenräume	
		Erste Viertelwelle.	Zweite Viertelwelle.
Wand	0m,000		
Erster Bauch	0,148	0m,148	
Erster Knoten	0,373		0m,225
Zweiter Bauch	0,716	0,343	
Zweiter Knoten	1,000		0,283
Dritter Bauch	1,358	0,358	
Dritter Knoten	1,615		0,257
Vierter Bauch	1,997	0,382	
Vierter Knoten	2,275		0,278

4) Der Abstand des zweiten Knoten von der Wand: 0m,716, verhält sich zur mittleren Wellenlänge: 0m,6186 wie 1,15 zu 1. Da nun bei den aus einem Geräusche ausgeschiedenen Tönen der ersten Tabelle das Verhältniss des Abstands von der Wand zu dem bei diesem Abstand vernommenen Tone durch 1,146 bestimmt war, so darf man schliessen, dass im Falle eines Geräusches das Ohr sich im zweiten Bauche der Interferenzwellen befand; uns erklärt sich daraus, warum die Höhe des aus dem Geräusche ausgeschiedenen Tones durch die Entfernung des Beobachters von der Wand bedingt wird.

Aehnliche Resultate wie die vorhergehenden erhielt Savart mit höheren und tieferen Glocken, mit Orgelpfeifen und Saiteninstrumenten. Wenn man das Ohr längs der Reflexionsaxe bewegt, so hört man der Reihe nach die sämmtlichen Aliquottöne, deren das Instrument fähig ist. Dies ist besonders auffallend bei Saiten, wo diese Töne harmonisch sind. Man kann auf diese Weise die einen Ton begleitenden Beitöne absondern, und es liegt hierin ein Mittel die Ursachen zu analysiren, auf denen (wenigstens zum Theil) die Unterschiede des Klangs verschiedner Instrumente beruhen.

Da sich mittelst des angewendeten Verfahrens die Wellenlänge recht genau messen lässt, so kann man daraus, wenn die Zahl der Schwingungen bekannt ist, die Schallgeschwindigkeit finden. Rechnet man den obigen Ton $\overline{\text{cis}}$ zu $512 \cdot \frac{25}{24}$, d. i. 533,33 halben (sogenannten einfachen) Schwingungen, und die halbe Wellenlänge im Mittel aus 40 halben Wellen bei 5°,5 zu 0m,6259, so erhält man die Schallgeschwindigkeit, als das Product dieser beiden

Zahlen, gleich 333m,81, d. i. um 3m,05 kleiner als die Formel $V = 333{,}44\sqrt{1 + t \,.\, 0{,}00375}$ sie giebt. Die Ungenauigkeit liegt ohne Frage in der der Glocke beigelegten Schwingungszahl. An einer andern Glocke, deren Ton durch sorgfältige Versuche zu 1043 halben Schwingungen bestimmt war, wurde bei der Temperatur von 9°, die halbe Wellenlänge im Mittel aus 90 Halbwellen, 0m,324 gefunden; dies giebt die Schallgeschwindigkeit 337m,93, d. i. 1m,08 kleiner als die nach obiger Formel berechnete. (Nimmt man die Schallgeschwindigkeit nach Van Beek und Moll zu 332m,05 bei 0° an, so wird die Uebereinstimmung noch grösser.)

Bei allen vorhergehenden Versuchen befand sich der Beobachter zwischen dem schwingenden Körper und der Wand. Wird umgekehrt der Schall zwischen dem Beobachter und der Wand erregt, so ist natürlich die Stelle des Ohres gleichgültig und man hat nur die des schallenden Körpers zu beachten.

Man braucht nur ein Stück Papier zwischen den Fingern zu zerknittern, und dabei diese Hand der Wand zu nähern, so kann man in dem daraus entspringenden verworrenen Geräusche einen Ton unterscheiden, der je nach dem geringeren oder grösseren Abstande des Papiers von der Wand höher oder tiefer ist.

Nimmt man statt eines Geräusches den Ton einer Glocke, die man der Wand nähert, so hört man zwar diesen Ton fortwährend, allein man kann bemerken, dass es für jede Glocke einen bestimmten Abstand von der Wand giebt, wo er das Maximum seiner Intensität erreicht. Dieser Abstand wurde für drei Glocken, deren Töne $\bar{e}$, $\bar{a}$ und $\bar{\bar{\bar{d}}}$ waren, gemessen und betrug resp. 200, 130 und 35 Millimeter. Wie hier die tieferen Töne bei grösserem Abstande verstärkt werden, so wird bei dem Versuche mit dem Blatt Papier der Ton gehört werden, der durch die Nähe der Wand verstärkt wird.

II. Tonverstärkende Gefässe.

Die Wand wirkt hier auf die Töne wie ein verstärkendes Gefäss, und es war von Interesse zu untersuchen, wie Gefässe von drei Dimensionen zwei derselben verlieren können, ohne dadurch die in Rede stehende Eigenschaft zu verlieren. Zu diesem Zwecke wurden nach einander Gefässe oder Röhren mit beweglichem Boden von immer grösserem Durchmesser genommen, und die Tiefe

gesucht, welche man ihnen geben musste, damit sie den Ton einer Glocke verstärkten.

Folgende Resultate wurden mit den vorhin erwähnten drei Glocken erhalten.

Durchmesser der verstärkenden Gefässe.	Tiefe der Gefässe für die		
	die Glocke $\bar{e}$	die Glocke $\bar{a}$	die Glocke $\bar{\bar{\bar{d}}}$
15mm		203mm	70mm
29	261mm	178	61
61	239	162	48
81	231	150	
106			37
107		140	
115	210		
124		132	35
148		131	35
166		130	
180		130	
206		130	
255	201		
348	200	130	35

Man sieht hieraus, dass bei grösserem Durchmesser der Röhren die Tiefe geringer genommen werden muss, bis zu einer gewissen Grenze der Weite, von wo an die Wände keinen Einfluss mehr haben. Die dann erforderliche Tiefe ist dem Abstande gleich, den eine Wand haben muss, um den Ton zu verstärken.

III. Von der Resonanz.

Von dem Wesen der Resonanz hat Kane (*Lond. Edinb. and Dubl. Phil. Magaz. Ser. III. No.* 123. *p.* 247.) folgende Vorstellung gegeben.

Da von einem tönenden Körper immer zwei Wellen nach entgegengesetzten Seiten ausgehn, eine verdichtende und eine verdünnende, und diese, wenn sie zugleich das Ohr erreichen, sich aufheben, so besteht alle Resonanz darin, eine dieser Wellen wegzuschaffen. Er erläutert dies besonders durch einige Versuche über die Verstärkung des Tones einer Stimmgabel durch Röhren.

Von der Stimmgabel gehn vier Wellen aus, zwei +, B und D (Taf. I. Fig. 3.) und zwei —, A und C, welche sich daher

aufheben*). Wenn nun eine offne Röhre, deren Länge gleich ist der halben Wellenlänge des Tons der Gabel, vor einen der Mittelpunkte, z. B. A gehalten wird, so schwingt sie im Einklang mit der Gabel, indem sie durch die erste eintretende Welle in Bewegung gesetzt wird; nun aber trifft die bei E austretende + Welle mit einer — Welle von A zusammen, und beide zerstören sich daher. Indem sich ferner C und D aufheben, bleiben B und F, welche, in gleichem Sinne auf das Gehör wirkend, den Ton hörbar machen. Ersetzt man die offne Röhre durch eine halb so lange, geschlossne, so wird A ebenso zerstört, aber man behält statt der Wellen B und F nur B übrig und hat daher eine viel schwächere Resonanz.

Hält man vor A eine Röhre, deren Länge gleich ist der ganzen Wellenlänge der Gabel, so wird A durch E, C durch D aufgehoben; B und F müssen sich auch aufheben, aber nur an gewissen Stellen, die auf einer Hyperbel liegen. (Auch in dem ersten Falle müssten sich B und F da aufheben, wo ihr Gangunterschied eine halbe Wellenlänge beträgt.)

Schon vor langer Zeit hat Adams gezeigt, dass zwei geschlossne Röhren, wenn sie rechtwinklig gegen einander gehalten werden (z. B. vor C und D) keine Resonanz geben. Dies deutet Kane so, dass hier, indem C und D zerstört werden, A und B übrig bleiben und sich aufheben. Eben so nimmt er den in Fig. 4 vorgestellten Fall, wo ebenfalls keine Resonanz entsteht, indem C und D sich in der Röhre begegnen und aufheben. In der Stellung hingegen wie Fig. 5. verstärkt eine krumme Röhre den Schall bedeutend, fast doppelt so stark als eine gewöhnliche offne Röhre, indem A und C zerstört werden und B und D bleiben. (Die Länge der krummen Röhre wird in beiden Fällen nicht angegeben.) Fügt man aber zu der letzten krummen Röhre zwei geschlossne hinzu, welche B und D auffangen (S. Fig. 6.), so wird der Ton wieder aufgehoben, was Kane als einen Beweis ansieht, dass es im vorigen Falle B und D waren, welche den Ton gaben.

Diese Versuche sind, wie mir scheint, nicht entscheidend für

*) W. Webers schöne Untersuchungen über die hyperbolischen Interferenzen an den Armen einer Stimmgabel (Schweigg.-Seid. Jahrb. XVIII. 385.) scheinen Kane nicht bekannt zu sein.

die von Kane aufgestellte Ansicht und lassen eine andre Auslegung zu. Wenn ein Ton unhörbar ist durch das Zusammentreffen zweier entgegengesetzten Wellen, so ist klar dass er hörbar werden kann, nicht nur wenn man eine dieser Wellen wegnimmt, sondern auch wenn man eine von ihnen verstärkt, und diese letztere Wirkung ist es, welche z. B. der Röhre in Fig. 3. zugeschrieben werden kann. Denn wenn zwei gleiche Wellenzüge in entgegengesetzter Richtung gehn, z. B. hier A und E, so ist da, wo eine Verdichtung des einen mit einer Verdünnung des andern zusammentrifft, nicht ein Knoten (Ruhe), sondern ein Bauch (Schwingungsmaximum). Kane bezeichnet mit + und — Verdichtung und Verdünnung, und da müssen allerdings A und E, wenn sie einander sehr nahe sind, entgegengesetztes Zeichen erhalten; bezeichnet man aber mit + und — die beiden entgegengesetzten Richtungen der Schwingung, so müssen A und E gleiches Zeichen erhalten, d. h. es ist an dieser Stelle, wie dies eben die Natur eines Wellenbauchs ist, zwar nicht Verdichtung und Verdünnung, wohl aber Maximum der Bewegung; diese verstärkte Bewegung kann daher als Ursache des verstärkten Tones angesehn werden. Man wird dies leicht auf die übrigen von Kane besprochnen Fälle übertragen. Der Versuch von Adams ist dann so anzusehn, dass durch die Verstärkung zweier entgegengesetzter Wellen wieder eine Schwächung herbeigeführt wird, und ebenso können in Fig. 6. die beiden geschlossnen Röhren die Resonanz der krummen Röhre aufheben, wenn durch sie die entgegengesetzten Schwingungsphasen verstärkt werden, als durch die letztere.

Mit dem Namen Chorizophon bezeichnet Kane folgenden Apparat. Eine quadratische Glasplatte schwingt mit den beiden diagonalen Knotenlinien. Ueber oder unter die vier schwingenden Abtheilungen können vier geschlossene Röhren gehalten werden, deren Queerschnitt dreieckig ist, in der Gestalt einer solchen Abtheilung, und deren Länge gleich ist einer Viertelwellenlänge des Tones. Wendet man eine solche Röhre an, so hat man jederzeit eine Resonanz; gebraucht man ihrer zwei, so erhält man entweder verstärkte Resonanz oder keine, je nachdem sie in gleichem oder entgegengesetztem Sinne wirken. Aehnlich mit dreien und vieren, welche letztere sehr starke oder auch gar keine Resonanz geben können. Man sieht leicht ein, wie dies sowohl nach Kane's

Ansicht, als auch nach der vorhin von mir angedeuteten, gewöhnlichen Ansicht zu erklären ist.

Es soll übrigens mit den obigen Einwendungen nicht gesagt sein, dass nicht eine Resonanz durch Unterdrückung einer von zwei entgegengesetzten Wellen erzeugt werden könne, und wenn Kane die Stärke des Tons an Rohrinstrumenten dadurch erklärt, dass von den beiden entgegengesetzten Wellen der Zunge die eine in der Mundhöhle des Bläsers verloren geht, und nur die andre wirksam bleibt, so wird allerdings hierin eine, wenn auch nicht die einzige Ursache jener Tonstärke liegen.

IV. Bau der Violine.

Unter den Bemerkungen über Gegenstände der praktischen Akustik, welche in den Berichten über F. Savart's akustische Vorlesungen (*l'Institut* 1839 u. 1840.) enthalten sind, findet sich eine detaillirte Untersuchung des Baues der Violine in Beziehung auf den Einfluss, welchen die beiden Böden des Resonanzkastens, die Luft dieses Kastens, der Stimmstock, der Steg, der Hals des Instrumentes auf die Beschaffenheit des Tones haben. Es kann hier nicht näher in diesen überwiegend praktischen Gegenstand eingegangen werden; nur folgende Resultate dürften hervorzuheben sein. Die beiden Böden oder vielmehr das ganze Holz des Resonanzkastens bilden mit der darin eingeschlossenen Luft ein tonfähiges Ganze, so dass man denselben Ton erhält, man mag die Böden durch Streichen eines aufgekitteten Glasstiels, oder durch Anblasen der in dem Kasten enthaltenen Luft in Schwingung versetzen. Dieser Ton ist bei den Stradivari-Geigen das $\bar{\bar{c}}$ von 512 (halben) Schwingungen. Der Stimmstock (*âme*) dient nach Savart nicht nur die Schwingungen von dem oberen Boden an den unteren zu übertragen, sondern auch vorzüglich die Schwingungen, welche in der Saite den Böden parallel sind, senkrecht gegen diese zu machen; zugleich dient er dem rechten Fusse des Stegs als Stütze, damit der linke Fuss in Schwingung gerathen könne.

C. Tönende Bewegungen.

I. Trevelyan-Instrument.

Wenn man gegen einen Tisch stösst, auf welchem Geräthschaften liegen, die leicht in eine wackelnde Bewegung gerathen, z. B. Handwerksgeräthe mit runden Griffen u. dergl., so bemerkt man oft, dass die Schläge, welche durch ein solches Wackeln entstehn, sich zuletzt, wenn sie sehr schnell erfolgen, zu einem rasch in die Höhe ziehenden Tone vermischen. Diese wackelnde Bewegung kann dauernd unterhalten, und dadurch ein anhaltender Ton erzeugt werden, wenn der schwingende Körper und die Unterlage beide von Metall sind und eines von ihnen heiss ist. Diese Töne entstehn also, wie die Klirrtöne und die Töne an Savarts Zahnrädern, durch das schnell wiederholte Gegeneinanderschlagen zweier festen Körper.

Eine solche Erscheinung wurde i. J. 1805 von dem Hütteninspector Schwarz zu Hettstädt beobachtet und von Gilbert (Ann. der Phys. XXII. 323.) beschrieben. Eine 6 Mark schwere Scheibe von Amalgamationssilber hatte einen orgelähnlichen Ton gegeben, als sie heiss auf einen kalten Ambos gelegt wurde, den sie in drei Punkten berührte. Bei einer in Gilbert's Gegenwart angestellten Wiederholung des Versuchs wurde eine erstarrte Feinsilbermasse noch sehr heiss mit der convexen Seite auf den kalten Ambos gelegt. Als sie nur an zwei Stellen auflag, gerieth sie in eine schwankende Bewegung, indem sie sich um die Axe, die durch die beiden Punkte bestimmt wurde, hin und her drehte. Diese Bewegung wurde sehr schnell, und durch das Anschlagen gegen den Ambos entstand ein ununterbrochner tiefer, brummender Ton. Zugleich hörte man einen feinen, doch nur sehr schwachen Ton. Liest man diese Beschreibung, so kann man heute nicht zweifelhaft sein, dass die schnell wiederholten Schläge des Silbers gegen den Ambos unmittelbar den Ton erzeugten; ja es scheint fast, als habe Gilbert dies richtig erkannt; dennoch schliesst er seinen Bericht mit der Bemerkung, dass das Beobachtete nicht ausreiche, irgend eine genügende Erklärung über die Art zu geben, wie dieser Ton entsteht.

Auch von Silberschmieden sind öfters dergleichen Töne bemerkt worden. — Vielleicht sind auch einige der von T. J. Seebeck an thermomagnetischen Ketten beobachteten Töne dahin zu rechnen.

Wie aber dergleichen Töne an erhitzten Metallen beliebig hervorgebracht werden können, hat Trevelyan gezeigt. (*Lond. and Edinb. phil. Mag. and Journ. of Science. Third. Ser.* No. 17. Nov. 1833.) Nachdem dieser ein Tönen bemerkt hatte, als er zufällig ein heisses Schüreisen auf einen kalten Bleiblock gelegt hatte, unternahm er eine ausführliche Untersuchung, um die Bedingungen zu ermitteln, unter denen aus der Berührung eines heissen Metalls mit einem kalten ein solches Tönen entspringt. Aus diesen Versuchen ergiebt sich Folgendes.

Der Ton entsteht, indem das heisse Metall auf dem kalten sehr schnell hin- und herwackelt; die dadurch entstehenden Schläge vermischen sich, wenn sie schnell genug erfolgen, zu dem Eindrucke eines Tones. Der Versuch gelingt unter sehr verschiedenen Bedingungen. Das heisse Metall kann die verschiedensten Formen haben, am besten die einer Barre von etwa 5 Zoll Länge, 2 Zoll Breite und $\frac{3}{8}$ Zoll Dicke, an deren eines Ende ein Stiel von etwa 6 Zoll Länge angesetzt ist. Taf. I. Fig. 7. zeigt das Instrument in der Form, welche Trevelyan als die günstigste gefunden hat; der Queerschnitt der Barre ist in Fig. 8. gezeichnet. Das Instrument, das z. B. aus Kupfer oder Messing verfertigt sein kann, ruht mit dem Ende des Stiels auf dem Tisch und mit der unteren schmalen Fläche auf einem Bleiklotz; in diesem Falle muss das Blei da, wo es vom Kupfer berührt wird, rauh gemacht werden; dagegen ist es gut, die untere Fläche des Kupfers recht glatt zu machen. Fig. 9. zeigt eine andre Form des Queerschnitts, die ich nach Trevelyan's erster Beschreibung in Messing hatte ausführen lassen und sehr geeignet gefunden habe. Drückt man auf die Barre, so wird der Ton höher. Legt man ein Stäbchen von einiger Länge queer über die Barre, so wird das Wackeln derselben sichtbarer. Das Unterstützen der Barre am Ende des Stiels ist nicht unbedingt nothwendig; ist sie auf dem Bleiklotz balancirt, so schwingt sie zugleich seitlich und auf und nieder. Ein starker Kupferring über einen kalten Bleistab gehangen, vibrirt rück- und vorwärts; legt man ihn auf einen schmalen Bleiklotz, so schwingt er auf und nieder. Auf Blei entstehn die Schwingungen am leichtesten; auf härteren Metallen bedarf es stärkerer Erwärmung. Trevelyan hat eine grosse Anzahl von Versuchen darüber angestellt, zwischen welchen Metallen der Ton entsteht, wenn das eine kalt ist und das andre heiss darauf gelegt

wird. Die Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die an der linken Seite genannten Metalle wurden als kalte Unterlage angewandt, die über jeder Columne genannten heiss darauf gelegt; die Kreuze bezeichnen die Fälle wo die Schwingung eintrat. Ich habe diese Tabelle so geordnet, dass die Namen links herunter einigermassen die Ordnung angeben, nach welcher die Metalle sich zur kalten Unterlage eignen, und die Metalle oben ungefähr in der Ordnung stehn, in welcher sie am geeignetsten sind, heiss in Schwingung zu gerathen.

	Kupfer	Silber	Fein Messing	Gold	Gewöhn. Messing	Platina	Eisen	Zink	Geschützmetall	Gusseisen	Cockmetall	Glockenmetall
Blei	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Zinnloth	+	+	+		+		+	+	+			+
Glockenmetall	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	
Zinn	+	+	+		+	+	+	+	+	+		
Blockzinnloth	+	+	+		+	+	+		+			
Pale solder	+	+	+				+	+				
Antimon	+	+	+				+	+				
Zink	+	+	+		+	+	+					
Cockmetall	+	+	+	+	+	+						
Gewöhn. Messing	+	+	+	+	+							
Geschützmetall	+	+	+		+							
Fein Messing	+	+	+	+								
Gusseisen	+	+	+									
Eisen	+	+	+									
Kopfer	+		+									
Platin	+	+										
Silber	+											
Gold												

Mit Ausnahme eines Falles, wo heisses Kupfer auf dem Boden eines gläsernen Sturzbechers in Schwingung zu gerathen schien, konnten nur mit Metallen diese Töne hervorgebracht werden. Auch entstehn keine Schwingungen, wenn man den Bleiklotz mit dünnen, nicht metallischen Körpern bedeckt.

Ueber die nächste Ursache des Tones durch die schnell wiederholten Schläge, mit denen das kalte Metall von dem heissen getroffen wird, lassen diese Versuche keinen Zweifel. Daher muss der Träger — so nenne ich die kalte Unterlage — von dem Wieger — der heissen Barre — in zwei Punkten berührt werden, und dann der letztere auf diesen beiden Stützpunkten so hin und her wackeln, dass er abwechselnd jetzt in dem einen und dann in dem andern den Träger trifft. Bei der in Fig. 9. dargestellten Form bietet die Messingbarre durch ihre zwei unteren Ränder diese Stützpunkte; bei der Fig. 7 und 8. wird das rauhe Blei leicht zwei geeignete Erhöhungen darbieten. Daher gelingt der Versuch auch leicht mit einer Barre, deren Queerdurchschnitt ein Rechteck ist, wie Fig. 10., wenn man der Unterlage absichtlich zwei Erhöhungen giebt. Bei Fig. 7 und 8. können auch wohl die beiden Ränder der schmalen unteren Fläche als Stützpunkte dienen, wie dies bei Forbes nachher zu besprechenden Beobachtungen der Fall gewesen zu sein scheint.

Es entsteht nun die zweite Frage, wie durch die Wärme hier die dauernde Schwingung unterhalten werde. Wird der Wieger kalt angestossen, so wackelt er ein Paarmal hin und her, kommt aber wegen des Verlustes, den er bei jedem Stosse an seiner Bewegung erleidet, bald zur Ruhe. Dieser Verlust ist es, der durch den Einfluss der Wärme ersetzt werden muss. Dies geschieht nach der Ansicht von Faraday, so wie von Leslie, der auch Trevelyan beigetreten ist, durch die Ausdehnung, welche das kalte Metall erleidet.

Diese Erklärung, wie sie Faraday (*Journal of the Roy. Inst. IV.* Schweigg. neues Jahrb. IV.) bestimmter angiebt, besteht in folgendem: So lange die kalte Unterlage, z. B. Blei, von dem heissen Metall berührt wird, empfängt es Wärme von demselben und dehnt sich aus, so dass eine kleine Erhöhung auf dem Blei sich erhebt; wenn aber der berührte Punkt von dem heissen Wieger, der jetzt auf die andre Seite fällt, verlassen wird, so zieht sich jene Erhöhung während der Nichtberührung wieder zusam-

men; der Raum, welchen jeder Berührungspunkt des heissen Metalls beim Fallen durchläuft, ist also grösser als der, welchen er beim Steigen vom Blei ab beschrieben hatte, so dass die fallende Seite allemal bis zu einem niedrigern Niveau gelangt, als die andre; durch diesen grösseren Fallraum gewinnt das Instrument einen Zuwachs an Bewegung, der hinreichend ist, den durch die Hindernisse und den jedesmaligen Stoss erlittenen Verlust zu compensiren, so dass das Instrument in der einmal erregten Schwingung beharrt. Man würde diese Erklärung missverstehn — wie dies in der That geschehen ist — wollte man das Emporwachsen der Bleierhöhung als eine hebende Kraft betrachten, welche dadurch, dass sie auf die eine Seite des Wiegers wirkt, derselben einen stärkeren Schwung gäbe, denn diese würde keine solche Wirkung haben können. Faraday drückt sich darüber sehr unzweideutig aus, indem er sagt: „Die Kraft wird gewonnen durch den ganzen Wieger, indem derselbe wirklich erhoben wird durch den Punkt, von welchem er gerade unterstützt wurde, und kommt zur Wirkung durch die herabsinkende Seite des Wiegers etc.“ Es ist übrigens einleuchtend, dass hierbei die Zusammenziehung, welche das heisse Metall durch den Verlust an Wärme erleidet, eine entgegengesetzte Wirkung ausübt, und daher von der Ausdehnung des kalten abgerechnet werden muss, so dass dieser Erklärung zufolge nur dann dauernde Schwingungen zu erwarten sein werden, wenn die Ausdehnung des kalten Metalls mehr beträgt, als die gleichzeitige Zusammenziehung des heissen.

Faraday schreibt noch einem anderen Umstande einen Theil der Wirkung zu. Indem nämlich der in der Erhitzung begriffene Stützpunkt sich dem in der Abkühlung befindlichen nähert, werde dem Instrument eine seitliche Bewegung ertheilt, die seiner Schwingung zu Statten komme. Wechselte diese seitliche Bewegung in der Art, dass jene Näherung nur während des Steigens des Schwerpunktes stattfände, während seines Fallens aber sich in die entgegengesetzte Bewegung verwandelte, so würde sie allerdings die in Rede stehende Wirkung haben müssen; dauert sie dagegen, wie dies hier der Fall ist, in gleichem Sinne fort, so muss sie, während der Schwerpunkt fällt, eine entgegengesetzte Wirkung haben, und daher die während seines Steigens erzeugte compensiren. Ist nun gleich diese Compensation hier nicht vollständig,

weil die Mittheilung von Wärme in abnehmendem Maasse erfolgt, so scheint doch der kleine davon übrig bleibende Effect unwesentlich zu sein, und kann, wie man weiterhin sehn wird, ohne merkliche Beeinträchtigung des Erfolges beseitigt werden.

Was aber den Hauptheil von Faraday's Erklärung betrifft, so wird die Frage entstehn 1) ob die geringe Menge Wärme, welche während einer so kurzen Berührungszeit mitgetheilt wird, und die auch nur eben so viel Zeit hat, sich wieder zu verlieren, hinreichend ist, um jene Bewegung zu unterhalten, und 2) ob die Erklärung von der Erfahrung darin bestätigt wird, dass in allen den Fällen, wo der Ton entsteht, die Ausdehnung des kalten Metalls wirklich mehr beträgt, als die Zusammenziehung des heissen.

In dieser letzteren Beziehung hat Forbes (*London and Edinb. phil. Magaz. and Journ. of Science. Third. Ser. IV.*) diese Erklärung bestritten.

Faraday nämlich bezeichnet als Grund, warum vorzüglich das Blei sich zur Unterlage eignet, nicht nur den grossen Ausdehnungscoefficienten dieses Metalles, sondern auch den Umstand, dass es wegen seiner geringen Wärmeleitung die Wärme mehr an der Berührungsstelle zusammenhalte, und sich daher stärker ausdehne. In Betreff des letzteren Punktes nun erinnert Forbes, dass die grössere oder geringere Ausbreitung der Wärme in einem Körper keinen Einfluss auf seine Ausdehnung habe, indem es für den Betrag derselben gleich ist, ob weniger Theile eine starke, oder mehrere eine so viel mal schwächere Erwärmung erleiden; daher komme die Leitung der Wärme nur in so fern in Betracht, als davon die Schnelligkeit ihrer Mittheilung abhänge, und es lasse diese Erklärung vielmehr erwarten, dass eine gute Wärmeleitung ebensowohl des kalten, als des heissen Metalles stets dem Versuche günstig sein müsse; im Uebrigen mache sie die Erscheinung nur von dem Ausdehnungscoefficienten der beiden Metalle abhängig, denn da die Zusammenziehung des heissen Metalls weniger als die Ausdehnung des kalten betragen müsse, so müsse immer das heisse Metall den kleineren Ausdehnungscoefficienten haben; dies stehe aber mit der Erfahrung in Widerspruch, indem z. B. heisses Silber auf kaltem Eisen tönt, obgleich die Ausdehnung des Eisens geringer ist, als die des Silbers. Forbes hält, was Faraday über den Einfluss der Wärmeleitung sagt, für ein Versehen; allein das ist nicht der Fall, denn es kommt hier nicht auf

die gesammte Volumenänderung der beiden Metalle, sondern auf die lineare Ausdehnung und Zusammenziehung an, die sie an den Berührungspunkten, und zwar in der vertikalen Dimension erleiden. Obgleich jene (die Volumenänderung) nur von der Menge der mitgetheilten Wärme abhängt, von deren Vertheilung aber unabhängig ist, so gilt doch dasselbe keineswegs von der Linearausdehnung, sondern diese beträgt allerdings um so mehr, je weniger die Wärme sich ausbreitet. Ich werde diesen Einfluss weiter unten genauer untersuchen.

Forbes hat auch eine Reihe von Beobachtungen über diesen Gegenstand angestellt, und diese, oder vielmehr die allgemeinen Folgerungen, welche er daraus zieht, stehn in mehreren Punkten mit den Versuchen Trevelyan's im Widerspruch. Er zieht nämlich aus seinen Versuchen folgende drei Schlüsse:

1) Beide Substanzen müssen metallisch sein.

2) Die Schwingungen finden nie statt zwischen Substanzen von einerlei Stoff.

3) Die Stärke der Schwingungen ist (innerhalb gewisser Grenzen) dem Unterschiede des Leitungsvermögens für Wärme (*oder Electricität*) proportional, indem das schlechter leitende Metall als das kalte angewandt werden muss.

Dem ersten dieser Sätze scheint eine wenn auch unvollkommene Beobachtung von Trevelyan zu widersprechen. Mit den beiden letzten stehn mehrere in der obigen Tabelle enthaltene Resultate im Widerspruch.

Forbes stellt die Metalle nach ihrer Wärmeleitung und ihrer Fähigkeit zu schwingen in folgende Reihe: Silber, Kupfer, Gold, Zink, Messing, Platin, Eisen, Zinn, Blei, Antimon, Wismuth *); in Beziehung auf ihre Fähigkeit als kalte Unterlage bei dem Versuche zu dienen, stehn sie in umgekehrter Ordnung. Diese Reihe stimmt, wie man sieht, ziemlich mit der Ordnung überein, in welche sich auch nach Trevelyan's Versuchen die Metalle stellen, und da dieser in allen den Fällen, wo Forbes Töne erhielt, sie ebenfalls beobachtete, nicht aber umge-

*) Antimon und Wismuth stellt er zuletzt, weil sie weder heiss als Wieger, noch kalt als Träger angewendet, eine Schwingung geben. Ich habe jedoch keine Schwierigkeit gefunden, eine Messingbarre auf diesen beiden Metallen zum Tönen zu bringen, besonders wenn der Versuch in der Art wie Fig. 10 angestellt wurde.

kehrt, so ist zu vermuthen, dass dieser nur die Bedingungen nicht getroffen, unter denen jener einen Theil seiner Resultate erhielt, Bedingungen, die Trevelyan allerdings selbst nicht weiter bezeichnet, die jedoch, wie ich nachher zeigen werde, nicht schwer zu entdecken sind.

Was die Erklärung der Erscheinung betrifft, so stellt Forbes die Hypothese auf, dass beim Uebergange der Wärme aus einem besseren Leiter in einen schlechteren eine Abstossung zwischen beiden erzeugt werde. Allein gesetzt auch, dass eine solche wirklich stattfände, so überzeugt man sich doch leicht, dass sie in keinem Falle die Wirkung haben würde, welche hier dadurch erklärt werden soll. Denn fände der Uebergang von Wärme während der ganzen Berührungsdauer gleichmässig statt, so würde auch diese Kraft fortwährend dieselbe Stärke behalten, und dann der Bewegung während zwei Viertelschwingungen eben so sehr entgegenwirken, als sie dieselbe während der beiden andern beförderte; erwägt man aber, dass die Mittheilung von Wärme im Anfange der Berührung am stärksten sein muss, so findet man dass jene Kraft die Bewegung des Wiegers mehr hemmen als befördern würde. Man müsste also über sie ganz andre Annahmen machen, welche nicht weiter erörtert zu werden brauchen.

Ueber den Versuch selbst sind zuvörderst noch ein Paar Thatsachen aufzuführen.

Die Schwingungen finden eben sowohl statt, wenn man das heisse Metall, z. B. Kupfer oder Messing feststellt, und das kalte, z. B. Blei beweglich darauf legt, ohne jedoch mit dieser Umkehrung ihrer Lage auch ihre Temperaturen zu vertauschen. Ich werde jedoch im Folgenden immer das heisse Metall als schwingende und das kalte als den Träger annehmen.

Nach einer Beobachtung von Leslie (*Edinb. Journ. of Sc. N. S. XI.* 142.) dauern die Schwingungen im Vacuum der Luftpumpe fort.

Die Stärke der Schwingungen nimmt im Allgemeinen mit der Temperaturdifferenz der beiden Metalle zu; eine Ausnahme davon fand Forbes wenn sehr heisses Eisen auf Blei gelegt wurde, wovon der Grund wohl hauptsächlich in einem Erweichen der kleinen Bleierhöhungen gelegen haben mag.

Eine leitende Verbindung zwischen den beiden Berührungspunkten ist nicht nothwendig. Ich habe sowohl den heissen Wie-

ger aus zwei Stücken so zusammengesetzt, wie Fig. 11. im Queerschnitt zeigt, als auch das Blei zwischen den beiden Berührungspunkten durchgeschnitten, und in beiden Fällen die Theile durch schlechte Leiter der Wärme und Electricität von einander getrennt und gegen einander gepresst; die Schwingungen entstanden alsdann eben so leicht, als wenn Wieger und Träger jedes aus einem Stück bestand.

Wie die Schwingungen langsamer gemacht werden können durch ein grösseres Bewegungsmoment des Wiegers, so können sie auch, wenn dieses klein ist, sehr schnell werden. Ich habe mehr als 800 und weniger als 2 Schläge in 1 Secunde beobachtet, und es würde keine Schwierigkeit haben, diese Grenzen noch viel mehr zu erweitern.

Häufig hört man ausser dem Haupttone noch andre. Faraday schreibt sie fremden Ursachen zu, als: dem Klingen des Metalls, der Erzitterung des Tisches etc. Sie mögen indess wohl auch durch den Mangel an Isochronismus der Schläge entstehn. Denn wenn das Bewegungsmoment des Wiegers in Beziehung auf die beiden Stützpunkte ungleich ist, was sehr leicht eintreten wird, so wird zu einer linken Halbschwingung eine andre Zeit als zu einer rechten gebraucht, und es entsteht ein System von Stössen, deren Zwischenzeiten abwechselnd t und t′ sind. Auch kann es begegnen, dass der Wieger den Träger in mehr als zwei Punkten trifft, woraus dann noch mehr verschiedne Zwischenzeiten entspringen. Dass in solchen Fällen mehrere Töne entstehn können, sieht man aus den pag. 9. beschriebenen Beobachtungen.

Die widerstreitenden Ansichten über die Erklärung der in Rede stehenden Erscheinung, und die Widersprüche, welche ich sogar über die Bedingungen vorfand, unter denen sie eintreten soll, veranlassten mich den Gegenstand einer genauen Untersuchung zu unterwerfen, deren Ergebnisse man in Poggend. Ann. LI. 1. findet, und wovon die Hauptsache im Folgenden angegeben werden soll. Ich ging an diese Arbeit in der Voraussetzung, dass die Kraft, um die es sich hier handelt, messbar sein müsse, dass aus solchen Messungen sich ergeben müsse, von welchen Eigenschaften beider Metalle sie eine Function sei, und dass sich daraus werde schliessen lassen, ob die Erscheinung durch die bekannten Wirkungen der Wärme erklärt werde, oder die Annahme einer neuen Kraft nöthig mache.

Ich habe bei einem grossen Theile meiner Versuche folgendes Verfahren angewendet. Ich befestige an dem Instrument, welches wagerecht liegt, eine senkrecht nach unten gerichtete, 2 bis 3 Fuss lange Holzleiste (S. Fig. 12); an ihrem unteren Ende oder auch an einer anderen Stelle derselben ist ein Brettchen angebracht, auf welches Gewichte gestellt werden können. Ich werde diese Leiste den Pendelstab nennen. Legt man nämlich den so eingerichteten Wieger auf eine geeignete Unterlage und erhitzt ihn, so schwingt er hin und her, und mit ihm zugleich die daran befestigte Leiste, welche dann eine pendelartige Bewegung macht, und daher, zumal wenn sie noch Gewichte trägt, die Schwingungen viel langsamer macht, so dass natürlich die Schläge sich nicht mehr zum Tone vermischen, sondern einzeln hörbar und zugleich sehr sichtbar sind. Man kann diesen Apparat so lange als man will in Bewegung erhalten, so dass er, wie das Pendel einer Uhr, ununterbrochen schwingt, indem man eine kleine Lampe unter dem Wieger anbringt, die ihn fortwährend heiss erhält. Durch diese Construction des Apparates können 1) die Schwingungen beliebig langsam gemacht werden, 2) wird dadurch auf eine nachher anzugebende Weise die Grösse jener Wirkung der Wärme messbar, welche die Schwingungen dauernd unterhält, und 3) gestattet der Apparat, indem er die Schwingungen so sichtbar macht, auch die Fälle zu beobachten, wo die Wärme, anstatt die Bewegung zu befördern, sie vielmehr vermindert. Es kam z. B. ein Instrument aus Kupfer, auf eine Unterlage von Blei gelegt, und durch Anstossen auf eine Amplitude von 4° gebracht, wenn beide Metalle kalt waren, nach einer gewissen Anzahl von Schlägen zur Ruhe; wurde das Kupfer erhitzt, so beharrte es in dauernder Schwingung; war dagegen das Blei erhitzt und das Kupfer kalt, so kam es fast dreimal schneller zur Ruhe, als wenn beide kalt waren.

Den Träger habe ich, um ihn gehörig festzustellen, gewöhnlich in einen Schraubstock eingespannt. Die Berührung mit dem Eisen des Schraubstocks hat, wie ich mich überzeugt habe, keinen Einfluss auf den Versuch, wenn der eingeklemmte Träger nicht zu klein ist. In wie fern dabei seine Grösse zu berücksichtigen ist, wird sich im Folgenden zeigen.

Ich wende mich nun zuerst zu der Entscheidung jener Fragen, über welche Trevelyan und Forbes entgegengesetzte Re-

sultate erhalten haben, und welche allein schon sehr entscheidend für die Erklärung sind, nämlich 1) kann der Wieger und der Träger von einerlei Metall sein und 2) können zwei Metalle ihre Ordnung umkehren, in der Art, dass das Metall, welches vorher heiss auf einem anderen, kalten in Schwingung gerathen war, auch umgekehrt kalt als Träger für das letztere, nunmehr erhitzte dienen kann?

Unter welcher Bedingung ein solcher Erfolg eintreten werde, war, wenn Faraday's Erklärung die richtige ist, leicht zu finden. Um nämlich z. B. ein Instrument aus Kupfer auf einer Unterlage von demselben Metalle in Schwingung zu erhalten, kam es darauf an, die Ausdehnung des Trägers grösser zu machen, als die Zusammenziehung des Wiegers, jedoch nicht die gesammte Volumenänderung — denn diese muss, wenn das kalte Kupfer die Wärme empfängt, die das heisse verliert, nothwendig an beiden gleich sein — sondern die Linear-Ausdehnung und Zusammenziehung nach der vertikalen Richtung. Diess musste eintreten, wenn an dem Träger die Ausbreitung der Wärme nach den Seiten möglichst gehindert, und nur die nach unten gestattet wurde, also wenn der Träger die Gestalt zweier Pyramiden, dünnen Prismen oder dergl. erhielt, wenn er in zwei Erhöhungen auslief. In der That habe ich auf diese Weise sowohl die Töne, als auch, bei Anwendung des Pendelstabes, die langsameren Schwingungen so vollkommen erhalten, als in irgend einem andern Falle; das Instrument aus Kupfer kommt auf zwei vertikalen Kupferdrähten (wie Fig. 13.) oder Kupferspitzen sehr leicht in anhaltende Schwingung. Um sicher zu sein, dass das als Träger dienende Kupfer ganz von derselben Beschaffenheit, wie der Wieger war, liess ich von dem Instrument selbst ein Stück abschneiden und arbeitete an diesem zwei pyramidale Spitzen heraus; wurde nun das Instrument erhitzt auf diese Spitzen gelegt, so tönte es. Man könnte einwenden, dass das Instrument durch das Erhitzen anlaufe, und also doch nicht zwei ganz gleichartige Oberflächen in Berührung seien. Dieser Einwurf wird durch folgenden Versuch widerlegt. Ich liess an dem Wieger zwei Spitzen herausarbeiten und legte diese auf eine ebne Unterlage von demselben Kupfer. (S. Fig. 14.) Wurde nun der Wieger erhitzt, so waren Schwingungen zu erwarten, wie vorhin, wenn eine Oxydation des heissen Metalls die Ursache war; wenn dagegen die Schwingungen auf dem vorhin

bezeichneten Umstande beruhten, so mussten sie jetzt nicht allein nicht dauernd sein, sondern auch nach dem Anstossen sich schneller vermindern, als wenn das Instrument kalt war. In der That fand nun das letztere statt, wovon ich mich durch die oben angegebne Art des Versuchs bestimmt überzeugt habe. Es ist also die Berührung zwischen zwei ungleichen Stoffen nicht eine nothwendige Bedingung des Versuchs.

Durch ein gleiches Verfahren kann nun auch natürlich die vorhin erwähnte Umkehrung der Ordnung der Metalle leicht bewirkt werden. Nach allen Beobachtungen z. B. kommt heisses Kupfer oder Silber auf kaltem Messing leicht in Schwingung; umgekehrt habe ich ein Instrument von Messing sehr leicht auf kaltem Kupfer oder Silber zum Tönen gebracht, indem ich es mit seiner ebnen Unterfläche auf zwei neben einander gestellte dünne Drähte, Blechstreifen oder Spitzen von einem dieser Metalle legte. Je dünner diese sind, desto leichter tritt die Schwingung ein, so dass sie, wenn dieselben sehr dünn waren, schon erfolgte, wenn die Temperatur des Messings nur um 50° höher war als die ihrige. — Ich habe auf diese Weise die Ordnung der Metalle so vollständig umgekehrt, dass ich sogar heisses Blei auf kaltem Kupfer in dauernde Schwingung versetzte, indem ich als Träger zwei senkrecht neben einander gestellte Kupferdrähte (wie Fig. 13.) anwandte, und die Schwingungen des Blei's durch den Pendelstab ziemlich langsam machte. Sehr schnelle Schwingungen von Blei sind nicht zu erlangen, da es wegen seiner schlechten Wärmeleitung hierzu sehr spitze Träger verlangen würde, die es wegen seiner Weichheit nicht verträgt. Ebenso habe ich Schwingungen von Blei auf Eisen hervorgebracht. Ich stehe nach diesen Versuchen nicht an zu behaupten, dass jedes heisse Metall auf jedem kalten unter geeigneten Umständen in dauernde Schwingung versetzt werden kann.

Diese Beobachtungen zeigen, dass die Gestalt, welche die beiden Metalle in der Nähe der Berührungspunkte haben, eben so viel Einfluss auf den Erfolg des Versuchs haben kann, als die specifischen Eigenschaften dieser Metalle. Sie sprechen aus diesem Grunde eben so sehr gegen die Annahme einer durch die Berührung der ungleich erwärmten Metalle hervorgerufenen besonderen Kraft, welche ohne neue Hülfshypothesen damit unvereinbar sein würde, als für die Erklärung Faraday's, indem sie zeigen, dass

jener Einfluss der Gestalt ganz von der Art ist, wie er nach dieser Erklärung erwartet werden musste.

Eine weitere und sehr vollständige Bestätigung dieser Ansicht fand ich, als ich die Grösse der vermutheten Ausdehnung und Zusammenziehung des Trägers unter verschiedenen Bedingungen der Messung unterwarf.

Ich werde eine Versuchsreihe dieser Art vollständiger beschreiben. — Als Träger gebrauchte ich zwei Zinkbleche von 0,17 Lin. Dicke. Ich wählte dieses Metall wegen seines grossen Ausdehnungscoefficienten; Blei und Zinn können zu den Messungen wegen ihrer Weichheit nicht wohl gebraucht werden. Die beiden Zinkbleche hatten die in Fig. 12. angezeigte Gestalt und waren zwischen drei andre dickere Zinkstücke so gefasst und in den Schraubstock eingespannt, dass sie, in einem geringen Abstande neben einander, aus jenen Stücken hervorragten, und daher allein vom Instrument berührt werden konnten; auch waren die letzteren so ausgefeilt, dass die in den Berührungspunkten mitgetheilte Wärme sich erst in dem dünnen Zinkblech einige Linien weit auszubreiten hatte, ehe sie an die einschliessenden Stücke gelangte. Der Wieger von Kupfer hat eine rechtwinklig prismatische Gestalt; er ruht mit seinem kupfernen Stiel auf einem harten aber nicht metallischen Rande, mit dem vorderen Theile seiner ebnen Unterfläche aber auf den beiden Zinkblechen, so dass die Spalte zwischen diesen letzteren dem Stiel parallel ist. Die drei Stützpunkte, die er auf diese Weise hat, sind sehr genau in eine wagerechte Ebne gebracht und der Pendelstab senkrecht nach unten gerichtet. Um theils das Bewegungsmoment, theils die Schnelligkeit der Schwingungen abzuändern, hatte ich an dem Pendelstabe drei Brettchen angebracht, 7, 14 und 28 Zoll vom Kupfer, und belastete diese bei verschiedenen Versuchen mit verschiedenen Gewichten, nämlich 4 Loth, 16 Loth und 2 Pfund. — Um aber dem Kupfer eine constante und bei allen Versuchen gleiche Temperatur zu geben, bringe ich unter demselben nahe dem Stiele eine kleine Spirituslampe an und regulire sie so, dass einige Stückchen der Rose'schen Legirung, die auf dem Instrumente liegen, geschmolzen werden, mit Ausnahme derjenigen, welche am äussersten Rande desselben, am weitesten von der Lampe entfernt liegen. Man gelangt auf diese Weise ziemlich leicht dahin, die Temperatur des Instruments mehrere Stunden ohne merk-

liche Veränderung zu erhalten, und es kann die Temperatur des Wiegers auf etwa 80° R. oder wenig höher angenommen werden, so dass, bei einer Temperatur des Zimmers von etwa 14°, das Kupfer um 65° bis 70° R. erwärmt war. — Ist der Apparat so aufgestellt, so kommt er beim leisesten Anstosse in Bewegung und die Schwingungen vergrössern sich allmählich von selbst bis zu einer gewissen Amplitude, welche sie dann beibehalten, so lange die Temperatur ungeändert bleibt*). Auf dieselbe Amplitude gehn sie auch zurück, wenn man das Instrument durch Anstossen in eine stärkere Bewegung versetzt hat. Diese constante Amplitude, welche mit α bezeichnet werde, wird an einer hinter dem Pendelstabe aufgestellten Scala abgelesen, die auf 5 Minuten getheilt, noch einzelne Minuten zu schätzen gestattet. Nachdem die Lampe ausgelöscht und das Instrument im Laufe einiger Stunden vollkommen erkaltet ist, wird es durch Anstossen auf eine Amplitude gebracht, die etwas grösser ist, als die vorige, und nun beobachtet, wie viel Schwingungen es macht bis sich die Amplitude um ein Bestimmtes vermindert hat, woraus sich ergiebt, um wie viel sich die Amplitude bei jedem einzelnen Schlage vermindert; diese letztere Grösse heisse $\Delta\alpha$. Ausserdem muss man noch *kennen den* Abstand der beiden Zinkbleche von einander, welcher d heisse und bei dem in Rede stehenden Versuche 1,7 Linien betrug; ferner die Entfernung vom Stützpunkte des Stiels bis zu den beiden Punkten wo das Instrument auf den Zinkblechen ruht; diese Entfernung, welche D genannt werde, betrug 11,3 Lin.; endlich die Lage des Schwerpunkts am Instrument; es werde der Stützpunkt des Stiels als Anfangspunkt der Abscissen und die von da nach der Zinkspalte gezogne Linie als Abscissenlinie genommen; die Abscisse des Schwerpunkts heisse A, seine Ordinate L. Aus diesen Daten lässt sich berechnen, wie viel die periodische Ausdehnung und Zusammenziehung des Zinks in der Richtung einer durch den Berührungspunkt gezognen Senkrechten betragen muss, wenn man die dadurch entstehende Vergrösserung des Fallraums als die die Bewegung unterhaltende Ursache ansieht. Es wird

*) Der schwächste Anstoss reicht hin die Schwingungen einzuleiten, und wenn der Pendelstab unbelastet ist, treten diese fast immer von selbst, d. h. durch unvermeidliche kleine Erschütterungen ein.

nämlich diese Grösse, die ich der Abkürzung wegen die Hebung nennen will

$$= \frac{D}{A} \cdot L\Delta\alpha \frac{\sin. \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}{\cos. \frac{1}{2}\beta}$$

wo $\operatorname{tg} \frac{1}{2}\beta = \frac{1}{2} \frac{d}{L} \cdot \frac{A}{D}$, oder mit einer für die beobachteten Fälle hinreichenden Abkürzung, da d viel kleiner als L ist,

$$\frac{D}{A} \cdot L\Delta\alpha \tfrac{1}{2}(\alpha + \beta).$$

Man erhält diese Formel, wenn man sich nach jedem Schlage den nicht in Berührung befindlichen Stützpunkt um $\Delta\alpha$ heruntergerückt denkt, wodurch, während der ganze Apparat allmählich etwas tiefer sinkt, die schwingende Bewegung unterhalten werden würde. Die Wirkung der abwechselnden Abkühlung und Erwärmung der Stützpunkte unterscheidet sich nur darin, dass der erst gesunkene Stützpunkt während seiner Berührung mit dem heissen Instrument wieder gehoben wird, und dabei einen Druck gegen dasselbe ausübt, der nicht ganz central ist, dessen Wirkung jedoch, wie sich zeigen lässt, gegen jene Hauptwirkung vernachlässigt werden kann. Der berechnete Werth ist eigentlich der Unterschied zwischen der Linearveränderung des Zinks und der, welche gleichzeitig der kupferne Wieger an den Berührungspunkten erleidet; allein bei der geringen Dicke der Zinkbleche kann die letztere im Vergleich mit der ersteren nur so gering sein, dass sie vernachlässigt werden darf.

Folgende Tabelle enthält die in den bereits bezeichneten Fällen beobachteten Werthe der in Rechnung kommenden Grössen, nebst der daraus berechneten Hebung. Die erste Spalte enthält P, das Gewicht des Wiegers (einschliesslich der am Pendelstabe angebrachten Beschwerung) in Lothen; die zweite und dritte die Ordinate und Abscisse des Schwerpunktes in Pariser Linien; die vierte die beobachtete Schwingungsweite α; die fünfte giebt an, wie viel einzelne Schläge das Instrument, wenn es kalt war, machen musste, damit sich der Schwingungsbogen um 100 Minuten verminderte, so dass die angegebne Zahl $= \frac{100}{\Delta\alpha}$, wenn $\Delta\alpha$ in Minuten ausgedrückt wird; die sechste Spalte enthält die daraus berechnete Hebung h, d. h. die periodische Linear-Ausdehnung und Zusammenziehung des Zinks in Pariser Linien; in der siebenten

ist unter N angegeben, wie viel einzelne Pendelschläge das Instrument während einer Minute machte.

P	L	A	α	$\frac{100}{\Delta\alpha}$	h	N
102,5	206''',3	74''',4	6° 28'	535	0''',00100	73
=	102,8	=	6 18	327	0,00084	106
=	48,6	=	5 14	165	0,00074	152
54,5	105,7	77,7	6 30	274	0,00101	74
=	57,0	=	6 0	174	0,00086	107
=	31,6	=	5 12	109	0,00078	137
42,5	43,1	79,6	6 14	129	0,00093	83
=	27,5	=	5 38	93	0,00086	112
=	19,3	=	5 14	72	0,00084	126

Man sieht aus diesen Zahlen, dass, wie verschieden auch die Schwere des schwingenden Instruments und die Lage seines Schwerpunkts genommen werde, doch die berechnete Hebung nur von der Dauer der Berührung abhängt, und, wie zu erwarten war, um so kleiner ausfällt, je kürzer die Berührung dauert.

Auch als ich den Schwerpunkt noch näher an die Stützpunkte heran, und selbst über diese hinaufrückte, erhielt ich bei einer freilich viel geringeren Genauigkeit des Versuchs ähnliche Resultate. Bei grösserem Abstande der beiden Zinkbleche von einander war die Amplitude kleiner, gab aber nahe gleiche Werthe der Hebung. An dickerem Zinkblech dagegen ist dieselbe kleiner.

Diese Resultate erscheinen unvereinbar mit der Annahme einer abstossenden Kraft, stehn dagegen in vollkommnem Einklang mit Faraday's Erklärung. Namentlich scheint auch die berechnete Hebung, z. B. $\frac{1}{1000}$ Linie bei einer Berührung von $\frac{4}{5}$ Secunden, keineswegs zu gross bei einem Metalle, welches durch kaum 30° R. um $\frac{1}{1000}$ seiner Länge ausgedehnt wird. Wenn dies aber hier bei diesen langsamen Schwingungen gilt, so gilt es auch ohne Frage bei den sehr viel schnelleren des gewöhnlichen Versuchs, wo zwar während der kurzen Berührung sehr viel weniger Wärme mitgetheilt werden kann, aber auch eine äusserst geringe Hebung nöthig ist, um den kleinen Verlust einer an sich schon so geringen Bewegung zu compensiren.

Ich kehre zu den Messungen zurück. Eisenblech von gleicher

Dicke statt des Zinks gab eine 2⅔mal kleinere Hebung; da es nun bekannt ist, dass Eisen sich bei gleicher Erwärmung 2⅔mal weniger ausdehnt, als Zink, und dass beide Metalle gleiche Wärmeleitung besitzen — auch die Capacität macht wenig Unterschied — so bestätigt diese Beobachtung Faraday's Erklärung auch von der Seite, dass die aus dem Versuch berechnete Hebung unter übrigens gleichen Umständen dem um 1 verminderten Ausdehnungscoefficienten proportional ist.

Um andrerseits den Einfluss der Wärmeleitung des Trägers zu prüfen, habe ich in derselben Weise eine Anzahl Messungen an verschiedenen Metallen angestellt, die ich in Gestalt von Drähten, wie Fig. 13., anwandte. Dabei war es zugleich nöthig den Einfluss, welchen die Dicke der Drähte und ihre Länge (d. h. die Länge der aus dem Schraubstock hervorragenden Enden) ausübt, einigermassen zu prüfen. Diese Fälle gestatten, wenn man gewisse Einflüsse vernachlässigt, eine leichte theoretische Behandlung. Ich habe nämlich

a) vorausgesetzt, dass die Dicke der Drähte unbeträchtlich sei im Vergleich mit dem einem merklichen Temperaturwechsel ausgesetzten Theile ihrer Länge.

b) Es ist der ungleiche Einfluss vernachlässigt, welchen die an den Oberflächen der Drähte aus- und einstrahlende Wärme auf ihren Temperaturzustand hat.

c) Wie in den obigen Versuchen ist die geringe Linear-Zusammenziehung des kupfernen Wiegers vernachlässigt gegen die viel grössere Ausdehnung der Drähte.

d) Es ist angenommen, dass das eingeklemmte Ende des Drahtes durch den Schraubstock auf einer constanten Temperatur erhalten werde, und dass auch das obere Ende des Drahtes während der Dauer der Berührung mit dem Wieger durch diesen auf einer nahe constanten erhöhten Temperatur gehalten werde.

Obgleich die unter solchen Voraussetzungen abgeleiteten Resultate nur eine angenäherte Gültigkeit haben können, und andrerseits die Beobachtung gewissen Schwierigkeiten unterworfen ist, die ihr nur einen mässigen Grad von Genauigkeit zu geben erlauben, so wird bei der grossen Verschiedenheit, welche die Metalle in ihren thermischen Eigenschaften zeigen, eine ziemlich gute Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung zulässig.

Folgende Gesetze, welche unter jenen Voraussetzungen sich

ergeben, sind von mir mit der Erfahrung verglichen und übereinstimmend gefunden werden.

Die Hebung, d. h. die periodische Ausdehnung oder Zusammenziehung welche die Drähte in ihrer Längenrichtung durch die wiederholte Berührung mit dem heissen Wieger und die darauf folgende Abkühlung erleiden, hängt ab

1) vom Ausdehnungscoefficienten und ist dem um 1 verminderten Coefficienten proportional, wie dies bereits oben für Bleche in einem Falle nachgewiesen worden ist.

2) Von der Dicke der Drähte. Da der Wieger den oberen Queerschnitt des Drahtes nicht ganz, sondern immer nur in einem Punkt oder in einer Linie berühren kann, so muss bei grösserer Dicke sich die mitgetheilte Wärme mehr zur Seite ausbreiten und daher die zur Messung kommende vertikale Linearausdehnung geringer sein. Dies wird bestätigt durch Beobachtungen, die ich an Kupfer- und Eisendrähten angestellt habe.

3) Von der Länge der Drähte. Wenn man die Länge der aus dem Schraubstock hervorragenden Drahtenden von Null wachsen lässt, so muss mit ihr die Hebung von Null an wachsen, wenngleich nicht in demselben Verhältniss. Dies wird bestätigt durch folgende mit vieler Sorgfalt ausgeführte Beobachtung.

Am Kupferdraht von 0''',38 Dicke betrug

bei einer Länge von 1''',8 die Hebung 0''',00120
" " " " 2''',8 " " 0''',00149
" " " " 4''',3 " " 0''',00164

wenn das Instrument 74 Schläge in der Minute machte. Allein das Wachsen der Hebung hat eine Grenze; denn wenn die Länge des Drahtes so gross genommen wird, dass der periodische Temperaturwechsel gegen sein unteres eingeklemmtes Ende hin unmerklich wird, so wird durch die so vermehrte Länge nicht nur keine Vergrösserung der Hebung, sondern im Gegentheil eine Verminderung derselben hervorgebracht, weil nun der dem Temperaturwechsel unterworfene Theil sich nicht so gut abkühlen kann, als wenn der Draht kürzer wäre. Die Hebung wird daher bei einer gewissen Länge ein Maximum erreichen und bei einer weiter zunehmenden Länge wieder abnehmen. Bei dem eben erwähnten Versuche war dies Maximum noch nicht erreicht; an einem dickeren Draht musste es früher eintreten; in der That beobachtete ich an Kupferdraht von 0''',66 Dicke

bei einer Länge von 2''',8 eine Hebung von 0''',00112
» » » » 4''',4 » » » 0''',00128
» » » » 6''',6 » » » 0''',00116.

An Eisendraht von 0''',42 Dicke schien dies Maximum bei einer geringeren Länge einzutreten, wie dies auch bei der geringeren Wärmeleitung dieses Metalls der Fall sein muss.

4) Die Hebung hängt ab von der Wärmeleitung und Capacität der Drähte. Unter den vorhin angegebenen Voraussetzungen kann in einem sehr geringen Abstande vom Berührungspunkte die Fortpflanzung der Wärme im Draht als linear angesehen und die Theorie darauf angewendet werden, welche Fourier (*Théor. de la Chaleur Chap. IX.*) für solche Fortpflanzung giebt. Wenn man nämlich eine Masse an einem Ende auf einer constanten erhöhten Temperatur erhält, und die in's Innere dieser Masse übergehende Wärme nur nach einer Richtung fortschreitet, so ist die Entfernung von der Endfläche, in welcher nach einer gegebnen Zeit eine gegebne Temperaturerhöhung eingetreten ist, proportional $\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{c}}$, wo K die Wärmeleitung und c die Wärmecapacität nach Volumen bedeutet. Nimmt man daher Drähte aus verschiedenem Stoffe und wählt die Länge und Dicke derselben proportional $\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{c}}$, so muss sich die Wärme in ihnen auf ganz entsprechende Weise, nur mit ungleicher Geschwindigkeit verbreiten, und daher die Hebung proportional $E\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{c}}$, sein, wenn unter E der um 1 verminderte Ausdehnungscoefficient verstanden wird. Es ist hierbei vorausgesetzt, dass die Ausdehnung, in welcher der Draht vom Wieger berührt wird, seinen Dimensionen proportional sei, eine Bedingung, der sich nicht genau genügen lässt, und in deren mangelhafter Erfüllung wohl die erheblichste Fehlerquelle für vergleichende Versuche an verschiedenen Metallen liegen mag; denn wenn man auch die Enden der Drähte bei allen Versuchen sehr gleichmässig zugerichtet hat, so erleidet doch deren Oberfläche unter den Schlägen des Instruments eine kleine Veränderung, so dass bei den weicheren Metallen die Berührung vollkommner wird als bei den härteren. — In der folgenden Tabelle ist die Hebung angegeben, die ich an einigen Drähten (bei 74 Schwingungen in einer Minute) beobachtet habe, und

mit der des Kupfers in der Art verglichen, dass ich aus den bereits angeführten Beobachtungen an Kupferdraht durch Interpolation die Hebung für verschiedene Längen und Dicken dieses Metalls abgeleitet habe, woraus dann nach dem eben aufgestellten Gesetze berechnet ist, welche Hebung für die anzuführenden Metalle nach den anderweitig bekannten Werthen von E, K und c zu erwarten waren.

	Dicke.	Länge.	Hebung	
			beobachtet.	berech. nach der d. Kupfrs.
Silber	0''',57	3''',8	0''',00185	0''',00183
Zink	0,38	3,2	0,00173	0,00189
Eisen	0,42	1,8	0,00042	0,00051
"	"	2,8	0,00042	0,00058
"	"	4,3	0,00032	0,00052
"	0,24	1,9	0,00072	0,00069

Erwägt man einerseits die mancherlei Fehlerquellen dieser Messungen und andrerseits die nicht unbeträchtliche Ungenauigkeit der sämmtlichen Data, welche den berechneten Werthen zum Grunde liegen, so wird man in diesen Beobachtungen im Allgemeinen eine grosse Uebereinstimmung finden. Nur die am dickeren Eisendraht beobachteten Werthe sind beträchtlich kleiner als die berechneten, was sich jedoch aus einigen der hier vernachlässigten Einflüsse genügend erklärt. An Platindraht fand ich die Hebung sehr gering; doch sind die Angaben sowohl über die Wärmeleitung*) als über die Ausdehnung dieses Metalls so verschieden, dass die Berechnung hier ganz unsicher wird.

Obgleich ich auf diese Versuche viele Sorgfalt verwendet habe, so zweifle ich doch nicht, dass es möglich sein würde ihnen eine grössere Genauigkeit zu geben, wenn es darauf ankäme mittelst derselben gewisse Gesetze der Mittheilung und Verbreitung von Wärme empirisch zu prüfen. Auf jeden Fall aber reichen sie für den Zweck, den ich hier zunächst im Auge hatte, voll-

*) Forbes stellt nach seinen mit Fourier's Contactthermometer gemachten Beobachtungen, die im Uebrigen dieselbe Ordnung der Metalle, wie Despretz Messungen geben, die Wärmeleitung der Platina zwischen die des Eisens und Zinks, wonach sie dreimal kleiner sein müsste, als Despretz sie gefunden. Vergl. auch Pogg. Ann. LII. 632.

kommen hin, und zeigen namentlich, dass, wenn die Wärme sich im Träger ziemlich linear fortpflanzt, eine bessere Wärmeleitung desselben die Schwingungen stärker macht, also einen entgegengesetzten Einfluss ausübt, als wenn sie sich vom Berührungspunkte aus nach allen Seiten hin ausbreitet, wie bei der gewöhnlichen Art des Versuchs, so dass z. B. das Silber, das als Block angewendet, sich weniger zum Träger eignet, als die meisten andern Metalle, in Drahtgestalt angewendet die stärksten Schwingungen giebt, und seiner guten Wärmeleitung wegen solche Metalle übetrifft, die einen grösseren Ausdehnungscoefficienten haben. Man kann aus den vorhin mitgetheilten Beobachtungen einigermassen berechnen, welche Werthe $\frac{K}{c}$ für die untersuchten Metalle haben müsste, dies giebt ungefähr, wenn man den Werth für Kupfer = 1 setzt:

für Silber	1,583,	Zink 0,473,	Eisen (Mittelwerth) 0,323,
statt der Zahlen	1,566	0,516	0,404,

die sich aus den anderweitig bekannten Werthen der Wärmeleitung und Capacität ergeben.

Es bleibt mir nun noch übrig zu zeigen, dass auch die Resultate, welche die gewöhnliche Art des Versuchs gegeben hat, wo die Erwärmung und Abkühlung sich im Träger ebenso wie im Wieger nach allen drei Dimensionen auszubreiten hat, mit Faraday's Erklärung nicht im Widerspruch stehn. Es kann hier nur von einer Uebereinstimmung im Allgemeinen die Rede sein, denn um eine solche in jedem einzelnen Falle nachzuweisen, würde nicht nur eine sehr viel schwierigere Theorie, sondern auch eine sehr viel detaillirtere Kenntniss der angestellten Versuche erforderlich sein. Kommt es aber nicht auf eine genauere Berechnung der Grösse der Schwingungen, sondern nur darauf an, zu übersehn, unter welchen Umständen dieselben überhaupt statt finden, und ob sie im Allgemeinen stark oder schwach sein werden, so kann man, wenigstens sofern ein gewisser Einfluss der Cohäsionseigenschaften vernachlässigt werden darf, durch folgende Betrachtung mit hinreichender Annäherung zum Ziele gelangen.

Zwei Metalle von ungleicher Temperatur berühren sich in einem Punkte; der Krümmungshalbmesser ihrer Berührungsflächen werde als sehr gross angenommen im Vergleich zu der Tiefe, zu welcher sich eine merkliche Temperaturänderung erstreckt. Es

bezeichne K die Leitung, c die Capacität und E den um 1 verminderten Ausdehnungscoefficienten für das kältere und K', c', E' dieselben Grössen für das wärmere Metall. Vernachlässigt man die an den Oberflächen anderweitig aus- und einströmende Wärme und bringt nur die am Berührungspunkt mitgetheilte in Anschlag, so bekommt das eine Metall die Wärme, die das andre verliert; diese Menge heisse W. Nun verbreitet sich die Erwärmung im einen und die Abkühlung im andern über Halbkugeln, deren Halbmesser wegen der ungleichen Leitung ungleich sein werden. Bezeichnen r und r' diese Halbmesser, so dass sich die Halbkugeln wie $r^3 = r'^3$ verhalten, so wird die Erhöhung und Erniedrigung ihrer Temperatur beziehungsweise proportional $\frac{W}{c \,.\, r^3}$ und $\frac{W}{c' \,.\, r'^3}$, also die lineare Ausdehnung und Zusammenziehung proportional $\frac{W \,.\, E}{c \,.\, r^3}$ und $\frac{W \,.\, E'}{c' \,.\, r'^3}$. Wenn nun, wie ich annehmen zu dürfen glaube, $r : r' = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{c}} : \frac{\sqrt{K'}}{\sqrt{c'}}$, so verhält sich demnach die Linear-Ausdehnung des kalten Metalls zu der Zusammenziehung des heissen wie $\frac{E}{K} : \frac{E'}{K'}$ und der Unterschied beider ist proportional $W\left(\frac{E}{K} - \frac{E'}{K'}\right)$. Wendet man nun dies auf das Trevelyan-Instrument an, so leuchtet ein, dass der Erfolg des Versuchs von dem Werthe abhängt, den dieser Ausdruck für die beiden dazu verwendeten Metalle annimmt. Ob Schwingungen entstehn, wird davon abhängen, ob dieser Werth positiv oder negativ ist, wie stark sie aber sind, von der Grösse desselben. Soll die Schwingung statt finden, so muss jene Grösse positiv sein, d. h. das kalte Metall einen grösseren Werth für $\frac{E}{K}$ haben, als das heisse. Berechnet man den Werth dieser Grösse für die Metalle, deren Leitung man durch Despretz kennt, so stellen sie sich in folgende Ordnung: Platina, Gold, Kupfer, Silber, Eisen, Zink, Zinn und Blei, welches letztere bei Weitem den grössten Werth erhält. Erwägt man, dass die Ordnung der Metalle durch gewisse Einflüsse, besonders durch die Gestalt der beiden Metalle bedeutend modificirt werden kann, so wird man diese Reihe mit

den Beobachtungen Trevelyan's sehr wohl übereinstimmend und auch mit denen von Forbes durchaus nicht in Widerspruch finden. Die Platina würde eine tiefere und mit den Beobachtungen besonders denen von Forbes besser übereinstimmende Stelle erhalten, wenn sie die geringe Wärmeleitung besässe die Forbes ihr zuschreibt (S. oben p. 50 Anm.). Allein der Grund warum die Beobachtungen ihr eine zu tiefe Stelle anweisen, liegt wohl hauptsächlich in der geringen Dicke des angewendeten Metalls, wie denn auch Forbes zuerst, da er mit einem dünnen eckigen Stück von diesem Metall experimentirte, ihr eine noch tiefere Stelle anweisen zu müssen glaubte. Zink und Zinn erhalten gleiche Werthe. doch scheint sich das Zinn wegen seiner geringeren Härte und Elasticität mehr zum Träger eignen.

Es muss übrigens bemerkt werden, dass die hier berechnete Reihe angiebt, welche Metalle als Träger für irgend einen Wieger oder umgekehrt — für den Fall dass die Form die Schwingungen weder begünstigt noch hindert — dienen können, aber nicht identisch ist mit den Reihen, welche sich ergeben würden, wenn die Metalle nach der Intensität der Schwingungen geordnet werden sollten, die sie als Träger für einen gegebenen heissen Wieger oder als Wieger für irgend einen Träger erzeugen würden.

Diese Bemerkung betrifft zugleich die Frage, warum die Schwingungen nur zwischen Metallen erfolgen. Denn wenn eine schlechtere Wärmeleitung dem Träger zu Statten kommt, so muss es auf den ersten Blick befremden, dass alle viel schlechteren Wärmeleiter gar nicht als Träger anwendbar sind. So wird z. B. Glas für $\frac{E}{K}$ einen beträchtlich grösseren Werth geben als Blei, und daher. wenn zwischen diesen beiden Stoffen überhaupt Schwingungen erzeugt werden können, das Blei der heisse Theil sein müssen, ausser wenn die Bedingungen der Gestalt auf die oben erörterte Art eine Umkehrung veranlassen. Dennoch kommen alle Metalle auf Blei sehr leicht in Schwingung, auf Glas aber ist dies kaum in einem zweifelhaften Versuche gelungen. Der Grund davon wird sogleich einleuchten, wenn man erwägt, dass die Grösse $W\left(\frac{E}{K}-\frac{E'}{K'}\right)$, deren Werth die Stärke der Schwingungen bestimmt, aus zwei Factoren besteht, deren jeder eine Function

von K und K′ ist; beide wachsen mit K′, d. h. die Schwingungen sind um so stärker, je besserer Leiter das heisse Metall ist; dagegen wird, wenn K abnimmt, der eine Factor $\left(\frac{E}{K}-\frac{E'}{K'}\right)$ grösser, der andre W kleiner, und es wird eine Grenze geben, von wo an der günstige Einfluss, den die schlechte Leitung des Trägers wegen des ersten Factors hat, durch den entgegengesetzen des zweiten aufgehoben und überwogen wird. Denkt man sich K′ constant, so hängt W nur noch von K und c ab, und darf, wie ich glaube, proportional $\frac{\sqrt{K^3}}{\sqrt{c}}$ gesetzt werden, wodurch der Ausdruck $W\left(\frac{E}{K}-\frac{E'}{K'}\right)$ übergeht in $\left(E-\frac{E'K}{K'}\right)\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{c}}$, wo man dann leicht sieht, dass dies Product bei abnehmendem K erst bis zu einem Maximum wachsen, sodann aber wieder abnehmen muss, so dass, wenn K sehr klein ist, der daraus entspringende Zuwachs an Bewegung nicht hinreicht, den durch die Hindernisse entstehenden Verlust zu compensiren. Hierin liegt, wie ich glaube, der Hauptgrund, warum nur Metalle die Erscheinungen zu geben pflegen, daher ich es nicht für nöthig halte, ein Paar andre Umstände, welche auch noch in gleichem Sinne wirken müssen, zu erörtern.

Die Resultate der von mir geführten Untersuchung lassen sich im Folgenden zusammenfassen:

Die Schwingungen treten allemal ein, wenn die Linear-Ausdehnung, die der kalte Träger durch die ihm mitgetheilte Wärme nach der vertikalen Richtung erleidet, mehr beträgt, als die gleichzeitig erfolgende lineare Zusammenziehung des heissen Wiegers. Dies hängt vorzüglich ab von der Gestalt, welche die beiden Metalle in der Nähe der Berührungsstellen haben, von ihrer Wärmeleitung (und Capacität) und von ihren Ausdehnungscoefficienten. Nämlich:

1) Jedes heisse Metall kann auf jedem kalten (von gleichem oder verschiedenem Stoffe) in dauernde Schwingung versetzt werden, wenn ihre Gestalt so gewählt wird, dass die Wärme sich in dem kalten bedeutend weniger zur Seite ausbreitet, als die Kälte in dem heissen.

2) Wenn die Wärme sich in dem kalten Metalle nur nach unten fortpflanzt, die Kälte in dem heissen aber sich vom Berüh-

rungspunkte aus sich nach allen drei Dimensionen verbreitet, so sind die Schwingungen *caet. par.* um so stärker, je besserer Wärmeleiter das kalte Metall ist.

3) Wenn aber die Wärme sich auch im Träger bedeutend zur Seite ausbreitet, so sind die Schwingungen im Gegentheil um so stärker, je schlechterer Leiter derselbe ist, doch nur bis zu einer gewissen Grenze, über welche hinaus auch hier die noch schlechtere Wärmeleitung eine entgegengesetzte Wirkung hervorbringt.

Unter allen Umständen sind die Schwingungen um so stärker

4) je besserer Leiter das heisse Metall ist;

5) je mehr sich in ihm die Kälte vom Berührungspunkte aus verbreiten kann;

6) je kleiner sein Ausdehnungscoefficient und

7) je grösser der des kalten ist.

II. Erregung stehender Schwingungen durch Wärme.

Auf ganz andre Weise als am Trevelyan-Instrument können auch in vielen andern Fällen durch Wärme Töne erregt werden. Denn wenn ein Körper vermöge seiner Elasticität stehender Schwingungen fähig ist, so werden diese oft so leicht hervorgerufen, dass die Wärme dies auf mehr als eine Art bewirken kann.

Wenn z. B. Wasser zu sieden anfängt, so erregen die aufsteigenden Bläschen oft theils den Ton einer darüber stehenden Luftsäule, theils den des Gefässes selbst.

Die Erregung des Tones einer Wassersäule durch erstarrenden Phosphor, so wie die von Pinaud untersuchten Töne erhitzter Kugelröhren sind schon im 3ten Bande des Repert. p. 96 und 100 angeführt. Ueber letzteren Gegenstand hat Marx (Journ. für prakt. Chemie XXII. 129.) seine Erfahrungen mitgetheilt, die im Wesentlichen mit denen von Pinaud übereinstimmen. Marx hält das Ausströmen der erhitzten Luft für die erregende Ursache des Tones, da die Wasserdämpfe sehr bald ausgetrieben sein müssten, und daher ein so lange anhaltender Ton, wie man ihn hervorbringen kann, nicht entstehen könne. Dasselbe würde jedoch viel eher von der Luft, als vom Wasser gelten, da sich das letztere in der Röhre niederschlagen und in die Kugel zurückgelangen kann.

Auch hat mir Herr Dr. Marchand an einer Kugelröhre von Platina gezeigt, dass der Ton bei einer schwächeren Erhitzung zum Vorschein kommt, wenn man absichtlich etwas Feuchtigkeit hineinbringt, als wenn dies nicht der Fall ist.

Ueber gewisse Töne, welche beim Erhitzen und Abkühlen von Metallen entstehn, sind von Strehlke (Pogg. Ann. XLIII. 405.) und von mir (ebend. LI. 39.) einige Bemerkungen mitgetheilt worden. Von dem Mechanikus Hirschmann darauf aufmerksam gemacht, dass dicke Zinkscheiben beim Erhitzen Töne vernehmen lassen, stellte Strehlke hierüber einige Versuche an einer solchen Scheibe, so wie an einer starken Zinkstange an, und erhielt ziemlich hohe Töne, nicht continuirlich, sondern ziemlich schnell wiederholt, entferntem Schlittengeläute vergleichbar. Diese Töne entstehn sowohl beim Erhitzen des Zinks, als auch beim Abkühlen desselben, besonders wenn man diese durch Schnee oder Kältemischungen beschleunigt. Bei schnellem Temperaturwechsel sind sie oft ziemlich stark und im ganzen Zimmer hörbar; sie entstehn aber auch schon bei einer sehr geringen Temperaturänderung; ich habe sie an einer Zinkscheibe deutlich gehört, als ich diese aus dem Freien in ein nur 12° R. wärmeres Zimmer brachte. An derselben Scheibe hört man, wenn sie nach mässiger Erwärmung dicht vor das Ohr gehalten wird, ein beständiges Geklingel. Man überzeugt sich sogleich dass diese Töne durch stehende Schwingungen des Zinks entstehn, denn sie haben immer die Höhe des Tones oder eines von den Tönen, die man auch beim Anschlagen und selbst beim Streichen mit dem Violinbogen erhalten kann. Man sieht daraus, dass die Ausdehnung und Zusammenziehung des Zinks durch Erwärmung und Abkühlung dem Metalle von Zeit zu Zeit kleine Erschütterungen mittheilen muss, also nicht mit der Stetigkeit erfolgt, die man wohl erwarten sollte, sondern plötzlich und ruckweise. Dies wird noch auffallender in einem andern Beispiele von offenbar gleicher Natur. Jedermann kennt die Erscheinung, dass eiserne Ofenthüren in der Hitze öfters einen eignen Laut hören lassen. Obgleich der Ton nur unvollkommen ist, so kann man doch bemerken, dass es einer von denen ist, welche die Thüre auch beim Anschlagen giebt; zuweilen bemerkt man auch mehrere dieser Töne. Diese Erscheinung, welche eben sowohl beim Erhitzen der Thüre durch die Gluth des Ofens als beim Abkühlen derselben eintritt, zeigt sich mit einer

ausgezeichneten Regelmässigkeit, wenn die Temperaturveränderung gleichmässig von Statten geht. Oeffnet man nämlich die heisse Ofenthüre, so hört man während ihrer Abkühlung jenen Ton sehr viele Male nach einander, und zwar ganz regelmässig in anfangs schneller und nachher allmählich immer langsamer werdenden Schlägen. Man sieht aus dieser Regelmässigkeit, dass die Erscheinung nicht von gewissen localen und mehr zufälligen Ursachen abhängt, auf die man hier zuerst sein Augenmerk zu richten geneigt sein möchte. Vielmehr scheint es, dass der Uebergang der Eisentheile in den neuen, durch den Temperaturwechsel bedingten Gleichgewichtszustand ruckweise erfolgt, in Perioden, die um so grösser sind je langsamer die Temperaturänderung erfolgt. Es ist als ob die Kraft, welche das Ausdehnen und Zusammenziehen bewirkt, immer erst zu einer gewissen Stärke angewachsen sein müsse, ehe sie die Bewegung der Theile hervorzubringen im Stande ist. Schlägt man gegen die Thüre, während sie im regelmässig und schnell wiederholten Klingen ist, so pausirt sie einige Augenblicke, fängt aber dann sogleich wieder an und fährt mit derselben Regelmässigkeit fort. Dies erinnert an eine Beobachtung von La Place und Gay-Lussac, nach welcher ein Metallstab, den man erhitzt und wieder zur vorigen Temperatur abkühlt, nicht ganz auf seine frühere Länge zurückgeht, sondern etwas länger bleibt, nach einem Stosse aber diese Länge wieder annimmt. — An Messingblech, an Gusseisen, an Scheiben von Antimon und von Zinn habe ich dergleichen Töne beim Erhitzen und Abkühlen ebenfalls bemerkt, doch entstehn sie am Zink viel leichter. Der Grund davon ist in dem grossen Ausdehnungscoefficienten und dem crystallinischen Gefüge dieses Metalls zu suchen, indem letzteres, wegen der ungleichen Ausdehnung nach verschiedenen Richtungen einen Druck der Theile auch in dem Falle erzeugen muss, wenn die Erwärmung in allen Theilen gleichmässig geschieht; beim Eisen muss dieser durch ungleiche Erwärmung der Theile bedingt sein.

Die von T. J. Seebeck an thermomagnetischen Apparaten wahrgenommenen Töne scheinen zum Theil von derselben Natur wie die zuletzt angeführten gewesen zu sein; zum Theil aber mögen sie auch vielleicht von der Art derer am Trevelyan-Instrument gewesen sein.

III. Erregung von Tönen durch Electricität und Magneti

(Page, *Bibl. univ. de Geneve* No. 22. p. 398. Delez ebend. T. XVI. p. 406.)

Page hat mittelst des electrischen Stroms einen Ton a gende Weise erhalten. Wenn eine senkrechte Spirale aus langen besponnenen Kupferdraht zwischen den beiden Pol nes Hufeisenmagnets aufgestellt wird, ohne jedoch dieselb berühren, so lässt dieser einen Ton erklingen, so oft man di bindung der Spirale mit den beiden Platten einer einfachen herstellt oder unterbricht. Diese Versuche sind von Delez wiederholt und abgeändert worden. Er hat einen starke anhaltenden Ton an den Schenkeln eines Hufeisenmagneten ten durch die schnelle Drehung von weichem Eisen mittel drehenden Electromagneten. Derselbe Apparat gab einen w starken Ton durch die mechanische Drehung sowohl von we Eisen, als von einem kleinen Magnetstab, welcher an die des weichen Eisens gesetzt wurde, also ohne Mitwirkung electrischen Stromes. Auch hat er den Ton erhalten, als nen kurzen Magnetstab zwischen den Schenkeln eines gegl weichen Eisens drehn liess.

IV. Wirkung des Bogens auf Saiten.

Von der Wirkung des Violinbogens hat man sich die stellung gemacht, dass er durch seine Unebenheiten die Sait derholt reisst, etwa wie dies die Zähne eines gezähnten thun würden. Duhamel (*l'Institut* 1839 p. 386.; 1840 p. hat den Gegenstand aus einem andern Gesichtspunkte gefass nämlich jene Unebenheiten sehr nahe bei einander liege schliesst er, dass daraus eine gleitende Reibung hervorgeh dass diese, nach den erfahrungsmässig bekannten Gesetzen s Reibung, eine Kraft liefere, im Sinne der relativen Bewegun Bogens, unabhängig von der Geschwindigkeit und propor dem Drucke. Der Druck kann bei der kurzen Dauer Schwingung als constant angesehn werden, so dass die (der Kraft constant ist; auch ihre Richtung ist constant, wen Geschwindigkeit des Bogens immer grösser ist, als die der und man kommt in diesem Falle auf ein sehr einfaches The aus welchem hervorgeht, dass der durch den Bogen erregte

derselbe ist, wie wenn die Saite angeschlagen und frei sich selbst überlassen wurde, was mit der Erfahrung übereinstimmt. Wenn aber die Geschwindigkeit des Bogens merklich geringer ist, als die grösste Geschwindigkeit der Saite, so ist die Geschwindigkeit der letzteren bald grösser, bald kleiner als die des Bogens, daher dann die aus der Reibung entspringende Kraft bald in der Richtung der Bogenführung, bald in der entgegengesetzten Richtung wirkt. In diesem Falle wird die eine Halbschwingung, wo die Saite im Sinne des Bogens geht, verzögert, während die andre dieselbe Dauer behält, so dass die ganze Schwingung länger dauert und der Ton tiefer wird. Dies Resultat der Theorie ist von Duhamel schon vor mehreren Jahren verificirt worden. — Ein andres merkwürdiges Resultat dieser Theorie, welches ebenfalls durch die Erfahrung bestätigt worden ist, ist dieses: Wenn der Bogen beständig eine grössere Geschwindigkeit hat, als die Saite, so ist die Bewegung der letztern, wie gesagt, ebenso als ob sie angeschlagen und sich überlassen wäre; daraus folgt dass die Mittheilung von Bewegung an die Luft und die übrigen umgebenden Körper zuletzt die Saite zur Ruhe bringen muss, obgleich der Bogen fortwährend auf dieselbe wirkt. — In dem analytischen Theile dieser Untersuchung ist unter Anderem die Frage behandelt, welches die Richtung der mittleren Spannung an den Enden der Saite sei, wenn alle Punkte derselben unter der Einwirkung beliebiger, von der Zeit unabhängiger Kräfte stehn. Sucht man die Curve auf welcher die bewegungslosen Punkte der Saite liegen müssen, so findet man, es ist die bei welcher die Saite unter dem Einflusse der gegebenen Kräfte im Gleichgewicht sein würde, und die Tangenten an den Enden dieser Curve geben die Richtung der mittleren Spannung an diesen Punkten.

L'Institut 1840 p. 229. giebt Nachricht von einer andern Abhandlung Duhamel's worin der Einfluss untersucht wird, den es auf die Höhe der Töne und die Lage der Knoten einer Saite hat, wenn zu dem eignen Gewichte der Saite noch eine beliebige in irgend einem Punkte derselben angebrachte Masse hinzukommt.

V. Ueber das Verhalten longitudinalschwingender Körper.

Dass der Sand, mit welchem man einen wagerechten, longitudinalschwingenden Körper bestreut, sich auf gewissen Stellen ansammelt, dass diese Stellen auf den gegenüberliegenden Seiten

alternirend liegen, dass sie an quadratischen und cylindrischen Stäben auf einer schraubenförmigen, entweder rechts oder links, oder auch von der Mitte aus auf der einen Hälfte rechts auf der andern links gewundenen Linie liegen, ist von Savart schon vor langer Zeit beobachtet worden. (*Ann. de Chim. et de Phys. XIV.* 113.; *XXV.* 12. S. auch W. Weber's Bemerkungen, Schweigg.-Seid. Jahrb. XV. 298.)

Savart hat diesen Gegenstand auf's Neue einer ausführlichen Untersuchung unterworfen, wodurch derselbe einer endlichen Aufklärung um Vieles näher gebracht ist (*Ann. de Chim. et de Phys. LXV.* 337.). Er zeigt im ersten Theile dieser Abhandlung, dass jene Sandanhäufungen von einer die longitudinale Schwingung begleitenden, isochronen Transversalbewegung*) herrühren und erläutert wie diese entsteht, und im Allgemeinen die in Rede stehenden Wirkungen äussert; im zweiten werden die mannigfaltigen daraus herfliessenden Erscheinungen im Einzelnen untersucht; im dritten ist von dem Einflusse gewisser Umstände auf diese Erscheinung, so wie von der bei longitudinalen Schwingungen entwickelten bedeutenden Kraft die Rede.

a) Ueber die Natur der Bewegung, welche die Sandanhäufungen erzeugt.

Durch viele Versuche an Stäben, die an beiden Enden frei waren, fand Savart folgende Gesetze für diese Knotensysteme. Die Zwischenräume der Sandanhäufungen sind

1) in Stäben von rechtwinkligem Queerschnitt constant bei verschiedenen Breiten, wenn nur die Länge und Dicke ungeändert bleibt.

2) Sie sind proportional der Quadratwurzel der Dicke, bei gleicher Länge. Auch bei Cylindern sind sie der Wurzel des Durchmessers proportional.

3) Sie sind proportional der Quadratwurzel der Länge, bei gleicher Dicke oder gleichem Durchmesser.

Schon hieraus ist zu vermuthen, dass sie von Transversalschwingungen herrühren, welche die longitudinalen begleiten und

---

*) Savart nennt sie bald normal, bald transversal; macht man zwischen diesen beiden Bewegungen den von W. Weber (Schweigg.-Seid. Jahrb. XV. 280.) bezeichneten Unterschied, so ist die in Rede stehende Bewegung, wie das Folgende zeigt, für transversal zu nehmen.

ihnen isochron sind, denn hiemit steht das erste Gesetz in Uebereinstimmung, weil beide Schwingungsarten von der Breite unabhängig sind; das zweite, weil bei vermehrter Dicke der Longitudinalton sich nicht ändert, wohl aber der Transversalton höher werden würde, wenn dies nicht durch eine Verlängerung der schwingenden Räume compensirt würde, die dann, wie man leicht sieht, der Quadratwurzel der Dicke proportional sein muss. Eben so stimmt das dritte Gesetz; denn da die Dauer einer Longitudinalschwingung der Länge des Stabes, die einer Transversalschwingung aber deren Quadrat proportional ist, so müssen, bei geänderter Länge des Stabes, die Transversalabtheilungen proportional der Wurzel dieser Länge geändert werden, um dem Longitudinalton isochron zu sein.

So findet auch Savart bei gespannten Streifen oder Saiten die Zwischenräume jener Knoten proportional der Länge und der Quadratwurzel der Spannung, ebenfalls in Uebereinstimmung mit der Annahme einer isochronen Transversalbewegung.

In der That aber, wenn man auf einem Stabe die Sandstellen auf zwei gegenüberliegenden Seiten bezeichnet, und ihn sodann mit dem Bogen in gewöhnliche transversale Schwingung versetzt, so dass die schwingenden Abtheilungen gleich sind dem Zwischenraume von einer Sandstelle der einen Fläche bis zur nächsten der gegenüberliegenden Fläche, so giebt der Stab denselben oder nahe denselben Ton, wie bei der Longitudinalschwingung. Ebenso bei Saiten und gespannten Streifen.

Dass man es hier mit Transversalschwingungen zu thun habe, wird noch durch folgende Betrachtungen bestätigt. Füllt man einen Trog mit Quecksilber und steckt durch eine Oeffnung in der kurzen Wand desselben einen Eisenstab, so dass er mit seiner halben Länge in das Quecksilber etwas eingetaucht ist, und setzt dann den Stab durch Reibung in longitudinale Schwingung, so bemerkt man am Quecksilber Kräuselungen, wie Taf. I. Fig. 15., und es entspricht von den auf diese Weise sichtbaren Knoten n die eine Hälfte den Sandstellen der einen Fläche, die andre alternirende Hälfte denen der andern Fläche des Stabes.

Oefters sammelt sich der Sand auf longitudinalschwingenden Stäben so, wie die ausgezogenen Linien Fig. 16. und auf der gegenüberliegenden Seite so wie die punktirten Linien es anzeigen; hier hat man eine Transversalschwingung bei welcher zu den der

Queere nach gehenden Knotenlinien eine der Länge nach durchgehende hinzukommt, und wenn man die entsprechende Klangfigur durch transversales Streichen mit dem Bogen hervorruft, so erhält man ebenfalls denselben Ton wie bei der Longitudinalschwingung.

Dass die Sandanhäufungen nicht den Longitudinalschwingungen als solchen wesentlich angehören, sieht man endlich daraus, dass es Stäbe giebt, welche diese Erscheinung nicht zeigen, wie es bei Spiegelglas- und gezognen Metallstäben häufig der Fall ist; der Sand zeigt dann nur eine hüpfende Bewegung in sich, ohne fortzurücken.

Wenn es nun erwiesen ist, dass die in Rede stehende Erscheinung von einer begleitenden, isochronen Transversalbewegung herrührt, so unterscheidet sich diese doch von den gewöhnlichen Transversalschwingungen nicht nur darin, dass die Knoten, nicht wie bei den letzteren auf beiden Seiten gleich, sondern alternirend liegen, sondern auch darin, dass der Sand nicht in normaler, sondern tangentialer (longitudinaler) Richtung geworfen wird. Von der Entstehung dieser Bewegung giebt Savart folgende Vorstellung.

Zuerst wird durch einige Versuche gezeigt, dass ein heftiger Stoss in der Längenrichtung den auf einem Streifen oder Stab gestreuten Sand in eben dieser Richtung schleudert. Wenn nun der Stab bei der Longitudinalschwingung sich in seiner Längenrichtung zusammenzieht, so werden dadurch solche Biegungen wie bei einer Transversalschwingung erzeugt, aber diese können nicht in die entgegengesetzte Biegung, auf der andern Seite der Axe übergehn, weil nunmehr der Stab sich in seiner Längenrichtung ausdehnt, und sie dadurch aufhebt. Es werden also Halbschwingungen sein, wobei natürlich die Biegung zweier neben einander liegender Theile entgegengesetzt zu denken ist. Savart meint, sie müssten von viel kürzerer Dauer sein, als die longitudinale Zusammendrückung, weil sie erst eintreten, wenn letztere einen gewissen Grad erreicht habe; sie würden daher wie durch einen plötzlichen Stoss erzeugt und mit derselben Geschwindigkeit wieder getilgt. Dass aber diese Transversalbewegung eine longitudinale des Sandes erzeugt, erklärt Savart dadurch, dass von dem Gipfel der convexen Biegung eine Ausdehnung sich nach beiden Seiten hin fortpflanze, ebenso von der Mitte der Concavität

ammendrückung; durch beide werde den Molecülen eine
g gegen den Gipfel zu ertheilt, und daher der Sand von
dieser Richtung geworfen. (Mir scheint, dass man sich
Art, wie die Transversalbewegung auf den Sand wirkt,
achere Vorstellung müsse machen können.)

s was hier in Beziehung auf Stäbe, die an beiden Enden
gesagt ist, gilt auch von solchen, die an einem oder an
Enden fest sind; es zeigt sich dieselbe Uebereinstimmung
den Abständen der Sandanhäufungen und denen der Kno-
gleich hohen Transversaltones.

man einen Stab etwas stark reibt, so erscheint oft
die tiefere Octave des Longitudinaltones mit einer sehr
Erschütterung des Stabes, wobei Glasstäbe leicht zer-
. Dies tritt sowohl beim Grundtone, als bei den harmo-
Tönen in gleicher Weise ein. Bedient man sich eines
ser gefüllten Troges, wie Fig. 15., so überzeugt man sich
r von der sehr viel heftigern Bewegung, sondern sieht
s die schwingenden Abtheilungen sich im Verhältniss
verlängern. Savart nimmt an, dies entstehe dadurch,
starker Schwingung die durch Zusammendrückung gebo-
heile bei der nachfolgenden Ausdehnung nicht nur in ihre
liche Lage zurück, sondern darüber hinaus auf die ent-
setzte Seite der Axe des Stabes gehn; indem sie hier von
eben Zusammendrückung überrascht werden, entstehe statt
Halbschwingungen nach einer Seite, eine einzige ganze
ung, symmetrisch nach beiden Seiten, zu welcher daher
so viel Zeit gebraucht werde; damit aber die Länge der
nden Theile kein Hinderniss dieser längeren Schwingungs-
erde, müsse sie von 1 auf $\sqrt{2}$ wachsen. (Wie diese bei-
achen der langsameren Schwingung sich vereinigen las-
ir nicht deutlich, da die letztere allein den Ton um eine
iefer machen muss.)

gespannten Streifen wird die tiefere Octave auch, und
leiter hervorgebracht, und es können hier auch Sandan-
n erhalten werden, deren Abstände doppelt so gross sind,
gewöhnlichen Falle. Auch wird der Sand hier heftig in
Richtung geworfen.

b) Ueber die Systeme von Knotenlinien longitudinalschwingender Körper.

Savart betrachtet zuerst die Lage der Knotensysteme auf den breiten Flächen eines rechteckigen Stabes. Die Zahl der sämmtlichen Knoten kann entweder gerade sein, wie Fig. 17. A., oder ungerade wie B. Beide Fälle aber erleiden sehr oft in der Gegend der Mitte eine Abänderung, indem die nächsten Knoten ein wenig weiter aus einander rürken, und zwischen ihnen noch ein Knoten eingeschaltet wird, so dass Fig. 17. a anstatt A und b anstatt B erhalten wird. Den Grund dieses Verhaltens sieht **Savart** darin, dass die Biegungen auf beiden Hälften zu gleicher Zeit unabhängig von einander eingeleitet werden, und es daher kommen kann, dass sie in der Mitte in entgegengesetztem Sinne zusammentreffen, wo sie dann jene Abänderungen a oder b erzeugen.

Wendet man nun dies auf **quadratische** Stäbe an, so wird eine Biegung nach beiden Queerdimensionen erfolgen, und in Beziehung auf beide eine nahe gleiche Anzahl von Knoten sich bilden, doch nicht so gleich, dass nicht nach einer dieser Dimensionen der eine, nach der andern ein andrer von den 4 Fällen A, a, B und b eintreten könnte. Dadurch entstehn im Ganzen zehn Fälle. Ist das Verhalten nach beiden Dimensionen gleich, z. B. beide wie A, so liegen die Knoten so, wie Fig. 18. darstellt, d. h. der Stab biegt sich in diagonaler Richtung. Ganz ähnlich zeigen sich die Fälle aa, BB und bb. Den Fall Bb zeigt Fig. 19., und ähnlich ist Aa. In dem Falle AB aber liegen die Linien der Sandanhäufungen wie Fig. 20. sich um den Stab schlängelnd (einer Spirale einigermassen vergleichbar); fast ebenso der Fall ab. Im Falle Ab liegen die Linien wie Fig. 21. und bilden angenähert auf der einen Hälfte eine links, auf der andern eine rechts gewundene Spirale; ähnlich aB. Alle diese Fälle können beobachtet werden. Oft erscheinen sie mehr oder minder abgeändert, wenn der Longitudinalton mit keinem der Transversaltöne genau übereinstimmt, und daher die letzteren Schwingungen etwas modificirt werden müssen, um den ersteren isochron zu werden.

Auch **rechteckige** Stäbe schwingen nach beiden Transversalrichtungen, und zeigen auch auf den schmalen Flächen Sandanhäufungen, deren Abstände grösser sind als die auf den breiten

Flächen, und sich zu diesen wie die Quadratwurzel der Breite zu der der Dicke erhalten.

Das Verhalten cylindrischer Stäbe und Röhren ist dem quadratischer Stäbe analog. Wenn der Stab nur nach einer Richtung gebogen wird, sind die Knotenlinien Halbkreise, welche in alternirender Lage den halben Umfang des Cylinders umfassen und deren sämmtliche Endpunkte durch zwei der Länge nach laufende Linien verbunden sind, wie Fig. 22. Untersucht man Röhren auf der inneren und äusseren Seite (auf der innern durch eingestreuten Sand, auf der äusseren durch übergehangene weite Papierringe), so bemerkt man, dass die beiden Längslinien aussen und innen gleich liegen, aber die inneren halbkreisförmigen Linien in der Mitte zwischen den äusseren liegen. Die Bewegungen des Sandes im Innern der Röhren lassen noch genauer die Beschaffenheit der sie erzeugenden Schwingungen verfolgen. In anderen Fällen trifft man eine Knotenlinie welche sich um den Cylinder in Gestalt einer Spirale schlängelt, wie Fig. 23. oder zwei von der Mitte aus entgegengesetzte gewundene Spiralen bildet, wie Fig. 24. Diese Spiralen sind an den Knotenstellen fast senkrecht gegen die Axe des Cylinders und auf den dazwischenliegenden Theilen ihr fast parallel.

Bei dreieckigen Stäben liegen die Knoten entweder auf zwei zusammenstossenden Flächen gleich und auf der dritten alternirend, oder sie sind auf zwei zusammenstossenden Flächen alternirend und fehlen auf der dritten, je nachdem der Stab sich nach einer gegen eine Fläche senkrechten oder ihr parallelen Richtung biegt.

Sind die Stäbe am einen Ende fest (in einen schweren Schraubstock sehr fest eingespannt), so sind begreiflicherweise die Knoten weiter auseinander, und es fallen bei quadratischen Stäben die schlängelnden Linien fort, indem immer die Schwingungen in diagonaler Richtung wie bei Fig. 18. erfolgen. Biegt man einen solchen Stab während der Schwingung ein wenig, so so rücken die Knoten von ihrer Stelle und können sogar ganz in die alternirende Lage gebracht werden. Bei dünnen Stäben wirkt schon die Biegung vermöge ihrer eignen Schwere in diesem Sinne, und kann nicht nur wenn ein Ende fest ist, sondern auch wenn beide frei sind, scheinbare Ausnahmen von der alternirenden Lage der Knoten auf den gegenüberliegenden Flächen geben.

Auch an Stäben, die an beiden Enden fest sind, entspricht die Lage der Knoten der aufgestellten Ansicht. Ebenso die mannigfaltigen Erscheinungen, welche bei einer der Fig. 16. ähnlichen Theilung entstehen können. Gespannte Streifen und Saiten zeigen ganz ähnliche Lage der Knoten, namentlich kommen bei Saiten sowohl geschlängelte als nicht geschlängelte Linien vor, ebenso wie bei cylindrischen Stäben.

Nimmt man ferner an einem Stabe statt des ersten tiefsten Longitudinaltones den zweiten, dritten, vierten, so verhalten sich die Abstände der Knoten zu denen im ersten Falle wie $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{\frac{1}{4}}$ zu 1. Auch hier wird die Lage dieser Transversalknoten in der Nähe der Longitudinalknoten oft etwas abgeändert. Bei gespannten Streifen und Saiten, wo die Zwischenräume bei den höheren Longitudinaltönen 2, 3, 4mal kleiner sein sollten als beim ersten Longitudinaltone, pflegen sie nicht ganz so klein zu sein wegen des merklichen Einflusses der eignen Steifheit dieser Körper, die bei der grossen Zahl der Transversalknoten (Savart hatte ihrer in einem Falle 134) schon einen merklichen Einfluss gewinnen muss.

c) Ueber den Einfluss der Cohäsionsverhältnisse auf die Sandanhäufungen, und über die durh die Schwingungen entwickelte Kraft.

Manche Stäbe zeigen, wie schon erwähnt, keine Sandanhäufungen bei der longitudinalen Schwingung; der Ton ist dann weniger rein und stark; dies gilt namentlich von Spiegelglas- und gezogenen Metallstäben; durch Glühen verlieren sie fast immer diese Eigenthümlichkeit und zeigen dann die Knotenlinien vollkommen deutlich. Metallstreifen, die einer starken Spannung ausgesetzt werden, zeigen die Knoten nicht sogleich, sondern erst, wenn man sie einige Augenblicke hat schwingen lassen. Lässt man einen solchen vorher ausgeglühten Streifen oder Draht über eine Rolle laufen und spannt ihn durch ein angehangenes Gewicht, so erleidet er während des Schwingens eine sehr merkliche Verlängerung. (Es scheint, dass die Dehnung vermöge des Gewichtes, vereinigt mit der bei der Schwingung eintretenden, die Grenze der vollkommnen Elasticität überschreitet.)

Die Zwischenräume zwischen den Sandanhäufungen auf Stäben und gespannten Streifen oder Saiten sind selten ganz gleich und oft beträchtlich verschieden. Die Vermuthung, dass dies von

ngleichförmigkeiten der Elasticität dieser Körper herrühre, fand avart bestätigt, als er die Dehnung untersuchte, welche dereichen Streifen und Saiten unter dem Einflusse spannender Geichte erleiden und fand, dass diese nicht in der ganzen Länge eichmässig erfolge, sondern über die verschiedenen Theile des spannten Körpers sehr ungleichmässig vertheilt sei. Dass bei wöhnlichen Transversalschwingungen keine solchen Ungleichhein in der Lage der Knoten bemerkt werden, erklärt Savart raus, dass hier ganze, in dem in Rede stehenden Falle aber nur lbe, Schwingungen erzeugt werden.

Gewöhnlich bewegt sich der Sand parallel den Rändern der äbe, und die Linien sind perpendikulär gegen diese Ränder; er dies ändert sich bei gestörter Homogenität. Auf Holzstäben nd die Linien fast immer geneigt und die Bahnen des Sandes hief und zuweilen mannigfach gekrümmt. Man braucht einen mogenen Stab nur etwas zu verbiegen und wieder zu richten, n die perpendiculären Linien in geneigte zu verwandeln; selbst r Druck der Finger gegen die Mitte des Stabes, zumal wenn ieser dabei etwas gebogen wird, bringt eine solche Wirkung hervr. Natürlich hat man sich bei den Untersuchungen der Longidinalschwingungen vor solchen Einflüssen sehr zu hüten.

Durch Temperaturänderung und zuweilen blos durch die Zeit leiden die Knotensysteme eine Veränderung.

Da man durch eine mässige Reibung Stäbe und selbst Balken lebhafte Schwingungen versetzen kann, so hat Savart die dai entwickelte Kraft folgendermassen zu messen versucht. Er bestigte Metall- und Glasstäbe von verschiedenen Dimensionen auf ner 80 Kilogramm schweren Bleimasse; ein Sphärometer mit orizontaler Schraube wurde mit dem Ende des Stabes zur Behrung gebracht und abgelesen; dann wurde die Schraube zurückdreht, und während der Stab in Schwingung war, ihm wieder näbert, bis sie von dem Stabe hörbar getroffen wurde; eine weite Ablesung giebt dann die Verlängerung des Stabes während r Schwingung (unter der Voraussetzung, dass die Mitte des Stas durch die angegebne Art der Befestigung hinreichend bewegungslos erhalten werde.) Er fand diese Verlängerungen 1) proortional der Länge der Stäbe; 2) um so grösser, je kleiner die ortpflanzungsgeschwindigkeit; 3) unabhängig von dem Querschnitt er Stäbe, nur müssen dickere Stäbe länger und stärker gerieben

werden. Vergleicht man diese Verlängerungen mit denen, welche man durch Dehnung des Stabes mit Gewichten erhält und welche Savart ebenfalls direct gemessen hat, so findet man, dass die durch die Schwingung bewirkten Ausdehnungen einer Kraft von überraschender Grösse entsprechen. So wurde z. B. an einem 1,407 Meter langen und 34,95 Millim. dicken cylindrischen Messingstabe bei der Schwingung eine Ausdehnung von 0,260 Millim. beobachtet; eine ebenso grosse Ausdehnung würde durch ein Gewicht von 1700 Kilogramm bewirkt werden.

VI. Stehende Schwingungen tropfbarflüssiger Körper.

Da das Wasser, wie man seit lange weiss, den Schall fortflanzt, und da überhaupt tropfbarflüssige Körper zusammendrückbar sind, so muss es möglich sein, dass auch diese Körper stehende Schwingungen annehmen. Doch entstehen diese hier weniger leicht als bei festen und luftförmigen Körpern. Cagniard-Latour hat sich mehrfach damit beschäftigt, Töne des Wassers zu erzeugen. Die Sirene verdankt diesem Bestreben Ursprung und Namen; doch fehlen gerade an diesem Instrument die stehenden Schwingungen. Diese sind hingegen in ein Paar andern Fällen von Cagniard-Latour ebenfalls erhalten worden. Eine Glasröhre, deren eines Ende zu einer engen Oeffnung zusammengezogen ist, kann als eine Art Pfeife in Flüssigkeiten tönen, indem man die Flüssigkeit durch die enge Oeffnung presst. Von einigen Resultaten dieses Versuchs ist im 3ten Bande des Repert. p. 96. berichtet. Von einem andern Verfahren handelt Cagniard-Latour (*Ann. de Chim. et de. Phys. LVI.* 280.)

Eine an einem Ende nach Art eines Probirgläschens zugeschmolzene Glasröhre (tube éprouvette) wird mit Wasser gefüllt und das Glas mit einem nassen Tuche longitudinal gerieben; es entsteht ein Ton, welcher hauptsächlich von den longitudinalen Schwingungen der Wassersäule herrührt. Ist die Röhre an beiden Enden offen, so ist der Ton eine Octave höher; dies ist nicht dadurch zu erreichen, dass man die Röhre ganz in Wasser taucht und reibt, wohl aber dadurch, dass sie zu einem Heber mit gleichen Schenkeln gebogen wird. Ein solcher Heber giebt, wenn beide Enden offen sind, einen Ton, der eine Octave höher ist, als der eines gleichen Hebers, dessen eines Ende zugeschmolzen ist. — Eine gerade Eprouvettenröhre von 1 Meter Länge giebt mit

Wasser gefällt ungefähr 385 (ganze) Schwingungen; ein an beiden Enden offener Heber oder eine Wasserpfeife von der oben angeführten Art geben im Mittel ungefähr 775 (ganze) Schwingungen. Beide Töne sind etwas höher, als die, welche man aus Colladon und Sturms Bestimmung der Schallgeschwindigkeit im Wasser berechnen würde, der erste ungefähr um einen ganzen, der andre um einen halben Ton. Dennoch wird der Ton beim Wasser etwas tiefer, wenn das Glas dicker ist, hingegen ist er beim Quecksilber im dickeren Glase merklich höher als im dünneren. — Dichtere Flüssigkeiten, als Wasser, geben theils tiefere, theils höhere Töne; ebenso dünnere, z. B. Weingeist von 22° höher, dagegen Alkohol von 36° tiefer. Auch Gelée in einer Eprouvettenröhre tönte. — Die Röhre kann länger sein als die Flüssigkeitssäule; ist sie viel länger, so macht sie den Ton beim Wasser tiefer. Hat in solchem Falle die über dem Wasser befindliche Luftsäule denselben Ton wie die Wassersäule, so spricht der Ton leichter und besser an. — Verlängert man die Eprouvettenröhre durch eine mit Kautschuk angebundne Röhre, die ebenfalls mit Wasser gefüllt ist, so wird dadurch der Ton fast gar nicht geändert, so dass die Schwingungen an der Kautschukverbindung eine Grenze zu finden scheinen. — Unter dem Drucke eines mit comprimirter Luft gefüllten Reservoirs tönte die Wassersäule der Eprouvette höher.

Wenn man die Eprouvette durch einen Stoss oder Schlag gegen das eine Ende in stärkere Schwingungen versetzt, so bemerkt man in der Flüssigkeit kleine Bläschen, die in ausgekochtem Wasser ganz oder fast ganz wieder verschwinden, in ungekochtem dagegen Luftbläschen hinterlassen. Cagniard-Latour hält jene ersten für fast leere Räume, die sich bei der Ausdehnung im Wasser bilden, und die Stösse, die durch das Zusammenschlagen der Wassertheile bei ihrem Verschwinden entstehn, für die eigentliche Ursache des Tones. Er hat diese Vorstellung von sogenannten Globularschwingungen, die nach seiner Vermuthung auf alle Arten elastischer Körper zu übertragen ist, in einer andern Abhandlung in demselben Bande p. 225. weiter ausgeführt und mit verschiedenen andern Thatsachen in Verbindung gesetzt, über welche zu berichten hier nicht der Ort ist. Jene Ansicht aber scheint, wofern wir den Verfasser richtig verstehn, mit unsrer Kenntniss von der Elasticität schwer in Einklang gebracht werden

zu können und durch die beigebrachten Versuche nicht hinreichend begründet zu sein. Daher möge hier nur noch erwähnt werden, dass nach einigen der in dieser Abhandlung erwähnten Versuche das Wassṡr leichter zu schwingen scheint, wenn es etwas Luft enthält, oder wenn ihm feste Theilchen beigemengt sind, schwerer dagegen, wenn ihm Luft reichlicher beigemengt ist, eben sowie auch nasses Quecksilber schwerer schwingt als trocknes, ferner dass eine Beimengung von Luft den Ton des Wasser tiefer zu machen scheint. (Nach Colladon und Sturm ist Wasser, welches Luft absorbirt enthält, weniger zusammendrückbar, als luftlhaltiges, und muss also einen höheren Ton geben.)

VII. Zungenpfeifen mit membranösen Zungen.

(J. Müller Handb. d. Physiol. des Menschen II. 155.)

Im Zusammenhange mit seinen Untersuchungen über das Stimmorgan hat J. Müller eine Anzahl von Beobachtungen über das Verhalten von Zungenpfeifen angestellt, bei denen die gewöhnlichen starren Zungen durch schwingende Membranen ersetzt werden. Es ergeben sich zwar für dieselben keine so bestimmten Gesetze, wie die, welche man durch W. Webers Arbeiten an den Pfeifen mit starren Zungen kennt, doch zeigt sich im Allgemeinen ein ähnliches Verhalten in Beziehung auf die Aenderung der Tonhöhe bei zunehmender Länge des Corpus.

Die membranösen Zungen können verschieden construirt werden, und können auch für sich, ohne Corpus, zum Tönen gebracht werden. Eine dünne Kautschukmembran, die nach einer Richtung ausgespannt ist, und einen oder zwei freie Ränder hat, tönt, wenn man sie zerrt, nur schwach und unvollkommen; sie kann aber einen starken und anhaltenden Ton geben, wenn man aus einem engen Röhrchen einen Luftstrahl gegen ihren Rand bläst, oder wenn sie einen Theil einer Wand bildet, gegen welche Luft geblasen wird, nämlich:

1, Ein saitenartig gespannter Streifen ist über einen Rahmen gezogen und zu jeder von beiden Seiten desselben ist der Rahmen mit einer starren Platte bedeckt, welche mit dem Streifen eine Spalte bildet, wie Taf. I. Fig. 25.

2, Ein Rahmen oder das Ende eines ganz kurzen Rohrs ist halb mit einer Platte, halb mit einer Membran bedeckt, so dass zwischen beiden eine Spalte bleibt, wie Fig. 26.

3, Zwei Membranen sind über das Ende eines ganz kurzen ohrs so ausgespannt, dass jede einen Theil der Oeffnung verdeckt und zwischen ihnen eine Spalte bleibt, wie in Fig. 28.

Im ersten dieser Fälle steht die Membran unter den Gesetzen schwingender Saiten (Chladni's Akust. §. 63.): auch im zweiten scheint dies statt zu finden, wenn sie nur nach einer Richtung angespannt ist, obgleich sie hier nur von einer Seite frei ist. och wird die Tonhöhe durch einige andere Umstände modificirt; namentlich wird der Ton tiefer, wenn die feste Platte etwas weiter vorgerückt ist, als die Membran. Stärkeres Anblasen macht en Ton höher, bei einer Kautschukmembran konnte er um zwei albe Töne und mehr, bei einer nassen Arterienhaut um eine uinte allmählig hinaufgetrieben werden; der Grund davon liegt ohl hauptsächlich in der vermehrten Spannung der Zunge. Im ritten Falle ist, wenn beide Membranen zu gleicher Höhe gestimmt sind, der Ton beim vereinigten Anblasen etwas tiefer, als wenn jede allein schwingt; sind sie nicht gleich gestimmt, so hört man doch meistens nur einen Ton und Müller giebt die Regel: diejenige Lamelle tönt, welche bei dem jedesmaligen Anspruch des Blasens am leichtesten in Schwingung versetzt werden kann, und ist der Anspruch der Bewegung beider Lamellen angemessen, so können sogar beide schwingen und sich zu einem einfachen Tone accommodiren; sie können aber auch verschiedene Töne, oder der Anspruch, wenn er sich verändert, hintereinander beide Töne hervorbringen. — Fig. 27. zeigt eine Abänderung der unter 2. beschriebnen Einrichtung.

Die so vorgerichteten membranösen Zungen können nun mit einem Corpus verbunden werden, namentlich so, dass das mit der Zunge versehene Ende des kurzen Rohrs des Mundstücks in das eine Ende der Korpusröhre eingepasst wird wie ab Fig. 28; das Rohr des Mundstücks dient zum Anblasen. Die meisten Versuche sind mit den unter 2. bezeichneten einlippigen Mundstücken gemacht.

Der Einfluss der Korpuslänge auf die Höhe des Tons schien anfangs ganz regellos. Als jedoch die Einrichtung getroffen wurde, dass das 1 Zoll weite, aus Auszugröhren zusammengesetzte, Corpus ab Fig. 28. ganz successiv von kleinen Dimensionen an bis 4 Fuss verlängert werden konnte, zeigte sich, dass der Ton, wenn er bei stetiger Verlängerung des Corpus allmählich tiefer geworden ist, bei einer gewissen Länge wieder bis ungefähr zu der

Höhe der Zunge hinaufspringt, dann aufs Neue tiefer wird, bis er abermals bis gegen die vorige Höhe springt u. s. f. Zwei Beispiele werden hinreichen, dies zu zeigen:

I. Grundton einer einlippigen Kautschuckzunge (durch ein Windrohr von 3″) $\overline{\overline{\text{cis}}}$.

Corpus.	Ton.	Bemerkungen.
0	$\overline{\overline{\text{cis}}}$	
6″	$\overline{\overline{\text{c}}}$	Der Ton fällt.
6″ 9‴	$\overline{\text{h}}$	„
7 6	$\overline{\text{ais}}$	„
9	$\overline{\text{a}}$	„
9 6	$\overline{\text{a}}$ und $\overline{\overline{\text{cis}}}$	Der Ton springt von $\overline{\text{a}}$ auf $\overline{\overline{\text{cis}}}$, $\overline{\overline{\text{cis}}}$ bleibt bis gegen 18″ Corpuslänge.
18	$\overline{\overline{\text{e}}}$	Fällt.
20	$\overline{\overline{\text{cis}}}$	„ (Soll wohl $\overline{\text{ais}}$ heissen.)
22 6	$\overline{\text{a}}$ und $\overline{\overline{\text{cis}}}$	Der Ton springt von $\overline{\text{a}}$ auf $\overline{\overline{\text{cis}}}$ und bleibt dann $\overline{\overline{\text{cis}}}$ bis gegen 30″.
30	$\overline{\overline{\text{c}}}$	Fällt.
31	$\overline{\text{h}}$ und $\overline{\overline{\text{cis}}}$	Springt von $\overline{\text{h}}$ auf $\overline{\overline{\text{cis}}}$.
36	$\overline{\overline{\text{cis}}}$	
40	$\overline{\overline{\text{c}}}$	Fällt.
45	$\overline{\text{h}}$ und $\overline{\overline{\text{cis}}}$	Springt.
48	$\overline{\overline{\text{cis}}}$	

II. Grundton einer einlippigen Kautschukzunge, durch den Anspruch des Mundes ohne Windrohr $\overline{\overline{\text{dis}}}$.

Corpus.	Ton.	Bemerkungen.
0	$\overline{\overline{\text{dis}}}$	
3″	$\overline{\overline{\text{d}}}$	Der Ton fällt.
4″ 6‴	$\overline{\overline{\text{cis}}}$	„
5	$\overline{\overline{\text{c}}}$	„
6 6	$\overline{\text{h}}$	„

Corpus.		Ton.	Bemerkungen.
7		$\overline{\text{ais}}$	Der Ton fällt.
8		$\overline{\text{a}}$	"
9"	6'''	$\overline{\text{gis}}$	"
10		$\overline{\text{gis}}$ und $\overline{\overline{\text{cis}}}$	Der Ton springt von $\overline{\text{gis}}$ auf $\overline{\overline{\text{cis}}}$.
11		$\overline{\overline{\text{cis}}}$	Fällt.
13		$\overline{\overline{\text{c}}}$	"
17	6	$\overline{\text{h}}$	"
20	6	$\overline{\text{ais}}$	"
22		$\overline{\text{a}}$	"
23	6	$\overline{\text{gis}}$	"
26	6	$\overline{\text{gis}}$ und $\overline{\text{h}}$	Hinter einander. Sprung.
31		$\overline{\text{ais}}$	Fällt.
35		$\overline{\text{a}}$	"
39		$\overline{\text{gis}}$	"
41		$\overline{\text{gis}}$ und $\overline{\text{h}}$	Hintereinander.
45		$\overline{\text{ais}}$	Fällt.

Man sieht, dies Verhalten ist ähnlich wie an Pfeifen mit starren Zungen, denn bei diesen findet bekanntlich das Fallen und dann das Springen des Tones ebenfalls statt, wenn man das Corpus verlängert; nur springt er bei diesen 1) immer auf den ursprünglichen Zungenton zurück; 2) erfolgt dies, so oft die Corpuslänge ein Vielfaches von der halben Wellenlänge des Zungentones ist und 3) fällt der Ton regelmässig bei der ersten halben Wellenlänge um eine Octav, $\frac{1}{2}$, bei der zweiten um eine Quarte, $\frac{3}{4}$, bei der dritten um eine kleine Terz, $\frac{5}{6}$ etc. Die beiden ersten Gesetze finden bei den membranösen Zungen gewöhnlich nur in einer sehr mässigen Annäherung statt; die Intervalle aber, um welche der Ton fällt, sind im Allgemeinen viel kleiner und weniger regelmässig. Der Grund dieser geringeren Regelmässigkeit liegt offenbar hauptsächlich in der weniger festen Stimmung der membranösen Zungen.

Einen ähnlichen Einfluss wie das Verlängern des Corpus hat auch das Verengen seines offenen Endes.

Von Wichtigkeit ist aber noch der Umstand, dass das '
rohr, mit welchem die membranöse Zunge angeblasen wird,
gleichen Einfluss auf die Vertiefung des Tones hat, wie des
pus. Lässt man die Zunge ganz ohne Corpus und bringt si
an dem Ende eines Windrohrs an, das allmählig verlängert
so vertieft sich der Ton bis zu einer gewissen Grenze, die
hier die Octave nicht erreicht; bei weiterer Verlängerung s
er wieder in die Höhe zurück und vertieft sich von dort au
der mit fortschreitender Verlängerung, springt nochmals au
selben hohen Ton zurück, vertieft sich von da an wieder, s
wieder zurück u. s. w. In der folgenden Tabelle sind di
einer einlippigen Kautschukzunge ohne Corpus erhaltenen
und die dazu gehörigen Längen des Windrohrs mit den L
zusammengestellt, welche das Corpus ohne Windrohr haben m
um dieselben Töne zu geben. Das Anblasen geschah mit
Munde, indem die Lippen im einen Falle das Ende des \
rohrs umfassten, im andern das nur ¼ Zoll lange Rohr, wo
die Zunge gespannt war. Der Ton der Zunge allein, für de
spruch mit dem Munde, war $\overline{\overline{h}}$.

Töne.	Windrohr ohne Corpus.	Töne.	Corpus ohne W rohr.
ais	4″ 6‴	$\overline{\overline{ais}}$	1″2‴
$\overline{a}$	9 10	$\overline{a}$	2
$\overline{gis}$	13	$\overline{gis}$	3″ bis 5″6‴
$\overline{g}$	15 6	$\overline{g}$	7″6‴
$\overline{fis}$	17 6	$\overline{fis}$	9
$\overline{f}$	19	$\overline{f}$	10
		$\overline{e}$	13
		$\overline{dis}$	17
$\overline{f}$ und $\overline{ais}$	20″, Sprung d. Tons.		
		$\overline{ais}$ +	22″4‴ Sprung d.'
$\overline{a}$	24″6‴		
$\overline{gis}$	27 6		
$\overline{g}$	29	$\overline{g}$	23″
$\overline{fis}$	32	$\overline{fis}$	25″6‴
		$\overline{f}$	27 6
		$\overline{e}$	32

Töne.	Windrohr ohne Corpus.	Töne.	Corpus ohne Windrohr.
		$\overline{\text{dis}}$	39″6″
$\overline{\text{f}}$ und $\overline{\text{ais}}$	35″, Sprung.		
$\overline{\text{a}}$	37		
$\overline{\text{gis}}$	42		
$\overline{\text{g}}$	46	$\overline{\text{g}}$	40″ $\overline{\text{dis}}$ springt auf $\overline{\text{g}}$
		$\overline{\text{fis}}$	42
		$\overline{\text{f}}$	45

Wie man sieht, entsprechen hier, und so auch bei andern Versuchen, den gleichen Tönen nicht gleiche Längen des Windrohrs und des Corpus, begreiflich, da die Mundhöhle, (oder auch statt ihrer die Windlade) an die Stelle des Windrohrs tritt, wo dieses fehlt, und eine Fortsetzung desselben bildet, wo es vorhanden ist, und daher in beiden Fällen nicht gleichen Einfluss hat. Denn zwischen Windrohr und Corpus findet, wie man leicht denken kann, keine Compensation in der Art statt, dass der Ton ungeändert bliebe, wenn man das eine um ebensoviel verkürzt, als man das andre verlängert. Dadurch werden die Erscheinungen, wenn man beide Röhren zugleich ihre Längen ändern lässt (siehe Fig. 28.), noch viel complicirter, und Müller hat durchaus keine Regel darin auffinden können. Er findet nur die constante Bestätigung der Beobachtung, dass bei einer bestimmten Corpuslänge die Verlängerung des Windrohrs den Ton immer ändert, bis die gegenseitigen Einwirkungen gleich sind; hat das Windrohr eine bestimmte Länge und wird das Corpus verlängert, so erhält man auch wieder eine Vertiefung bis zu einer bestimmten Grenze, dann springt der Ton nach der früheren Höhe zurück, fällt wieder bis zu einer Grenze und springt wieder, was sich regelmässig wiederholt. Ist Corpus und Windrohr jedes so lang, dass jenes mit der (vom Munde angeblasenen Zunge) denselben Ton giebt, wie die Zunge mit dem vom andern Ende angeblasenen Windrohr allein, so giebt die Verbindung mit dem Corpus vorn und dem Windrohr hinten jetzt denselben Ton.

Die im Vorstehenden behandelten Pfeifen mit membranösen Zungen, besonders, wenn diese zweilippig sind, besitzen viel Analogie mit dem Stimmorgan, sowie mit denjenigen Blaseinstrumen-

ten, wo die Lippen auf ein becher- oder kesselförmiges oder conisches Mundstück aufgesetzt werden, wie dies bei den Trompeten, Hörnern etc. der Fall ist; Instrumente, welche bekanntlich von W. Weber (*Leges oscillationis etc. p.* 7.) Pellisov (Schweigger-Seidels Neues Jahrb. VII. 235.) und Anderen den Zungenpfeifen verglichen werden, und nun an den membranösen Zungen eine noch nähere Analogie erhalten.

Am Schlusse seiner Untersuchung kommt Müller auf die Frage, ob der Ton an den Zungeninstrumenten mehr den Schwingungen der Zunge für sich, oder dem in isochronischen Stössen hervordringenden Luftstrome zuzuschreiben sei. Dass beide einen Antheil an der Erzeugung der Schallwellen haben, kann von Niemand bezweifelt werden; es handelt sich also nur darum, welchem von beiden Umständen man den überwiegendsten Einfluss auf die Fülle des Tones zuzuschreiben habe. W. Weber (Poggend. Ann. XVI. 422.) misst diesen den Luftstössen bei, da eine metallne Zunge, während sie mit den übrigen Theilen des Instruments verbunden bleibt, mit dem Violinbogen zum heftigsten Schwingen gebracht werden kann, ohne doch dabei einen andern Ton zu geben, als jenen schwachen, nur in der Nähe hörbaren, den sie auch ohne das übrige Instrument beim Streichen mit dem Bogen giebt, und der jenem vollen und starken des geblasenen Instruments nicht zu vergleichen ist. Müller hält dies nicht für entscheidend, und erklärt den Antheil der Luftstösse, wenigstens für die membranösen Zungen, für unwesentlich, weil

1) kein Grund vorhanden sei, eine andere Ursache des Tones zu suchen, als die eignen Schwingungen der Zunge, die durch den Luftstrom nur in stärkerer Schwingung erhalten und auch einigermassen angespannt werde;

2) weil membranöse und sehr dünne metallische Zungen beim Anblasen mit einem Röhrchen Töne von gleichem Timbre geben, wie beim Anblasen an einem Rahmen mit dem Munde;

3) weil auch bei einer Breite der Spalte von 1 Lin. die membranösen Zungen oft noch klare Töne von gleichem Timbre wie bei enger Spalte geben;

4) weil der Ton nicht in die Octave übergehe, wenn die Zunge so gegen den Rahmen steht, das sie sowohl beim Hingang als beim Hergang durch den Rahmen durchschlägt, und daher doppelt soviel Luftstösse bewirkt;

Was die drei ersten Gründe betrifft, so scheinen allerdings die Töne dieser Zungen für sich nicht so klanglos zu sein, als man sonst vielleicht glauben möchte. Jedoch fehlen die Luftstösse auch in dem unter 3. und selbst in dem unter 2. genannten Falle nicht ganz, indem im letztern Falle die Zunge abwechselnd in den Strom tritt und ihm ausweicht. Müller meint zwar, dadurch werde der Strom nur in eine andre Richtung abgelenkt, allein der Fall ist fast derselbe, wie wenn man Savarts Zahnräder mit einem gegen die Zähne geblasenen Luftstrom als Sirene gebraucht. Da nun die Bildung von Tönen und recht starken Tönen durch solche Luftstösse, wie sie hier immer, und zwar in der *Regel* in hohem Maasse entstehn müssen, eine unleugbare Thatsache ist, so wird man ihnen immer einen nicht zu unbedeutenden Antheil an der Bildung des Tones zuschreiben dürfen, und es *ist* das vorhin erwähnte Argument Weber's, wenn auch nicht absolut entscheidend, doch keineswegs beseitigt. Was aber den unter 4. erwähnten Umstand betrifft, so habe ich gefunden, dass allerdings unter den dort bezeichneten Bedingungen neben dem Grundtone auch die Octave hörbar wird. An der Mundharmonica sind die Zungen bekanntlich einwärts gebogen; nehme ich eine solche Zunge, deren Ton bei starkem Anblasen nicht, wie gewöhnlich, tiefer wird, sondern ziemlich seine Höhe hält, so bemerke ich bei abwechselnd schwachem und starkem Blasen, dass dem Hauptione sich seine Octave deutlich beimischt, wenn ich so stark blase, dass die Zunge aus der darüber befindlichen Spalte herausschwingt. Müller selbst scheint später (über die Compensation &c. p. 34.) mehr Gewicht auf die Luftstösse gelegt zu haben.

VIII. Stimmorgan des Menschen.

(J. Müller Handb. der Physiol. II. 179. Ders. über die Compensation d. physisch. Kräfte am menschl. Stimmorgan. Berlin, 1839.)

Dass das Stimmorgan den Zungenpfeifen zu vergleichen sei, ist eine Ansicht, welche, je genauer man die Natur der verschiedenen Arten der Tonerzeugung kennen lernte, immer begründeter erscheinen musste, und welcher in neuerer Zeit die vorzüglichsten Schriftsteller über diesen Gegenstand beigetreten sind. Eine Ausnahme hiervon macht Savart, welchr das Stimmorgan einer Labialpfeife mit schlaffen Wänden und schlaffem Kern verglichen hat (*Ann. de. Ch. et Ph.* XXX. 64.) Indessen steht schon Sa-

vart's Pergamentpfeife den Zungenpfeifen in so fern näher, als die Schwingungen der Luft von den Transversalschwingungen fester Körper, besonders des Kerns, begleitet sind, und aus den Kräften und Massen, welche beide zur Bewegung hinzubringen, ein wesentlich neuer Schwingungszustand resultirt. Es fehlt ihr jedoch Eines, um eine wahre Zungenpfeife zu sein, nämlich das abwechselnde Schliessen und Oeffnen einer Spalte und die dadurch erzeugten Luftstösse. Eben dies hat man auch wohl von dem Stimmorgan behauptet, indem hier der Ton hervorgebracht werden könne, ohne dass die Stimmritze sich schliesse. Allein die Stösse fehlen nicht, wenn auch die Stimmritze im Schwingen nur abwechselnd enger und weiter wird. Eben so braucht auch nach dem Vorhergehenden bei den Pfeifen mit membranösen Zungen die Spalte von der Zunge keineswegs ganz geschlossen zu werden, und im Grunde ist dies ja auch bei den starren, wenigstens bei den Kratzenstein'schen (einschlagenden) Zungen nicht der Fall.

Müller's Untersuchungen bestätigen die Ansicht, dass das Stimmorgan als eine Art Zungenpfeife zu betrachten sei, aufs Vollständigste. Sie zeigen ausführlich den Einfluss derjenigen Umstände, von welchen die Höhe des Tones abhängt. Im Folgenden sind die Resultate seiner für die Kenntniss dieses Gegenstandes sehr wichtigen Untersuchungen zusammengestellt.

Dieselben sind an ausgeschnittnen Kehlköpfen von Leichen gemacht. Es ist bei der Beweglichkeit aller Theile nicht leicht, dieselben zu den Versuchen gehörig festzustellen. Dies geschieht, indem der mit einem Theile der Luftröhre herausgenommene Kehlkopf mit der hinteren Wand auf ein Brettchen gelegt, darauf die Cartilago cricoidea festgebunden, ferner ein Pfriemen queer durch den unteren Theil der Cartilagines arytenoideae gesteckt, und dieser gegen ein Brettchen mit Schnüren angezogen wird. An den Winkel des Schildknorpels dicht über der Insertion der Stimmbänder wird eine feine Schnur angeheftet, die über eine Rolle läuft und eine Wagschale trägt, um den Stimmbändern eine messbare Spannung zu geben. Da der Kehldeckel, die obern Stimmbänder, die Morgagni'schen Ventrikel, die Santorinischen Knorpel, die Ligamenta ary-epiglottica und selbst der obere Theil des Schildknorpels bis zur Insertion der Stimmbänder zum Tonangeben nicht wesentlich nöthig sind, so werden zunächst diese

Theile bis dicht über die unteren Stimmbänder abgeschnitten, um diese Bänder und die Stimmritze besser zu sehen. In dem Luftröhrenstück steckt ein Holzrohr zum Anblasen. Folgende Thatsachen wurden beobachtet.

1) Die untern Stimmbänder geben bei enger Stimmritze volle und reine Töne beim Anspruch durch Blasen von der Luftröhre aus. Die Töne kommen denen der menschlichen Stimme sehr nahe und haben grosse Aehnlichkeit mit denen, welche sich an nassen, aus elastischer Arterienhaut gebildeten, auf das Ende eines Rohrs ausgespannten Bändern, durch Blasen hervorbringen lassen.

2) Diese Töne unterscheiden sich von denjenigen, welche man erhält, wenn die Ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel noch vorhanden sind, darin, dass sie weniger stark sind, indem diese Theile sonst beim Anspruch, sowie die hintere Wand der Luftröhre stark mitschwingen und resoniren.

3) Am leichtesten und jedesmal sprechen die Stimmbänder an, wenn der hintere Theil der Stimmritze zwischen den Cartilagines arytenoideae geschlossen ist; doch ist dies nicht absolut nothwendig. Das Schliessen dieses Theils kann geschehn, indem man die Knorpel zusammenrückt und mit Schnüren am Pfriemen befestigt.

4) Haben die Stimmbänder eine gleichbleibende Spannung, so bleibt sich der Ton in der Höhe gleich, mag der hintere Theil der Stimmritze bis zur Insertionsstelle der Stimmbänder offen sein, oder durch Aneinanderpressen der Cartilagines arytenoideae geschlossen.

5) Schliesst dieser hintere Theil der Stimmritze nur theilweise, so dass ganz hinten eine kleine Oeffnung bleibt, so entsteht durch diese kein zweiter Ton.

6) Bei gleicher Spannung der Stimmbänder hat die grössere oder geringere Enge der Stimmritze keinen wesentlichen Einfluss auf die Höhe des Tons. Dieser spricht nur bei weiter Stimmritze schwer an und ist weniger klangvoll, indem man das Geräusch des Durchströmens der Luft vernimmt. Dies ist ebenso, wie bei den Kautschukzungen.

7) Sind die Stimmbänder ungleich gespannt, so geben sie in der Regel doch nur einen, in seltenen Fällen zwei Töne an, ebenso wie Kautschukbänder. Auch kann man öfters eine ein-

seitige Schwingung eines Stimmbands bemerken, besonders wenn sie nicht ganz in gleicher Ebne liegen.

8) Bei gleichbleibender Spannung der Stimmbänder entsteht zuweilen statt des Grundtons derselben ein viel höherer Ton, besonders wenn sie beim Schwingen in einem Theile ihrer Länge anstossen. Dies ist aus der Entstehung von Schwingungsknoten zu erklären, und Aehnliches zeigt sich zuweilen an Kautschukbändern.

9) Es können sowohl Töne hervorgebracht werden, wenn die Stimmbänder eine enge Oeffnung haben, als wenn sie sich ganz berühren. Im letztern Fall erfolgen die Töne besonders leicht bei ganz schlaffen Stimmbändern. Die Schwingungen dieser Bänder sind dann ungemein stark, indem der Durchgang der Luft erschwert ist, und sie weiter ab oder auseinandergetrieben werden. Dies ist ebenfalls wie bei den Kautschukbändern.

10) Wenn die Stimmbänder bei sehr geringer Spannung einander berühren, so sind die Töne von andrem Klang, nämlich stärker und voller als bei enger Stimmritze.

11) An Höhe dagegen sind die Töne bei einerlei Länge und Spannung der Stimmbänder nicht verschieden, diese Bänder mögen sich berühren oder eine enge Spalte bilden.

12) Auch im ganz schlaffen und nicht gespannten Zustande der Stimmbänder lassen sich noch ganz gut Töne hervorbringen, wenn die Stimmritze zugleich sehr verkürzt wird, indem man sie durch Zusammendrücken der Lippen mit der Pincette in ihrem hinteren Theile schliesst. Die Ausdehnung, welche sie durch die dagegen gepresste Luft erleiden, giebt ihnen dabei eine gewisse Spannung und die nöthige elastische Gegenwirkung gegen den Luftstrom.

13) Tiefe Töne lassen sich sowohl bei sehr kurzer als bei langer Stimmritze, hohe Töne bei langer sowohl als bei kurzer Stimmritze erzeugen, wenn nur den Stimmbändern ein entsprechender Grad von Spannung gegeben wird.

14) Die Töne verändern sich in der Höhe, wenn die ganzen Stimmbänder vom Winkel der Cartilago thyrioidea bis zu den fest aneinander liegenden Vocalfortsätzen der Cartilagines arytenoideae ohne Berührung schwingen, mit zunehmender Spannung nicht ganz wie die Saiten und an zwei Enden gespannten Membramen, d. h. die Schwingungszahl vermehrt sich bei grösserer Spannung

nicht proportional der Quadratwurzel der Spannung, sondern etwas weniger. Z. B. gab bei 4, 16 und 64 Loth Spannung ein Kehlkopf $\bar{c}$, $\bar{a}$ und $\overline{\overline{\text{gis}}}$, ein andrer $\overline{\text{eis}}$, $\bar{h}$ und $\overline{\overline{\text{ais}}}$ — $\bar{\bar{a}}$ etc. Die Zurichtung des Kehlkopfs für diesen Versuch zeigt Taf. I. Fig. 29., a die Cartilagines arytenoideae, b den Rest des Schildknorpels, c den Ringknorpel, d das untere Stimmband, e die innere Haut des Kehlkopfs bezeichnet. In der Schrift „über die Compensation etc." führt Müller noch mehrere andere Versuche an, wo die Bänder bei verschiednen Spannungen mit gleichem am Manometer gemessenen Luftdrucke angeblasen wurden. Der Ton stieg bei vierfacher Spannung ungefähr um eine Quarte oder Quinte. Müller schreibt dies geringere Steigen einer ungleichen Spannung der verschiedenen Fasern zu. Mir scheint eine Hauptursache darin liegen zu müssen, dass die Gewichte nur einen Theil der Spannung angeben, und der Luftdruck einen weiteren, nicht verhältnissmässigen Antheil zu dieser Spannung hinzufügt. Daher ist auch jene Differenz bei schwachen Spannungen bedeutender als bei stärkeren.

15) Auch die Töne der vom Kehlkopf isolirten Stimmbänder, wenn diese mit einem Röhrchen durch einen dagegen getriebenen Luftstrom in Schwingung versetzt werden, steigen bei vermehrter Spannung nicht ganz proportional der Quadratwurzel der Spannung.

16) Durch Veränderung der Spannung in gleicher Direction lassen sich die Töne am Kehlkopf ohngefähr im Umfang von zwei Octaven verändern; bei stärkerer Spannung entstehen unangenehme, höhere pfeifende oder schreiende Töne. Wenn es nicht darauf ankommt die Stimmbänder durch Gewichte, welche, wie im Vorhergehenden, in der Richtung der Bänder selbst ziehen, zu spannen, so lässt sich die Spannung am leichtesten auf die Art, wie es von der Natur selbst geschieht, verändern, nämlich durch Herabziehen des Schildknorpels gegen den Ringknorpel. Der Schildknorpel wirkt dabei als Hebel, dessen Hypomochlion seine seitliche Gelenkverbindung mit dem Ringknorpel ist. S. Fig. 30, wo x die mit Gewichten beschwerte Schnur ist, welche die Wirkung der Musculi cricothyreoidei nachahmt.

Folgende Resultate wurden an einem und demselben männlichen Kehlkopf in zwei auf einander folgenden Versuchen beim schwächsten Anblasen erhalten.

Töne.	Gewicht in Lothen.		Töne.	Gewicht in Lothen.	
	I. Versuch.	II. Versuch.		I. Versuch.	II. Versuch.
ais	½		$\overline{\overline{cis}}$	8	$8\frac{3}{10}$
h	1	½	$\overline{\overline{d}}$	8½	9
$\overline{c}$	1½	1	$\overline{\overline{dis}}$	$9\frac{7}{10}$	10
$\overline{cis}$	2	1½	$\overline{\overline{e}}$	$10\frac{7}{10}$	11
$\overline{d}$	2½	2	$\overline{\overline{f}}$	$11\frac{7}{10}$	12
$\overline{dis}$	$2\frac{3}{10}$	2½	$\overline{\overline{fis}}$	13	13
$\overline{e}$	3	3	$\overline{\overline{g}}$	15	15
$\overline{f}$	3½	3½	$\overline{\overline{gis}}$	17	17½
$\overline{fis}$	4	4	$\overline{\overline{a}}$	19	18½
$\overline{g}$	4½	4½	$\overline{\overline{ais}}$	22	20
$\overline{gis}$	5	5	$\overline{\overline{h}}$	25	22
$\overline{a}$	5½	5½	$\overline{\overline{\overline{c}}}$	28	26
$\overline{ais}$	6	6	$\overline{\overline{\overline{cis}}}$	31	29
$\overline{h}$	6½	6½	$\overline{\overline{\overline{d}}}$	35	32
$\overline{\overline{c}}$	7½	7½	$\overline{\overline{\overline{dis}}}$	37	37

Kein Ton mehr.

Bei anderen Kehlköpfen wurde eine gleiche Erhöhung des Tons zuweilen mit weit weniger Gewicht bewirkt. Mehr Gewicht ist nöthig, wenn dieses in der Richtung der Bänder selbst wirkt, wie in Fig 29. Versuche hierüber findet man in der Schrift „über die Compensation etc." p. 20.

17) Ist der hintere Theil der Stimmritze fest geschlossen, so lassen sich noch tiefere Töne hervorbringen, wenn man die Stimmbänder noch weiter abspannt, durch den mit Gewichten beschwerten Faden y (Fig. 30.), welcher die Wirkung des Musculus thyreo-artenoideus nachahmt und die vom Ligamentum crico-thyreoideum medium bewirkte schwache Spannung aufhebt. Derselbe Kehlkopf wie im vorhergehenden Versuch gab $\overline{dis}$, als diese Abspannung $\frac{3}{10}$ Loth betrug, und sanken die Töne bei vermehrter Abspannung folgendermassen:

Töne	Loth	Töne	Loth
$\overline{\text{dis}}$	$\frac{2}{16}$	e und gis nach einander	$2\frac{2}{16}$
$\overline{\text{d}}$	$\frac{1}{2}$		
$\overline{\text{cis}}$	1	e	$2\frac{4}{16}$
$\overline{\text{c}}$	$1\frac{3}{16}$	dis	$2\frac{6}{16}$
h	$1\frac{4}{16}$	d	$2\frac{8}{16}$
ais	$1\frac{1}{2}$	cis	$3\frac{5}{16}$
a	$1\frac{7}{16}$	H	$3\frac{9}{16}$

18) Man kann auf dem ausgeschnittenen besonders männlichen Kehlkopfe bei sehr schwacher Spannung der Stimmbänder zwei ganz verschiedene Register von Tönen hervorbringen, tiefere vom Klange der Bruststimme und höhere vom Klange der Falsetstimme; die ersteren entstehn leichter bei stärkerem, die letzteren bei schwächerem Blasen; beide Töne können bei gleicher Spannung ziemlich weit auseinander liegen, selbst um eine ganze Octave. Bei einiger Spannung der Stimmbänder erhält man immer Töne vom Klange der Falsetstimme, bei grosser Abspannung immer Brusttöne, man mag stark oder schwach blasen.

19) Der wesentliche Unterschied beider Register besteht nicht in einer Aliquottheilung der Länge nach, wie bei den Flageolettönen der Saiten, sondern darin, dass bei den Falsettönen blos die feinen Ränder der Stimmbänder, bei den Brusttönen die ganzen Stimmbänder lebhaft und mit grossen Excursionen schwingen. Diese Thatsache ist zuerst von Lehfeldt (Diss. de vocis formatione Berol. 1835.) beobachtet. Müller stellt folgende Theorie der Brusttöne auf:

a. Die Bänder schwingen in ganzer Breite, auch die mit ihnen verbundenen Membranen und der Musculus thyreo-arytenoideus.

b. Die tiefsten Brusttöne werden erhalten bei Abspannung der Stimmbänder durch Rückwärtsbewegen des Schildknorpels.

c. Bei so grosser Abspannung sind die Stimmbänder nicht allein ganz ungespannt, sondern im Zustande der Ruhe auch runzelig und faltig; aber sie werden durch das Blasen ausgedehnt und dieses giebt ihnen die zum Schwingen nöthige Tension.

d. Indem man die Abspannung geringer werden lässt, und dem Schildknorpel erlaubt sich nach vorn zu begeben oder dem Zuge des elastischen Ligamentum crico-thyreoideum medium nachzugeben, steigen die Brusttöne bis gegen eine Octave.

e. Bei der mittleren ruhigen Stellung des Schildknorpels und der Cartilagines arytenoideae, wenn die Stimmbänder weder gespannt noch gefaltet sind, hat der Kehlkopf die Disposition zu seinen leichtesten mittleren Brusttönen. (Zwischen den mittleren und tiefsten Brusttönen liegen die der gewöhnlichen Sprache.)

f. Die zweite Octave tritt schon, indem aufwärts entsprechende Fisteltöne neben ihr liegen, mit diesen in Collision; letztere werden vermieden und die Brusttöne bis zur letzten Grenze nach der Höhe gesteigert durch Zusammendrückung der Stimmbänder von den Seiten und Verengerung des Aditus glottidis inferior vermöge des Musculus thyreo-arytenoideus, dann auch wieder, wie schon vorher durch stärkeres Blasen. Jener Druck lässt sich am ausgeschnittnen Kehlkopf mit einer Pincette bewirken. Er erhöht zuweilen den Ton, zuweilen hat er innerhalb gewisser Grenzen keinen Einfluss auf die Höhe; Jenes scheint der Fall zu sein, wenn dadurch die Spannung der Bänder oder die Länge ihres schwingenden Theiles geändert wird. Bei einer gewissen Stärke des Drucks haben die Brusttöne ihren vollsten Klang, bei weiterer Verstärkung tritt eine gepresste Schwäche ein. (Ueber die Compensation S. 29.)

g. Bei den Brusttönen kommt ausser den Stimmbändern auch die musculöse Tension der Stimmlippen durch den Musc. thyreo-arytenoideus in Betracht.

h. Bei den Falsettönen schwingt blos der innere oder Randtheil der Stimmbänder; sie hängen in Hinsicht der Höhe von der Spannung der Stimmbänder ab.

20) Der Kehldeckel, die oberen Stimmbänder, die Morgagnischen Ventrikel, die Gaumenbogen, kurz alle vor den untern Stimmbändern liegenden Theile sind weder zur Bildung der Brusttöne noch der Falsettöne nöthig. (S. weiter unten No. 28 bis zum Schluss.)

21) Die auf weiblichen Kehlköpfen leicht hervorzubringenden Töne sind im Allgemeinen höher. Doch lassen sich auch tiefe Töne bei gänzlicher Abspannung der Stimmbänder und Annäherung ihrer Ränder bis zur Berührung selbst bei kurzer Stimmritze hervorbringen. Die Länge der Stimmbänder (nicht der Stimmritze) fand Müller an männlichen Kehlköpfen im Zustande der Ruhe 16—21 Millimeter, im Zustande der grössten Spannung 21—26 Millim., dagegen an weiblichen in der Ruhe 12—14, in der grössten Spannung 15—16 Milim.

22) Bei ungeänderter Spannung der Stimmbänder durch ein Gewicht, lässt sich der Ton durch stärkeres Blasen bedeutend in die Höhe treiben. Luftdruck und Spannung der Stimmbänder können sich daher in der Art compensiren, dass stärkere Spannung mit schwächerem Winde denselben Ton in Piano giebt, welchen schwächere Spannung der Bänder bei stärkerem Blasen in Forte erzeugt. Hiervon handelt besonders die Schrift „über die Compensation etc.“ Um den Luftdruck zu messen wurde ein heberförmiges Manometer gebraucht, dessen einer Schenkel in das Windrohr eingefügt, der andere offen ist; der Niveauunterschied des Wassers oder Quecksilbers in den beiden Schenkeln giebt den Druck. Aus den hiermit angestellten Versuchen ergeben sich folgende Resultate:

a. Die tieferen Töne sprechen schon beim Druck einer Wassersäule von 1¼ bis 3¼ Centimeter. Das Fortissimo wurde zuweilen schon bei 8—12—14 Centim. erreicht; doch sprechen die Töne bei viel stärkerem Druck noch an, wenn die obere Oeffnung des Stimmrohrs verengt wird, was am todten Kehlkopf durch seitliche Compression der Stimmbänder, am lebenden durch die Musculi thyreo-arytenoidei geschehn kann. Cagniard de Latour hat den Luftdruck bei der Phonation an einem lebenden Menschen gleich einer Wassersäule von 16 Centim. gefunden; doch war es eine Krankheit der Stimmwerkzeuge, welche die Bronchotomie nöthig gemacht hatte.

b. Die höheren Töne, bei stärkerer Spannung der Bänder, brauchen zum leisesten Ansprechen stärkeren Wind als die tieferen, bei schwächerer Spannung. Dies zeigt sich in folgenden Beobachtungen:

Spannung in Viertellothen.	Falsettöne beim leisest möglichen Anspruch.	Centimeter der Wassersäule.	Spannung in Viertellothen.	Falsettöne beim leisest möglichen Anspruch.	Centimeter der Wassersäule.
1	f	4	13	$\bar{d}$	10 +
3	g	6	19	$\bar{e}$	13
5	a	8	27	$\bar{f}$	13
7	h	9	31	$\bar{g}$	13
9	$\bar{c}$	10 —	45	a	16

c. Von den zahlreichen Versuchen über die Erhöhung des Tones durch verstärkten Wind bei gleichbleibender Spannung mag es genügen, hier drei anzuführen:

I. Spannung $\frac{1}{4}$ Loth		II. Spannung $2\frac{1}{4}$ Loth		III. Spannung 0	
Wassersäule des Manometers.	Falsettöne	Wassersäule des Manometers.	Falsettöne	Wassersäule des Manometers.	Brusttöne
1″ 6‴	g	2″ 8‴	$\overline{\text{dis}}$	2″	fis
1 8	gis	3 2	$\overline{\text{e}}$	4″ 6‴	g
2	a	4	$\overline{\text{f}}$	5 6	gis
2 4	ais	4 10	$\overline{\text{fis}}$	6	a
2 8	h	6	$\overline{\text{g}}$	7	h
2 10	$\overline{\text{c}}$	7 4	$\overline{\text{gis}}$	8 6	$\overline{\text{c}}$
3 2	$\overline{\text{cis}}$	8	$\overline{\text{a}}$	10	$\overline{\text{cis}}$
3 4	$\overline{\text{d}}$	8 10	$\overline{\text{ais}}$	11	$\overline{\text{d}}$
4	$\overline{\text{dis}}$	10	$\overline{\text{h}}$	12	$\overline{\text{dis}}$
4 6	$\overline{\text{e}}$				
5 4	$\overline{\text{f}}$				
6 6	$\overline{\text{fis}}$				
7 4	$\overline{\text{g}}$				
8	$\overline{\text{gis}}$				

d. Zuweilen steigt der Ton bei verstärktem Winde nur bis zu einer gewissen Grenze so leicht, und braucht dann zur nächsten Erhöhung um nur $\frac{1}{2}$ Ton einen unverhältnissmässig grösseren Druck; z. B. ein Kehlkopf der bei 2, 3, 4, 7, 8, 10, $11\frac{1}{2}$, $13\frac{1}{2}$ Zoll des Manometers in halben Tönen (Bruststimme) von g bis $\overline{\text{d}}$ in die Höhe gegangen war, brauchte um von $\overline{\text{d}}$ auf $\overline{\text{dis}}$ zu gehn, einen Luftdruck von 22 bis 24 und mehr Zoll Wassersäule. Jene Grenze liegt bei verschiednen Kehlköpfen sehr verschieden, und manche lassen vorher ein Steigen bis auf eine Octave zu, andre weniger; bei stärkerer Spannung ist diese Grenze nach wenigeren Tönen erreicht, indem der Sprung an demselben Kehlkopf immer wie es scheint, fast bei derselben Tonhöhe eintritt. Der Grund dieses Verhaltens ist nicht bekannt. Müller sucht ihn vorläufig in dem Uebergang von der Bruststimme zum Falset.

e. Von den Versuchen, aus welchen man sieht, wie beim Crescendo der Einfluss des vermehrten Luftdrucks durch vermin-

derte Spannung compensirt werden müsse, um dieselbe Tonhöhe zu halten, mögen hier nur zwei angeführt werden:

Bruststimme			Falset		
Töne	Spannung	Wassersäule	Töne	Spannung	Wassersäule
piano h	4 Loth	6″	piano $\overline{\overline{\overline{\text{cis}}}}$	4 Loth	3″,5
h	2 „	8	$\overline{\overline{\overline{\text{cis}}}}$	2 „	4
h	1 „	10	$\overline{\overline{\overline{\text{cis}}}}$	1 „	6
forte h	½ „	12	forte $\overline{\overline{\overline{\text{cis}}}}$	½ „	8

Die Spannung war durch Zug am Schildknorpel gegeben und zeigt also die Kraft, welche am lebenden Kehlkopf hauptsächlich von dem Musculus cricothyreoideus ausgeübt werden muss.

23) Wird die Luft bei einer bestimmten Spannung der Stimmbänder eingezogen statt ausgestossen, so spricht der Ton in der Regel nicht an; zuweilen kam ein etwas tieferer rasselnder Ton zum Vorschein.

24) Werden die Stimmbänder durch Berührung ihres äusseren Theils gedämpft, so geben sie höhere Töne an, gerade so wie die Kautschukbänder am künstlichen Kehlkopf.

25) Die Länge des Windrohrs und des Corpus hat auf den Ton der Stimmbänder keinen solchen merklichen Einfluss, wie auf den der Kautschukzungen. Müller hat sowohl das Windrohr allmählich verlängert, als auch das Ansatzrohr (Corpus), nachdem ein solches nicht ohne Schwierigkeit auf die Stimmbänder aufgesetzt war. In beiden Fällen änderte sich bei der Verlängerung des Rohrs unter gleich schwachem Anblasen der Ton entweder gar nicht merklich, oder er ging nur um einen halben, sehr selten um einen ganzen Ton herunter. Bei künstlichen membranösen Zungen, sowohl von Kautschuk als von nasser Arterienhaut, war dies in der Regel sehr viel anders; doch zeigten auch diese zuweilen bei zu schwacher oder zu starker Spannung sehr wenig Aenderung des Tones bei veränderter Länge des Corpus oder Windrohrs. Der Grund dieser Verschiedenheit ist nicht klar. Müller vermuthet er liege darin, dass die Membran, welche den Seitenumfang der Stimmbänder mit den Wänden des Kehlkopfs verbindet, nicht mit gespannt wird, dagegen bei den continuirlichen Membranen des künstlichen Kehlkopfs alle Theile dieser Membranen auf die Schwingungen ein-

wirkten. Auch wenn der Luftröhre ein hölzernes Rohr substituirt wurde entstanden keine grösseren Veränderungen des Tones. Vielleicht haben indess die Membranen zwischen den Knorpeln des Kehlkopfs, insofern sie vom Wind ausgedehnt werden, doch einigen Antheil an jener Verschiedenheit vom künstlichen Kehlkopf, dessen Wände durchgängig fest sind. Bei gewissen Längen des Windrohrs schien zuweilen der Ton weniger gut anzusprechen, und Müller ist geneigt der Verkürzung und Verlängerung der Luftröhre durch das Auf- und Absteigen des Kehlkopfs, welches man am lebenden Menschen beim Gesange bemerkt, nicht sowohl einen Einfluss auf die Bestimmung der Tonhöhe, als vielmehr nur auf das bessere Ansprechen des Tones zuzuschreiben.

26) Die zum Theil membranöse Beschaffenheit der Luftröhre als Windrohr wirkt nicht merklich modificirend auf den Ton der Stimmbänder, und die Luftröhre verhält sich zum Ansprechen so wie ein hölzernes Windrohr von derselben Weite. Dies gilt auch von Kautschukzungen.

27) Das doppelte Ansatzrohr (Corpus) am menschlichen Stimmorgan, nämlich Mundrohr und Nasenrohr scheint in Hinsicht der Höhe des Tons nicht anders als ein einfaches Ansatzrohr zu wirken, verändert aber den Klang des Tones durch die Resonanz. So verhielt sich wenigstens eine Pfeife mit Kautschukzunge, welche mit einem gabelförmigen Ansatzrohr von gleicher Höhe, aber klangvoller war, als mit einfachem Corpus von gleicher Länge.

Müller hat weiter den Einfluss der elastischen Theile über den unteren Stimmbändern untersucht; doch bringen diese keine neuen Elemente der Tonbildung hinzu.

28) Die Deckung der obern Kehlkopfhöhle durch Herabdrükken des Kehldeckels vertieft den Ton etwas und macht ihn zugleich dumpfer. In der Schrift „Ueber die Compensation etc.“ ist gesagt, dass die Stimme durch das Herabdrücken des Kehldeckels im Timbre sehr, in der Höhe kaum merklich verändert wird.

29) Die Erhöhung des Tones durch stärkeres Blasen wird durch den Kehldeckel nicht verhindert.

30) Die Gaumenbogen verengern und das Zäpfchen verkürzt sich bei höheren Brusttönen wie bei den Falsettönen, und bei demselben hohen Ton ist der Isthmus faucium gleich eng, mag der Ton ein Brust- oder Falsetton sein. Auch kann man in beiden Fäl-

len die Gaumenbogen mit den Fingern berühren, ohne dass der Ton verändert wird.

31) Die Verengerung des Anfangs des Corpus oder der oberen Kehlkopfhöhle dicht vor den unteren Stimmbändern kann nach der Theorie der Zungenpfeifen den Ton etwas erhöhen. Doch lässt sich dies am Kehlkopf nicht durch Versuche beweisen.

32) Die Morgagni'schen Ventrikel haben offenbar blos den Zweck, die Stimmbänder von aussen frei zu machen, damit ihre Schwingungen ungehindert sind, wie dies bereits von Mehreren angegeben worden ist.

In der Schrift „Ueber die Compensation etc" ist weiter die Frage aufgeworfen, ob die oberen Stimmbänder, welche durch die elastische Bedeckung der Ventrikel mit den unteren Stimmbändern zusammenhängen, vielleicht in einem Verhältniss der Compensation zu diesem letzten stehen, so dass z. B. ungleiche Spannungen der oberen und unteren Bänder sich compensiren. Jedoch wurde an einen Kehlkopf mit den oberen Bändern und den Morgagni'schen Ventrikeln dasselbe Maximum der Höhe bei grösster Spannung erreicht, wie ohne diese Theile.

Wird der Kopf der Leiche so präparirt, dass auch noch die Fauces mit Nase und Mund erhalten bleiben, so werden abermals keine neuen Elemente der Tonbildung bemerklich, aber der Klang ward der menschlichen Stimme noch ähnlicher, und man kann selbst einige Consonanten wie M und W, und Vocale wie A und U erzeugen.

Fig. 31. zeigt eine von Müller ausgeführte Nachahmung des Kehlkopfs. Die Bänder d sind von Kautschuk oder Arterienhaut; sie liegen nicht wie bei mehreren der früheren Versuche in einer Ebne, sondern sind gegen einander gekehrt, wie Fig. 32. zeigt. a und b sind zwei Pincetten, welche sich um die Gelenke bei c und e drehen können. Die Uebereinstimmung mit dem natürlichen Kehlkopf ergiebt sich aus der Vergleichung mit Fig. 30.

D. Combinationstöne und Stösse.

I. Berechnung derselben.

Die Combinationstöne und Stösse, welche aus zwei gleichzeitig angegebnen Tönen resultiren, hat man fast allgemein durch das (wenn auch nur angenäherte) Zusammentreffen der beiderseitigen Schwingungsmaxima erklärt. Dieser Erklärung zufolge würde die Anzahl der Impulse von dem Verhältniss der Schwingungszahlen der erzeugenden Töne abhängen, und ihrem grössten gemeinsamen Maasse gleich sein. Nach den werthvollen Versuchen von Blein, Hällström und Scheibler hingegen scheint sie vielmehr von dem Unterschiede dieser Zahlen abzuhängen. (Siehe Repert. III. p. 1.) Zwar trifft die erste Differenz (Hällströms erster Combinationston) mit jenem gemeinsamen Maasse in vielen der ausgezeichnetsten Fälle überein, namentlich für die Combinationstöne der meisten Consonanzen und für die Stösse zweier dem Einklange nahen Töne, da diese sich stets sehr angenähert durch zwei um 1 differirende ganze Zahlen ausdrücken lassen. Allein die Beobachtungen geben viele andre Fälle, welche der älteren Theorie nicht gemäss sind, und machen es daher nothwendig, eine umfassendere Ansicht von diesem Gegenstande zu suchen.

Hällström's Erklärung beruht auf demselben Princip, wie die ältere, und rechtfertigt seine Gleichung $\frac{s}{x} = \frac{r}{x} - 1$ (S. Repert. III. p. 8.) nur für den Fall, dass $\frac{s}{x}$ und $\frac{r}{x}$ ganze Zahlen sind, wodurch sie ganz mit der früheren Theorie zusammenfällt. Scheibler und Röber erläutern ihre Ansicht von dem Ursprunge der Erscheinung nur an einem Beispiele, wo ebenfalls kein Unterschied gegen die ältere Erklärung hervortritt. Die sogenannten Combinationstöne und Stösse höherer Ordnung sind in diesen beiden Theorien nach einem Verfahren berechnet, das, welchen Werth es auch als empirische Regel haben mag, doch theoretisch keineswegs erklärt ist.

Poggendorff hat (Ann. der Phys. u. Chem. XXXII. 520.) auf diese Mängel der Theorie hingewiesen, und einen Weg bezeichnet, auf welchem nach Young's Interferenzprincip die Erscheinung zu behandeln sein würde. Wird nämlich ein Lufttheilchen von mehreren in gleicher Richtung fortschreitenden Wellenzügen afficirt, und bezeichnet man mit Y die Ablenkung dessel-

hen von seiner Gleichgewichtslage zur Zeit t, mit $\tau, \tau', \tau'' \ldots$ die Dauer einer ganzen Schwingung in den einzelnen Zügen, sowie mit a, a', a'' ... die Maxima der Ablenkung, welche das Lufttheilchen in den einzelnen Wellenzügen erfahren würde, und zwar zum erstenmal im positiven Sinne, wenn t respective die Werthe c, c', c'' ... erlangt, so hat man

$$Y = a \cos 2\pi \frac{t-c}{\tau} + a' \cos 2\pi \frac{t-c'}{\tau'} + a'' \cos 2\pi \frac{t-c''}{\tau''} + \ldots$$

Bestimmt man nun die Maxima von Y, so geben die Differenzen je zweier auf einander folgender positiver und negativer Maxima die Länge der Schwingungsbahnen. Es kommt nun darauf an, die grössten jener Maxima, oder die grössten dieser Differenzen aufzusuchen, denn diese sind es, welche nach Poggendorff's Ansicht in ihrer periodischen Wiederkehr die Stösse bedingen. Allein es scheint mir diese Ansicht nicht allgemein, und nicht einmal in dem berechneten Beispiele zu dem verlangten Resultate zu führen.

Da nämlich die allgemeine Lösung erhebliche Schwierigkeiten hat,*) so berechnet Poggendorff beispielsweise den Combinationston 3 für das Intervall 5:8 auf folgende Art. Indem a = a' = 1000, c = c' = 0 und die Dauer von 5 Schwingungen des einen und 8 Schwingungen des andern Tones = 360 gesetzt wird, ist

$$Y = 1000 (\cos 8t + \cos 5t).$$

Nimmt man nur ganze 360-Theile, so erhält man für Y folgende Maxima

t	Y	Differenz	t	Y	Differenz
0	+ 2000		198	— 809	809
26	— 1526	3526	223	+ 1780	2589
49	+ 425	1951	249	— 1944	3724
65	— 121	546	274	+ 1190	3134
86	+ 1190	1311	295	— 121	1311
111	— 1944	3134	311	+ 425	546
137	+ 1780	3724	334	— 1526	1951
162	— 809	2589	360	+ 2000	3526
180	0	809	386	— 1526	3526
			etc.	etc.	etc.

*) Diese vermindern sich, wenn man für die Amplituden gewisse Annahmen macht; namentlich, wenn man sie der Schwingungsdauer proportional annimmt (was vermuthlich einer gleichen Intensität der Töne entspricht), so erhält man für $\frac{dY}{dt}$ einen Ausdruck, aus welchem sich die Maxima und Minima ergeben.

Die grössten Maxima fallen auf $t = 0$, 111, 249 und 360, die grössten Differenzen zwischen 0 und 26, 111 und 137, 223 und 219, 334 und 360. Die grössten Maxima können es nicht sein, welche den Combinationston 3 geben, denn obgleich ihrer drei von 0 bis 360 eintreten, so erfolgt doch erstens dies Eintreten nicht isochronisch, sondern bei 111, 249, 360, also in Perioden von 111, 138, 111, und zweitens sind diese Maxima abwechselnd positiv und negativ, wodurch sich die Zahl der Impulse von 3 auf $\frac{3}{2}$ reduciren würde. Aber auch die grössten Differenzen, welche Poggendorff für die eigentliche Ursache der Impulse hält, geben nicht die verlangte Zahl; denn erstens, obgleich sie von 0 bis 360, oder vielmehr von 13 bis 347 isochronisch erfolgen, so ist doch ihre Periode nicht 120, sondern 111 (vollständig 111, 111, 111, 26, 111 etc.) und zweitens geht abwechselnd einmal das positive und einmal das negative Maximum voraus, so dass diesen grössten Differenzen abwechselnd Verdichtung und Verdünnung entspricht, wodurch sich ebenfalls die Zahl der Impulse auf die Hälfte reduciren würde. Man hätte hiernach statt des Combinationstones 3 eher $\frac{3}{2} \cdot \frac{120}{111}$ zu erwarten, was der Erfahrung keineswegs entspricht.

Gleichwohl dürfte ein ähnlicher Gesichtspunkt am geeignetsten sein, für die Erscheinung der Combinationstöne und Stösse eine allgemeine Theorie zu begründen. Auch scheint ein solcher der Rechnung zum Grunde zu liegen, von welcher G. S. Ohm (Poggend. Ann. XLVII. 463.) die Resultate mittheilt, ohne sich über die Principien derselben auszusprechen.

Ohm unterscheidet einen unbedingten Combinationston, der die nach der älteren Theorie berechnete Höhe hat, aber meistens zu schwach ist um gehört zu werden, und einen bedingten, geknüpft an die Bedingung, dass die Schwingungsformen der beiden ihn erzeugenden Töne ähnlich sind; seine Höhe ist die des ersten Hällström'schen. Sind md und nd die Schwingungszahlen der beiden erzeugenden Töne, und wird ihre Stärke $= 1$ gesetzt, so ist der unbedingte Combinationston d und seine Stärke erreicht nie den Werth $\frac{m+n}{mn}$; die Schwingungszahl des bedingten aber ist $(m-n)d$ und seine Stärke immer kleiner $\frac{m}{n} - \frac{n}{m}$. Der letztere kann nur entstehn, wenn $\frac{m+n}{2(m-n)} > 1$, daher muss das Verhältniss der beiden erzeugenden Töne zwischen $1:1$ und $1:3$ lie-

mit Hällström's Beobachtungen übereinstimmt. Die wahrgenommenen sogenannten Combinationstöne nnung erklärt Ohm aus der Combination der harmonischen Beitöne, welche die erzeugenden Töne begleiten. Als Folge ergiebt sich noch, dass in Fällen, wo der Combinationston zu schwach wird um gehört zu werden, die beiden angegebnen Töne nur um einen halben Ton liegen, der genau mittlere Ton zwischen beiden gehört wird, jedoch mit beständigen Unterbrechungen.

Die Stösse betrifft, so findet Ohm, dass diese im Allgemeinen dann wahrnehmbar und regelmässig werden können, Verhältniss der beiden Schwingungszahlen m : n in den ganzen Zahlen ausgedrückt sich einem in viel kleineren ausgedrückten Verhältniss m' : n' sehr nähert. Es entstehen —m'n Stösse, gebildet durch einen Ton, dessen Schwingungszahl $\frac{m}{m'}$ ist, welcher aber (mn' — m'n) Mal in der Zeiteinheit Schwingungsform stark verändert und wiederherstellt. dieser Stösse ist $\frac{m' + n'}{m'n'}$. Innerhalb der Grenzen, wo Stösse auftreten können, führt der Ausdruck mn' dieselbe Zahl, wie Scheibler's Rechnung.

II. Ursprung der Stösse.

eigenthümlichen Gesichtspunkt hat F. Savart diesem abgewonnen (l'Institut 1839 p. 462. 1840 p. 6). Nach die Stösse nicht erst bei der Verbreitung des Schalls in den tönenden Körpern selbst. Lässt man zwei Orgelpfeifen ansprechen, so fühlt man bei jedem Stosse eine starke ung in der Hand, wenn man diese auf die Windlade die Pfeifen selbst legt. Dasselbe findet statt, wenn man Resonanzboden berührt, während zwei Saiten schwingen und ngen. Zugleich bemerkt man, dass die Amplituden der ima und Minima erleiden, und dass das Maximum der dem Minimum der andern zusammentrifft. Das Letztere man noch leichter an zwei Zungenpfeifen mit Glasröhr, die zwei sehr tiefe und wenig verschiedene Töne Zungen erleiden bei jedem Stosse sehr beträchtliche ngen ihrer Amplitude, indem die der einen bis zu einem

setzt sich das andre mit in Bewegung, und das Verhalten ist, wenn das kürzere angestossen wird, ähnlich dem bei entgegengesetztem Anstoss, wenn das längere angestossen wird, ähnlich dem bei gleichem Anstoss.

Die einzelnen Resultate an isochronisch gehenden gleichen, sowie etwas ungleichen Pendeln, und an solchen, deren Schwingungszahlen sich wie 4 : 5, 3 : 4, 2 : 3 und 1 : 2 verhielten, findet man in einer Tabelle (l'Institut 1840. p. 7.) zusammengestellt.

Setzt man an die Stelle der beiden Pendel zwei Stäbe, welche an den Armen der Tförmigen Stabverbindung befestigt, und so lang und dünn sind, dass ihre Schwingungen gesehn werden können, ohne hörbar zu sein, so findet man, je nachdem diese Stäbe gleich oder ungleich sind und in gleicher oder entgegengesetzter Richtung angestossen werden, ganz dieselben gegenseitigen Einflüsse, wie bei den Pendeln.

Alle diese Erscheinungen lassen sich nun auch mit Körpern hervorbringen, welche sich in tönender Schwingung befinden. Zieht man auf ein Monochord oder noch besser auf einen Contrebass zwei Saiten von gleicher Dicke, möglichst genau in den Einklang gestimmt, und setzt sie durch ganz gleichzeitiges Anschlagen oder durch Streichen mit dem Bogen in gleichgerichtete oder entgegengesetzte Schwingung, so werden sie Schwingungen von gleicher Amplitude machen und keine Stösse hören lassen. Setzt man aber eine dieser Saiten allein in Bewegung, so werden sich ihre Schwingungen vermindern, bis sie Null werden, während zugleich die der andern bis zu einem Maximum wachsen; indem sich dies periodisch wiederholt, wird man jedesmal einen Stoss hören, wenn eine der beiden Saiten stille steht, während die andere ihr Maximum erreicht. So können Stösse entstehen an zwei Körpern, die genau im Einklange stehn, und man darf annehmen, dass die Zahl dieser Stösse von der Art der Verbindung der beiden Körper und ihrer Schwingungszahl abhängt. Der Analogie nach zu schliessen, werden die Schwingungen, wenn sie in gleicher Richtung erfolgen, etwas langsamer sein, als wenn sie entgegengesetzt sind. Auch darf man schliessen, dass zwei Körper, die nicht genau im Einklange stehen, wenn man sie einzeln in Bewegung setzt, bei vereinigtem Schwingen in den Einklang treten können. — Sind die Töne zweier Saiten nur wenig verschieden, und streicht man sie zugleich mit einem Bogen, so kön-

n sie im Einklang tönen, ohne Stösse und folglich ohne pe-
dische Aenderung der Amplituden; aber über eine gewisse
enze hinaus wird man Stösse bemerken, anfangs langsam und
wach, schneller, wenn der Unterschied der Höhe grösser ist;
Perioden der Amplitude werden an der höheren Seite deut-
er sein als an der tieferen. Setzt man die tiefere allein in
wingung, so werden ihre Minima und Maxima wenig bemerk-
sein, aber die Minima der höheren sehr klein sein; umgekehrt
nn man die höhere allein anstösst, wo die Maxima der tieferen
r klein und ihre Minima Null werden; jedesmal wenn eine der
ten ihr Maximum und die andre ihr Minimum erreicht, hört
n einen Stoss von solcher Stärke, dass alle Theile des Contre-
ses und selbst die ihn berührenden Gegenstände erschüttert
rden. Diese Erscheinungen zeigen sich, bis die beiden Saiten
ungefähr eine grosse Terz differiren; weiterhin kommt die
ht in Schwingung gesetzte Saite fast nicht mehr in Bewegung. —
nnt man den Steg des Contrebasses in einen Schraubstock,
werden die Stösse viel langsamer, als ohne Schraubstock, so-
hl wenn die Saiten im Einklang stehn und eine von ihnen an-
chlagen wird, als wenn sie nicht im Einklange stehen.

Auch die Entstehung mehrerer Systeme von Stössen, und
hrerer Combinationstöne kann an den Pendeln erläutert wer-
n, wenn ihre Schwingungszahlen einem einfachen Verhältnisse
r nahe kommen.

Die vorstehenden Beobachtungen von Savart decken für die
tersuchung der Stösse und Combinationstöne eine Seite auf,
lche ohne Frage sehr zu beachten ist, wenn auch nicht, wie
vart anzunehmen scheint, darin der einzige Gesichtspunkt liegt,
lcher hier in Betracht zu ziehen ist. Ohne Frage können z. B.
ei Stimmgabeln Stösse geben, welche nur durch die Combina-
n der von ihnen ausgehenden Wellen im Gehör hervorgerufen
rden, ohne dass sie auf ihre Schwingungen selbst einen gegen-
tigen Einfluss wirklich ausübten, zumal wenn sie nur durch
Luft aufeinander wirken können. Es ist nicht wahrscheinlich,
s die aus Scheibler's Arbeiten gewonnenen Resultate durch
n von Savart zur Sprache gebrachten Gesichtspunkt eine Be-
trächtigung erleiden sollten. Ob dies aber auch überall mit
llström's Untersuchungen, namentlich mit denen, die an der
eine angestellt sind, der Fall sein mag, kann eher zweifelhaft

erscheinen. Jedenfalls sieht man, dass dieser Gegenstand nicht nur von Seiten der Theorie noch manches Dunkle enthält, sondern auch von Seiten der Erfahrung keinesweges als abgeschlossen anzusehn ist.

III. Ueber Unreintönen von Saiten und über Stösse einer Saite und eines Stabes.

In der Theorie der schwingenden Saiten werden diese als vollkommen biegsame Fäden angesehn. In der Wirklichkeit aber sind sie immer mehr oder weniger steif; daher werden an ihnen die Resultate der Theorie nur angenähert, und in so weit gültig sein, als diese ihre Elasticität, mit der sehr viel grösseren Spannung verglichen, vernachlassigt werden darf. W. Weber (Pogg. Ann. XXVIII. 8.) erinnert an diesen Umstand und erklärt daraus die den Instrumentenmachern und Musikern sehr wohl bekannte Thatsache, dass der Ton einer einzelnen Saite zuweilen unrein ist und Schwebungen hören lässt. Er findet nämlich, dass eine und dieselbe Saite, abgesehen von allen Flageolettönen, nicht blos einen Grundton giebt, sondern zwei — und vielleicht noch mehrere, die aber nicht beobachtet werden können — und dass diese beiden Töne zuweilen nicht nur nach einander, sondern auch gleichzeitig hervorgebracht werden können, und dann jene Unreinheit erzeugen. Aus einigen von Weber mitgetheilten Beobachtungsreihen sieht man, dass eine Saite mit Abnahme oder Zunahme ihrer Länge mehrere Reihen von Tönen hervorbringen kann, die zwar sehr nahe liegen, jedoch nicht durch Zwischentöne in einander fliessen, sondern bei jeder Länge der Saite durch ein constantes Tonintervall von einander geschieden sind. Nicht immer können die Töne aller dieser Reihen hervorgebracht werden, sondern je nach der Verschiedenheit der Länge der Saite spricht bald der der einen, bald der der andern Reihe angehörende Ton leichter an und nur bei einigen Uebergangspunkten werden zwei gehört. Bei starken und kurzen Saiten sind die Unterschiede der Tonreihen grösser. Stets scheinen — wie auch zu erwarten war — die beobachteten Töne höher zu sein, als sie bei vollkommener Biegsamkeit sein würden.

Weber scheint hierbei die Saiten als cylindrische und gerade gespannte Stäbe anzusehn, und in der That lässt sich wohl die Möglichkeit, dass aus den beiden hier wirkenden Kräf-

ten, der Steifheit und der Spannung, zwei oder auch mehrere verschiedene Schwingungszustände resultiren können, selbst für diese Art von Stäben nicht bestreiten, so lange man keine ausgeführte Theorie dieser Art von Schwingungen besitzt. Doch will ich nicht unterlassen, einen Umstand zu berühren, der sehr leicht eintritt und dann eine ähnliche Wirkung hervorbringen muss.

Wenn nämlich die Seite entweder nicht genau cylindrisch ist, sondern nach verschiedenen ihrer Querdimensionen von ungleicher Dicke, oder wenn sie als ein gespannter krummer Stab zu betrachten ist, so muss der Grundton verschieden ausfallen, je nachdem sie nach der einen oder andern ihrer Querrichtungen schwingt. Besonders das letztere tritt sehr leicht ein, indem die Saite, wenn man sie anhängt und ohne besondere Sorgfalt von der Rolle abzieht, leicht die Gestalt einer sehr gedehnten Spirale annimmt. Macht man dies mit recht starken Saiten und streicht sie mit dem Bogen, so bemerkt man bei sämmtlichen Tönen der Saite sehr deutliche Unterschiede, je nachdem man den Bogen in der einen oder andern Transversalrichtung führt. Man kann die Saite auch so abwickeln, dass sie einen sehr flachen Bogen bildet; auch in diesem Falle muss eine ähnliche Verschiedenheit eintreten und dann aus der schwankenden Höhe des Tones Unreinheit, sowie aus der Coexistenz zweier wenig verschiedenen Töne Schwebungen entspringen. Hiermit stimmt auch die Erfahrung der Instrumentenmacher überein, dass die Saiten beim Abwickeln von den Rollen möglichst gerade ausgestrichen werden müssen, und dass die unreintönenden Saiten verbessert werden, wenn man sie abnimmt und ausstreicht.*)



Die Möglichkeit der gleichzeitigen Schwingungen nach zwei verschiedenen Transversalrichtungen, woraus dann Stösse entstehn, so wie die Beschaffenheit der dann von den schwingenden Theilen beschriebenen Bahnen wird man sich leicht deutlich machen, wenn man sich an einen ähnlichen Fall bei Stäben erinnert.

W. Weber bemerkt in Schweigg. Jahrb. XVIII. 395, dass ein gerader, quadratisch prismatischer Stab keine Schwebungen hören lässt, wenn man gegen eine seiner Flächen stösst, dass diese aber

---

*) Etwas Anderes ist es mit dem Bullern gewisser Töne auf den Streichinstrumenten, welches von einem ungünstigen Zusammentreffen der Schwingungen der Saite mit denen des Resonanzkastens herzurühren scheint.

erscheinen, wenn man gegen eine Kante stösst. Dies erklärt sich leicht daraus, dass ein solcher Stab wegen kleiner Unterschiede der Dicke oder auch der Elasticität nicht genau einerlei Ton giebt, wenn er nach der einen oder nach der andern Querdimension schwingt, und dass diese beiden Töne gleichzeitig entstehn, wenn man die Kante anstösst. Man hat etwas ganz Aehnliches, wenn bei den von Savart beobachteten Sandanhäufungen longitudinalschwingender Stäbe eine Seitenfläche eines quadratischen Stabes einen Knoten mehr zeigt, als die anstossende Seite. (S. p. 64., Taf. I. Fig. 20.) Dass bei runden Stäben das Gleiche eintreten kann, sieht man aus den Sandanhäufungen in cylindrischen Röhren. Ueberlegt man aber, welche Bahnen die schwingenden Theile dabei beschreiben müssen, so überzeugt man sich leicht, dass aus den Schwingungen nach zwei gegen einander rechtwinkligen oder sonst geneigten Richtungen eine im Allgemeinen elliptische Bahn resultiren muss. Die Lage und die Länge der beiden Axen dieser Ellipse hängt von den Richtungen dieser beiderlei Schwingungen von ihren Amplituden und ihrem Gangunterschiede ab. Sind sie nun, wie wir sahen, nicht genau isochronisch, so ist dieser Gangunterschied veränderlich, und daher müssen sich auch die beiden Axen der Ellipsen veränderlich zeigen. Diese Erscheinung ist es, welche man so deutlich am Kaleidophon betrachten kann. Auch an Saiten sieht man bekanntlich oft dergleichen veränderliche elliptische Drehungen und diese weisen dann darauf hin, dass den verschiednen Transversalrichtungen verschiedene Schwingungszahlen entsprechen.

E. Fortpflanzung des Schalls im Wasser.

(Colladon Comptes rendus T. XIII. p. 439. Poggend. Ann. LIV. 130.)

Colladon, dessen frühere Beobachtungen über die Fortpflanzung des Schalls im Wasser bekannt sind, hat neuerdings abermals Versuche im Genfersee angestellt, woraus folgende Ergebnisse hervorzuheben sind.

Hört man den Schlag eines Hammers auf einen zum Theil in Wasser getauchten Körpers aus der Nähe mittelst eines hydroakustischen Apparates, wie ihn Colladon bei seinen früheren Versuchen (Ann. de Chim. et de Phys. XXXVI. Fig. 9. Poggend. Ann. XII. Taf. II. b. Fig. 9.) gebraucht hat, so unterscheidet man

zwei Laute, von denen der erste, durch das Wasser anlangend kürzer ist, und weniger intensiv scheint, als der durch die Luft gehörte. In grösserem Abstande aber ist der erstre intensiver als der letztere, und bei sehr grossen Entfernungen bleibt jener noch hörbar, wenn der in der Luft fortgepflanzte Schall selbst bei nächtlicher Stille und ruhiger Luft schon aufgelöst hat, vernehmbar zu sein. Dieses Resultat, welches einer Angabe von Bonnycastle (l'Institut 1840. p. 25.) widerspricht, findet man auch bestätigt, wenn man eine Glocke abwechselnd über und unter Wasser mit gleicher Kraft anschlägt. Einen Antheil hieran hat es, dass die Töne in der Luft mit dem blossen Ohre gehört werden, die im Wasser aber durch den genannten Apparat verstärkt werden, ein Apparat, dessen verstärkende Kraft, wie Colladon fand, noch weit über das früher erreichte Maass gesteigert werden kann. — Hohe Töne sind unter Wasser leichter auf grosse Entfernungen zu hören.

Obgleich ein Körper, z. B. eine Glocke unter Wasser anhaltend, selbst mehrere Secunden forttönt, so sind doch die im Wasser fortgepflanzten und mit jenem Apparate wahrgenommenen Töne viel kürzer, als die in der Luft durchgelassenen. Einigen Einfluss hat aber hierauf der hydro-akustische Apparat, denn mit dem neuen, vollkommneren Apparate hörte Colladon das Nachklingen der Glocke noch auf grosse Entfernungen, wo sie mit dem früheren Instrument nicht zu hören war. Aber ungeachtet jener Kürze des Tons unterscheidet man doch mit Leichtigkeit nicht nur die Höhe, sondern auch den Klang des tönenden Körpers, so dass man oft dessen Natur und selbst einigermaassen seine Dimensionen erkennen kann. Das Geräusch einer unter Wasser rasselnden Kette ist so gut zu unterscheiden, dass man das Lichten eines Ankers auf 4—5000 Meter erkennen kann.*) — Ein Wasserfall und die Schaufeln eines Dampfschiffs von 100 und mehr Pferdekraft erzeugen unter Wasser nur ein schwaches Summen. Das Geräusch der letzteren gleicht bei 50 Meter Abstand dem Summen einer Biene und wird bei 1000 Meter nicht mehr deutlich gehört.

---

*) Nach Erfahrungen, die jeder Schwimmer zu machen oft Gelegenheit hat, ist der Klang eines in der Luft und im Wasser hörbaren Schalles doch oft sehr verschieden; z. B. klingt das Rauschen, wenn ein Andrer ins Wasser springt, dem unter Wasser befindlichen Ohre nur wie ein mässiges Zischen, und das Klopfen eines Hammers gegen einen im Wasser stehenden Pfahl viel spitzer und weniger dumpf als in der Luft.

Einer von den früheren Versuchen Colladon's schien zu zeigen, dass im Wasser die seitliche Ausbreitung oder Beugung des Schalles geringer sei, als in der Luft, indem eine Mauer, welche die gerade Linie zwischen dem Beobachter und der Glocke durchschneidet, den Schall im Wasser mehr schwächt, als in der Luft. Das Resultat, welches mit einer Folgerung der Theorie, wonach die Beugung bei grösserer Fortpflanzungsgeschwindigkeit geringer sein muss, übereinstimmt, wird indess durch eine neuere Beobachtung von Colladon nicht ganz bestätigt, indem ein Vorgebirge zwischen dem Beobachter und der Glocke keine ähnliche Wirkung hervorzubringen schien.

Da Colladon den Schall einer grossen Glocke auf 35000 Meter selbst mit dem kleineren Apparate hörte, so schliesst er, dass man mit kräftigen Apparaten auf Entfernungen von einigen hunderttausend Metern unter Wasser werde correspondiren können, zumal wo das Wasser dem Schall weniger Ausbreitung gestattet und ihn vielleicht durch Zurückwerfungen noch verstärkt.

Colladon suchte Echo's durch den vom Boden des Sees zurückgeworfenen Schall zu hören, konnte jedoch keine bemerken. Einige tausend Meter von der Glocke aber wurden wohl zwei starke Echo's gehört. Meistens hört man Echo's nur durch die vom Ufer zurückgeworfenen Schallwellen.

G. Gehörorgan.

(J. Müller Handb. der Physiol. des Menschen II. 418.)

Die im 3ten Bande des Repert. p. 95. erwähnten Versuche Müller's über die Leitung des Schalls im Wasser gestatten eine Anwendung auf das Gehörorgan.

Müller beobachtet mit verstopften Ohren, indem er den Schall aus dem Wasserbecken zum Ohre durch einen festen Conductor leitet, d. h. durch einen Holzstab oder eine Glasröhre, welche mit dem einen Ende in das Wasser getaucht, mit dem andern gegen den Stopfen im Ohre gehalten wird.

Mässig gespannte Membranen, welche bekanntlich sehr leicht Schwingungen aus der Luft annehmen und wieder an die Luft abgeben, befördern auch sehr den Uebergang des Schalles aus Luft in Wasser. Wurde eine einfussige Pfeife mit dem offnen Ende in Wasser getaucht und dann angeblasen, so wurde der Ton mittelst des

onductors nur schwach gehört. War hingegen das Ende mit chweinsblase zugebunden und so in Wasser getaucht, so wurde r Ton mit dem Conductor sehr stark gehört, besonders wenn eser sich auf der verlängerten Richtung der Pfeife befand. (Hier ldet die Membran einen Theil der Pfeife und nimmt Theil an n stehenden Schwingungen; jedoch darf man wohl voraussetzen, ss auch die fortschreitenden Wellen eines in freier Luft tönenn Körpers an das Wasser durch eine über dasselbe gespannte embran besser übergehn, als ohne diese Vermittlung.)

Der vorhergehende Versuch erläutert die Wirkung der beiden nster des Labyrinths, besonders des runden Fensters. Die des alen, sowie der Gehörknöchelchen und des Trommelfells ergiebt h noch mehr aus den nachfolgenden Versuchen.

Auf die über die Pfeife lose ausgespannte Membran wurde n Kork aufgeleimt, der dieselbe bis auf eine Linie vom Rande deckte. Wurde nun die Pfeife ins Wasser getaucht, so theilte h der Ton in der Richtung der Pfeife dem Wasser stark mit. ar dagegen die Pfeife mit einem Stopfen verschlossen und mit esem Ende ins Wasser getaucht, so theilte sie dem letzteren ihre hwingungen nur schwach mit.

Wurde auf das Ende der Pfeife a (Taf. I. Fig. 33.) eine Meman bb gespannt, auf deren Mitte ein kleines Korkstück c geimt, an dieses in der verlängerten Richtung der Pfeife ein düns Holzstäbchen cd und senkrecht gegen dasselbe die Korkscheibe gesetzt, so wurde der Ton der Pfeife dem Wasser in der gegen die rkscheibe senkrechten Richtung sehr stark mitgetheilt, wenn auch r das Ende des Stäbchen mit der Korkscheibe eingetaucht war.

Dasselbe war auch der Fall, wenn an die vorige Pfeife ein hr bbee (Fig. 34.) angeschoben wurde, mit einer zweiten Meman ee, auf welche die Korkscheibe d aufgeleimt war. Wurde e zweite Membran in das Wasser getaucht, so theilte sich diem der Ton ebenso mit, wie im vorigen Falle.

Dieser Apparat ahmt die Wirkung nach, vermöge welcher e Gehörknöchelchen die Schwingung vom Trommelfell an das ale Fenster übertragen. In dem folgenden Apparat ist der Bau r Trommelhöhle noch weiter nachgeahmt, indem die Stellvertre- des runden und des ovalen Fensters zugleich vorhanden sind. ein Glasgefäss ffgg (Fig. 35.) ist oben die Pfeife a, unten die orkplatte gg eingesetzt; in zwei Durchbohrungen dieser Platte

sind die kurzen mit Membran überspannten Röhren d und e eingefügt, von denen die eine e das runde Fenster vorstellt, die andre, mit der Korkscheibe d und dem Stabe cd das ovale Fenster vertritt, indem der Stab anstatt der Gehörknöchelchen und die Membran bb anstatt des Trommelfells dient. Taucht man e und d in das Wasser, so kann man sich mit dem Conductor überzeugen, dass der Schall durch den Stab und das Fenster d viel stärker, als durch die Luft des Gefässes und das Fenster e in das Wasser übergeht. Dies bestätigt die Ansicht, dass auch in der natürlichen Trommelhöhle die Schallleitung vom Trommelfell aus weit mehr durch die Gehörknöchelchen zum ovalen, als durch die Luft der Trommelhöhle zum runden Fenster erfolgt. Die Hauptbestimmung des Trommelfells scheint demnach die zu sein, die Schwingungen der Luft, die sich ihm so leicht mittheilen, mittelst der Gehörknöchelchen an das Labyrinthwasser zu übertragen.

Die Ansicht Savart's, dass durch grössere Spannung des Trommelfells die Wirkung des Schalls auf das Gehör geschwächt werde, bestätigt Müller durch einen kleinen Apparat (Fig. 36.), bestehend in einer Röhre, deren eines, verengtes Ende ins Ohr gesteckt wird, während das andre mit einer Membran versehn ist, und mit einem hebelartig drückenden Stäbchen mehr oder weniger gespannt werden kann, in ähnlicher Weise wie bei Savart's Versuchen (Ann. de Chim. et de Phys. XXVI.) Wird dieser Apparat in das eine Ohr gesteckt, und das andre verstopft, so hört man jedes Geräusch viel stärker bei schlaffer Membran, als bei gespannter. Zugleich aber findet Müller in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen Wollaston's (Phil. Trans. 1820.), und mit dem, was nach der Natur der Resonanz von Membranen erwartet werden muss, dass die verschiedene Spannung des (natürlichen) Trommelfells ungleich wirkt auf Schall von verschiedner Höhe. Wird das Trommelfell durch Verdichten oder Verdünnen der Luft der Trommelhöhle stärker gespannt, so wird das Organ taub für tiefere Töne und Laute, bleibt aber für höhere sehr empfindlich.

II. Tabelle der Schallgeschwindigkeiten.

Da die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Schall in den Körpern fortpflanzt, in den meisten akustischen Rechnungen vorkommt, und durch einen Druckfehler in Lagerhielm's Zahlen veranlasst (S. Poggend. Ann. XIII. 411. 632.), mehrere unrichtig berechnete Werthe dieser Geschwindigkeit in Umlauf gekommen sind, so wird die nachstehende Tabelle hier nicht am unrechten Orte sein. Die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft, zu 332 Meter oder 1022 Par. Fuss genommen, ist dabei als Einheit zum Grunde gelegt. Die Werthe für Gase sind aus Dulong's bekannten Untersuchungen (Ann. de Chim. et de Phys. XLI.) genommen; die für tropfbare Flüssigkeiten sind aus Colladon und Sturm's Bestimmungen der Zusammendrückbarkeit dieser Körper (ebend. XXXVI.) berechnet. Für die festen Körper habe ich die Zahlen nach Chladni, Savart, Lagerhielm und Tredgold zusammengestellt. Chladni's Zahlen, aus Longitudinaltönen berechnet (Akust. §. 95. §. 226.), scheinen sämmtlich zu hoch zu sein; wahrscheinlich war die Stimmung nach welcher er sie beobachtete tiefer, als er sie berechnete. Von Savart's Zahlen sind einige (Ann. de Chim. et de Phys. XXXVI. p. 90.) nach übereinstimmenden Ergebnissen aus Longitudinal- und Transversalschwingungen an Stäben bestimmt; einige andre (Ann. de Chim. et de Phys. LXV. p. 394. 397.) sind wahrscheinlich aus Longitudinalschwingungen abgeleitet. Die Zahlen nach Lagerhielm sind zum Theil aus Schwingungen, zum Theil aus der anderweitig gemessenen Elasticität berechnet. Tredgold (Practical Essay on the Strength of cast Iron Lond. 1824.) hat die Elasticität durch Biegen gemessen; ich habe seine Angaben der Modulhöhe den in der Tabelle enthaltenen Zahlen zum Grunde gelegt. Verschiedne andre dergleichen Untersuchungen geben ähnliche Resultate.

Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalls in gasförmigen Körpern nach Dulong.

Kohlensäure	0,786
Stickoxyd	0,787
Oelbildendes Gas	0,943
Sauerstoff	0,952
Luft	1,000
Kohlenoxyd	1,013
Wasserstoff	3,812

Geschwindigkeit des Schalles in tropfbarflüssigen Körpern nach Colladon und Sturm berechnet.

Alcohol	3,5
Quecksilber	3,7
Schwefelsäure	3,95
Wasser, luftfrei	4,22
Wasser, lufthaltig	4,30
Salpetersäure, spec. Gew. 1,403	4,50
Essigsäure	4,5

Die Zahl für Quecksilber ist von geringer Zuverlässigkeit, und müsste nach den von Cagniard-Latour beobachteten Tönen zu schliessen (Repert. III. 97.), viel kleiner sein.

Geschwindigkeit des Schalles in festen Körpern.

	Chladni	Savart	Lagerhielm	Tredgold
Blei [1])			4,2	2,0
Fischbein	6,7 ±			6,3
Zinn	7,5 ±			6,3
Portland-Kalkstein				6,7
Marmor				7,6
Silber [2])	9		8,6	
Glockengut				8,7
Nussbaumholz	10,5			
Taxusholz	10,5			
Messing [3])	11 +	10,6		8,2
Zink				11,0
Eichenholz	11 +			11,3
Pflaumenbaumholz	11 +			
Gebrannter Thon	10—12			
Kupfer [4])	12 —	11,5	11,6	
Gusseisen				12,5
Birnbaumholz	13			
Rothbüchen	13			
Ahorn	13			
Mahagoni	14			13,3
Ebenholz	14			
Erlen	14			
Rüstern	14			

	Chladni	Savart	Lagerhielm	Tredgold
	14			
ächen	14			
n		13,9		
	15			
baum	15			
n	16			
nne				15,0
n	16			15,4
	17	15,1	15,4	14,3
	17	15,1		15,2
)	17	15,5		
nne				15,6
holz	17 +	16,5		
r von Wales				18,9

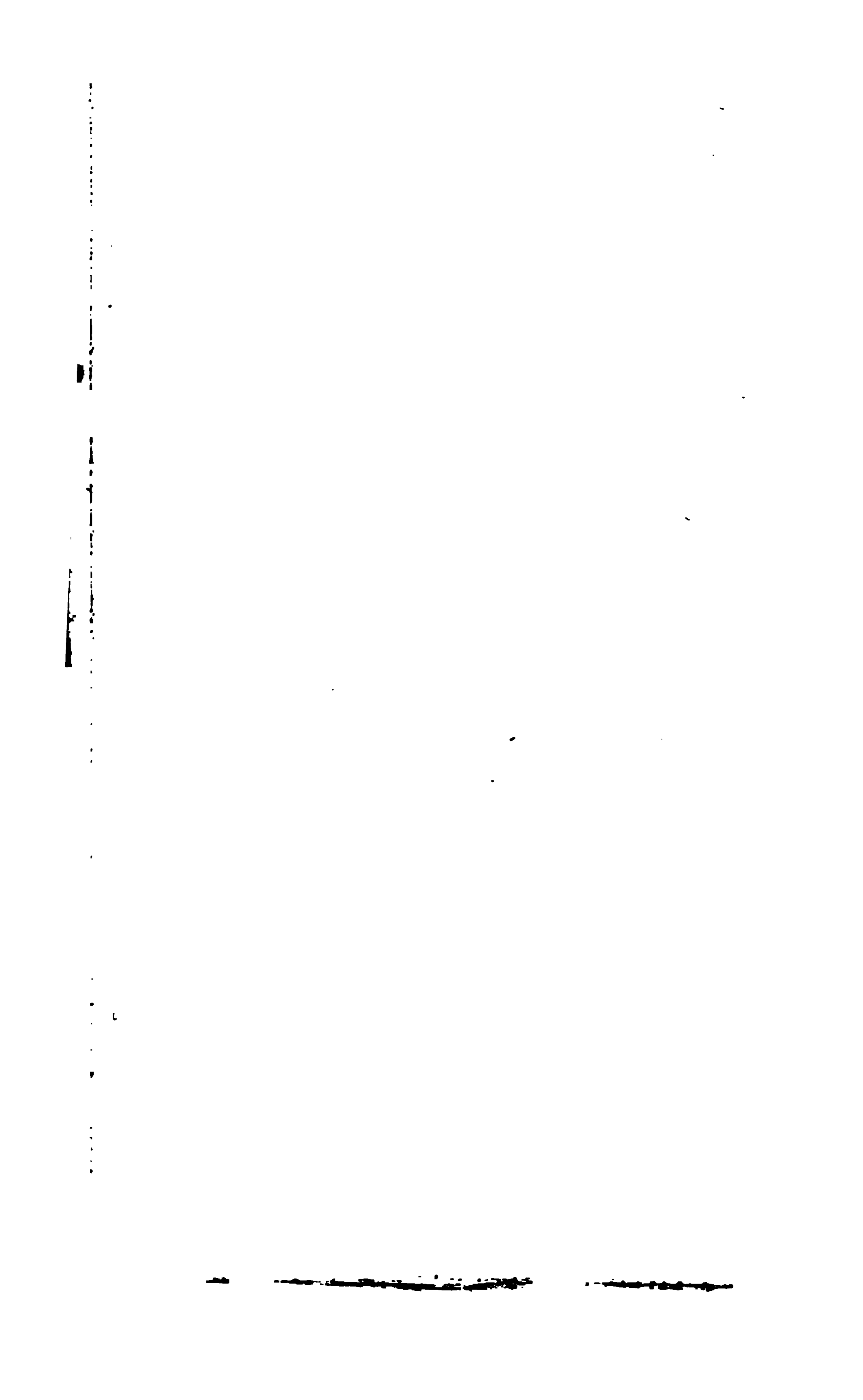
merkungen. [1]) Entweder Tredgold's oder Lagerhielm's htung für Blei muss fehlerhaft sein; wahrscheinlich hat entweder die Grenze der vollkommenen Elasticität überschritten, oder Dieser n eine Octave geirrt.

Chladni's Silber war 15löthig.

Die Verschiedenheit der Zahlen beim Messing rührt wahrschein-lich, dass Chladni und Savart gezogenes, Tredgold gegossenes g hatte.

Für Kupfer giebt Savart Ann. de Chim. et de Phys. LXV. die 11,1 bis 12,2.

) Für Glas ebend. 11,9 bis 16,6.



Zweiter Abschnitt.

Die Lehre von der Elektricität,

(Zweiter Bericht)

bearbeitet von

Peter Riess.

Der erste Bericht befindet sich im zweiten Bande d. Repertorium.

Der Asterisk * bei den Citaten zeigt die benützte Quelle

Zweiter Abschnitt.

Die Lehre von der Elektricität.

Erklärungen.

Vertheilung und Induktion. Im ersten Berichte ist die in einem neutralen Körper durch Nähe eines elektrisirten Körpers hervorgerufene Elektricität, durch Vertheilung erregte oder inducirte Elektricität genannt worden. Es scheint indessen gerathen, in der Folge diese Erregung von ruhender Elektricität mit Vertheilung oder Influenz (franz. und engl. influence) zu bezeichnen, und das Wort Induktion (franz. und engl. induction) für die Erregung von momentanen Elektricitätsbewegungen durch die Nähe eines elektrischen Stromes zu gebrauchen. Wie in diesem Sinne bereits Volta-elektrische und Magneto-elektrische Induktion gebräuchlich sind, so wird hier von Electro-Induktion die Rede sein.

Elektrischer Strom. Wenn ein Körper elektrisirt wird, so werden einzelne Punkte desselben in der Zeit nach einander elektrisch. Geschieht diese successive Erregung nach Einer bestimmten Richtung hin, so wird sie mit dem Namen des elektrischen Stromes bezeichnet; wo von einem solchen die Rede ist, muss sogleich nach der Richtung desselben gefragt werden. Ein einfaches Beispiel des elektrischen Stromes giebt die Entladung der elektrischen Batterie, wo die Richtung des positiven Stromes (auch Strom ohne Beisatz), von der mit positiver Elektricität geladenen Belegung aus durch den Schliessungsdraht geht. Der elektrische Strom wird in seinen Wirkungen gemessen; es ist durchaus nothwendig, die Wirkung zu bestimmen, an welche das

Maass angelegt wird. Es soll hier überall die Erwärmung das Maass des Stromes abgeben. Wenn von zwei Strömen einer der stärkere genannt wird, so ist zu verstehen, dass derselbe, durch einen Draht von zu vernachlässigenden Dimensionen geleitet, diesen stärker erwärmen würde als der zweite.

Entladungszeit. Der elektrische Zustand ist vorübergehend, so dass also ein elektrischer Körper nach längerer oder kürzerer Zeit wieder unelektrisch erscheint. Ein Mittel den elektrischen Körper in den unelektrischen Zustand zurückzuführen, besteht darin, dass man ihn durch einen nicht elektrisirten Stoff entweder mit der Erde in Verbindung setzt, oder mit einem Körper, der eine der seinigen entgegengesetzte Elektricitätsart besitzt. Man sagt alsdann, dass der verbindende Stoff den elektrischen Körper entlade, und die Zeit, welche zwischen dem Augenblicke der Verbindung und dem vergeht, in welchem der Körper seine Elektricität verloren hat, heisst die Dauer der Entladung, die Entladungszeit.

Leitungsvermögen. Wenn ein elektrisirter Körper durch einen Stab von bestimmten Dimensionen entladen wird, wobei der Stab, von dem Einflusse des elektrischen Körpers entfernt gedacht, stets unelektrisch sein muss, so ist die Entladungszeit im Allgemeinen verschieden je nach dem Stoffe aus dem der Stab besteht. Man deutet auf diese Versuche, indem man den verschiedenen Stoffen eine verschiedene Fähigkeit zuschreibt, die Elektricität fortzuleiten, und sagt, dass ein Stoff ein grösseres oder geringeres elektrisches Leitungsvermögen besitzt, als ein anderer, wenn bei Anlegung desselben an einen elektrisirten Körper die Entladungszeit kleiner oder grösser ist. Die umgekehrten Werthe der Entladungszeiten, insofern diese nur von dem Stoffe des entladenden Körpers abhängen, werden daher ein Maass für das Leitungsvermögen der verschiedenen Stoffe abgeben. Die Stoffe, bei deren Anwendung die Entladungszeit unmerklich ist, heissen Leiter; die, bei welchen diese Zeit klein aber wahrnehmbar ist, Halbleiter, und endlich die Stoffe, welche nur bei längerer Anwendung eine Abnahme der Elektricität herbeiführen, Isolatoren der Elektricität. Man sieht, dass diese drei Gruppen nicht streng geschieden sein können und dass zwischen ihnen kein specifischer Unterschied statt findet. Die Entladungszeiten mit einiger Genauigkeit zu bestimmen und so die Körper nach ihrem Leitungs-

vermögen zu ordnen, ist nur bei den Halbleitern und Isolatoren möglich; bei den Leitern, deren Leitungsvermögen eben von dem grössten Interesse ist, hat eine solche direkte Bestimmung nicht gemacht werden können. Man hat sich daher bei den Leitern indirekter Bestimmungen bedient, bei welchen es rathsam erschien, statt der umgekehrten Werthe der Entladungszeiten die direkten Werthe zu gebrauchen und diese an eine bestimmte Vorstellung einer Eigenschaft der Materie zu knüpfen, die ich elektrische Verzögerungskraft genannt habe.

Elektrische Verzögerungskraft. Wenn eine elektrische Batterie durch einen Draht entladen wird, so bemerkt man an demselben eine bestimmte Erwärmung, die mit dem Stoffe des Drahtes variirt und muthmasslich von der Zeit abhängt, in welcher die Entladung geschieht. Es hat sich bei dieser Annahme gezeigt, dass nicht die ganze Entladungszeit von dem Stoffe des entladenden Leiters abhängt. Denkt man sich nämlich den Leiter von ganz vollkommenem Leitungsvermögen, so würde dennoch die Entladung eine endliche Dauer haben, während welcher die Elektricität durch die Endflächen des Leiters geht. Bei den wirklichen Stoffen wird diese Dauer noch vergrössert, die Entladung verzögert, durch eine Eigenschaft der Materie, die deshalb die Verzögerungskraft heisst. Diese Kraft wird durch die Verzögerung der Entladung gemessen, das heisst durch den Zuwachs der Entladungszeit, den der Stoff bei Dimensionen, die zur Einheit genommen werden, verursacht. Da das Leitungsvermögen nach der obigen Erklärung diesem Zuwachse der Entladungszeit umgekehrt proportional angenommen werden muss, so kann von der durch die Beobachtung der Erwärmung bestimmten Verzögerungskraft auf das Leitungsvermögen geschlossen werden. Bei der Bestimmung der Verzögerungskraft der Metalle wird das Platin zur Vergleichung gewählt und demselben die Verzögerungskraft 1 beigelegt.

Elektrischer Verzögerungswerth. Ausser von dem Stoffe des entladenden Drahtes hängt die Verzögerung der Entladung von den Dimensionen desselben ab. Der Zuwachs der Zeit einer bestimmten Entladung, den ein Draht verursacht, dividirt durch den Zeitzuwachs, den ein Platindraht von 1 Linie Länge und Radius verursachen würde, giebt den Verzögerungswerth jenes Drahtes. Aus dem algebraischen Ausdrucke dieses Werthes,

der an seinem Orte gegeben werden wird, geht hervor, dass der Verzögerungswerth irgend eines Drahtes die Länge eines Platindrahts von 1 Linie Radius angiebt, der dieselbe Verzögerung einer Entladung hervorbringt wie der betrachtete Draht. Der merkwürdige Connex zwischen dem Verzögerungswerth eines Drahtes und der Erwärmung, die derselbe durch die Entladung erfährt, wird später zur Sprache gebracht werden.

Die indirekten Bestimmungen der Entladungszeit, der Verzögerungskraft und des Verzögerungswerthes, beruhen auf einer Hypothese; da aber diese Wörter ganz bestimmte algebraische Grössen in Formeln bedeuten, nach welchen die Erwärmung eines Drahts durch die elektrische Entladung berechnet werden kann, so werden die Bestimmungen ihren Werth behalten, wenn auch die Hypothese wesentlich verändert werden sollte.

Anmerkung. Ich habe in meinen Untersuchungen aus zwiefachem Grunde die Bezeichnung Verzögerungskraft gebraucht, obgleich für den umgekehrten Werth des Leitungsvermögens in der Lehre vom Galvanismus bereits das Wort Leitungswiderstand gebräuchlich war. Sollen diese Ausdrücke eine theoretische Bedeutung haben, so scheint mir Verzögerungskraft den Sinn besser zu treffen als Leitungswiderstand, sollen sie aber nur kurze Bezeichnungen algebraischer Grössen in bestimmten Formeln sein, so dürfte es zur Zeit keinen Nachtheil mit sich führen, numerische Werthe mit Hülfe der Erwärmung an der elektrischen Batterie ermittelt, durch die Bezeichnung von Werthen getrennt zu halten, die durch die magnetische Eigenschaft des galvanischen Schliessungsdrahts bestimmt worden sind.

A. Allgemeine Eigenschaften und Wirkungen der Elektricität.

Eigenschaften der Elektricität.

Theorie der Elektricität. Seit dem Versuche Cavallo's mit der Korkkugel in einer Rinne sind die mechanischen Wirkungen der Elektricität häufig beigebracht worden, um für oder gegen die Existenz von nur Einer Elektricität zu zeugen. Kennedy [1]) führt als experimentum crucis für das Vorhandenseyn nur Einer Elektricitätsart einen Versuch an, der schon von Singer [2]) zu gleichem Zwecke angegeben worden. Bringt man nämlich ein papiernes Flügelrad zwischen die Spitzen zweier Drähte, die mit Conductor und Reibzeug einer Elektrisirmaschine oder mit den Belegungen einer leydener Flasche verbunden sind, so kommt bei langsamer Entladung das Rad in Bewegung und die Richtung derselben soll immer von der positiven nach der negativen Drahtspitze gehen. Offenbar hängt diese Wirkung mit dem elektrischen Büschel zusammen; da ein solcher Büschel unter Umständen auch an einer negativen Spitze erzeugt werden kann, so wird sich das Rad an derselben alsdann unzweifelhaft in einer der angegebenen entgegengesetzten Richtung drehen. Kennedy führt noch die Durchbohrung einer Karte als Beweis für nur Eine Elektricitätsart an und geht dann zur Auseinandersetzung einer Theorie der Elektricität über, die aus einem weitläufigen Calcul hervorgegangen sein soll. Diese Theorie weicht darin von der Franklin-Aepinus'schen ab, dass keine Abstossung der elektrischen Theilchen unter sich angenommen und dass daher zur Erklärung der elektrischen Bewegungen die Abstossung der materiellen Theilchen unter sich nicht zu Hülfe genommen zu werden braucht. Nach dem Verfasser besteht die Wirkung eines elektrisirten Körpers allein darin, andere Körper anzuziehen, und zwar ist diese Anziehung desto stärker, je weniger Elektricität der anziehende und je mehr der angezogene Körper besitzt; die resultirende Anziehung zweier Körper wird demnach Null sein, wenn beide gleiche Elek-

[1]) Sturgeon Annals of Electricity * Vol. VI. p. 236.

[2]) Singer, Elemente der Elektricitätslehre * v. Müller S. 110.

tricitätsmengen besitzen, und zunehmen mit dem Unterschiede dieser Mengen. — Wenn auch die elektrischen Stellungen zweier Kugeln nach diesen Vorsätzen leicht abgeleitet werden, so bleibt das Hauptphänomen der Elektricität, die Vertheilung, gänzlich unerklärt. Doch sind solche Versuche, von der gewöhnlichen elektrischen Theorie abzugehen, immer beachtenswerth, und ich erinnere an einen schon vor längerer Zeit von Bigeon [1]) gemachten Versuch, der dem obigen, was die Erklärung der elektrischen Bewegungen betrifft, ähnlich ist.

Absolute Ladung der Materie. Wenn Elektricität in einem Körper zur Ruhe gekommen ist, so äussert derselbe nur auf seiner convexen Oberfläche elektrische Wirkungen, seine concave Oberfläche und seine Masse erscheinen gänzlich unelektrisch. Es war Franklin, der dies zuerst im Jahre 1753 und zwar wie immer auf die einfachste Weise experimentell nachwies. Er isolirte [2]) eine silberne Kanne, an deren äusserer Wandung ein Baumwollenflocken hing, und senkte in dieselbe eine 9 Fuss lange Metallkette, die mittels einer seidenen Schnur in die Höhe gezogen werden konnte. Als die Kanne elektrisirt worden, wurde der Flocken abgestossen, näherte sich der Kanne, als die Kette in die Höhe gezogen war, und nahm bei dem Hinablassen derselben wieder seine erste Stellung ein. Eine Korkkugel an einem Seidenfaden in das Innere der elektrisirten Kanne hinabgelassen, wurde nach dem Herausziehen gänzlich unelektrisch gefunden, ein Faktum, von dem Franklin den Grund nicht zu kennen, mit einer Freimüthigkeit gestand, die seitdem nur selten von Gelehrten geübt worden ist.

Priestley wiederholte diese Versuche auf Franklins Veranlassung und fand, dass ein Paar Korkkugeln, die in einem zinnernen Becher hingen, unbewegt blieben, wenn auch der Becher elektrisirt wurde, eine Erfahrung, nach der er die Vermuthung ausspricht, dass die elektrische Kraft nach den Quadraten der Entfernung wirke. [3])

Beccaria fügte diesen Erscheinungen nichts Erhebliches hinzu, wenn nicht dafür gelten soll, dass er statt eines auch sonst nutzbaren Hausgeräthes zu den Versuchen ein eigenes Gefäss nahm, dem er den Namen des elektrischen Brunnens beilegte. [4])

---

[1]) Annales de Chimie * t. 38. p. 150.
[2]) Experiments and observ. 5th. ed. * p. 129.
[3]) History of Electr. Lond. 1767. * p. 732.
[4]) Elettricismo artific. Torin. 1772 * p. 185.

Achard endlich zeigte, dass ein Metallcylinder einem elektrisirten Körper ebensoviel Elektricität entzieht, wenn er hohl ist, und ein Gewicht von 15 Loth hat, als wenn er mit 5 Pfund Blei ausgegossen worden. [1])

Ich habe diese historische Notiz vorangeschickt, da man zwar die hier genannten Versuche, nicht aber deren wirkliche Urheber in französischen und daher auch in deutschen Lehrbüchern zu finden gewohnt ist.

Die mathematische Behandlung der Elektricitätserscheinungen durch Poisson lehrte, dass von den hier bezeichneten Eigenschaften eines elektrisirten Körpers Rechenschaft gegeben werden kann, wenn man die beiden Elektricitäten als jedem Atom in gleicher Menge beigegebene Fluida betrachtet, deren vollkommen beweglichen Theilchen die gleichnamigen nach dem reciproken Quadrate der Entfernungen abstossen, die ungleichnamigen anziehen. Es folgte hieraus, dass ein elektrisirter Körper ebenso wirkt, als ob eins der beiden Fluida an seiner convexen Oberfläche in einer dünnen Schicht angehäuft worden, für deren Gestalt die Oberfläche des Körpers gleichsam den Boden des Gefässes abgiebt, ohne dass die materiellen Theile dieses Bodens (seine Natur, Dicke) irgend einen Einfluss auf die Elektricitätsschicht äussern. Es folgt ferner, dass bei den materiellen elektrisirten Theilchen keine Elektricität frei oder in andern Worten, dass von beiden Elektricitätsarten eine gleiche Menge in ihnen enthalten ist. Diese Annahme gilt überall nur für den Zustand des Gleichgewichts der elektrischen Kräfte und lässt ausserdem unentschieden, ob wir die präsumirten Fluida als für sich bestehend, oder als nothwendige Bedingung der Materie annehmen wollen. Diese letzte Frage ist neuerdings von Faraday wieder angeregt worden, der sie an die Spitze einer grösseren Arbeit über die Vertheilung stellt. Faraday verlangt, dass, wenn die elektrischen Fluida unabhängig von der Materie existirten, ein Körper durch und durch mit einem dieser Fluida müsse geladen werden können. (Exper. resear. 1168) [2]) Eine solche körperliche Ladung soll sich so zeigen, dass

[1]) Mém. de l'Acad. de Berlin 1780 p. 47.

[2]) Faraday's elektrische Untersuchungen sind sehr zweckmässig mit fortlaufenden Nummern versehen, die, unabhängig von der Theilung durch Kapitel und Paragraphe, jeden einzelnen Absatz des Textes bezeichnen und leicht aufgefunden werden. Die Abhandlungen befinden sich voll-

einem jeden beliebig gelegenen Punkte im Innern eines elektrisirten Körpers, Elektricität soll entzogen werden können. Da dies bereits bei den Leitern als nicht thunlich gezeigt war, so versuchte es Faraday bei den Nichtleitern. Gereinigtes Terpenthinöl wurde in ein isolirtes Metallgefäss gegossen und entweder letzteres oder ein in das Oel tauchender Draht elektrisirt (1172). Es konnte aber im Oel keine zurückgebliebene Elektricität nachgewiesen werden. Spuren von Elektricität fanden sich im Oel, wenn dasselbe in einem Glasgefässe durch einen Draht elektrisirt worden war. Um zu untersuschen, ob Luft durch und durch geladen werden könne, liess sich Faraday ein cubisches Zimmer von 12 Fuss Seite aus Latten bauen, die mit Drahtnetzen belegt, metallisch unter sich verbunden und dann mit Papier bekleidet waren (1173). Dies Zimmer, dessen Wände also von gutleitenden Flächen gebildet waren, wurde isolirt in einem grossen Raume aufgestellt; durch eine Wand desselben ging ein Glasrohr von 6 Fuss Länge, und in diesem ein dicker Metalldraht, der zu dem Conductor einer kräftigen Elektrisirmaschine führte. Da der Draht in das Innere des isolirten Zimmers hineinragte, so wurde beim Wirken der Elektrisirmaschine die Luft des Zimmers stark elektrisch. Als die Wände des Zimmers eine gute Ableitung erhielten, während die Luft im Innern elektrisirt wurde, fand sich gleich nachher in dem wieder isolirten Zimmer keine Spur von Elektricität vor. Ein empfindliches Goldblattelektrometer, das in dem Zimmer stand, während die Wände desselben auf das stärkste elektrisirt wurden, zeigte keine Divergenz. Faraday brachte in dem isolirten Zimmer längere Zeit zu und versuchte vergebens eine absolute Ladung der Luft zu entdecken; während die Wände so stark elektrisch waren, dass sie Funken und Feuerbüschel nach

---

ständig in den philosophical transactions; die ersten 14 Reihen, 1748 Nummern enthaltend, sind in einem Oktavbande unter dem Titel: Experimental researches in electricity, London 1839. erschienen. Die hier gebrauchten Nummern sind ferner zu finden, englisch:

Nummer 1161 bis 1748 phil. transact. for 1838.
- 1749 - 1795 - - - 1839.

Deutsch:

Nummer			Poggendorff's Annalen.
Nummer 1161 bis 1317.	Poggendorff's Annalen.	Bd. 46.
- 1318 - 1479.	-	- 47.
- 1480 - 1666.	-	- 48.
- 1667 - 1795.	-	Ergänzungsband.

Aussen ausströmten, konnte innerhalb derselben an Elektrometern und mit Anwendung der Mittel, durch welche die Elektricität der Luft wahrnehmbar gemacht wird, kein Zeichen von Elektricität erlangt werden. Der Verfasser schliesst hieraus, dass Nichtleiter wie Leiter niemals bis jetzt eine absolute und unabhängige Ladung mit Einer Elektricitätsart erhalten haben und dass wahrscheinlich ein solcher Zustand der Materie unmöglich sey (1174). —

Es ist zu bemerken, dass diese Versuche, in so grossem Maassstabe sie angestellt sind, nichts lehren, was nicht schon den früheren oben bezeichneten Versuchen entnommen werden konnte. Elektricität, die in einem Körper zur Ruhe gekommen ist, bringt in den materiellen Theilen desselben keine Aenderung hervor, ihre Wirkungen sind an Bedingungen geknüpft, die nur die Form, nicht die materielle Beschaffenheit des Körpers betreffen. Diese, freilich sehr merkwürdige Eigenschaft der Elektricität, kann aber nicht auf die Vorstellung führen, dass die Materie selbst keine absolute elektrische Ladung annehme: man könnte mit gleichem Rechte das Gegentheil behaupten nach der Erfahrung, dass ein Körper durch Elektricität erwärmt, zersetzt, zerschmettert werden kann. Obgleich nämlich diese Effekte erst bei der Entladung der Elektricität eintreten, so wird derselben doch eine, wenn auch noch so kurz dauernde Ladung, vorangegangen seyn müssen. Denkt man sich ein materielles Theilchen in der Bahn einer elektrischen Entladung, und in diesem Theilchen beide Elektricitätsarten in gleicher Menge vorhanden, so wird nothwendig, damit ein Fortschreiten der Entladung möglich sey, eine von beiden Elektricitäten vermindert werden, und das Theilchen mit der andern Art geladen seyn müssen. Einen Querschnitt aber eines Körpers, aus solchen einseitig geladenen Theilchen bestehend, wird man wol durch und durch (bodily) geladen nennen können. Ich füge hinzu, dass solche Diskussionen, falls sie nicht einer Rechnung zur Darstellung der Phänomene zu Grunde liegen, mir von keinem Vortheil für die Elektricitätslehre zu sein scheinen, und dass daher die Frage über die absolute Ladung der Materie mit Elektricität füglich für jetzt dahingestellt bleiben kann.

Geschwindigkeit der Elektricität. Die schönen Versuche **Wheatstone's** über die Geschwindigkeit der Elektricität [1])

[1]) Repertorium Bd. 2. S. 16.

sind bisher nicht wiederholt worden; Ettrick [1]) hat sie zwar zu bestätigen gesucht, aber auf eine veränderte Weise ohne Anwendung eines Spiegels, da nach ihm ein solcher nicht absolut plan anzufertigen ist. Es ist zu bedauern, dass bedeutende Mühe und Kosten, wie es häufig bei den englischen Dilettanten geschieht, auch hier auf Versuche gewendet worden sind, die über den untersuchten Gegenstand keine Auskunft geben können. Folgendes mag die Versuchsart im Allgemeinen angeben. Ein Kreuz aus isolirendem und leitendem Stoffe in der Weise zusammengesetzt, wie aus dem Gebrauche klar wird, sey um eine vertikale Axe drehbar. Wenn das Kreuz an einer bestimmten Stelle ruht, erhalten seine horizontalen Arme nach einem kleinen Luftzwischenraume feste Verlängerungen. Dem einen Arme steht nämlich dann ein einzelner horizontaler Metallstab gegenüber, dem andern sind zwei parallele Metallstäbe gegenübergestellt. Beide Arme des Kreuzes und zwei von den festen Stäben bilden alsdann eine gerade Linie, während der dritte Stab dieser Linie mehr oder weniger genähert werden kann. Eine kleine leydener Flasche wurde durch die Arme des Kreuzes und einen über drei englische Meilen langen Kupferdraht ($\frac{1}{60}$ Zoll dick) in der Weise entladen, dass wenn man die Elektricität von der innern Belegung der Flasche verfolgt, sie folgenden Weg nehmen würde. Der einzeln stehende Metallstab; Luft; der eine Arm des Kreuzes; $1\frac{1}{2}$ Meile Draht; einer von den beiden parallelen Metallstäben; Luft; zweiter Arm des Kreuzes; $1\frac{1}{2}$ Meile Draht; äussere Belegung der Flasche. Der Entladungsfunke hat an zwei Stellen überzuspringen, die nicht mit dem Mittelpunkte des Kreuzes in grader Linie liegen können, wenn in der Zeit, in welcher derselbe durch $1\frac{1}{2}$ Meile Draht geht, das Kreuz seine Lage verändert hat. Der Verfasser gab durch eine Maschinerie, die 8 Männer in Bewegung setzen mussten, dem Kreuze eine Geschwindigkeit von 80 Umdrehungen in der Secunde, und fand dabei, dass wenn die beiden, an einer Seite des Kreuzes liegenden parallelen Metallstäbe mehr als $\frac{1}{10}$ Zoll von einander standen, der Funke immer an zwei diametralen Stellen erschien, dass dies aber nicht der Fall war, wenn die Stäbe die genannte Entfernung von einander hatten. Der Versuch ist wegen Wandelbarkeit des Räderwerkes nur zwei oder dreimal gemacht wor-

[1]) Sturgeon Annals. * vol. 2. p. 43.

den und man sieht ein, dass ein sehr geringes Schwanken des Kreuzes und seiner 9 Zoll vorspringenden Arme den beobachteten Erfolg hervorbringen konnte. Der Verfasser berechnet aus diesen Versuchen die Geschwindigkeit der Elektricität in dem von ihm angewandten Kupferdrahte auf 118752 englische Meilen in der Sekunde.

Gegenseitige Anziehung gleichnamiger Elektricität. Griffin[1]) hat folgende Versuche beschrieben, aus welchen er schliesst, dass zwei Portionen gleichnamiger Elektricität während ihrer Entladung sich anziehen. Ein Glascylinder, 2 Zoll weit, war an beiden Enden luftdicht geschlossen; durch den obern Deckel gingen isolirt zwei Drähte, die in Kugeln endigten, in den Cylinder; durch den untern Deckel ging 1 Draht in gleicher Weise, so dass die 3 Kugeln der Drähte innerhalb des Cylinders ein gleichschenkliges Dreieck bildeten. Jede der beiden Kugeln an der Basis dieses Dreiecks wurde mit der äussern Belegung einer besondern elektrischen Batterie verbunden, die inneren Belegungen der beiden Batterieen standen in Verbindung, so dass sie zugleich geladen und entladen werden konnten. Nachdem der Cylinder luftleer gemacht war, wurden die Batterieen durch den untern Deckel desselben entladen; es erschienen an der Basis des Dreiecks zwei Funken, die aber zusammenflossen, ehe sie die Spitze erreicht hatten. Der Verfasser meint, dass wenn Abstossung der bewegten gleichnamigen Elektricität Statt fände, der Weg jedes Funkens getrennt und nach aussen gekrümmt hätte erscheinen müssen. Ferner stellte der Verf. auf Visitenkarten die Enden dreier Drähte, von denen zwei mit den äussern, der dritte mit den innern Belegungen zweier Batterieen verbunden wurden. Der elektrische Schlag, indem er durch die drei Drähte über die Karte ging, hinterliess daselbst Spuren, aus deren Form der Verfasser gleichfalls auf Anziehung zweier gleichnamigen Elektricitätsmengen schliesst. Ich brauche kaum hinzuzufügen, dass diese Versuche wenig beweisend für die Behauptung sind.

Die beiden Elektricitäten verschieden schwer. Ein englischer Arzt, Laming, legte im Jahre 1838 der Pariser Akademie eine Abhandlung vor, in der gezeigt werden sollte, dass die Partikel gleichnamiger Elektricität sich anziehen, und dass diese

[1]) Sturgeon Annals* vol. III. p. 36.

Eigenschaft Ursache der allgemeinen Gravitation sei. Die Abhandlung blieb unberücksichtigt, wurde der Royal Society vorgelegt und erfuhr dort dasselbe Schicksal. Der Verfasser verliess hierauf seine Praxis, ging nach Frankreich, liess sich zur Prüfung seiner Ansicht einen Apparat verfertigen und beschrieb diesen, wie die damit angestellten Versuche in einer eigenen Schrift, von der Geoffroy-Saint-Hilaire Anzeige gemacht hat. [1])

Hiernach hat der Apparat den Zweck, die kleinen Gewichtsverschiedenheiten der beiden Elektricitätsarten zu wägen (de peser les inégalités différentielles de poids des deux fluides électriques) und die Wägungen bestätigen die Ansicht Lamings, dass es keine Zersetzung der Elektricität gebe, sondern nur Eine Materie, deren Wirkung idéo-attraction genannt wird (Idioattraction). Ausser dieser Kraft giebt es keine zweite in der Natur, weder eine anziehende noch eine abstossende. — Da mir die Abhandlung nicht vorliegt, so kann ich darüber nur noch folgende Notizen beibringen: Savart, Savary und Pouillet bildeten die Commission, welche die Abhandlung zurückwies; Geoffroy-St.-Hilaire hat vor vielen Jahren, während des Bombardements von Alexandrien, eine der obigen ähnliche Ansicht gefasst; Becquerel endlich soll die Versuche Lamings gesehen und das daraus gezogene Resultat für unbestreitbar erklärt haben.

Leitung der Elektricität.

Trockner Wasserdampf Nichtleiter. Schafhäutl [2]) bog die Enden einer 2 Zoll langen, $\frac{1}{4}$ Zoll weiten Glasröhre winkelrecht um und schmolz in das eine Ende einen dicken Platindraht ein. Es wurde sodann Wasser in die Röhre gegossen und so lange im Kochen erhalten, bis nur 2 Tropfen davon in der Röhre blieben, die, nachdem ein zweiter Platindraht hineingesteckt war, am offnen Ende schnell zugeschmolzen wurde. Die Enden der beiden Platindrähte standen in der Röhre $1\frac{1}{4}$ Zoll von einander entfernt. Die Röhre wurde in ein Sandbad neben ein Thermometer gelegt und zu verschiedenen Graden erwärmt, dann aber durch ihre Platindrähte zur Schliessung einer stark geladenen ley-

[1]) Comptes rendus 1839 1er Sem.* p. 830. 2e Sem. p. 10.

[2]) London, Edinburgh and Dublin philosophical Magazine* 3d Ser. vol. 18 p. 14.

dener Flasche gebraucht. Der Verfasser bemerkte die mit der Temperatur variirenden Entladungserscheinungen. Bei gewöhnlicher Temperatur entlud sich die Flasche mit einem garbenförmigen eigenthümlich zischenden Funken, wie dies bei Einschaltung eines feuchten Leiters in den Schliessungsdraht zu geschehen pflegt. Offenbar ging hier die Ladung über die feuchte innere Oberfläche der Glasröhre. Als die Röhre bis 250° F. erwärmt war, fand die Entladung der Flasche mit kaum merkbarem Geräusche und einem rothen Funken statt; als die Erwärmung auf 405 Grad gebracht war, trat die Entladung mit dem gewöhnlichen glänzenden Funken und starkem Knalle ein, und zugleich ging ein Funke durch den Zwischenraum in der Röhre, die jetzt ganz mit trocknem Wasserdampf erfüllt war. Der trockne heisse Wasserdampf ist daher wie jedes andere ausgetrocknete Gas, ein Nichtleiter der Elektricität. Die Versuche wurden mit gleichem Erfolge bei höheren Temperaturen wiederholt, bis bei 443 Grad die Röhre sprang. Besonders merkwürdig ist, dass der Entladungsfunke der Flasche, der in der Luft nur eine Weite von ¼ Zoll übersprang, durch 1¼ Zoll des Wassergases ging, obgleich dasselbe einen ungleich höhern Druck (bis 23 Atmosphären) als jenes, ausübte. Es ist dies eine Bestätigung der interessanten Harris'schen Versuche, die ich im zweiten Bande des Repert. S. 13 angeführt habe.

Elektricitätsleitung durch dünne Harzschichten. Munck af Rosenschöld giebt an, dass dünne Harzschichten, wie Schichten von Bernstein- oder Schellack-Firniss, oder von geschmolzenem Schellack oder Siegellack, zuweilen die Elektricität leiten und zwar auf doppelte Weise, entweder nach Art der flüssigen Leiter oder der festen.[1]) Dies wird aus folgenden Versuchen geschlossen. Eine Kupferplatte mit Harz überzogen wurde auf eine Zinkplatte gelegt und jede Platte an einem kupfernen Condensator geprüft, während die andere ableitend berührt war. Zuweilen gab der Condensator, wenn er von der Kupferplatte des zusammengesetzten Plattenpaars berührt war, negative Elektricität an und keine Elektricität bei Berührung mit der Zinkplatte. Alsdann schliesst der Verfasser, dass die Harzschicht am zusammengesetzten Paare sich wie ein fester Leiter verhalte. Oder der Condensator gab bei Berührung mit dem Kupfer keine oder sehr

---

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 43. S. 195.

schwache Elektricität, bei Berührung mit dem Zink aber starke negative Elektricität an, und dann soll das Harz die Rolle eines feuchten Leiters spielen. Von welchen Umständen das Verhalten der Harze (die also Isolatoren, Leiter der ersten oder der zweiten Klasse sein können) bei gewöhnlicher Temperatur abhänge, wurde nicht ausgemacht; eine erhöhte Temperatur ertheilt, wie bereits Jäger gezeigt hat, nicht leitenden Harzschichten die leitende Eigenschaft.

Rosenschöld überzog eine Platte von Zink und eine von Kupfer mit Schellack- oder Bernstein-Firniss; die auf einander gelegten Platten leiteten die Elektricität nicht, als sie aber erhitzt wurden, trat plötzlich Leitung ein und zwar im Augenblicke, wo die Firnissschichten anfingen an einander zu haften. War die Firnissschicht zwischen den Platten sehr dünn, so wurde sie durch die Hitze Leiter der ersten Klasse und behielt diese Eigenschaft nach der Erkaltung bei; war die Schicht dicker, so leitete sie bei Erwärmung oft als Leiter zweiter Klasse und wurde bei der Erkaltung wieder Isolator.

Wenn eine dünne Harzschicht zwischen Metallplatten nichtleitend war, so liess sie sich dadurch leitend machen, dass man Entladungen einer leydener Flasche durch sie gehen liess. Bisweilen war der Strom einer elektrischen (trocknen?) Säule hinreichend, eine Harzschicht leitend zu machen. Der Verfasser zeigt in mehreren Versuchen, dass sehr verschiedene Umstände die leitende Eigenschaft der Harze bedingen und modificiren, und dass daher für das Verhalten der harzigen Zwischenkörper keine allgemeinen Regeln gegeben werden können.

Kaffee und Chocolade Nichtleiter. Rousseau [1]) hat mittels seines Diagometers das elektrische Leitungsvermögen des gemahlenen Kaffees und der gepülverten Chocolade untersucht und diese Untersuchung als Prüfungsmittel der Reinheit dieser Substanzen angegeben. Die geröstete Kaffeebohne leitet die Elektricität, aber zu Pulver gemahlen isolirt sie dieselbe; das Pulver wird aber wieder leitend, wenn es mit Cichorie gemischt wird. Die sogenannte Gesundheitschocolade, welche aus reinem Cacao besteht, isolirt die Elektricität, leitet sie aber, wenn sie mit einer Mehlart gemischt wird.

---

[1]) Compt. rend. * 1839 2e Sem. 701.

Dass Olivenöl die Elektricität viel vollkommener isolirt, als die übrigen (fetten) Oele, ist schon früher vom Verfasser angegeben worden, wonach er an seinem Instrumente eine Verfälschung des Olivenöls leicht entdeckt.

Leitungsvermögen von Mineralien. Hausmann und Henrici haben Versuche über das elektrische Leitungsvermögen von Mineralien in einer eigenen kleinen Schrift bekannt gemacht [1]). Sie beurtheilten dies Vermögen nach den Entladungserscheinungen und dem Residuum einer leydener Flasche, in deren Schliessungsbogen der zu untersuchende Körper eingeklemmt worden — ein Verfahren, das auch Pelletier [2]) früher angewandt hat und bei gehöriger Vorsicht eine allgemeine Bestimmung zulässt. Obgleich die Verfasser weder auf Dimension noch Temperatur noch Oberflächenzustand der Mineralien Rücksicht genommen und daher ihre Resultate gewiss mancher Berichtigung bedürfen, so ist doch die bedeutende Zahl von Bestimmungen bei der bisherigen dürftigen Behandlung des Gegenstandes eine erwünschte Gabe. Im Allgemeinen finden sich hier Pelletier's Angaben bestätigt, nur ist, im Widerspruch mit diesem Beobachter Realgar als Leiter, kohlensaures Bleioxyd als Nichtleiter angegeben. Die Verfasser heben folgende Schlusssätze hervor:

1) Sehr viele Mineralien, selbst Silicate und Salze sind Leiter der Elektricität. 2) Metalle und ihre Legirungen leiten alle. 3) Schwefelmetalle, wenn sie undurchsichtig und metallisch glänzend sind, leiten; aber mehr oder weniger durchsichtig, ohne Metallglanz (Blenden) leiten sie nicht. 4) Metalloxyde und deren Hydrate, wenig durchsichtig und metallglänzend leiten besser als andere, denen diese Kennzeichen fehlen. Doch ist Anatas ein sehr guter Leiter; auch undurchsichtige Silicate leiten. 5) Verwandte Mineralien haben oft verschiedenes Leitungsvermögen; so sind Diamant und Bernstein vollkommene Nichtleiter, Graphit und Resinasphalt gute Leiter. 6) Nahe verwandte Mineralien, wenn sie auch leiten, zeigen Verschiedenheit in der Zeit, in der sie die leydener Flasche entladen und in der Beschaffenheit des Funkens und des ihn begleitenden Geräusches. So Chromeisenstein und Magnetei-

[1]) Versuche über das elektrische Leitungsvermögen d. Mineralkörper, mitgetheilt in der 9ten Versammlung des Götting. bergmänn. Vereins*.

[2]) Repert. II. S. 24.

senstein, Pleonast und Gahnit. 7) Bei denselben Species haben doch Unterarten verschiedenes Leitungsvermögen, so Hornblende und Strahlstein. 8) Auch bei Varietäten findet dies statt; so giebt silberweisser Glimmer allmälige, sehr unvollständige Entladung ohne Funken, gleichgültig ob er parallel der Krystallaxe oder winkelrecht darauf im Schliessungsbogen angebracht ist; durch den tombakbraunen Glimmer aus Norwegen hingegen wird allmälige aber vollständige Entladung der Flasche bewirkt. 9) Ueber die Leitung in der Richtung der Krystallaxe und winkelrecht darauf wurden keine bestimmte Resultate gewonnen, doch scheint eine beobachtete Differenz mehr in einer Krystallabsonderung ihren Grund zu haben; so beim Malacolith, wo rechtwinklig gegen die Axe augenblickliche vollständige Entladung erfolgte, parallel derselben unvollkommene Entladung mit zirpendem Geräusch. 10) Die Mineralien vegetabilischen Ursprungs sind desto bessere Leiter, je vollkommener ihre Verkohlung ist; Anthracit ist der vollkommenste Leiter unter ihnen, Braunkohle der schlechteste.

Elektricitätsleitung des Glimmers nach verschiedener Richtung. Bringt man eine reine Glimmertafel zwischen zwei gegenüberstehende Spitzen im Schliessungsbogen der Batterie an, und bedient man sich verhältnissmässig geringer Ladungen, so gelingt es selten, den Glimmer an den Spitzen selbst zu durchbohren[1]). Fast immer geht die Elektricität auf dem Glimmerblatte eine längere Strecke fort und durchbohrt es an einer Stelle, die gewöhnlich schon ersichtlich eine geringere Continuität hat. Leichter gelingt es, den Glimmer an der Ansatzplatte zu durchbohren, wenn die Oberfläche desselben mit Olivenöl bestrichen worden, allein auch dann habe ich durch behutsame Verringerung der Ladung ein Fortgehen des Entladungsfunken auf der Fläche bis zu einer entfernten Durchbohrungsstelle erlangt. Die Elektricität geht dabei, wie die elektrischen Farbenstreifen (siehe den Artikel) bezeugen, durch die Masse des Glimmers, sie verändert bei diesem Umwege eine ungleich grössere Glimmermasse, als wenn sie in kürzester Entfernung von einer Ansatzspitze zur gegenüberstehenden, oft nur 0,01 Linie entfernten Spitze gegangen wäre. Wir schliessen hieraus, dass die Glimmermasse, welche in der Richtung winkelrecht auf die Blätter zu den bessten Isolatoren gehört, die wir

---

[1]) Poggendorff Annalen * Bd. 43. S. 83.

kennen, diese isolirende Eigenschaft in der Richtung des Blätterdurchgangs in bei Weitem geringerem Grade besitzt.

Elektrische Vertheilung.

Jeder Körper, dem man einen elektrisirten Körper nähert, erscheint bekanntlich in eigenthümlicher Weise elektrisirt, welche Elektrisirung der Vertheilung oder Influenz zugeschrieben und bei allen elektrischen Versuchen ins Spiel gezogen wird. Man suchte diese auffallende Wirkungsweise der Elektricität früher durch eine elektrische Atmosphäre zu erklären, die den zuerst elektrisirten Körper umgeben sollte, verliess später diese keineswegs genügende Annahme, und leitete aus der Erscheinung die allgemeine Eigenschaft der Elektricität ab, nach bestimmten Gesetzen in die Ferne zu wirken. Eine jede an einem Körper hervorgerufene Elektricität stört das elektrische Gleichgewicht eines neutralen beliebig gelegenen Körpers in der Art, dass sie die entgegengesetzte Elektricitätsart desselben anzieht, die gleichnamige abstösst. Dies ist das einfache Princip aller Vertheilungserscheinungen, das zu verlassen oder zu beschränken wir bis jetzt durch keine Erscheinung gezwungen werden. Ich habe dies zuvörderst ausgesprochen, um aus einer weitläufigen Abhandlung Faraday's über die elektrische Influenz [1]), nach den Experimenten abtheilend berichten zu können, lasse indess die theoretische Ansicht, zu deren Bestätigung die Experimente dienen sollen, hiernächst folgen.

Vertheilung eine Wirkung nächstliegender Theilchen. Faraday ging von der Zersetzung einer leitenden Substanz durch die in Bewegung gesetzte Elektricität aus, um die vertheilende Wirkung der ruhenden Elektricität in die Ferne zu bezweifeln. Er stellt demnach den Satz auf, dass die Vertheilung, durch welche ein elektrisirter Leiter einen entfernten neutralen Körper elektrisirt, eine Wirkung nächstliegender Theilchen des dazwischen liegenden Isolators, dass daher die elektrische Wirkung in die Ferne nur scheinbar sei und durch den Einfluss einer bisher dabei unbeachteten Substanz zu Stande komme (Exp. res. 1164). Am Schlusse der Abhandlung modificirt der Verfasser diese Annahme, und giebt eine Wirkung der Elektricität in die Ferne zu,

---

[1]) Die Abhandlung umfasst die 11te, 12te und 13te Reihe (No. 1161 bis 1616) der Exper. resear.

falls keine Substanz zwischen dem vertheilenden und dem durch Vertheilung erregten Körper liege. Nimmt man nach ihm eine positiv elektrisirte Partikel im Centrum eines Vacuums von 1 Zoll Durchmesser an, so wirkt dieselbe durch die Entfernung von ½ Zoll auf alle Partikel, welche die innere Oberfläche der begränzenden Kugelschale bilden, nach dem umgekehrten Quadrate der Entfernung. Ist aber die Kugel mit einer isolirenden Materie ausgefüllt, so wirkt die elektrische Partikel nicht direkt auf die Kugelschale, sondern auf die Partikel der Materie die ihr zunächst liegen, indem sie alle ihre Kraft aufwendet, diese zu erregen, die negative Elektricität derselben gegen sich zu, die positive von sich ab zu richten. Diese elektrisirten Partikel wirken wieder auf die zunächstliegenden und so fort, bis die Kugelschale von ½ Zoll Radius, die als sie ein Vacuum umschloss, direkt von der Partikel im Centrum elektrisirt wurde, von dieser Partikel nur indirekt durch Hülfe der zwischenliegenden Materie, aber ganz in der frühern Stärke elektrisirt ist (1616). Um diese indirekte Wirkung zu erklären, nimmt Faraday an, dass die kleinsten Theilchen jeder Materie, der leitenden wie der isolirenden, vollkommene Leiter der Elektricität sind, die durch ein ihnen nahe liegendes elektrisirtes Theilchen in geladenen Zustand versetzt werden (1669 und 70). Aber die Theilchen können auch durch Mittheilung elektrisch werden, indem von einem elektrisirten Theilchen die Elektricität successiv auf alle übrigen übergeht. Bei einigen Körpern geht diese Mittheilung von Theilchen zu Theilchen sehr leicht von statten, bei anderen schwerer und nur bei einer höhern Spannung der Elektricität. Der leichte Uebergang heisst Leitung und die Körper, welche sie schon bei schwachem Grade der elektrischen Spannung zeigen, heissen Leiter (1675). Wo der Uebergang des wirklich elektrischen Zustandes von einem Theilchen zum andern erschwert ist, tritt Isolation und hiermit Vertheilung ein, indem diese darin besteht, dass jedes Theilchen das nächstfolgende polarisirt und so eine mittelbare Fortpflanzung des elektrischen Zustandes von dem elektrisirten Theilchen zu einem entfernten Leiter durch die zwischenliegende Materie bewirkt. Die Vertheilung kann nur durch eine isolirende Materie hindurch geschehen, die der Verfasser daher ausschliesslich als diëlektrische bezeichnet (1678). Ein anschauliches Bild des präsumirten Vorganges im obigen Beispiel eines elektrisirten Theilchens im Mittelpunkt einer Kugelschale, von der

dasselbe durch eine isolirende Substanz getrennt ist, wird erhalten, wenn man sich den Zwischenraum mit Terpenthinöl (das bekanntlich schlecht leitet) und feinen Schrotkörnen, die sich nicht berühren, ausgefüllt denkt. Die Schrotkörner erfahren hier von dem elektrisirten Theilchen eben die Wirkung, wie die kleinsten Theile eines isolirenden Mediums selbst (1679). Jeder dieser kleinsten Theile, welcher im Isolator als Eine leitende Masse polarisirt wird, ist der Complex aller Atome, die durch chemische Verwandschaft zur Bildung eines Molekuls zusammengehalten werden (1700). Daher lässt sich die leitende oder isolirende Eigenschaft eines Stoffs nicht aus seinen einfachen Bestandtheilen schliessen; so z. B. isoliren Bleioxyd, borsaures Bleioxyd, Flintglas sehr gut, obgleich sie einen grossen Theil leitender Substanz enthalten (1701). —

Dies sind die Sätze, in welchen Faraday seine Ansicht über die elektrische Vertheilung am klarsten ausspricht, es wird leicht sein, das Mangelhafte derselben zu bezeichnen. Man denke sich in dem oben gegebenen Bilde von dem positiv elektrisirten Centrum der mit Terpenthinöl und Schrot erfüllten Kugel eine Linie durch den Mittelpunkt des nächsten Schrotkorns gezogen, so wird nach bekannten Erfahrungen das Korn so elektrisirt, dass das innere Ende seines Durchmessers negativ, das äussere positiv elektrisch ist. Reiht man in der gezogenen Linie an das erste Schrotkorn ein zweites, so wird man sagen müssen, dass dies von den drei vorhandenen Elektricitätsmengen zugleich erregt werde, die der Reihe nach positiv, negativ, positiv sind, und alle Versuche der Art mit grossen Massen geben diese Ansicht als die wahrscheinlichste. Faraday nimmt an, dass die Kraft des primitiv elektrischen Theilchens ganz dazu aufgewendet wird, das erste Schrotkorn zu elektrisiren; er wird hierdurch gezwungen der negativen Elektricität dieses Korns (auch sonst die gebundene genannt) eine gleichfalls erschöpfte Kraft zuzuschreiben, damit die positive Elektricität des Schrotkorns übrigbleibe, um das nächstfolgende zu erregen. In der That findet sich eine Stelle, in welcher gesagt wird, dass die Elektricitäten der beiden Belegungen einer leydener Flasche gänzlich mit einander beschäftigt sind (entirely engaged to each other. 1682). Es ist also hier die Ansicht über die Unthätigkeit der gebundenen Elektricität stillschweigend als Grundsatz angenommen, eine Ansicht, die ich im vorigen Bericht als unrichtig aufzuzeigen suchte und auf die ich unten zurückkommen muss.

Würde sich auch das Mangelhafte dieser Ansicht nicht anderweitig herausstellen, so müsste dieselbe schon deshalb verworfen werden, dass Faraday von ihr ausgehend zu einer neuen Eigenschaft der elektrischen Vertheilung seine Zuflucht nehmen muss, nach welcher die Vertheilung auch in krummen Linien stattfinden kann.

Vertheilung in krummen Linien. Nach Faraday's Ansicht geschieht eine elektrische Vertheilung nur durch ein isolirendes (diëlektrisches) Medium hindurch; lässt man daher einen elektrisirten Körper auf einen neutralen wirken und bringt im Luftraum zwischen beiden eine Metallplatte an, so wird nach ihm die Vertheilung nur durch die Luft um den Contour der Platte herum zu Stande kommen. Diese Vertheilung in krummen Linien aufzuzeigen, war daher von besonderer Wichtigkeit für Faraday's Theorie und er hat darüber messende Versuche angestellt. — Als Elektrometer diente eine Coulomb'sche Torsionswage von 8 Zoll Durchmesser mit einem zur Aufhängung des Wagebalkens bestimmten Glasfaden von 20 Zoll Länge, und einer vergoldeten Markkugel von 0,3 Zoll Durchmesser am Wagebalken. Die feste Kugel der Wage, zugleich als Prüfungskugel dienend, bestand aus vergoldetem Erlenholz, sie konnte an einem Schellackstiel aus der Wage genommen und ohne Zeitverlust wieder genau an dieselbe Stelle gesetzt werden (1180 folgd.). Die Messungen geschahen in folgender Weise. Nachdem die bewegliche Kugel von der festen mittels Torsion in die Entfernung von 30° gebracht worden, erhielt sie eine willkührliche Menge Elektricität von derselben Art wie die zu untersuchende Elektricität. Die Prüfungskugel mit der zu untersuchenden Elektricität geladen, stiess die bewegliche Kugel ab, die durch Drehung des Glasfadens um eine Anzahl Grade, welche der Torsionskreis angab, wieder in die frühere Lage zurückgeführt wurde. Die beobachteten Torsionen des Fadens stehen somit im Verhältnisse der verschiedenen Elektricitätsmengen der Prüfungskugel. Um die willkührliche Elektricitätsmenge der schwebenden Kugel zu beurtheilen, wurde diese durch Berührung mit der anfänglich geladenen Prüfungskugel elektrisirt und die Drehung des Fadens, welche nöthig war, die Stellung von 30° der Kugeln gegen einander herbeizuführen unter der Rubrik „Abstossung der Kugeln" bemerkt. —

Faraday befestigte einen 7 Zoll langen Schellackcylinder von 0,9 Zoll Durchmesser auf einem Holzfusse und elektrisirte seine

obere Hälfte durch Reiben mit warmen Flanell negativ. Auf die obere Fläche des Cylinders wurden Metallkörper (Kugeln, Scheiben) von mehr als 1 Zoll Durchmesser gelegt, und mit einer guten Ableitung versehen; nachdem die Prüfungskugel eine bestimmte Stelle dieser Körper berührt hatte, wurde sie in die Torsionswage gebracht. Es zeigte sich so an allen Stellen des aufgelegten Körpers und an über demselben gelegenen Punkten positive Elektricität, und zwar auch an solchen die nicht durch gerade Linien durch die Luft hindurch mit der elektrisirten Schellackfläche verbunden werden konnten. Als z. B. eine Messinghalbkugel 1,36 Zoll im Durchmesser auf den Schellackcylinder gelegt war (Fig. 1.), fanden sich folgende positive Elektricitätsmengen an den bezeichneten Stellen.

bei	i	112
	k	108
	l	65
	m	35
	n	87
	o	105
	p	98

An den Stellen n o p wurde die Prüfungskugel ableitend berührt. Von p an nach oben nahm die Elektricität fortwährend ab. Da nun nur von der Stelle i eine gerade Linie durch die Luft nach dem Schellackcylinder gezogen werden kann, so schloss Faraday, dass die Vertheilung an allen übrigen Stellen um die Ecke ging (1224). Dass die Elektricität des Cylinders durch die Metallmasse der Halbkugel hindurch vertheilend wirkte, hält F. für unstatthaft, er glaubt nur den einen Versuch dagegen anführen zu müssen, dass wenn der Schellackcylinder mit einer Messingscheibe von 2 Zoll Durchmesser bedeckt war, die Prüfungskugel auf der Mitte der Scheibe nicht geladen wurde, wohl aber über derselben und nahe am Rande der Scheibe (1221).

Ich übergehe die übrigen Versuche über die präsumirte Vertheilung in krummen Linien durch Luft wie durch flüssige und feste Isolatoren (1227 folg.), da ihnen, wie den eben angeführten, alle Beweiskraft mangelt und, was ich schon oben berührt habe, bei ihrer Deutung ein Umstand gänzlich vernachlässigt ist. Dies ist die Ladung des den Schellack deckenden, ableitend berührten, Metallkörpers mit positiver Elektricität, oder vielmehr, da diese

Ladung dem Verfasser bekannt war, die Wirkung dieser Elektricität auf die Prüfungskugel. Versuche der angeführten Art sind gar nicht so einfach, wie sie beim ersten Anblick erscheinen; wir haben in dem ersten der beigebrachten Versuche einen senkrecht stehenden, negativ elektrisirten Cylindermantel, auf demselben mit wagerechter Basis die positiv elektrisirte Oberfläche der Halbkugel, die noch dazu an verschiedenen Stellen sehr verschieden stark elektrisirt sein muss. Welches Resultat die vereinte Wirkung dieser beiden elektrisirten Flächen auf die ableitend berührte Prüfungskugel an den bezeichneten Stellen haben wird, ist bei den unüberwindlichen Schwierigkeiten der hierzu nöthigen Rechnung, a priori nicht numerisch zu bestimmen, wol aber lassen sich die erhaltenen Resultate mit den Principien dieser Rechnung vereinigen. Die gänzlich willkührliche Annahme, dass die Vertheilung nur durch nächstliegende Theilchen eines schlecht leitenden Mediums hindurch stattfinde, fällt daher von selbst, zumal da sie zugleich die Annahme der Wirkungslosigkeit der gebundenen Elektricität nothwendig macht, deren Unrichtigkeit sich faktisch aufzeigen lässt.

Eigenschaften der gebundenen Elektricität. Ich habe in dem ersten Berichte die Ansicht, dass die sogenannte gebundene Elektricität sich durch keine Eigenschaft von der freien unterscheide, durch Versuche zu befestigen gesucht, und werde hier die seitdem dagegen geäusserten Bedenken kürzer anführen, indem ich auf den frühern Artikel zurückweise.

Pfaff [1]) hat seine frühere Meinung über die gänzliche Wirkungslosigkeit der gebundenen Elektricität zurückgenommen; er vindicirt aber dieser Elektricität die Eigenschaft, ihr Propagationsvermögen verloren zu haben, während sie wie die freie Elektricität abstossend und anziehend nach Aussen wirkt. Es ist dies die Ansicht, die de Luc [2]) von der gebundenen Elektricität gefasst und Ohm [3]) wieder aufgenommen hat. Ich habe hiergegen bemerkt [4]), dass diese Eigenschaft der gebundenen Elektricität aus Versuchen geschlossen worden, in welchen von einer Propagation der Elektricität nicht die Rede sein kann. Es wird dies durch einen analogen Fall deutlich werden. Berührt man einen glühenden

[1]) Poggendorff's Annalen * Bd. 44. S. 332.
[2]) de Luc Neue Ideen über Meteorologie. Deutsch 1787 * Bd. 1. S. 284.
[3]) Schweigger Journal für Chemie und Physik * Bd. 65. S. 142.
[4]) Poggendorff's Annalen * Bd. 44. S. 624.

Draht mit einem kalten Drahte, so nimmt die Temperatur des erstern ab und man schliesst daraus auf Wärmeleitung. Auf gleiche Weise sagt man von der Elektricität, dass sie abgeleitet werde, weil ein elektrisirter Körper seine Elektricität verliert, wenn er mit einem nicht elektrisirten Metallstabe berührt wird. Sollte aber im ersten Beispiele sich der glühende Draht über einer Flamme befinden, so würde der beschriebene Versuch nichts über Wärmeleitung entscheiden, da der hinzugeführte Draht glühend wird, ehe er den glühenden berührt. Ebenso wird der elektrische Versuch nichts über Propagationsvermögen der Elektricität aussagen, wenn der Körper durch Vertheilung mit einer Elektricitätsart geladen war, und der hinzugeführte Metallstab von dem vertheilend wirkenden Körper mit derselben Elektricitätsart geladen wird, ehe er den ersten berührt. Dies aber findet Statt in Ohm's und Pfaff's Versuchen. Es sind bei diesen Versuchen zwei sich berührende unabhängig von einander elektrisirte Körper im Spiel, und die Frage, wieviel Elektricität der eine dieser Körper nach der Trennung behalten werde, ist gänzlich unbestimmt. Es kann nach der relativen Grösse des Körpers, mit dem der durch Vertheilung elektrisirte Körper berührt wird, der Fall sein, dass die sogenannte gebundene Elektricität des letztern vermehrt, vermindert oder ungeändert erscheint. Man wird das Resultat eines solchen Versuchs am leichtesten übersehen, wenn man den berührten und den berührenden Körper zusammen betrachtet, und die Elektrisirung untersucht, die dieser zusammengesetzte Körper von dem ursprünglich elektrischen Körper erfährt. Alsdann lässt sich die Elektrisirung, die der erste durch Vertheilung elektrisirte Körper zurückbehält, im Allgemeinen ableiten. Diese zurückbleibende Elektrisirung in jedem Falle numerisch vorherzubestimmen, ist eine Aufgabe, die der Analysis und nicht der Physik zu stellen ist.

Knochenhauer [1]) hat die freie Wirksamkeit der gebundenen Elektricität wiederum gänzlich in Abrede gestellt; wenn nach ihm ein elektrischer Körper in einem neutralen Körper Elektricität bindet, so wirkt die gebundene Elektricität gar nicht, die bindende hingegen nur bis zur Fläche, auf der die gebundene Elektricität befindlich ist, und nicht über dieselbe hinaus. Er folgert dies aus einem Versuche, in welchem über einen negativ elektri-

---

[1]) Poggendorff's Annalen Bd. 47. S. 444.

sirten Harzkuchen in einiger Entfernung ein Stanniolblatt gestellt und ableitend berührt wurde. Elektrometerpendel, in irgend einer Entfernung über das Stanniolblatt gehalten, divergirten nicht, wol aber, wenn sie durch eine Spalte im Stanniol hindurch in den Raum zwischen dem Stanniolblatte und der Harzfläche gebracht worden waren. Der Verfasser fordert, dass, wenn die bindende wie die gebundene Elektricität frei wirkten, diese Elektricitäten in Einer, nicht aber in jeder beliebigen Entfernung über dem Staniolblatte sich das Gleichgewicht halten und daher keine Wirkung zeigen sollten. Ich habe auf diesen Einwand nicht geantwortet, weil zur Zeit, als derselbe gemacht wurde, Faraday's oben erwähnte Arbeit über die Vertheilung in krummen Linien in Deutschland bekannt war, und in dieser Abhandlung die gerechte Forderung Knochenhauers erfüllt wurde. Faraday hat nämlich über der leitenden Fläche, die einen elektrisirten Körper deckte, Elektricität und zwar bis zu einer gewissen Gränze zunehmende Electricität aufgezeigt, eine Erscheinung, die ganz natürlich aus der gleichzeitigen freien Wirkung der bindenden und gebundenen Elektricität folgt. Bemerkenswerth ist in Knochenhauer's Abhandlung die Erfahrung, dass isolirende wie leitende Stoffe einer Elektrisirung durch Vertheilung fähig sind. Als nämlich eine Glasplatte über den negativ elektrisirten Harzkuchen gehalten wurde, divergirten die darüber gestellten Elektrometerpendel nicht, als die Glasplatte aber gehoben wurde, zeigten sie Divergenz mit negativer Elektricität, die sich bald verlor. Wurde die Tafel nun wieder gesenkt, so divergirten die Pendel aufs Neue, aber mit positiver Elektricität. Man sieht hieraus, dass eine Glastafel wie eine Metalltafel von der elektrischen Harzfläche so elektrisirt wird, dass die untere Fläche positive, die obere negative Elektricität erhält, dass aber bei der isolirenden Tafel diese Elektrisirung erst nach längerer Zeit vollständig zu Stande kommt. Dasselbe lehrte die Erfahrung, dass ein Stab aus Glas oder Metall, zwischen die über der Harzfläche divergirenden Elektrometerpendel gehalten, die Divergenz derselben vermehrte; der untere Theil des Stabes, der den Pendeln zunächst stand, hatte, wie sie selbst, positive Elektricität durch Vertheilung von der Harzfläche erhalten. Fechner,[1]) obgleich bemerkend, dass das Irrthümliche der Annahme

---

[1]) Poggendorff's Annalen * Bd. 51. S. 321.

:nochenhauers theoretisch nachzuweisen wäre, hat dieselbe xperimentell widerlegt, wodurch, wie zu erwarten stand, eine estätigung der Resultate Faradays erhalten worden ist. Fechner hat aber dabei überall auf die richtigen Prinzipien zur Erklärung dieser Erscheinungen hingewiesen. Der Hauptversuch, dem ngeführten von Faraday und Knochenhauer ähnlich, wurde i folgender Weise angestellt. Zwei Metallscheiben von 9″ 4‴ urchmesser wurden horizontal in 1 Zoll Entfernung über einander efestigt, die eine isolirte Scheibe erhielt positive Elektricität von ner leydener Flasche, die andre erhielt eine gute Ableitung; ein robescheibchen wurde über die Mitte der durch Vertheilung elektrisirten Scheibe in verschiedenen Höhen gehalten, ableitend berührt und an einem Elektrometer mit trockener Säule (nach echners Einrichtung) geprüft. Das Scheibchen erwies sich i allen Versuchen negativ elektrisch, aber nur schwach, wenn die durch Vertheilung erregte Platte berührte, und am ärksten in der Entfernung von einigen Zollen über derselben. eber diese Entfernung der stärksten Wirkung hinaus nahm die lektrisirung des Probescheibchens langsam ab, war aber noch Fuss über der Platte merkbar. Auch wenn eine Metallplatte er den Knopf einer positiv geladenen leydener Flasche gehalten urde, fand sich ein Probescheibchen über der Platte stets negar geladen, obgleich dieses Scheibchen, wie bei Faraday's Verchen, von keiner geraden Linie getroffen wurde, die man von eim Punkte der geladenen Flasche durch die Luft ziehen konnte, wenn also, wie es der Verfasser kurz bezeichnet, das Scheibhen im elektrischen Schatten stand.) Fechner schliesst hiernach, ss die abstossenden und anziehenden Wirkungen der bindenden nd sogenannten gebundenen Elektricität aus demselben Gesichtsunkte zu betrachten sind, wie die der freien Elektricität, und ss die gebundene Elektricität durch den Akt der Bindung mit iner andern Eigenschaft begabt wird.

Ich glaube, dass nur mit dieser Ansicht eine klare Uebersicht r Elektricitätslehre gewonnen werden kann und habe sie deslb bereits im ersten Berichte ausgesprochen [1]).

Im Verfolge seiner Abhandlung hat Fechner eine bedeutende ahl von Vertheilungsversuchen beigebracht, von welchen folgende

[1]) Repertorium Bd. 2. S. 3. und 29.

die interessantesten sind. Eine positiv elektrisirte Messingku
von 3 Zoll Durchmesser wirkte vertheilend auf eine Kupfersche
9″ 4‴ im Durchmesser, 0‴,35 dick, welche ihr normal geg
übergestellt war (so dass die Verbindungslinie der Centra bei
Körper winkelrecht auf der Scheibe stand). Die Scheibe f
sich auf ihrer ganzen (von der Kugel abgewandten) Rückflä
und noch auf einem Theile der Vorderfläche positiv elektris
Da der übrige Theil der Vorderfläche negativ elektrisch war,
gab es auf derselben eine Zone, auf der das Probescheibchen ke
Elektricität empfing. Bei 2 Zoll Abstand der Kugel von
Scheibe war diese Indifferenzzone ungefähr ½ Zoll von dem Ra
der Scheibe entfernt. Als die Scheibe in der Mitte eine ru
Oeffnung von einigen Linien Durchmesser hatte, fand sich des
ungeachtet auf ihrer ganzen Rückseite positive Elektricität.
Zinkstreifen von 5″ 7‴ Länge, 10‴ Breite und 1‴ Dicke wu
der positiv elektrisirten Kugel normal gegenübergestellt. Die ga
Rückfläche und ein Theil der Vorderfläche gegen die Enden
Streifens war positiv. Bei den Abständen 1 und 2 Zoll des St
fens von der Kugel lagen die Indifferenzlinien innerhalb des ers
Zolles vom Ende. Ein eiserner Cylinder, 12 Zoll lang, 4‴,2 d
wurde der elektrischen Kugel so gegenübergestellt, dass die C
trallinie auf der Axe des Cylinders winkelrecht stand. Der m
lere Theil der Vorder- und Rückfläche des Cylinders war neg
elektrisch, jede Fläche aber gegen das Ende zu positiv. Hier w
ren also auf jeder Fläche 2 Indifferenzstellen. Bei dem Absta
1 Zoll des Cylinders von der Kugel lagen diese Stellen auf
Vorderfläche zwischen 2 und 3 Zoll vom Ende, an der Rücks
zwischen 1 und 2 Zoll. — Zwei Stahldrähte von 1‴,8 Dic
der eine 3 Zoll, der andere 12″ 3‴,5 lang, wurden successiv
elektrischen Kugel in 2 Zoll Entfernung gegenübergestellt;
mittlere Theil der Rückfläche war bei dem kurzen Drahte posi
bei dem langen negativ elektrisch. — Die Kugel wurde in ei
Blech-Cylinder von 3″ 6‴ Durchmesser, 2″ 8‴ Höhe, 0,18
nien Wanddicke gehängt, so dass also die Kugel (wie oben
gegeben von 3 Zoll Durchmesser) in der nächsten Entfern
3 Linien von dem Cylindermantel entfernt blieb und oben
unten 2 Linien hervorragte. Die ganze Aussenfläche des Man
war positiv und ausserdem noch ein schmaler Ring am Ra
der Innenfläche. —

Solche Versuche, die begreiflicher Weise einer unendlichen Abänderung fähig sind, haben, wie ich schon oben bemerkt, wenn erst des richtige Prinzip ihrer Erklärung festgestellt ist, mehr ein mathematisches als ein physikalisches Interesse, und sind als eine Einladung an gewandte Analysten zu betrachten, den schönen Untersuchungen Poisson's eine weitere Ausdehnung zu geben. —

Faraday (Exp. res. 1681—85) tadelt die Benennung freie und gebundene Elektricität, wenn damit eine verschiedene Wirkungsweise zweier Elektricitäten gemeint sei. Wenn ein elektrischer Körper durch Vertheilung Elektricität erregt, so sei die eine Elektricitätsart nicht freier oder gebundener als die andere. Ein durch Vertheilung wirkender Apparat könne so eingerichtet werden, dass er keine Wirkung von Elektricität zeige, weil die Elektricität die merkwürdige Eigenschaft besitze, in ihrer Wirkung begränzt zu sein (limited and exclusive). Die Elektricität auf einem isolirten Conductor, der in der Mitte eines Zimmers gestellt ist, verhalte sich gerade so zu den Zimmerwänden, wie die Elektricität der innern Belegung einer leydener Flasche zu der äussern Belegung. Wenn Elektricität merkbar gemacht wird, wo sie es vorher nicht war, so geschähe dies nur durch eine Ablenkung der vertheilenden Kraft von einer Richtung in die andere.

Man sieht, dass Faraday die volle elektrische Wirkung eines isolirten Conductors und die geschwächte der innern Belegung der Flasche aus dem Umstande erklärt, dass im ersten Falle sich der Experimentator in dem Medium selbst und der Richtung befindet, in welchen die Vertheilung geschieht, im letztern Falle hingegen ausserhalb des diëlektrischen Mediums. Hiermit wird also der vertheilten wie der vertheilenden Elektricität die Eigenschaft beigelegt, nur nach bestimmter Richtung hin und bis zu einer bestimmten Gränze ihre Wirkung zu äussern, und Faraday's Ansicht von der gebundenen Elektricität (die indess nicht ganz klar ausgesprochen ist) fällt mit der Knochenhauers zusammen, von welcher oben die Rede gewesen ist.

Verhalten der Isolatoren bei der Vertheilung. Faraday änderte den oben (Seite 130.) angeführten Versuch über Vertheilung in krummen Linien so ab, dass er die auf dem Schellack ruhende Metallkugel mit einer quadratischen Platte aus Schellack, Schwefel, Glas, borsaurem Bleioxyd, Spermaceti bedeckte, und verschiedene Stellen über der Platte mit der Probekugel der

Torsionswage untersuchte. Er fand hier die Kugel stärker elektrisch, als wenn die isolirende Platte fehlte und schloss daraus, dass die Isolatoren eine eigenthümliche verschiedene Fähigkeit besitzen, die elektrische Vertheilung durch sich hindurch zu vermitteln (Exp. res. 1229). Um diese verschiedene Fähigkeit, die er spezifisches Vertheilungsvermögen nannte, aufzuzeigen, construirte er später folgendes Instrument unter dem Namen Differential-Inductometer. (1307.) Drei Messingscheiben, 5 Zoll im Durchmesser, wurden auf Glasfüssen in gleichen Entfernungen mit vertikalen Flächen hinter einander aufgestellt, die mittlere war fest, jede der äusseren in einer Rinne verschiebbar. In einer Glasglocke waren isolirt zwei Stifte befestigt mit herabhängenden Goldblättchen und jeder Stift wurde durch einen Draht mit einer der äussern Scheiben verbunden. Theilte man nun der mittleren (festen) Scheibe schwache positive Elektricität mit, und berührte gleichzeitig die beiden äusseren Scheiben ableitend, so blieben die Goldblättchen unbewegt; nach Faraday's Ansicht, weil die elektrisirte Scheibe auf jede der beiden äussern Scheiben durch Luft hindurch vertheilend wirkte. Wurde aber eine ¾ Zoll dicke quadratische Schellackscheibe von 4 Zoll Seite zwischen die mittlere und eine der äussern Scheiben gehalten, so zogen sich die Goldblättchen an; zugleich wurde diese äussere Scheibe positiv elektrisch gefunden, während die andere, welche durch Luft von der mittleren getrennt war, negativ blieb. Faraday glaubt, (1253) dass nach der gewöhnlichen Annahme, die Einschaltung der Schellackplatte keine Aenderung in dem elektrischen Zustande der zunächst liegenden Scheibe hervorbringen könne, da dieser Zustand nur von der Entfernung dieser Scheibe von der elektrisirten abhänge; nach seiner Ansicht hingegen sey der Erfolg nothwendig, da die Vertheilung durch Schellack hindurch stärker als die durch Luft wäre. Hiergegen ist zu bemerken, dass die Schellackscheibe durch Vertheilung elektrisirt wird, und die äussere zunächstliegende Metall-Scheibe also nach der Einschaltung von 3 Portionen Elektricität, die in verschiedener Entfernung liegen, erregt wird. Knochenhauer hat die Elektrisirung von isolirenden Platten experimentell aufgezeigt [1]), indem er über der horizontalen Messingplatte eines Bohnenbergerschen Electroscops eine zweite Mes-

[1]) Poggendorff's Annalen * Bd. 51. S. 125.

ingplatte in einiger Entfernung befestigte. Er theilte der obern
Platte positive Elektricität mit, und berührte die untere Platte
ableitend, so dass das Goldblatt des Elektroscops unbewegt blieb.
Brachte er aber nun eine 6½ Linie dicke Schellackplatte in den
zwischen den Platten befindlichen Luftraum, so zeigte das Gold-
blatt positive Elektricität an, und zwar wurden die Anzeigen
stärker, wenn die isolirende Platte nach unten bewegt wurde.
Ganz wie die Schellackplatte verhielt sich eine schwachleitende
Platte, eine Pappschachtel, von der mit Gewissheit anzunehmen
ist, dass sie durch die elektrische Messingscheibe auf der obern
Fläche negativ, auf der untern positiv durch Vertheilung geladen
worden war. — Der Faraday'sche Versuch wird verwickelter,
wenn die Schellackscheibe, anstatt frei zwischen der vertheilten
und vertheilenden Messingscheibe zu stehen, beide Scheiben in
ganzer Ausdehnung berührt, wo denn ein Theil der Elektricität
von der elektrisirten Scheibe auf die Oberfläche des Schellacks
übergeht. Gerade dieser verwickelte Fall, der theoretisch von ge-
ringer Bedeutung ist, hat für die Praxis das meiste Interesse, da
dann die beiden durch die Schellackplatte getrennten Metallschei-
ben der leydener Flasche ganz analog sind. Faraday hat seine
messenden Versuche über das spezifische Vertheilungsvermögen
der Isolatoren in dieser Form angestellt, und dieselben können
für eine experimentelle Lösung der Frage gelten, eine wie starke
Ladung eine leydener Flasche erlaube, wenn das Glas derselben
mit einer andern isolirenden Substanz vertauscht wird. Ich werde
zuerst die merkwürdigen Versuche Faraday's aufführen und dann
angeben, welche Bedeutung die gewonnenen numerischen Werthe
haben. —

Vertheilungsflasche und rückhaltige Ladung derselben. Der angewandte Apparat ist in den Exp. res. 1188 etc.
beschrieben und leicht erkennbar (siehe Fig. 2.) als eine leydener
Flasche, deren isolirender Zwischenkörper nach Belieben gewech-
selt werden kann. Die hohle Messingkugel h, von 2,33 Zoll
Durchmesser, ist mittels eines Drahtes, der sich in der Kugel B
endigt, und durch den Schellackcylinder ll isolirt ist, in der Mitte
der Hohlkugel aa befestigt. Die Kugel aa von 3,57 Zoll Durch-
messer besteht aus zwei Halbkugeln, die luftdicht zusammenge-
schraubt werden können, und setzt unterhalb in das mit einem
Hahne d versehene Metallstück fort, welches auf eine Luftpumpe

geschraubt werden kann. Die innere Kugel hat bei n eine kleine Oeffnung, so dass sie exantlirt und zugleich mit dem Raume o zwischen beiden Kugeln mit einer Gasart gefüllt werden kann. Verschiedene Vorsichtsmassregeln bei dem Gebrauche dieser Flasche sind Exp. res. 1199 etc. angegeben. Hauptsächlich ist auf die Reinheit der Oberfläche der Schellackmasse l l zu sehen, zu welchem Ende dieselbe mit einem seidenen Tuche abgewischt werden muss. Damit sie aber hierdurch nicht elektrisch werde, ist es nothwendig, sie während des Reinigens anzuhauchen, ein Verfahren, das überhaupt anzuwenden ist, wenn ein Isolator gereinigt oder von einer elektrischen Ladung befreit werden soll. (1203) Faraday bemerkte, dass wenn der Zwischenraum an der unteren Halbkugel der Vertheilungsflasche mit Schellack, Glas u. s. w. ausgefüllt war, die geladene Flasche einige Zeit nach der Entladung wiederum auf beiden Belegungen Elektricität zeigte, wie dies bei der gewöhnlichen leydner Flasche bekannt ist. Die rückhaltige Ladung war bei Anwendung des Spermaceti am stärksten, schwächer bei Schellack, bei Glas und Schwefel, und trat gar nicht ein, als nur Luft zwischen den Kugeln befindlich war. Faraday erklärt diese Ladung durch das Eindringen der Elektricität in den Isolator und das spätere Zurücktreten derselben in die metallischen Belegungen (1245), wozu indess eine längere Zeit nöthig sey, und schliesst hieraus, dass selbst die bessten starren Isolatoren, wie Schellack, Glas und Schwefel in einem gewissen Grade leitend sind, so dass Elektricität in ihre Masse eindringen kann (1247). Diese Aeusserung, obgleich nur Bekanntes enthaltend, ist an dieser Stelle merkwürdig, wie sich später zeigen wird.

Specifisches elektrisches Vertheilungsvermögen der Isolatoren. Faraday benutzte zwei genau gleich verfertigte Vertheilungsflaschen, und prüfte ihren elektrischen Zustand, indem er eine Probekugel an die oberste Stelle der Kugel B (Fig. 2.) anlegte und dann in die Torsionswage brachte. Eine von beiden Vertheilungsflaschen wurde geladen und ihre Elektricität gemessen; durch Verbindung der Kugeln B an beiden Flaschen wurde diese Ladung zwischen ihnen getheilt und sodann die Elektricität jeder Flasche bestimmt. Man sieht, dass in jedem Falle, wenn man vom Residuum absieht, beide Flaschen nach der Theilung der Ladung die Probekugel mit gleicher Elektricitätsmenge laden mussten, dass

se Menge aber nur dann die Hälfte der an der anfänglich gela-
nen Flasche erhaltenen Menge sein konnte, wenn beide Flaschen
selben Zwischenkörper in dem Raume oo enthielten. Dies
igte sich genau genug, als Luft in beiden Zwischenräumen be-
dlich war (Exp. res. 1208). Enthielt aber eine Flasche einen
rren Isolator als Zwischenkörper, so war die nach der Thei-
ng gefundene Elektricitätsmenge nicht die Hälfte der vor der
eilung ermittelten. War die ganz mit Luft erfüllte Flasche an-
glich geladen, so gab sie bei der Theilung der Flasche mit
rrem Zwischenkörper mehr als die Hälfte ihrer Elektricität ab.
ch Faraday's Meinung rührt dies davon her, dass die starre
bstanz die Vertheilung mit grösserer Leichtigkeit durch sich
durch geschehen liess, als die Luft, und das spezifische Ver-
ilungsvermögen der Substanz soll sich zu dem der Luft ver-
ten, wie der Verlust an Elektricität in der Luftflasche zu der
ktricität, welche die andere Flasche nach der Theilung wirk-
h zeigte. Es wird diese Berechnung im nächsten Beispiele deut-
her, und die Bedeutung des erhaltenen Zahlenwerthes in der
hlussbemerkung näher angegeben werden.

Specifisches Vertheilungsvermögen des Schellacks.
255.) In die untere Halbkugel der einen Vertheilungsflasche
rde eine dicke halbkugelförmige Schale von reinem Schellack
egt, so dass der untere Theil des Zwischenraums oo (Fig. 2.)
t ganz ausgefüllt war. Die andere Flasche blieb mit Luft ge-
lt und wurde geladen. Nachdem die Ladung gemessen war,
rde sie zwischen beide Flaschen getheilt, und die Elektricität
der Kugel jeder Flasche bestimmt. Folgende sind die Messun-
n an der Torsionswage, die in der, Seite 130. angegebenen
eise erhalten wurden.

	Flasche I. Schellack.	Flasche II. Luft.
	(Abstossung der Kugeln 225°.)	
		304
		297
	Ladung getheilt.	
	113	
		121
ch der Entladung	0	
		7 nach der Entladung.

Die Luftflasche hatte vor der Theilung eine Elektricitätsmenge die durch 297 ausgedrückt wird, da aber später nach der Entladung noch 7° erhalten wurden, so wird für die theilbare Ladung 290 genommen. Nach der Theilung der Elektricität wurde in Flasche I. 113, in Flasche II. 121 gefunden; von der letzten Zahl muss 7 abgezogen werden, da dies die Ladung war, welche die Probekugel, (durch Wirkung des obern Schellackcylinders am Apparate) nach der Entladung der Flasche zeigte; beide Flaschen hatten also nahe gleichwirkende Elektricitätsmengen. Die Luftflasche hatte durch Theilung 290—114 oder 176 verloren, während die Schellackflasche dadurch nur 113 gewonnen hatte. Hiernach verhält sich das spezifische Vertheilungsvermögen der Schellackflasche zu dem der Luftflasche 176 : 113 oder wie 1,55 zu 1.

Ein zweiter Versuch wurde so angestellt, dass die Schellackflasche zuerst geladen wurde.

Flasche I. Schellack.	Flasche II. Luft.
215	
204	
Ladung getheilt.	
	118
118	
	0 nach der Entladung.
nach der Entladung 0	

Hier ist die ganze Ladung 204, der Verlust der Schellackflasche 86, der Gewinn der Luftflasche 118. Das specifische Vertheilungsvermögen des ersten Apparates verhält sich zu dem des zweiten wie 118 zu 86 oder wie 1,37 zu 1.

Faraday hat diese Versuche öfter wiederholt, und da er die Möglichkeit von fremden leitenden Theilen im Schellack ausschliessen wollte, auch mit einer Halbkugel aus Schellack, der aus einer filtrirten Lösung des Lacks in Weingeist erhalten war. Es fand sich als Mittel aller Versuche das specifische Vertheilungsvermögen des Schellackapparats zu dem des Luftapparats 1,5 zu 1. Da die Schellackflasche nur zur Hälfte mit Schellack ausgefüllt war, in der andern Hälfte Luft enthielt, so muss von jedem Werthe des Vertheilungsvermögens 0,5 abgezogen werden. Hiernach wird das specifische Vertheilungsvermögen des Schellacks zu dem der Luft im Verhältnisse 2 zu 1 stehen.

Specifisches Vertheilungsvermögen des Glases und chwefels. Eine 0,4 Zoll dicke halbkugelförmige Schale aus lintglas wurde in den Raum o o der einen Flasche gelegt, der ser, da er 0,62 Zoll hoch war, nur zu ⅔ dadurch ausgefüllt wurde. s fand sich das specifische Vertheilungsvermögen des Glasappa-its zu dem des Luftapparats im Mittel 1,38, so dass das speci-sche Vertheilungsvermögen des Glases gegen Luft von ⅓ mal rösserer Dicke durch 1,76 ausgedrückt wird (1274). Mit einer albkugelförmigen Schale von Schwefel, die den Zwischenraum o genau ausfüllte, fand Faraday das Vertheilungsvermögen des pparats gegen das des mit Luft erfüllten 1,62, somit das Ver-eilungsvermögen des Schwefels gegen Luft 2,24. Diese Versuche it Schwefel hält der Verfasser für die untadelhaftesten. (1277.) ie Versuche mit Wallrath, die für den mit demselben gefüllten pparat ein specifisches Vertheilungsvermögen 1,3 bis 1,6 gaben, onnten wegen der guten Leitung des Wallraths nicht genau in (1279). Eben so konnten mit rectificirtem Terpenthinöl und leinöl keine scharfen Resultate erhalten werden, doch ergab sich, ass beide Flüssigkeiten, die gute Isolatoren sind, ein grösseres ertheilungsvermögen als Luft besitzen (1281).

Specifisches Vertheilungsvermögen der Luft und er Gase. Eine Vertheilungsflasche wurde mit dem untern Theile f die Luftpumpe geschraubt, geladen und exantlirt, ihr elektri-her Zustand aber vor und nach der Exantlirung geprüft. Es nd sich:

bei	Druck	von	30	Zoll	elektrische	Ladung	88
"	"	"	—	"	"	"	87
"	"	"	14	"	"	"	87
"	"	"	30	"	"	"	86
"	"	"	3,4	"	"	"	81
"	"	"	30	"	"	"	81

i einem ähnlichen Versuche wurde eine schwächere elektrische dung angewendet, um dieselbe aber genauer messen zu können, r Normalabstand der Kugeln der Torsionswage nur 15° ange-mmen. Es fand sich bei einem Druck von 1,9 Zoll die Ladung) und ebenso, als durch Zulassen von Luft der Druck von 30 ll wiederhergestellt war. Die Vertheilung ist also dieselbe in uft von grösserer oder geringerer Dichtigkeit, nur findet in der nnen Luft die Entladung eines Theils der angesammelten Elek-

tricität statt. Ebenso ist die Vertheilung in kalter und heisser in trockner und feuchter Luft gleich. (1289.)

In 25 Versuchen wurden die beiden Flaschen mit je zwei der folgenden Gase gefüllt: Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Kohlensäure, ölbildendes Gas, Salpetergas, schweflige Säure, Ammoniak, Fluorkieselgas, Arsenwasserstoff, Schwefelwasserstoff, Stickstoffoxydul, Kohlenoxyd, Chlorwasserstoff. (1290.) Ueberall wurde das specifische Vertheilungsvermögen der beiden Flaschen merklich gleich gefunden. Bemerkenswerth ist, dass alle Gase, wenn sie gut ausgetrocknet waren, vollkommene Isolatoren der Elektricität sind; bei Chlor und Ammoniak wurde Leitung bemerkt, sie rührte aber von einer Einwirkung des Gases auf den Schellack am obern Theile des Apparates her, dessen Oberfläche dadurch leitend wurde und die Elektricität von der äussern zur innern Kugel überführte.

Specifisches Vertheilungsvermögen der Krystalle nach verschiedener Richtung. Um einen Unterschied in dem Vertheilungsvermögen der Krystalle nach verschiedener Richtung zu finden, wandte Faraday folgendes Verfahren an: Eine Messingkugel 0,73 Zoll im Durchmesser wurde durch metallische Verbindung mit einer grossen elektrischen Batterie längere Zeit in gleichem elektrischen Zustande erhalten. Aus dem zu untersuchenden Krystalle wurde ein Würfel geschnitten, so dass die optische Axe winkelrecht auf 2 Flächen desselben stand. Indess eine Würfelfläche an die elektrisirte Kugel angelegt war, wurde auf die gegenüberstehende Fläche die Probekugel der Torsionswage gesetzt, ableitend berührt und sodann in die Wage gebracht. Die unmittelbare Berührung der Krystallflächen, die ausserdem mit Schellackfirniss überzogen waren, wurde durch Schellackstücke, die auf den beiden angewandten Metallkugeln befestigt waren, verhindert (Exp. res. 1690). Die elektrische Vertheilung auf die Probekugel wurde in verschiedenen Stellungen des Krystalls versucht, bei welchen die Verbindungslinie der beiden Metallkugeln entweder parallel der optischen Axe oder winkelrecht auf ihr war. Ein Bergkrystall, aus dem ein Würfel von 0,7 Zoll Seite geschnitten war, gab im Mittel aus 197 Versuchen die Vertheilung in der optischen Axe 100, in den beiden winkelrechten Richtungen 93,59 und 93,31. (1692.) Andere Exemplare des Krystalls gaben indess diese Unterschiede nicht. Es wurden hierauf

Würfel aus Doppelspath angewendet, der eine von 0,5 Zoll Seite gab 100 für die Vertheilung in der Axe, 98,6 und 95,7 in den beiden Querrichtungen. Der andere Würfel von 0,8 Zoll Seite zeigte hingegen 100 für Vertheilung in der Axe, 101,7 und 101,8 in den Richtungen winkelrecht darauf (1695). Hiernach sind die gefundenen Unterschiede in der Vertheilung nicht von der Krystallisation abhängig und müssen anderen, zufälligen Umständen (Rissen u. s. w.) zugeschrieben werden.

Bemerkung über Faraday's Untersuchung des specifischen Vertheilungsvermögens. Fassen wir das Resultat dieser mühevollen Untersuchung zusammen, so lässt es sich am klarsten so aussprechen: Eine elektrisirte leitende Fläche erregt in einer nahestehenden nicht isolirten Fläche eine gewisse Menge entgegengesetzter Elektricität, welche Menge nicht allein von der Entfernung der beiden Flächen, sondern im Allgemeinen auch von dem isolirenden Stoffe abhängig ist, der den Raum zwischen ihnen ausfüllt. Ist dieser Stoff trocken und luftförmig, so ist die erregte Elektricitätsmenge überall dieselbe, ist er hingegen starr, so ist sie grösser, und zwar verschieden nach den einzelnen Isolatoren. Da, um so grösser die erregte Elektricitätsmenge ist, um so weniger Elektricität der ursprünglich elektrisirten Fläche von einem dritten Körper entzogen werden kann, so lässt sich dies auch so ausdrücken, dass je nach dem Stoffe der Zwischenplatte die isolirte Fläche eine kleinere oder grössere Ansammlung von Elektricität erlaubt. Dies Resultat ist nicht neu und schon zur Zeit bekannt gewesen, als man weniger mit einer wissenschaftlichen Bearbeitung der Elektricitätslehre, als mit der Anfertigung kräftiger Apparate beschäftigt war. Es wurde stets bei Anfertigung der leydener Flasche und der Franklinschen Tafel nicht nur auf die Dicke des Glases sondern auch auf die Beschaffenheit desselben gesehen. Cuthbertson bemerkt ausdrücklich, dass die verschiedenen Arten des weissen Glases, und noch viel mehr die des grünen Glases bei gleicher Oberfläche und Dicke ganz verschiedene Mengen von Elektricität bedürfen, um gleich stark geladen zu werden. Er construirte zwei Flaschen aus gleich dickem Glase, die beide, nach der Zahl der zu ihrer Ladung nöthigen Umdrehungen der Maschine zu schliessen, ein gleiches Ladungsvermögen besassen, obgleich die Belegung der einen ein Drittheil kleiner war

als die der andern.[1]) Nicholson verfertigte eine Batterie aus Glimmerplatten, weil die Capacität des Glimmers für Elektricität grösser als die des Glases sei[2]). Jäger setzte in einer eigenen Abhandlung die verschiedene Wirksamkeit des Condensators, je nach der Beschaffenheit der isolirenden Zwischenschicht, auseinander und erklärte dieselbe aus einer verschiedenen Durchdringlichkeit der Isolatoren für Elektricität[3]). Es ist also mit Ladungsvermögen, Capacität für Elektricität, Durchdringlichkeit für Elektricität dieselbe Eigenschaft der Isolatoren früher bezeichnet gewesen, die Faraday specifisches elektrisches Vertheilungsvermögen genannt hat. Diese Eigenschaft ist offenbar nichts Anderes als das Leitungsvermögen der Isolatoren in dem speziellen Falle der Ladung, welche entgegengesetzte Elektricitätsarten auf nahestehenden Flächen desselben Körpers anhäuft. Merkwürdigerweise hat Faraday selbst dies Leitungsvermögen der Isolatoren bei der Ladung gefunden, wie oben bei der rückhaltigen Ladung bemerkt worden ist.

Was die numerischen Werthe des specifischen Vertheilungsvermögens betrifft, so ergiebt folgende Rechnung, dass ihnen der Ausdruck zu Grunde liegt, den man zur Berechnung der condensirenden Kraft eines durch Vertheilung wirkenden Apparats gebraucht. Es sey Faraday's Vertheilungsflasche I. ursprünglich geladen, und gebe der Probekugel die Elektricitätsmenge a ab; nachdem die Theilung der Ladung zwischen beiden Flaschen geschehen ist, erhalte die Probekugel von I. die Elektricitätsmenge a', von II. die Menge b. Nach Faraday ist dann $a-a'$ Verlust der Flasche I., b Gewinn der Flasche II. und $\frac{a-a'}{b}$ ist das Verhältniss des specifischen Vertheilungsvermögens der zweiten Flasche zu dem der ersten. Wenn der innern isolirten Fläche jeder Flasche Elektricität mitgetheilt wird, so erregt diese in der äussern nicht isolirten Fläche eine geringere Menge entgegengesetzter Elektricität; das Verhältniss dieser erregten Menge zur gegebenen sei in der Flasche I. $= m$, in der Flasche II. $= m_1$. Erhält Flasche I. die Elektricitätsmenge E so giebt sie nach bekannten Gesetzen der Probekugel eine Elektricitätsmenge ab, die proportional $(1-m^2)$ E

[1]) Gilbert, Annalen der Physik. * Bd. 3. S. 27.
[2]) Ebendas. * Bd. 23. S. 274.
[3]) Ebendas. * Bd. 52. S. 90. flg.

oder $(1-m^2)E = a$. Die Flasche II. erhalte von der er-
n Flasche die Elektricitätsmenge E_1, so hat man auf gleiche
ise $(1-m_1^2)E_1 = b$ und ferner noch

$$(1-m^2)(E-E_1) = a'$$

minirt man aus diesen drei Gleichungen die unbekannten Elek-
itätsmengen E und E_1, so erhält man

$$\frac{a-a'}{b} = \frac{1-m^2}{1-m_1^2} = \frac{\frac{1}{1-m_1^2}}{\frac{1}{1-m^2}}$$

ler und Nenner des zuletzt geschriebenen Bruches drücken die
densirende Kraft der zugehörigen Flasche aus, denn eine Fläche
alleinstehend die Elektricitätsmenge 1 aufzunehmen vermag,
d, wenn sie in einer nahestehenden Fläche die Elektricität m
gt, die Menge $\frac{1}{1-m^2}$ aufnehmen können. Hiernach wird man
die Angaben Faraday's über das Vertheilungsvermögen zu
ten haben; die Angabe z. B., das specifische Vertheilungsver-
gen des Schellacks verhalte sich zu dem der Luft wie 2 zu 1,
aus, dass eine leydener Flasche, ein Condensator, mit Schel-
t als Zwischenlage noch einmal so viel Elektricität aufnehmen
ne, als wenn der Schellack durch Luft ersetzt wäre. Es muss
llen, dass mit so grosser Mühe ungefähre Werthe der Function
$\frac{1}{1-m^2}$ aufgesucht worden sind, da viel leichter und genauer mit
Probekugel Verhältnisse der Grösse m gefunden werden kön-
n und diese selbst in viel näherer Beziehung zu der angenom-
nen Eigenschaft der Isolatoren steht. Einen genauen Ausdruck
verschiedenen Ladungsvermögens wird zwar auch m nicht
ben können, da diese Grösse mit von der Beschaffenheit der
fläche des Isolators abhängt, die bei allen Isolatoren nicht
gleicher Beschaffenheit hergestellt werden kann. Der be-
werliche Umweg, den Faraday bei der Hauptuntersuchung
nommen hat, ist bei dem späteren oben angeführten Zusatz über
Vertheilungsvermögen der Krystalle vermieden worden, in
chem die einfache gebräuchliche Methode zur Bestimmung von
angewandt worden ist.

Ladungserscheinungen.

Elektrische Ladung von Halbleitern. Muncl senschöld [1]) hat auf die Ladung aufmerksam gemacht Halbleiter der Elektricität zeigen, wie Kohle, Manganh Eisenoxyd, gelbes Quecksilberoxyd, rother Zinnober, fe ganische Stoffe, Alkohol u. s. w., wenn sie einige Zeit an ductor einer Elektrisirmaschine gebracht werden. Die m ser Stoffe müssen dazu gepulvert und in Röhren eing werden; das Schwefelantimon hingegen zeigt in ganzer die Ladung sehr gut. Der Verfasser nahm ein Stäbche felantimon von 3 Zoll Länge und hielt ein Ende dessel Zeit lang an den positiv elektrischen Conductor einer fo thätigen Elektrisirmaschine. Prüfte er das Stäbchen soda nem Elektrometer, so zeigte das an den Conductor gehal positive, das andere Ende negative Elektricität. Es ist i mer nöthig, bei Prüfung des einen Endes das andere ab berühren. Diese Elektricitäten zeigen sich in abnehmen nach mehreren Stunden und selbst nach einem Tage, verhütet werden, dass nicht die Enden des Stäbchens du guten Leiter verbunden sind, wodurch die Ladung in kür verschwindet. Zerbricht man die elektrisirte Antimonstang rere Stücke, so zeigt jedes Stück, wenn es nur nicht zu Eigenschaften wie die ganze Stange. Dieselben Erscheinu sen sich an aufgeschichteten Papierscheiben hervorbringe pierstreifen und am besten an Säulen aus Metallpapiersch an Metallplatten die durch eine dünne Harzschicht getr Man kann daher trocknen elektrischen Säulen, die unwi worden sind, auf kurze Zeit den Schein der Wirksamk indem man Elektricität von einer kräftigen Elektrisirmasch sie hindurch strömen lässt. Der Verfasser glaubt, dass scheinungen nicht durch eine gewöhnliche elektrische L erklären sind und stellt den Satz auf: Ein elektrischer S durch einen Leiter geht, erweckt in demselben das Best Differenzen der elektrischen Kräfte, die durch den Stron gerufen werden, zu behalten.

Elektrische Ladung einer einfachen galva

---

[1]) Poggendorff Annalen* Bd. 43. S. 217.

Kette. Munck af Rosenschöld[1]) legte auf eine 5zöllige Kupferscheibe ein in Chlorzink getränktes Papier und erhitzte die Platte über einer Lampe bis zur Trockenheit des Papiers; es wurde sodann eine Zinkscheibe auf das Papier gelegt und mittels einer hölzernen Schraube angedrückt. Diese einfache Kette gab eine nicht unbedeutende Ablenkung der Magnetnadel am Multiplicator; sie wurde lange Zeit geschlossen gehalten, dann geöffnet und jede Platte derselben in ihrer Lage an einem kupfernen Condensator auf Elektricität geprüft. Hierbei legte der Verfasser die den Condensator nicht berührende Platte auf eine feuchte Pappscheibe, die er in der Hand hielt; es wurden in einer Reihe kurz hinter einander angestellter Prüfungen folgende Divergenzen am Strohhalmelektrometer erhalten:

Mit dem Condensator in Berührung	
Zinkplatte	Kupferplatte
3°	20
8	16½
15½	8½
18½	6½
21½	2½
22½	1½

Die Divergenzen geschahen alle mit negativer Elektricität, so dass also in der beschriebenen Kette das Kupfer negativ, das Zink positiv elektrisch gewesen sein muss. Da diese Elektricitäten, wie man sieht, nach dem Oeffnen der Kette sehr schnell abnehmen, so können sie nur durch Ladung während des Geschlossenseins der Kette entstanden sein. In einem folgenden Versuche wurde die Kette nach jeder einzelnen Prüfung am Condensator geschlossen, und ihre Wirkung auf die Magnetnadel des Multiplicators beobachtet; diese Wirkung, welche durch die vorhergehende lange Schliessung sehr geschwächt war, zeigte sich fortwährend im Zunehmen. Die Kette konnte auch, statt durch Schliessen, auf die Weise geladen werden, dass man den galvanischen Strom einer aus 3 (mit Salmiaklösung erregten) Plattenpaaren bestehenden Säule durch dieselbe leitete, wonach die Elektricität der Kupferplatte besonders stark erschien. An dem Conductor einer Elektrisirmaschine konnte die einfache Kette nicht geladen werden, so lange sie in

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 43. S. 446.

dem Zustande war, dass sie auf den Multiplicator wirkte, wol aber nahm sie eine Ladung an, wenn sie sehr stark ausgetrocknet war. In Betreff der Schlüsse die der Verfasser aus diesen Versuchen über die Wirkungsabnahme der voltaischen Kette zieht, muss ich auf seine Abhandlung verweisen.

Galvanische Ladung von Drähten durch den elektrischen Schlag. Mit der elektrischen Ladung von Halbleitern scheint die galvanische Ladung im Zusammenhange zu stehen, die Henrici[1]) an Metalldrähten bemerkt hat, welche in eine Flüssigkeit tauchend dem Schlage einer leydener Flasche ausgesetzt worden sind. Zur Anstellung der Versuche wird eine 12 Millimeter weite Glasröhre, in die an beiden Enden ein Platindraht hineinragt, in die Schliessung einer leydener Flasche und zugleich in die eines empfindlichen Multiplicators mit Doppelnadel gebracht. Wird ein bewegliches Drahtstück, das mit einem Ende in eine Schale mit Quecksilber taucht, aus dem Quecksilber gezogen, so sind beide Verbindungen unterbrochen, lässt man den Draht fallen, so kommt sein Ende einem Fortsatze der innern Belegung der Flasche nahe und entladet diese; indem dies Ende in das Quecksilber fällt, stellt es die Schliessung des Multiplicators her. Nachdem also die in der Glasröhre befindliche Flüssigkeit den elektrischen Strom der Flasche geleitet hat, dient sie als Leiter eines galvanischen Stroms, der durch Ablenkung der Doppelnadel des Multiplicators angezeigt wird. Alle Ablenkungen die Henrici beobachtet hat, geschahen in der Richtung, dass der galvanische Strom, wie er in der Röhre gedacht wird, dem elektrischen Strom in derselben entgegengesetzt ist, das heisst, dass dasjenige Ende der Röhre, welches von der Flasche zuerst positive Elektricität empfängt, dem Multiplicator positive Elektricität abgiebt. Es ist dies gerade derselbe Fall in den oben beschriebenen Versuchen am Condensator von Munck af Rosenschöld. — Henrici hat die Glasröhre mit vielen verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt und nachdem er den Schlag einer stets zu demselben Grade (mit Hülfe einer Maassflasche) geladenen Flasche hindurchgehen gelassen, die Ablenkungen der Magnetnadel beobachtet. Die stärksten Ablenkungen erhielt er bei Füllung der Röhre mit einer Lösung von Jodkalium und von concentrirter Salzsäure, die schwächste bei Anwendung von Schneewasser oder

---

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 46. S. 585.

Alcohol. Aus der verschiedenen Polarisirung der Drähte in verschiedenen Flüssigkeiten schliesst der Verfasser, dass diese Polarisirung von einer durch die strömende Elektricität veranlassten Wirkung der Flüssigkeit auf die Oberfläche der Drähte herrühre. Die Ablenkung stieg mit der Ladung der Flasche wie die folgende Reihe zeigt, die mit Jodkaliumlösung erhalten wurde.

Stärke der Ladung	1	2	3	4	5	6	7	8
Ablenkung der Nadel	5	11,5	17	23	29	35	41	47.

Der Verfasser überzeugte sich, dass nicht etwa Erwärmung der Platindrähte die Ablenkung veranlasste, und dass wirklich die Drähte selbst geladen waren. Als er nämlich statt der Glasröhre einen Glaskasten anwandte, in den die Drähte lose eingehängt wurden, und dieselben, nachdem sie den elektrischen Schlag empfangen hatten, in einen andern mit Flüssigkeit gefüllten Kasten hängte, erhielt er dieselbe Ablenkung wie früher, nicht aber wenn er in dem ersten Kasten die von der Elektricität getroffenen Drähte mit neuen vertauschte. Blieben die Drähte in der Flüssigkeit, so verschwand ihre Ladung in $1\frac{1}{2}$ Minute gänzlich, wurden sie hingegen gleich nach der Entladung herausgenommen und abgetrocknet, so zeigten sie sich noch nach 1 Stunde polarisch. Auch Kupferdrähte konnten in gleicher Weise wie die Platindrähte geladen werden, nur in geringerer Stärke. Mit Hülfe eines Elektroscops wurde in der Flüssigkeit, die den Schlag geleitet hatte, freie Elektricität gefunden. Es ist übrigens zur Ladung von Drähten nothwendig, dass sie durch einen schlechten Leiter (Flüssigkeit, Papier) getrennt sind, da weder Henrici noch Rosenschöld in einem ganz metallischen Schliessungsbogen Polarität bemerkt hat. —

In einem folgenden Aufsatze [1]) stellt Henrici die Ladung der Drähte wieder in Abrede und betrachtet die Erscheinung als eine secundäre, herrührend von der elektrischen Zersetzung der zwischen den Drähten befindlichen Flüssigkeit und dem zwischen den abgeschiedenen Stoffen und der Flüssigkeit erregten galvanischen Strome. Folgende Versuche mit Maschinenelektricität werden zur Stütze dieser Ansicht beigebracht. Auf Reaktionspapieren, die mit Jodkaliumlösung befeuchtet waren, wurden zwei Platinspitzen in einige Entfernung von einander gestellt, von welchen die eine zum Conductor einer Elektrisirmaschine, die andere zu einer Ableitung

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 47. S. 431.

führte. Nachdem durch das Spiel der Maschine die Zersetzung des Jodkalium auf dem Papier statt gefunden, wurden die Spitzen mit einem Multiplicator verbunden und zeigten hier einen galvanischen Strom an, der auf dem Papiere von der ableitenden Spitze zu der zuleitenden ging. Dieser Strom trat auch noch dann ein, wenn die zur Zersetzung gebrauchten Platinspitzen mit neuen vertauscht wurden, nicht aber wenn die ersten Spitzen auf ein anderes Papier gesetzt wurden, das mit Jodkaliumlösung befeuchtet war. In einem andern Versuche liess der Verfasser die Platinspitzen 1 Millimeter über dem Papiere stehen, auch hier erfolgte Zersetzung durch die ausströmende Elektricität, und der galvanische Strom wurde sichtbar, als die Spitzen nachher auf das Papier gesetzt und mit dem Multiplicator verbunden waren. Diese Versuche zeigen, dass Papierstreifen wie Platindrähte polarisirt werden können, berechtigen aber nicht zu dem Schlusse, den der Verfasser aus ihnen zieht, um eine jede Polarisirung durch Elektricität zu leugnen.

B. Eigenschaften und Wirkungen der elektrischen Entladung.

I. Entladung am einfachen Conductor.

Schlagweite des einfachen Conductors in verschiedenen Gasen. Die Schlagweite des einfachen Conductors wie der Batterie bleibt für eine bestimmte elektrische Ladung nicht mehr dieselbe, wenn die Entladung statt durch Luft durch eine andere Gasart hindurch statt findet. Wenn daher der unveränderte Zwischenraum zwischen zwei Leitern, welche die Entladung vermitteln, mit verschiedenen Gasarten ausgefüllt wird, so ist im Allgemeinen eine verschiedene Elektricitätsmenge nöthig, um die Entladung möglich zu machen. Dies ist zwar bekannt, aber noch nicht mit genauen Messungen belegt.

Faraday hat solche Messungen angestellt (Experim. resear. 1381 folgd.), aber auf eine zu complicirte Weise, um ein scharfes Resultat zu erhalten. Ein solches würde überhaupt nur von Batterieversuchen zu erwarten sein, bei welchen die Ansammlung der

lektricität langsamer und regelmässiger von Statten geht, als auf em einfachen Conductor der Maschine. Faraday verschloss ein lasgefäss a (Fig. 3.) mit einem Metall-Boden g, der in eine Röhre it dem Hahn f fortsetzte, und mit dem Deckel b, durch den ein raht in einer Stopfbüchse hindurchging. An diesem Drahte bend sich im Gefässe eine Metall-Kugel s von 0,93 Zoll Durchmesser, der eine Kugel l von 2,02 Zoll Durchmesser gegenüberand in der festen Entfernung von 0,62 Zoll. Neben diesem Apparate waren zwei Metallkugeln L und S (0,96 und 1,95 Zoll urchmesser) auf Glasständern isolirt und an den verschiebbaren rähten m und k befestigt. Die Kugeln s und S wurden durch rähte mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine verbunden, die ugeln l und L mit einer Ableitungskette. Wurde daher der Conuctor n geladen, so hatte der Funke zwei Wege um zur Ableingskette überzuspringen, entweder durch den unveränderten Zwihenraum v im Glasgefäss, oder durch den veränderlichen u in er Luft. Nachdem das Glasgefäss exantlirt und mit einem Gase efüllt war, wurden die freistehenden Kugeln L und S so weit ntfernt, dass die Funken bei Ladung des Conductors nur im Geisse übersprangen. Die freistehenden Kugeln wurden sodann allälig einander genähert; die letzte Entfernung derselben, bei welher noch alle Funken im Gefässe übersprangen, ist unter „grösste ntfernung" angegeben. Bei grösserer Näherung der Kugeln gingen die Funken theils im Gefässe, theils in der Luft über, bis eine ntfernung erreicht wurde (als „kleinste Entfernung" angegeben), ei welcher sie nur in der Luft übersprangen. Da die Elektricitätsmengen, welche in der Luft zwischen den Kugeln überspringen, proportional den Entfernungen dieser Kugeln sind, so kann an diesen Entfernungen die Elektricitätsmenge beurtheilt werden, welche nöthig ist, um den constanten Zwischenraum im Glasgefäss, der mit einem Gase gefüllt ist, zu überspringen. Die „grösste ntfernung" giebt eine Elektricitätsmenge an die grösser, die kleinste Entfernung" eine die kleiner ist als die gesuchte, das ittel beider wird diese daher im Allgemeinen beurtheilen lassen. er bedeutende Unterschied beider Entfernungen in der folgenden abelle ist der Unvollkommenheit der Methode zuzuschreiben. Die ngewandten Gase sind gut ausgetrocknet gewesen, die Entfernung t in pariser Zollen angegeben.

ken von 65, als hingegen die Kugeln ihren Platz getauscht hatten, von nur 29 Millimetern Länge gezogen werden. — Die grosse Kugel wurde mit dem positiven Conductor einer andern kräftigeren Maschine verbunden, die kleine zur Erde abgeleitet, die Funken waren nur 45, in entgegengesetzter Stellung der Kugeln aber 125 Millimeter lang. Ein parabolischer Spiegel der Kugel des Conductors gegenübergestellt erhielt Funken von 300 Millimetern. — Diese Versuche berechtigen nicht zu dem allgemeinen Schlusse, den Becquerel aus ihnen zieht, dass nämlich wenn man elektrische Funken zwischen zwei ungleich grossen Kugeln überspringen lässt, die Funken viel länger erhalten werden, wenn die kleinere Kugel positiv, die grössere negativ ist, als im entgegengesetzten Falle. Es ist nämlich die Länge der Funken, ausser von der Form der Entladungsflächen, abhängig von der Menge der angesammelten Elektricität und daher von der ganzen Gestalt des Conductors der Maschine und der absoluten Grösse der mit demselben verbundenen Kugeln. Eine je grössere Ansammlung von Elektricität ein Conductor gestattet, desto länger sind die Funken die man aus ihm ziehen kann, ohne dass dabei die Art der Elektricität, mit der er geladen ist, in Betracht käme. Pfaff und ich selbst haben die längsten Funken sowohl bei positiver als negativer Elektrisirung erhalten, wenn ein ausgedehnter Conductor mit einer Kugel endigte, der eine viel grössere Kugel oder eine Metallplatte entgegengestellt wurde. [1]) Dass an den Elektrisirmaschinen die Funken bei negativer Elektrisirung kürzer sind als bei positiver, rührt davon her, dass in dem ersten Falle der Conductor eine der Ansammlung der Elektricität ungünstigere Gestaltung erhält; wo die Stellung der elektrisirten Flächen stets dieselbe ist, wie bei der elektrischen Batterie, findet man auch die Schlagweite ganz unabhängig von der in die Batterie geführten Elektricitätsart.

Licht des elektrischen Funkens. Becquerel [2]) verband zwei Metallkugeln von gleichem Durchmesser mit Einsauger und Reibzeug einer isolirten Nairneschen Elektrisirmaschine. Als die Kugeln 2 oder 3 Linien von einander entfernt waren, bemerkte er in den zwischen ihnen überspringenden Funken drei unterscheidbare Stellen, eine sehr helle an der negativen Kugel, eine

[1]) Repertorium Bd. II. S. 43.
[2]) Traité de l'électricité t. V. 2. p. 143.

weniger helle an der positiven und zwischen ihnen eine dunkle violette Stelle. Als die Kugeln weiter entfernt wurden, theilte sich die helle negative Stelle in zwei Theile, so dass der Funke aus 2 hellen und 3 dunkeln Stücken zu bestehen schien. Wurden die Kugeln noch weiter entfernt, so näherte sich der innere helle Theil der negativen Seite dem der positiven und verband sich zuletzt mit demselben. Alsdann blieb an der negativen Seite nur eine schwache Helle und eine sehr starke an der positiven Seite. — Eine ausführlichere Untersuchung der Lichtgestalten des Funkens folgt unten bei Faraday's Abhandlung über die elektrische Entladung.

Elektrische Funken in Gasarten. Als Faraday elektrische Funken zwischen zwei Messingkugeln durch verschiedene Gasarten schlagen liess, bemerkte er Folgendes (Experim. resear. 1422). In Luft leuchten die Funken mit intensivem bläulichen Lichte und zeigen dunkle Stellen, wenn die übergehende Elektricitätsmenge gering ist. In Stickstoffgas haben sie eine bestimmtere blaue oder purpurne Farbe als in Luft und bringen einen stärkern Schall hervor. In Sauerstoffgas sind sie weisser aber weniger glänzend als in Luft. In Wasserstoffgas geben die Funken wenig Geräusch und sind hochroth; doch verschwindet diese Farbe, wenn die Gasmasse verdünnt wird. In Kohlensäure war die Farbe des Funkens grünlich, die Gestalt merkwürdig unregelmässig. In Salzsäuregas war der Funke weiss, durchaus glänzend ohne jene dunkeln Stellen, die in andern Gasen bemerkt werden. In Kohlensäure war der Funke zuweilen roth statt grün, zuweilen zeigt er beide Farben zugleich, wie wenn er aus verschiedenen Stücken zusammengesetzt wäre. Faraday sieht in dieser verschiedenen Beschaffenheit des Funkens eine direkte Beziehung der Elektricität zu dem Mittel das sie durchbricht, und keine secundäre Verbrennungserscheinung (1423).

Wärmestralung des Funkens. Zur Untersuchung ob der elektrische Funke Wärme australe, liess der jüngere Becquerel [1]) in 2 Centimeter Entfernung von der geschwärzten Oberfläche einer thermoëlektrischen Säule elektrische Funken von einer Batterie überschlagen, bemerkte aber keine Wirkung an der Multiplicatornadel. Da ein rothglühendes Eisen, schnell der Säule vorüberge-

[1]) Compt. rendus t. VIII. p. 334. Poggend. Annalen Bd. 49 S. 574.

führt nur eine Ablenkung von 3° hervorbrachte und Platindraht, durch den elektrischen Schlag verflüchtigt, ebenfalls nur eine geringe Ablenkung verursachte, so vermuthet der Verfasser ganz richtig, dass der mangelnde Erfolg im ersten Versuche von der zu kurzen Dauer des elektrischen Funkens herrühre. Wie er sich zu dem Schlusse berechtigt glauben kann, dass die Erregung von Phosphorescenz durch den elektrischen Funken durch eine Stralung eigenthümlicher und anderer Art, als die die Wärmeempfindung erzeugende, hervorgebracht werde, ist nicht einzusehen.

Der elektrische Lichtbüschel. Faraday, der den elektrischen Entladungserscheinungen zur Unterstützung seiner Ansicht über die Vertheilung mit besonderer Aufmerksamkeit gefolgt ist, hat dem elektrischen Lichtbüschel einen längern Abschnitt gewidmet (Experim. resear. 1425. folgd.), dem ich Folgendes entnehme. — Der Lichtbüschel wird leicht hervorgebracht, wenn man den positiv elektrisirten Conductor einer Elektrisirmaschine durch einen dicken am Ende abgerundeten Draht verlängert, oder wenn man einen ähnlichen Draht einem negativ elektrisirten Conductor nahe bringt. Der Büschel ist aus einzelnen leuchtenden Entladungen zusammengesetzt, die durch Wheatstones rotirenden Spiegel, ja schon durch eine schnelle Bewegung des Auges erkannt werden, und das ihn begleitende Geräusch, welches zuweilen einen musikalischen Ton bildet, entsteht aus den einzelnen in bestimmten Intervallen folgenden Entladungsschlägen. Geschehen diese kleinen Entladungen zwischen Conductor und Luft, so sind sie seltener und werden häufiger, wenn man dem Büschel die Hand entgegenhält, wobei deshalb der begleitende Ton an Höhe zunimmt (1431). Die elektrischen Büschel werden sehr leicht und schön in verdünnter Luft und in Gasarten erzeugt, Faraday hat sie indess auch in einem dichten Medium, in Terpenthinöl erhalten, obgleich nur schwierig und in geringer Ausdehnung (1452). Als Büschel an sehr verschiedenen Stoffen hervorgebracht wurden (Holz, Karte, Kohle, Salpeter, Citronensäure, Kleesäure, Bleioxyd, Chlorblei, kohlensaures Kali, Aetzkali, Kalilösung, Schwefelsäure, Schwefel, Schwefelantimon, Hämatit), konnte kein Unterschied in der Form der Erscheinung bemerkt werden (1454).

Lichtbüschel in verschiedenen Gasen. Faraday hat elektrische Lichtbüschel in Gasen bei verschiedener Dichte derselben hervorgebracht, und giebt Folgendes an (1456 folgd.). In Luft

t der Büschel leicht zu erhalten, er ist von Purpurfarbe und reitet sich bei Verdünnung der Luft mit starkem ins Rosenrothe pielendem Lichte aus. In Sauerstoff ist derselbe matt weisslich nd kurz, selbst bei Verdünnung des Gases von geringer Ausdehnung. Stickstoffgas giebt den Büschel leichter und schöner als irgend ein Gas, bei der Verdünnung wird er ausnehmend gross und glänzend. Wasserstoffgas giebt ihn grünlich und ziemlich ausgebreitet, in dem verdünnten Gase sind die Verzweigungen sehr schön, aber der Glanz matt, sammetartig. In Steinkohlengas ist er Büschel schwer zu erzeugen, kurz und kräftig, funkenartig, gewöhnlich von grüner Farbe. Er zeigt sich an der positiven und negativen Fläche mit einem dunkeln Zwischenraume; in verdünntem Gase ist die Form besser aber der Glanz schwach. In Kohlensäure ist der Büschel sehr beschränkt, nach Verdünnung grünlich oder purpurfarben mit schwachem Lichte. In Salzsäuregas ist er Büschel sehr schwer zu erhalten. Nachdem durch Entfernung der elektrisirten Leiter von einander die Funken aufgehört haben, tritt eine dunkle Entladung ein, die nur plötzlich durch wenige Büschel unterbrochen wird. Nach Verdünnung des Gases bildet sich der Büschel leichter, ist aber stets klein, schwachleuchtend und an der positiven und negativen Fläche gleich. Bei starker Verdünnung sind die Verzweigungen von blassbläulicher Farbe. Der Verfasser bemerkt, dass die Eigenthümlichkeit des Stickstoffgases, sehr lange Verästelungen des Büschels zu gestatten, bei den Meteoren in der Atmosphäre, die zu ⅘ aus diesem Gase besteht, von grosser Wichtigkeit sei.

Positiv und negativ elektrische Lichterscheinungen. So sollen Lichterscheinungen unterschieden werden, die an einem mit positiver oder negativer Elektricität geladenen Leiter stattfinden. Faraday (Exper. res. 1465 folgd.) hat hierüber eine grosse Anzahl von Versuchen angestellt, aus welchen ich die minder bekannten heraushebe. Der Lichtbüschel, obgleich beiden Elektricitätsarten eigen, ist in der Luft viel leichter und ausgedehnter positiv als negativ zu erhalten. Hält man daher einer grossen negativ elektrisirten Kugel eine Spitze entgegen, so erscheint in einer gewissen Nähe der Büschel an der Spitze, nicht aber wenn die Kugel positiv elektrisch war, in welchem Falle sich nur der Stern an der Spitze zeigt. Bei einem vom Conductor einer Elektrisirmaschine ausgehenden abgerundeten Drahte konnte je nach

der Ladung des Conductors der positive wie der negative Büschel erhalten werden. Faraday fand, dass der negative kürzer und zusammengedrängter war als der positive, und aus viel (7 bis 8mal) schneller auf einander folgenden Entladungen bestand. Der positive Büschel liess sich durch beschleunigtes Drehen der Maschine in ein Glimmen verwandeln, der negative nicht (1468). Wurde dem negativen Büschel das abgerundete Ende eines dünnen Drahts entgegengehalten, so erschien an diesem der positive Büschel, und der negative zog sich sichtlich zusammen. Bei Anwendung eines sehr dünnen Drahts konnten beide Büschel von ganz gleichem Ansehen erhalten werden (1470). Die Form des positiven und negativen Büschels an demselben Leiter ist verschieden in verschiedenen Gasarten. Faraday füllte eine Glaskugel von 7 Zoll Durchmesser, in der zwei Messingstäbe von ¼ Zoll Dicke einander gegenüberstanden, mit einem Gase und erzeugte die Büschel durch Verbindung des einen Stabes mit dem Conductor der Maschine, der bald positiv bald negativ elektrisirt wurde. Der positive Büschel war im Allgemeinen grösser und ausgedehnter als der negative; am grössten erschien er in Stickstoffgas und Luft, geringer in Kohlensäure-, Salzsäure-, Steinkohlengas, am kleinsten und dem negativen gleich in Sauerstoff. Der negative Büschel ist weniger veränderlich und überall fast von derselben Ausdehnung (1476).

Funken vom positiven und negativen Conductor. Faraday verband den Conductor einer Cylindermaschine durch einen 0,2 Zoll dicken Draht mit einer Metall-Kugel von 2 Zoll Durchmesser, der eine Kugel von 0,25 Zoll Durchmesser, die eine gute Ableitung hatte, messbar genähert werden konnte. Bei positiver Ladung des Conductors zeigten sich Funken bis zu einer Entfernung von 0,49 Zoll der Kugeln, von 0,52 an negative Büschel. Bei negativer Ladung des Conductors erschienen Funken bis 1,15 Zoll Entfernung, von 1,65 an positive Büschel. Hier war die direkt geladene Kugel die grössere; als nun die Kugeln vertauscht wurden, so dass die kleinere die direkte Ladung empfing, zeigten sich bei positiver Ladung Funken bis 0,67 Entfernung, positive Büschel von 0,72 an, bei negativer Ladung Funken bis 0,40, negative Büschel von 0,44 an (1487). Aehnliche Versuche wurden auch in Gasen angestellt (1518).

Es ist hierbei nicht zu übersehen, dass der Conductor der Maschine ein ganz anderer ist, wenn er zur Aufnahme von positi-

er Elektricität, als wenn er zu der von negativer dient, und aber in jedem Falle eine andere Ansammlung von Elektricität bedarf. Der Verfasser richtete nun mit zwei Gabelentladern einen doppelten Entladungsweg vor, wie aus der Fig. 4. deutlich ist. Die grossen Kugeln A und D hatten 2, die kleineren B und C 0,25 Zoll Durchmesser. Der Metallstab L wurde mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine, der Stiel R mit einer guten Ableitung verbunden. Als L positiv elektrisirt war und die Entfernung der Kugelpaare 0,9 Zoll betrug, geschah die Entladung nur bei n durch positive Büschel, bei negativer Ladung ebenfalls bei o durch negative Büschel. Dies geschah noch, als die Zwischenräume n und o nur 0,6 Zoll betrugen. Als der Zwischenraum n = 0,79, der bei o = 0,58 Zoll gemacht war, trat bei positiver Ladung die Entladung gleichgültig an beiden Stellen ein, bei negativer Ladung hingegen häufiger an der Stelle n (1497). Diese Versuche sind eine nothwendige Folge von der bekannten Erfahrung, dass an einem unsymmetrischen Körper sich die Elektricität an dem kleineren Ende stärker anhäuft als an dem andern; Faraday hält diese Erklärung aber für ungenügend (1503). Aehnliche Versuche, wie hier in Luft, hat der Verfasser in Gasen angestellt, zu welchem Ende die Gabelentlader in eine Glasglocke eingeschlossen wurden (1506).

Das elektrische Glimmen. Fortdauerndes Ausströmen von Elektricität aus einem Conductor erzeugt ein ruhig glimmendes Licht, das, weil es am leichtesten an Spitzen hervorzubringen ist, Spitzenlicht genannt worden ist. Es lässt sich indess bei sehr kräftigen Maschinen auch an stumpfen Enden, und bei Verdünnung der Luft auch an ausgedehnten Flächen hervorbringen. Faraday (Exp. research. 1529) sah auf einer positiv elektrisirten Messingkugel von 2½ Zoll Durchmesser, einen Raum von 2 Zoll Durchmesser mit dem glimmenden Lichte bedeckt, als die Luft um die Kugel nur einen Druck von 4,4 Zoll hatte. Eben so leicht erhielt er unter der Glocke der Luftpumpe das Glimmen an einer negativ elektrisirten Fläche, schwerer aber unter gewöhnlichem Luftdruck. Das Glimmen zeigt sich in allen Gasen, es ist überall mit einem Luftstrom begleitet, der gewöhnlich von dem glimmenden Leiter ab, zuweilen aber auch auf ihn zu gerichtet ist (1535). Da das Glimmen eine fortdauernde Entladung des Conductors, der Lichtbüschel und Funke eine intermittirende verlangt, so lassen

sich durch Abänderung der Umstände an derselben Fläche diese drei Erscheinungen beobachten. Das abgerundete Ende eines 0,3 Zoll dicken Drahtes an dem Conductor zeigte bei starkem Drehen der Maschine das Glimmen, das durch Gegenhalten der Hand in einen Büschel überging; als die Maschine schwächer gedreht wurde, erschienen Lichtbüschel, die durch Gegenhalten einer feinen Spitze wieder in Glimmen verwandelt wurden (1540). Wenn das Ende eines Drahtes, an dem das Glimmen statt findet, fettig gemacht wird, so entstehen sogleich Lichtbüschel. An einer Kugel mit hervorragender Spitze, die mehr oder weniger in die erste hineingeschoben werden kann, lassen sich leicht Glimmen, Lichtbüschel und Funken nach Belieben erzeugen (1541).

Dunkle Entladung. Faraday hat von den leuchtenden Entladungen, die er die zerreissenden (disruptive) nennt, die dunkle und fortführende Entladung unterschieden, die mit jenen verbunden sein können. Die dunkle Entladung schliesst er aus folgendem Versuche (1544). Zwei Messingstäbe, 0,3 Zoll dick, wurden in einer exantlirten Glaskugel bis zur Berührung der Enden genähert, und, während Elektricität von einer Maschine durch sie hindurchströmte, von einander getrennt. Im Augenblicke der Trennung zeigte sich am Ende des negativen (zur Erde abgeleiteten) Stabes das Glimmen, während das positive Ende dunkel blieb. Bei weiterer Entfernung der Stäbe erschien am positiven Ende ein purpurner Streifen, der auf den negativ glimmenden Stab zuging, sich niemals aber bis zu demselben erstreckte. Der zwischen beiden Lichterscheinungen befindliche dunkle Fleck, ungefähr $\frac{1}{10}$ Zoll lang, behielt seine Lage gegen das negative Ende unverändert bei. Der Effekt war derselbe, wenn der eine Stab durch direkte Ladung negativ gemacht worden war. Mit zwei in einer Glocke einander gegenüberstehenden Kugeln wurde dasselbe bemerkt mit dem charakteristischen dunkeln Raume zwischen den beiden Lichterscheinungen. Die von Andern bemerkten dunkeln Stellen in langen Funken, die durch Luft überspringen, scheinen dem Verfasser dasselbe zu beweisen, eine elektrische Entladung nämlich durch einen dunkeln Raum hindurch. Diese dunkle Entladung konnte auch in Gasarten erzeugt werden. Zwei zugerundete Messingdrähte wurden in einer mit Salzsäuregas unter 6,5 Zoll Druck gefüllten Glocke einen Zoll von einander befestigt. Als auf den einen Draht von der Maschine fortwährend Funken schlugen, er-

ihen an beiden Enden in der Glocke ein Glimmen und ein dunk-
r Raum in der Mitte zwischen ihnen (1554). In Steinkohlengas
ar die dunkle Stelle ¼ Zoll lang, bei einem Abstande der Leiter
m einem Zoll. In diesem Gase zeigen auch Funken häufig dunkle
tellen (1557). In Stickstoffgas geschah die Entladung zwischen
ugeln verschiedener Grösse in der Weise, dass an der kleineren
egativen Kugel ein Büschel, an der grösseren positiven ein hel-
r Schein und zwischen beiden ein dunkler Raum erschien (1559).
unkle Entladung durch Luft hindurch ist zwar leicht zu erhal-
n, wird aber vom Verfasser zur folgenden Entladungsart gezogen.

Fortführende Entladung. Diese Art der Entladung ist
ur in luftförmigen oder flüssigen Medien möglich, sie besteht in ei-
em Elektrisiren der nächsten Theilchen des Mediums und in einer
ortbewegung derselben (Exp. res. 1562). Ein bekanntes Beispiel
ieser Entladung ist die Luftströmung an einem elektrisirten Con-
uctor, die mit dem Namen des elektrischen Windes bezeichnet
wird. Die fortführende Entladung wird besonders leicht durch
pitzen hervorgebracht, da an diesen die Kraft, mit der die elektrisir-
n Lufttheilchen fortgestossen werden, am grössten ist (1573). Man
ann sich mit gleichem Erfolge hierzu der Flüssigkeiten bedienen,
elche die Elektricität leiten. Faraday brachte einen Quecksil-
bertropfen an das amalgamirte Ende eines von dem Conductor der
aschine herabgehenden Messingdrahts; beim Elektrisiren dessel-
n wurde sein unteres Ende spitz und zeigte Glimmen mit herab-
ärts gehendem Luftstrom (1581). Ein Chlorcalciumtropfen auf
leiche Weise elektrisirt bildete einen von einem starken Winde
egleiteten Kegel, der an seiner nach unten gerichteten Spitze
limmen oder Büschel zeigte (1583); im ersten Falle war die
berfläche der Flüssigkeit glatt, im zweiten gekräuselt. Am bess-
n erhielt man diese Erscheinungen an einer am Conductor der
lektrisirmaschine befestigten Kugel, die mit Gummiwasser oder
yrup benetzt war. Bei langsamem Drehen der Maschine bildete
ch ein grosser conischer Tropfen mit concaven Seiten, dessen
pitze Glimmen mit so starkem Winde zeigte, dass eine darunter
ehaltene Wasserfläche eingedrückt wurde. Bei stärkerer Elektri-
sirung wurde ein Theil des Tropfens fortgetrieben, der zurück-
leibende Theil spitzte sich zu und zeigte mit wechselnder Ver-
ürzung und Verlängerung Lichtbüschel. Eine Wasserfläche un-
er den Tropfen gebracht, wurde nicht mehr eingedrückt, ja sogar

gehoben, wenn sie in solcher Entfernung stand, dass Funken überschlugen (1584). Bei Tropfen gutleitender Flüssigkeiten ist die Kegelform des Tropfens grösstentheils Folge des erzeugten Luftstromes, eine Spitze unter einen solchen Tropfen gehalten, hebt den Wind auf und drückt die Spitze des Kegels zurück. Merkwürdig ist, dass die negative Elektricität einen grösseren Kegel bildet als die positive, derselbe lässt weniger Flüssigkeit von sich forttreiben, er giebt schwerer Funken und wird von einer entgegengehaltenen Spitze weniger verändert. Dies ist so auffallend, dass Faraday einen Gummitropfen zur Unterscheidung von positiven und negativen Entladungen anzuwenden räth (1593). Besteht der Tropfen aus einem schlechten Leiter, aus Terpenthinöl, geschmolzenem Siegellack, so wird er durch die Elektrisirung in Fäden ausgezogen und fortgeführt. Hier bedingt nicht der Wind allein den Effekt, sondern die fortführende Entladung findet innerhalb des Tropfens selbst statt (1594). In Terpenthinöl lassen sich die durch Elektricität erzeugten Ströme sehr gut beobachten; man giesst hierzu das Oel in ein Gefäss mit Quecksilber, das durch einen Draht eine Ableitung nach der Erde hat. Taucht man in das Oel eine amalgamirte Messingkugel mit daranhaftendem Quecksilbertropfen, so wird dieser bei der Elektrisirung sehr spitz und sogar zu Fäden ausgesponnen (1597). Hebt man die elektrisirte Kugel über das Niveau des Oels, so wird ein Theil des Oels mit in die Höhe gehoben, wobei bemerkt wurde, dass die gehobene Säule viel höher und breiter ist, wenn die Kugel positiv, als wenn sie negativ elektrisirt worden ist (1600).

Ein Draht durch elektrische Entladung leuchtend. Henry [1]) hat den bekannten Versuch Van Marums, einen langen dünnen Drath durch die elektrische Entladung leuchtend zu machen, mit einer Nairneschen Cylindermaschine von 7 Zoll Durchmesser wiederholt. Er setzte an den ersten Conductor der Maschine eine 1füssige Kugel und spannte einen langen dünnen Drath zwischen zwei anderen Kugeln aus (von welchen wahrscheinlich die eine isolirt, die andere mit der Erde in Verbindung gesetzt war). Indem er auf die isolirte Kugel einen Funken vom Conductor schlagen liess, wurde der Drath, wenn er auch noch so lang war, leuchtend mit senkrecht von dem Drahte ausfahrenden

[1]) l'Institut 1838. p. 179. Poggendorff Annalen * Bd. 43. S. 413.

Strahlen. War der Draht umgebogen, so dass er in zwei parallelen Längen lief, so wurde nur die Aussenseite desselben leuchtend, war er Zförmig gekrümmt, so leuchteten nur die parallelen Arme. Als der Draht endlich zu einer flachen Spirale aufgewunden war, zeigte sich das Licht nur in der längsten Spire, dort aber sehr lebhaft.

Phosphorescenz durch elektrische Funken. Die folgenden Versuche, obgleich mit dem Entladungsfunken einer Batterie angestellt, sind, als dem elektrischen Lichte im Allgemeinen angehörig, am passendsten gleich hier mitzutheilen.

Becquerel[1]) stellte eine Schale mit wohlausgeglühten Austerschalen den Kugeln eines Henleyschen Ausladers nahe, und liess den Entladungsfunken einer Batterie von 18 *Flaschen*, die stets zu demselben Grade geladen war, zwischen den Kugeln überspringen. Die Austerschalen wurden phosphorescirend, und zwar desto stärker, je näher sie den Funken lagen und von je mehr Funken sie bestralt waren. Als er die Schalen mit weissem sehr durchsichtigen Glase bedeckte, wurden sie durch die Funken desto weniger leuchtend, je dicker das Glas war. Ein violettes Glas verhielt sich wie das farblose, aber ein rothes oder gelbgrünes gleicher Dicke hinderte jede Spur von Phosphorescenz. Der Verfasser hat den Gegenstand in Gemeinschaft mit Biot[2]) wieder aufgenommen, wobei neuere und interessantere Resultate gewonnen wurden. Die Austerschalen wurden mit einer Platte bedeckt, die aus einem 3,65 Millimeter dicken Glase und einer 5,9 Mm. dicken Bergkrystallplatte zusammengesetzt war; die Phosphorescenz zeigte sich sehr stark unter dem Bergkrystall, obgleich sie unter dem Glase, wegen zu grosser Entfernung der bestralenden Funken, nicht merklich war. Als der Versuch mit einer senkrecht gegen die Axe geschnittenen Bergkrystallplatte von 41,2 Mm. Dicke wiederholt wurde, zeigte sich noch ihre Ueberlegenheit über die Glasplatte, obgleich letztere bedeutend durchsichtiger war. Eine senkrecht gegen die Axe geschnittene Platte aus Rauchtopas von 21,7 Mm. Dicke liess die Austerschalen, die sie bedeckte, durch den elektrischen Funken viel stärker phosphoresciren, als die Glasplatte von 3,5 Mm. Dicke. Es folgt hieraus, dass durchsichtige Körper

---

[1]) Comptes rendus VIII. p. 216. Poggend. Annal. * Bd. 49. S. 543.
[2]) Compt. rend. VIII. 223. Poggend. Annal. * Bd. 49. S. 549.

die Eigenschaft des elektrischen Funkens, durch Strahlung Phosphorescenz zu erregen, zwar schwächen, aber in einem andern Verhältnisse, als sie das Licht schwächen, wie dies bereits für die Wärmestralung bewiesen ist. Noch durchgänglicher für die elektrische Phosphorescirung als der Bergkrystall ist der krystallisirte Gyps. Unter einer klaren Gypsplatte von 7,6 Millimeter Dicke wurden die Austerschalen sehr schön leuchtend, obgleich sie gleichzeitig unter einer Glasplatte dunkel blieben. Eine andere interessante Erfahrung ist das Verbreiten der Phosphorescenz von einer Stelle zur andern. Als die Verfasser die Austerschalen mit einer durchlöcherten Pappe bedeckten, erschien nach dem Bestralen mit dem elektrischen Funken nur ein kleiner Kreis der Substanz leuchtend, nach und nach verbreitete sich der Lichtschein über andere Theile der Fläche, und bedeckte sie gänzlich, ehe er verlosch.

Der junge Becquerel [1]) hat die bekannte Erfahrung, dass die künstlichen Phosphore (Schwefel-Calcium oder -Baryum) durch elektrisches Licht leuchtend werden, unter der Campane einer Luftpumpe wiederholt, und gefunden, dass dies Leuchten desto stärker, je dichter die Luft unter der Campane ist. Es ist dies eine Folge der nach der Dichtigkeit der Luft verschiedenen Lichtstärke des Funkens, denn wenn nur der Phosphor unter der Campane lag, die Funken aber in freier Luft erzeugt wurden, so war die Phosphorescenz unabhängig von der Luftverdünnung.

Verdampfung durch Elektricität befördert. Nollet [2]) und Beccaria [3]) haben durch Wägung von verdampfendem Wasser gefunden, dass diese Verdampfung durch Elektrisirung des Wassers vermehrt wird. Peltier [4]) hat dies durch neue Versuche bestätigt. Wasser in einem Platintiegel, dessen Rand mit einem Glasringe bedeckt war, wurde zu 80 bis 90° C, erwärmt; die Dampfwolke über demselben vergrösserte sich sichtlich, als eine 9 Linien im Durchmesser haltende Kupferkugel ungefähr 3 Linien über dem Tiegel befestigt und durch Verbindung mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine fortdauernd elektrisch erhalten wurde. Durch Anwendung eines Drahtbündels statt der Kugel

[1]) Annales de Chimie * t. 71. p. 36. Poggend. Annal. Bd. 48. S. 540.
[2]) Recherches s. l. causes des phén. él. 1749. p. 315.
[3]) Elettricismo artificiale * 1772. p. 274.
[4]) Observations sur les trombes. * 1841. p. 79.

wurde die Dampfmenge ungefähr verdreifacht. Hierbei wirkte aber der von der Elektricität erzeugte Luftstrom mit, dessen Einfluss der Verfasser folgendermassen zu bestimmen suchte. Er brachte rings um den Platintiegel Seidenfäden an, aus deren Bewegung der Luftstrom beurtheilt wurde, den ein kleines rotirendes Flügelrad über die Wasserfläche hintrieb. Wenn aber die auf diese Weise erzeugte Luftbewegung bei Weitem stärker war als die durch das elektrisirte Drahtbündel hervorgebrachte, so war dennoch die Verdampfung des Wassers geringer. — Um den Einfluss der Elektrisirung auf die Verdampfung bei niederen Temperaturgraden zu sehen, bediente sich Peltier eines Apparats, den er ausserdem als das empfindlichste Hygrometer empfiehlt. Drei thermoëlektrische Paare (aus Wismuth- und Antimonstäbchen) wurden so mit einander verbunden, dass sie einen Dreifuss bildeten, dessen untere Löthungen auf einer constanten Temperatur gehalten wurden, während die oberen einen mit Wasser gefüllten Platintiegel eng umschlossen. Die freien Enden dieser dreipaarigen thermoëlektrischen Kette gingen zu einem Multiplicator von 40 Windungen, der die Erkaltung der obern Löthstellen und somit, da diese von der Verdampfung abhängt, den hygrometrischen Zustand der Luft anzeigte. In elektrischen Versuchen wurde statt des Platintiegels eine Glasschale genommen, deren Boden durchbohrt war und hierdurch eine Verbindung des in ihr befindlichen Wassers mit einem ableitenden Drahte gestattete. Die früher erwähnte mit dem Conduktor der Maschine verbundene Kugel wurde über der Schale befestigt; man wartete eine feste Ablenkung der Magnetnadel des Multiplicators ab, die der freiwilligen Verdampfung des Wassers entsprach, und elektrisirte sodann die Kugel, wodurch sogleich eine weitere Ablenkung der Nadel durch verstärkte Verdampfung des Wassers bewirkt wurde. Diese Einrichtung hatte den Nachtheil, dass in den meisten Fällen die Nadel durch die freiwillige Verdampfung schon so weit abgelenkt wurde, dass sie für die künstliche Verdampfung zu wenig empfindlich blieb. Der Verfasser bog daher die Stäbe der thermoëlektrischen Paare in die Form eines sehr geöffneten U, so dass alle Löthstellen nach oben zu liegen kamen und bildete zwei Dreizacke, von welchen ein jeder einen mit Wasser gefüllten Platintiegel eng umschloss. Die freiwillige Verdampfung, welche bei beiden Wasserflächen gleich war, konnte hier keine oder doch nur eine sehr geringe Ablenkung der Multi-

plicatornadel hervorbringen. Indem nun über den einen Tiegel das Flügelrad, über den andern die Kupferkugel gestellt war, konnte der Einfluss der Luftströmung auf die Verdampfung gegen den der Elektrisirung abgewägt werden, und es ergab sich, dass die künstliche Luftströmung durch das Flügelrad ungefähr 10mal so stark sein musste, als die durch die Elektrisirung hervorgebrachte Luftströmung, um die Verdampfung in beiden Tiegeln gleich zu machen. Dass die durch Elektrisirung vermehrte Verdampfung von gleicher Art sei wie die freiwillige, und nicht etwa ein Mitfortreissen von Wassertheilchen bedinge, wurde so ausgemacht, dass mit Lackmus gefärbte Papierstückchen um den Tiegel und auf die über ihm stehende Kugel gelegt wurden. Obgleich das Wasser im Tiegel durch Schwefelsäure sauer gemacht war, brachte die durch Elektrisirung der Kugel vermehrte Verdampfung keine Röthung des Reaktionspapiers hervor.

Einfluss der Elektricität auf die Gährung. Black[1]) zeigt an, dass während eines gewitterhaften Wetters die Gährung des Bieres aufhöre und die Flüssigkeit leicht in saure Gährung übergehe. Dies geschehe besonders, wenn die Kufe mit dem gährenden Biere auf feuchtem Boden steht; man könne diese nachtheilige Einwirkung der Elektricität verhindern, indem man das Gefäss auf Füsse von gedörrtem Holze, und diese auf Steinblöcke stellt.

II. Entladung der elektrischen Batterie.

Schlagweite unabhängig von der Natur des Schliessungsbogens. Im zweiten Bande des Repertoriums Seite 41 ist gezeigt worden, dass die Schlagweite der elektrischen Batterie der Dichtigkeit der in ihr angehäuften Elektricität proportional ist. Bezeichnet man die Oberfläche der Batterie mit s, die in ihr befindliche Elektricitätsmenge mit q, endlich mit d die Schlagweite, das heisst die kleinste Entfernung des freien Endes des Schliessungsbogens von dem metallischen Fortsatze der innern Belegung im Augenblicke der Entladung, so hat man $d = b\frac{q}{s}$. In diesem Ausdrucke giebt die Constante b die Schlagweite für die zur Ein-

---

[1]) l'Institut * 1838. p. 227.

heit gewählte Ladung der Batterie an und ist selbst veränderlich mit der Gestalt und gegenseitigen Stellung der beiden Metallflächen, zwischen welchen der Entladungsfunken auftritt. Ueber die Aenderung der Schlagweite mit veränderter Beschaffenheit des Schliessungsbogens lagen bisher Versuche vor, welche zu beweisen schienen, dass die Schlagweite unter sonst gleichen Umständen desto geringer sei, je schlechter leitend der Schliessungsbogen ist. Ich habe über diesen Gegenstand eine neue Untersuchung angestellt und dieselbe über verwandte Fragen ausgedehnt [1]). Auf die Zapfen des Funkenmikrometers (s. Apparate) wurden die Kugeln aufgesteckt; ich verband den einen Zapfen durch einen kurzen Drath mit der innern Belegung der Batterie, den andern mit dem ersten Arme eines Henleyschen Ausladers, von dessen zweitem Arme ein 8 Zoll langer, ½ Linie dicker Kupferdrath unmittelbar zur innern Belegung der Batterie führte. Die Arme wurden mit einander verbunden, entweder durch einen 4 Linien langen, ½ Linie dicken Kupferdraht, oder durch einen 102 Zoll langen, 0,052 Linie dicken Platindraht, oder endlich durch eine mit Wasser gefüllte Glasröhre von 8,3 Zoll Länge und 4,5 Linien Dicke. Je nach diesen Einschaltungen bot der Schliessungsbogen der Elektricität eine sehr vollkommene, eine metallisch unvollkommene, oder eine nasse sehr unvollkommene Leitung. Nach jeder Einschaltung wurden 9 verschiedene Versuche angestellt, indem bei bestimmter Zahl der Batterieflaschen und bei bestimmter Entfernung der Kugeln des Funkenmikrometers, die Batterie geladen und die Zahl der Funken beobachtet wurde, die bis zur Entladung der Batterie durch den gemessenen Zwischenraum, an der Maassflasche übersprangen. Es war daher bei jedem Versuche d, q und s in der obigen Formel gegeben, wonach b berechnet werden konnte. Der mittlere Werth für b fand sich genau derselbe, welche von den angegebenen Einschaltungen auch in dem Schliessungsbogen gewesen sein mochte. Es folgt hieraus, dass die Schlagweite der elektrischen Batterie gänzlich unabhängig von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens ist.

In der Schlagweite vernichtete Elektricitätsmenge. Bei der Entladung in der Schlagweite verschwindet nicht die ganze in der Batterie befindliche Elektricitätsmenge, es bleibt ein Theil

---

[1]) Poggendorff's Annalen Bd. 53. S. 1.

darin zurück. Um die verschwundene Elektricitätsmenge bei verschiedener Beschaffenheit des Schliessungsbogens zu bestimmen, lud ich die Batterie, deren Schliessungsbogen die frühere Einrichtung besass, bis zur Entladung; lud sie aufs Neue und zählte die Funken der Maassflasche bis zu der folgenden Entladung. Hierdurch wurde die bei der ersten Entladung verschwundene Elektricitätsmenge direkt bestimmt, und es ergab sich zuvörderst, dass dieselbe stets denselben Theil der Ladung ausmache, wie verschieden auch durch Aenderung der benutzten Flaschenzahl oder der Schlagweite die anfängliche Ladung gemacht worden war. Es wurden hierauf zwei Versuchsreihen angestellt, bei welchen successiv ein 4 Linien langer, ½ Linie dicker Kupferdrath und ein 102 Zoll langer, 0,052 Linie dicker Platindrath im Schliessungsbogen befindlich war. Die Einschaltung des letzten Draths veränderte die Wirkung der Batterieentladung in eben der Weise, wie es eine Verlängerung des 4 Linien langen Kupferdrahtes bis 5017 Fuss gethan haben würde. Die in der Schlagweite verschwundene Elektricitätsmenge fand sich dessenungeachtet in beiden Versuchsreihen dieselbe, woraus folgt: Die Elektricitätsmenge, welche bei der Entladung der Batterie in der Schlagweite verschwindet, ist merklich dieselbe, der Schliessungsbogen mag aus besser oder schlechter leitenden Metalldrähten zusammengesetzt sein.

Die verschwundene Elektricitätsmenge betrug in den aufgeführten Versuchen $\frac{1}{11}$ der ganzen Ladung; es war zu untersuchen, ob dies Verhältniss dasselbe bleiben werde, wenn die Schlagweite durch Aenderung der Entladungsflächen geändert würde. Es wurden deshalb statt der Kugeln Messingscheiben von 8$\frac{1}{8}$ Linien Durchmesser auf die Zapfen des Funkenmikrometers gesetzt, wodurch die Schlagweite im Verhältniss 55 zu 62 vergrössert war; das Verhältniss der in der Schlagweire verschwundenen Elektricitätsmenge zur ganzen Ladung fand sich sehr nahe dem früheren gleich. Ich brachte ferner im Schliessungsbogen eine Unterbrechung von 0,3 Linie an, wo der Entladungsfunke zwischen Kugeln überspringen musste, nachdem er durch die veränderliche Entfernung zwischen den Kugeln des Mikrometers gegangen war. Durch diese Einrichtung war die Schlagweite im Verhältnisse 55 zu 48 vermindert, aber das Verhältniss der verschwundenen Elektricitätsmenge zur Ladung blieb merklich das frühere. Hiernach lässt sich schliessen, dass das Verhältniss der in der Schlagweite verschwundenen

tricitätsmenge zur ganzen Ladung der Batterie nicht gestört l, wenn auch die Kugeln, zwischen welchen der Entladungs- e entsteht, von verschiedener Grösse gewählt werden, und dies Verhältniss, bei der zu den beschriebenen Versuchen ge- chten Batterie, wenn diese mit einem metallischen Schliess- sbogen durch Annäherung zweier Kugeln entladen wird, nahe eitrage. — Es ist wahrscheinlich, dass dieser Werth mit der haffenheit des Glases, aus dem die Batterieflaschen bestehen, nderlich sein wird.

Erfolg bei dem gewöhnlichen Entladungsverfahren.

diesen Versuchen lässt sich der Vorgang leicht bestimmen dem gewöhnlichen Entladungsverfahren, wo eine Kugel am n Ende des Schliessungsbogens einer mit der innern Belegung Batterie verbundenen Kugel bis zur Berührung genähert wird. n die bewegliche Kugel in eine Entfernung von der festen mmen ist, die durch die Ladung der Batterie bestimmt wird, itt eine Entladung ein, bei welcher $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$ der Ladung verschwin- es sei diese Entfernung d. Die bewegliche Kugel wird sich n der festen nähern ohne Entladung, die erst in der Ent- ng $\frac{2}{13}$d statt finden kann, bei welcher $\frac{1}{1}\frac{1}{7}\cdot\frac{2}{13}$ oder ungefähr der anfänglichen Ladung verschwinden. Die Kugel erhält in der Entfernung $(\frac{2}{13})^2$d, die Entladung von $\frac{1}{1}\frac{1}{7}(\frac{2}{13})^2$ oder fähr $\frac{1}{125}$ der anfänglichen Ladung und so fort. Die beweg- Kugel ist während der einzelnen Entladungen als ruhend nommen, da die Ausgleichung der Elektricität mit einer Ge- indigkeit geschieht, die in keinem Verhältnisse zu der der nden Kugel steht, mag diese durch die Hand oder einen anismus in Bewegung gesetzt sein. Man kann durch das Fun- ikrometer diese aufeinander folgenden Entladungen einzeln len, aber bei den im Allgemeinen geringen Werthen der gweite d werden selten mehr als 3 Entladungen beobachtet en können. Beträgt z. B. eine Schlagweite 1½ Linie, so tre- wenn die Kugeln des Funkenmikrometers fortwährend ge- rt werden, die Entladungen ein in den Entfernungen

1,5 0,23 0,035 0,0055 einer pariser Linie,

welchen schon die dritte Entfernung nicht mehr von der Be- ng der Kugeln zu unterscheiden ist. — Bei dem gewöhnlichen dungsverfahren mit einer beweglichen Kugel wird also der ssungsbogen ergriffen von mehren Entladungen, die in einer

geraumen messbaren Zeit hinter einander folgen, der Zeit nämli
welche die Kugel gebraucht, um von einer Entfernung in die näch
folgende zu gelangen.

Erfolg bei der Entladung in der Schlagweite.
liess die Batterie sich zwischen den Kugeln des Funkenmikro
ters entladen, und bestimmte die in der Schlagweite verschw
dene Elektricitätsmenge, nachdem eine mit Wasser gefüllte G
röhre von 8,3 Zoll Länge, 4,5 Linie Dicke in den Schliessu
bogen eingeschaltet war. Obgleich, wie oben angeführt wor
ist, die Schlagweite ganz dieselbe war, wie bei ganz metallisc
Schliessungsbogen, so fand diese Gleichheit nicht statt in Be
auf die bei der Entladung verschwundene Elektricitätsme
Diese Menge betrug bei metallischem Schliessungsbogen $\frac{11}{13}$ der
dung, so dass $\frac{2}{13}$ davon in der Batterie zurückblieben; bei E
schaltung der Wassersäule betrug sie nur $\frac{4}{6}$ und es blieb da
eine mehr als doppelt so grosse Elektricitätsmenge zurück. W
die Gleichheit der Schlagweite und ihre Veränderung mit den E
ladungsflächen zeigt, wird die Entladung überall durch den el
trischen Zustand der Kugeln bestimmt, zwischen welchen
Funke übergeht; würde nun mit demselben die ganze der En
dung fähige Elektricitätsmenge verschwinden, so müsste der Rü
stand an Elektricität überall derselbe sein. Da dies nicht der
ist, so folgt: Bei der Entladung der Batterie in der Schlagw
wird die Elektricität derselben successiv vernichtet.

Diese successive Vernichtung des grössten Theils der an
sammelten Elektricitätsmenge ist dadurch erklärlich, dass die Sch
weite einer bestimmten elektrischen Ladung vergrössert wird du
Verdünnung der Luft, die der Funke durchbricht. Ist nämlich
kleinste Theil der zu entladenden Elektricitätsmenge verschw
den, so würde, wenn die Dichtigkeit der Luft zwischen den
geln dieselbe geblieben wäre, eine kleinere Entfernung der Ku
nöthig sein, um die folgende Entladung zu erlauben. Wird hi
gen, wie man zugeben muss, die Luft zwischen den Kugeln du
den ersten Funken verdünnt, so kann der zweite Funke übe
hen und da dieser wiederum eine Verdünnung bewirkt, der di
und so fort bis die Ladung der Batterie so schwach geworden
dass der Uebergang der Elektricität in der constanten Entfern
der Kugeln nicht mehr stattfinden kann. Hat die Entladung
gehört, so dass zwischen den Kugeln wieder Luft von der gewö

lichen Dichtigkeit befindlich ist, so wird eine Entladung erst wieder bei einer bedeutend kleinern Entfernung der Kugeln eintreten können. Bei einer gewissen Ladung muss, z. B. wenn der Schliessungsbogen ganz metallisch ist, die Entfernung der Kugeln von 1,5 auf 0,23, und wenn eine Wassersäule die Schliessung unterbricht, von 1,5 auf 0,56 Linie vermindert werden, um die neue Entladung herbeizuführen. Die Ungleichheit der Elektricitätsrückstände in diesen beiden Fällen und die Wirkung der eingeschalteten Wassersäule führt auf den Mechanismus der Entladung selbst, von dem sich folgende Vorstellung als die wahrscheinlichste herausstellt.

Mechanismus der elektrischen Entladung. Der vollkommene Ladungszustand der Batterie besteht darin, dass ihre beiden Belegungen Elektricität verschiedener Art enthalten, deren Mengen ein bestimmtes (von Dicke und Beschaffenheit des zu den Flaschen gebrauchten Glases abhängiges) Verhältniss zu einander haben. Bei der Ladung oder der, durch successive Berührung der beiden Belegungen erfolgenden, Entladung ist dies Verhältniss stets dasselbe, und die Batterie geht auf- oder absteigend durch verschieden starke aber gleich vollkommene Ladungen hindurch, wobei jeder Ladung eine Schlagweite zukommt, die der angesammelten Elektricitätsmenge proportional ist. Anders verhält es sich bei der Entladung durch den Schliessungsbogen. Indem Elektricität von der innern Belegung zur äussern übergeht, verschwindet auf jeder der beiden Belegungen genau dieselbe Elektricitätsmenge, das Verhältniss der beiden Mengen kann nicht fortbestehen, und die Batterie geht in einen Zustand unvollkommener Ladung über, der sich dem Zustande der einzeln stehenden elektrisirten Fläche nähert. Hierbei nimmt die Schlagweite in geringerem Verhältnisse ab, als die Menge der in der Batterie befindlichen Elektricität. Man übersieht leicht, dass wenn anfänglich die Elektricitätsmenge der innern Belegung der Batterie 1, die der äussern m war (so dass das Verhältniss m die vollkommene Ladung bedingt), im Augenblicke wo die Quantität p von der innern Belegung verschwunden ist, die Schlagweite im Falle des vollkommenen Ladungszustandes im Verhältnisse $(1-p)$, für den unvollkommenen Ladungszustand nur im Verhältnisse $\left(1-\frac{p}{1+m}\right)$ abgenommen haben muss. Wäre es möglich die Batterie und den Schliessungsbogen vollkommen zu isoliren, so würde, unabhängig von der Be-

schaffenheit des Schliessungsbogens, nur die letztere, geringere Abnahme stattfinden können. Da der Apparat aber nothwendig von fremden Körpern gestützt ist, so tritt während der Entladung eine Aenderung seines elektrischen Zustandes ein, indem die äussere Belegung von den fremden Körpern die Elektricität aufnimmt, die sie zur Herstellung des Verhältnisses m bedarf. Hierdurch nimmt die Schlagweite der auf der innern Belegung angesammelten Elektricität schneller ab, als es ohne diese Rückkehr der Batterie in den vollkommenen Ladungszustand der Fall sein würde. Die Zeit in der die äussere Belegung Elektricität von den umgebenden Körpern aufnimmt, muss sehr gross sein gegen die, in welcher die Entladung durch sehr lange und dünne Metalldrähte fortschreitet, da sich kein merklicher Unterschied in der verschwundenen Elektricitätsmenge fand, bei der oben erwähnten Anwendung des kurzen Kupferdrahts und des langen Platindrahts. Wol aber kommt diese Zeit in Betracht, wenn das Fortschreiten der Entladung im Schliessungsbogen durch eine eingeschaltete Wassersäule verlangsamt ist, die Batterie kann sodann in den vollkommenen Ladungszustand zurücktreten, ehe die sonst durch die Schlagweite bedingte Elektricitätsmenge von der innern Belegung gänzlich verschwunden ist. Hiermit erklärt sich der oben angeführte Fall, dass eine gewisse Elektricitätsmenge bei Einschaltung der Wassersäule nicht mehr den Luftraum zwischen den Kugeln durchbrechen konnte, obgleich durch denselben eine viel kleinere Menge hindurchging, wenn der Schliessungsbogen ganz metallisch war. Offenbar befand sich die grössere Elektricitätsmenge in dem Zustande einer viel vollkommenern Ladung, als die kleinere. — Da man sich bisher die Entladung der Batterie durch ein Uebergehen der anfänglichen Ladung zu schwächern aber vollkommenen Ladungen veranschaulicht hat, so ist es nöthig, den Satz herauszuheben: Von dem ersten Momente der Batterieentladung an ist die Bedingung der vollkommenen Ladung aufgehoben, das bestimmte Verhältniss nämlich der Elektricitätsmengen beider Belegungen.

Begleitende Entladungserscheinungen. Dass Funke und Knall bei der Entladung der Batterie der Stärke nach bedeutend variiren mit der Ladung und der Beschaffenheit des Schliessungsbogens, ist seit lange bekannt, es wurde aber eine direkte Beziehung dieser Erscheinungen zu der Schlagweite angenommen, welche nicht stattfindet. Ich habe mich überzeugt, dass Funke

und Knall von der empfindlichsten Stärke bis zu einer kaum merklichen Grösse abnehmen kann, ohne dass die Schlagweite im geringsten verändert würde. Die begleitenden Entladungserscheinungen hangen aber mit einer anderen beobachteten Wirkung der Entladung zusammen, mit der Erwärmung nämlich eines constanten Drahtes im Schliessungsbogen. Fast überall wo diese Erwärmung gegen eine früher beobachtete geschwächt oder verstärkt erscheint, ist auch die Stärke von Funke und Knall in gleicher Weise verändert und ein geübtes Ohr vermag schon eine geringe Aenderung des Schliessungsbogens an der Entladung zu erkennen. Ausnahmen hiervon, wo nämlich ein starker Entladungsknall einer schwachen Erwärmung entspricht, finden dann statt, wenn die Entladung einen Theil des Schliessungsbogens (ein darin befindliches Karten-, Glas-, Glimmerblatt) verletzt. Ein merkwürdiges Beispiel zu der angegebenen Analogie ist folgendes: Wird neben dem Schliessungsdrahte der Batterie ein ihm paralleler Draht ausgespannt, dessen Enden durch ein kurzes Stück Kupferdraht verbunden sind, so ist die durch die Entladung im Hauptdrahte hervorgebrachte Erwärmung ebenso gross wie ohne Nebendraht, wird aber statt des Kupferdrahts ein langer und dünner Platindraht genommen, so ist die Erwärmung bedeutend verringert (vergl. Nebenstrom Abtheil. f.). Auch in diesen Fällen entspricht die Stärke des Funkens und Knalles bei der Entladung der der Erwärmung im Schliessungsdraht. Es ist deshalb zur fernern Untersuchung zu beachten: Bei der Entladung der Batterie durch Luft hindurch variirt die Stärke des Funkens und Knalles gleichmässig mit der Erwärmung eines constanten Drahts im Schliessungsbogen. [1])

Schlagweite der Flasche durch eine vorhergehende Entladung verändert. Faraday hat diese Aenderung durch einen complicirten Versuch aufgezeigt, aus dem er schloss, dass

[1]) Dieser Satz kann bei Untersuchung der Natur des elektrischen Lichtes überhaupt nützlich werden, welche de la Rive ganz neuerlich wieder zur Sprache gebracht hat (Erdmann und Marchand Journal f. prakt. Chemie* Bd. 24. S. 414.). Der Verfasser neigt sich zur Ansicht Priestley's, nach welcher der elektrische Funke aus losgerissenen glühenden Metalltheilchen besteht, und spricht die Vermuthung aus, dass, während Licht und Wärme im stralenden Zustande unabhängig von wägbaren Stoffen sich manifestiren, die Elektricität niemals isolirt auftrete, sondern immer einen materiellen Träger verlange.

eine Luftschicht, durch die eine elektrische Entladung gegangen ist, eine gleich darauf folgende Entladung leichter zulässt, und dass daher bei der leydener Flasche der Anfang der Entladung den Fortgang derselben begünstigt (Experimental researches 1418). Ich selbst habe später dieselbe Folgerung aus messenden Versuchen über die Schlagweite der Batterie gezogen (siehe oben Seite 172). Faraday's Versuch ist folgender (1417). Die Knöpfe zweier gleichen leydener Flaschen, die auf einer metallischen Unterlage stehen, setzen in horizontale an den Enden abgerundete Messingstäbe na und ob fort (Fig. 5.), welchen gegenüber eine grosse Kugel c nebst Draht und Kugel d isolirt aufgestellt ist. Die beiden Flaschen wurden zu gleicher Stärke geladen, da während der Ladung na und ob durch einen Querstab verbunden waren. Die Flaschen wurden entladen, indem man eine Kugel e, die durch einen Draht mit ihren äussern Belegungen communicirte, der Kugel d näherte. Nach Maassgabe der Entfernung der Enden n o von einander und von der Kugel c fand die Entladung in zwiefacher Weise statt; entweder ging von n und o gleichzeitig ein besonderer Funke zur Kugel c, oder es ging ein Funke zwischen beiden Stäben über und von einem Stabe zur grossen Kugel. Bei Versuchen mit der letzten, einfachen Entladung ging der Funke von o nach n und von n nach c durch eine Luftschicht von ½ mal grösserer Dicke, als die Luftschicht zwischen o und c hatte. Hierbei konnte, selbst mit Hülfe von Wheatstones rotirendem Spiegel, der Funke zwischen n und c nicht als ein doppelter erkannt werden. Der Verfasser nimmt daher an (was auch theoretisch das einzig Wahrscheinliche ist), dass zuerst eine Entladung der zu na gehörigen Flasche eintrat und nachfolgend die Flasche an ob entladen wurde. Diese Flasche, die sonst die Schlagweite oc gehabt hätte, hat die um ½ mal grössere Schlagweite onc, nachdem in der Luftstrecke on eine elektrische Entladung vorangegangen war.

III. Wirkungen der Batterie-Entladung.

a. Mechanische Wirkung und Magnetisirung.

Verkürzung von Drähten durch die Entladung. Die seit lange bekannte Erfahrung, dass Metalldrähte, durch die man eine stark geladene elektrische Batterie wiederholt entladet, dauernd

ürzt werden, ist von dem jüngern Becquerel [1]) wieder auf-
mmen worden. Derselbe giebt an, dass die mittlere Verkür-
; dünner Platindrähte durch gleich starke Entladungsschläge
ungekehrten Verhältnisse der Durchmesser der Drähte stehe;
Resultat das keine allgemeine Gültigkeit haben kann, da der
asser weder die Spannung des Drahtes noch die Veränderung
Entladungsstromes durch den veränderten Schliessungsbogen
htet hat. Nach ihm ist die Verkürzung dieselbe, wenn auch
Luft, die den Draht umgiebt, verschiedene Dichte hat. Zuletzt
erkt der Verfasser die wellenförmigen Einbiegungen dünner
hte, die lose liegend einen elektrischen Schlag geleitet haben
ine Erscheinung auf die ich bereits vor mehreren Jahren auf-
sam gemacht habe. [2])

Momentane Verkürzung von Metallröhren. Diese an-
che Verkürzung mag hier mit aufgeführt werden, obgleich da-
galvanische Elektricität angewendet worden ist. Doppler [3])
hte eine 3 Fuss lange messingene Röhre zwischen die Fühl-
l des Comparators der Wiener polytechnischen Schule und
durch sie den galvanischen Strom eines einfachen Platten-
s gehen. Der Fühlhebel zeigte eine Verkürzung der Röhre,
mit steigender elektrischer Spannung (?) wuchs, und beim
nen der Kette aufhörte, indem die Röhre wieder an Länge
hm. — Da eine solche Verkürzung nicht unwahrscheinlich,
wirkliche Aufzeigen derselben von grossem Interesse ist, so
ich den Versuch mit Sorgfalt wiederholt. Ich befestigte eine
ingröhre von 23¾ Zoll Länge, 6¾ Linien Dicke am einen Ende,
sie auf einer Friktionsrolle ruhen und verlängerte sie am an-
Ende durch ein Glasstäbchen, das gegen den Angriffspunkt
s Repsoldschen Fühlniveaus (von Oertling gefertigt) drückte.
Verrichtung war so empfindlich, dass die Wärme der Hand
Zollweite über der Röhre hinreichte, die Luftblase des Niveaus
h die Eintheilung zu treiben. Die Messingröhre hatte an den
en Haken, in weite Quecksilbernäpfe tauchend, die mit einem
rimotor verbunden waren. Ich habe indess niemals eine Ver-
ung der Röhre bemerken können; es trat jedesmal beim

---

[1]) Annales de Chimie * t. 71. p. 44. Poggend. Ann. Bd. 48. S. 548.
[2]) Poggendorff Annalen Bd. 40. S. 340.
[3]) Baumgartner Zeitschrift f. Phys. * Bd. V. S. 342.

Schliessen der Kette eine Verlängerung derselben ein, die so bedeutend war, dass die Mikrometerschraube des Niveaus bewegt werden musste. Die angegebene Verkürzung einer Röhre durch den galvanischen Strom muss deshalb in Frage gestellt bleiben; wahrscheinlich wird sie überall durch die Wärmeentwicklung, die eine Verlängerung erzeugt, versteckt und überwogen.

Regelmässige Zerstreuung von Pulvern durch die Entladung. Abria [1]) hat die Bemerkung gemacht, dass, wenn der elektrische Entladungsfunke in einiger Höhe über eine Tafel schlägt, die mit zart gepülverter Kreide bestreut ist, feine Linien in dem Pulver entstehen, die sich regelmässig gegen die Projektion des Weges gruppiren, den der Funke genommen. Es wurden zu dem Versuche die mit Spitzen versehenen Arme eines allgemeinen Ausladers 15 Millimeter von einander gerückt; darunter in 30 Millimeter Entfernung befand sich eine mit gesiebter Kreide bedeckte Metallplatte. Nachdem eine stark geladene leydener Flasche einigemal durch den Auslader entladen war, zeigten sich die Linien in dem Kreidepulver in einer Ausdehnung von 15 Centimeter zu beiden Seiten der Spitzen. Andere Entfernungen der Spitzen von der Platte geben die Linien in anderer Ausdehnung. Sie bildeten sich in gleicher Weise in verschiedenen Pulvern und auf den verschiedensten Unterlagen, wie Holz, Glas, Metall; nur mussten, je dichter das angewandte Pulver war, desto mehr und desto stärkere Entladungen zur Erzeugung der Erscheinung gebraucht werden. Auch in Gasarten und bei verdünnter Luft bildeten sich die Linien, aber mit Kreidepulver nur, wenn der Luftdruck über 5 Millimeter war, mit kohlensaurer Magnesia hingegen noch bei einem Drucke von 2 Millimeter. Der Verfasser schloss hieraus, dass das Phänomen von einer Luftbewegung herrühre, welche durch die elektrische Explosion erzeugt wurde, und er brachte dasselbe daher auch mit andern plötzlichen Explosionen hervor. Die Linien zeigten sich nämlich in gleicher Art, als Seifenblasen mit Knallluft gefüllt über einer mit Staub bedeckten Marmortafel entzündet wurden. Die übrigen beigebrachten Versuche betreffen die mechanische Erklärung der Erscheinung. —

Zu derselben Klasse von Erscheinungen gehört eine Beobachtung **Lichtenberg's**, die er als ein elektrisches Phänomen, das

---

[1]) Annales de Chimie t. 74. p. 186. **Poggend. Ann.** Bd. 53. S. 589.

r sich noch nicht recht erklären könne, mitgetheilt hat.[1]) An inem Morgen, schreibt Lichtenberg an Georg Forster, da wir pade den Abend vorher sehr stark mit Seifenblasen und der Gewindpistole geschossen, aber nicht viel elektrisirt hatten, fand h, dass der Harzstaub und das Semen Lycopodii, wovon die grosse, it grünem Wachstuch überzogene, Tafel ziemlich voll lag, um ...n, was auf derselben herumstand, in die schönsten Figuren angeschossen war, wenn ich so reden darf. Der Staub formirte polare Sonnen um Recipienten, andere Gläser, Schachteln, metallne Körper und Röhren, und was sonst auf der Tafel stand und ... An einigen Stellen, wo nichts stand, hatte sich der Staub in ihr regelmässige Formen angelegt, die dem Chagrin nicht unähnlich sahen. Allein dies ist die Sache noch nicht halb. Von ungefähr bemerkte ich, dass Stückchen von Barometerröhren, die unter ...r an der Wand hängenden schwarzen Tafel lagen, auf welcher ich in meinen Stunden zu schreiben pflege, den Staub der beim ...wischen oder Schreiben herabgefallenen Kreide in eben solche ...guren um sich herumgelegt hatten. Ja, als ich endlich einen ...nen, gleich bei der schwarzen Tafel stehenden Schrank, dessen ...ür nur aus einer mit Oelfarbe angestrichenen Leinewand be..., öffnete, fand ich, dass auch da um einige Gläser herum der ...geflogene Stubenstaub Sonnen formirt hatte. Was ist dieses? ...d die Gläser oder das Wachstuch durch die heftige Erschütterung der eingeschlossenen Luft beim Schliessen elektrisch geworden?

Stanniol mehrfach durchbohrt. Osann[2]) hat darauf ...merksam gemacht, dass wenn ein Stanniolblatt von Elektricität ...bohrt wird, dies gewöhnlich in 2 Löchern geschieht, die bei ...em Schlage bis 1 Linie von einander entfernt sind. Der Ver...r schliesst hieraus, dass der elektrische Funke aus zwei ge...rten entgegengesetzt elektrischen Funken bestehe, die sich ..., wo der Fortgang der Elektricität erschwert ist, wie bei Durch...ung eines Kartenblatts, in ein Ganzes vereinigen.

Magnetisirung durch mechanische Wirkung der Entladung. Peltier[3]) hat die bekannten Versuche wiederholt über ...Magnetischwerden von Stahlnadeln durch elektrische Schläge

[1]) Vermischte Schriften herausgeg. von Lichtenberg und Kries* 1804. Bd. 8. S. 247.

[2]) Erdmann Journal f. prakt. Chem.* Bd. 12. S. 242.

[3]) l'Institut 1838* p. 34.

die durch sie der Länge nach hindurchgehen. Er hat bestätigt, dass die Elektricität hier nur mechanisch wirke (wie die Torsion oder ein Hammerschlag), indem sie die Coërcitivkraft des Stahls erhöht, der hiernach den Magnetismus der Lage festzuhalten im Stande ist.

Magnetisirung durch Elektricität in einer luftleeren Röhre. Nach Arago's[1]) Bemerkung hat Savary schon vor langer Zeit folgenden Versuch gemacht. Eine luftleere Glasröhre und ein ebenso dicker Messingstab wurden in den Schliessungsbogen einer Batterie gebracht. Stahlnadeln über der Röhre und dem Stabe in gleicher Entfernung liegend, wurden durch die Entladung gleich stark magnetisch. Die hieraus gezogene Folgerung, dass der elekrische Strom ohne materiellen Träger Magnetismus erregen könne, ist nicht streng.

Savary's Versuche über die periodisch verschieden gerichtete Magnetisirung von Stahlnadeln in einer Drahtschraube, durch welche zunehmende Ladungen einer Batterie hindurchgehen, habe ich wiederholt und vollkommen bestätigt gefunden.[2])

b. Chemische Wirkung der Entladung.

Veränderung der Oberfläche von Glas, Glimmer u. s. w. durch die Entladung. Elektrische Hauchfiguren. Ich habe hierüber folgende Erfahrungen gemacht.[3]) Eine Spiegelglasplatte sorgfältig gereinigt und erwärmt, so dass sie sich am Elektrometer nach allen Richtungen als vollkommen isolirend erwies, wurde zwischen zwei im Schliessungsbogen der Batterie befindliche Spitzen gebracht. Als bei der Entladung der Batterie ein Funke über beide Oberflächen des Glases bis zum Rande gegangen war, liess dieser daselbst die bekannten matten Spuren zurück, in welchen eine Verletzung der Glasmasse deutlich ist. Am Elektrometer geprüft, zeigten sich diese Spuren leitend, aber ausserdem waren noch andere Stellen der Glasfläche leitend geworden, die vollkommen spiegelnd keine Veränderung im Ansehen erlitten hatten. Alle diese leitenden Stellen konnten durch Anhauchen der Glasplatte sichtbar gemacht werden, indem der Hauch auf denselben nicht condensirt wurde; es entstanden auf benetztem Grunde

---

[1]) Compt. rend. t. VII. p. 1061. Poggend. Annalen* Bd. 46. S. [illegible]
[2]) Poggendorff's Annalen* Bd. 47. S. 59.
[3]) Poggendorff's Annalen* Bd. 43. S. 84.

Zeichnungen unbenetzter mannigfach verschlungener Linien und Verästelungen, die ich mit dem Namen: elektrische Hauchfiguren, belegt habe. Leichter und bei Weitem schöner werden die Hauchfiguren auf dünnen Glimmerplatten erzeugt, bei welchen nicht einmal eine vollständige Entladung der Batterie durch einen Funken nöthig ist; bläuliche Lichtbüschel, die von den Ansatzspitzen auf die Glimmerflächen übergehen, genügen. Man erhält hier sehr zierlich gestellte, dem Hirschgeweih ähnliche Verzweigungen, die oft auf das regelmässigste von der Peripherie eines Kreises ausgehen. Die Glimmerfläche isolirt, auch nach der elektrischen Einwirkung, die Elektricität nach allen Richtungen.

Man könnte geneigt sein die elektrischen Hauchfiguren einer sehr kleinen, durch die Entladung auf Glas und Glimmer geführten und daselbst haftenden Elektricitätsmenge zuzuschreiben, allein dagegen spricht, dass die Figuren auf beiden entgegengesetzten Flächen der gebrauchten Platte von durchaus derselben Art sind, dass sie ferner wesentlich dieselben sind, die Batterie mag mit positiver oder negativer Elektricität geladen sein, und endlich dass sie sich lange Zeit conserviren lassen. Ich habe Glimmerplatten Stunden lang unter Druck zwischen Stanniolblättern liegen lassen, ohne dass ihre Hauchfiguren verändert worden. Freilich erscheinen die Figuren kurze Zeit nach der elektrischen Einwirkung am deutlichsten, indem dann die Zeichnung spiegelhell auf dem benetzten Grunde steht; schon nach einem Tage wurden gewöhnlich die Linien benetzt, aber viel weniger als der Grund, und in dieser Gestalt lassen sie sich Jahre lang aufbewahren. Ich besitze Glimmerplatten, die heut, mehr als vier Jahre nachdem sie der Entladung ausgesetzt worden, die Hauchfiguren in ganz bestimmten Umrissen zeigen. Es liesse sich annehmen, dass die Figuren durch Metalltheilchen gebildet würden, die durch den Funken von den angelegenen Ansatzspitzen losgerissen und auf den Glimmer verstreut sind, wenn nicht das gänzlich unveränderte Ansehen der Glas- und Glimmerfläche und die isolirende Eigenschaft der letzteren dies unwahrscheinlich machte. Gegen beide Erklärungen spricht noch der merkwürdige Umstand, dass sich Hauchfiguren, obgleich von anderer Form, auch auf hellpolirten Metallflächen bilden. Ich liess von einer Spitze Entladungsfunken auf gold- oder silberplattirte Kupferbleche schlagen, die daselbst einen schwachen Fleck zurückliessen. Angehaucht zeigte sich dieser Fleck in einem,

mehrere Linien breiten völlig unbenetztem Kreise, der von meh und minder benetzten Kreisen umgeben war. Hiernach ist es fü jetzt wahrscheinlich, dass die Elektricität, indem sie über di Oberfläche von Körpern hinweggeht, dieselbe so verändere, da ihre Netzbarkeit verloren geht; ich hoffe indess, diesen Gegen stand bei Gelegenheit einer genauern Untersuchung unterwerfe zu können. Zu beachten ist, dass nach Degen [1]) Glasröhre welche vom Wasser nicht genetzt werden, die Elektricität g leiten, während sie dieselbe isoliren, nachdem man ihnen durc Erhitzen die Netzbarkeit wiedergegeben hat. Ferner folgend Versuch, dessen Urheber nicht angegeben ist [2]): Man zeichne a einem kalten Wintertage auf einer recht trockenen Fensterscheib in einem warmen Zimmer eine Figur mit der Kugel einer gelade nen leydener Flasche und lasse von einer Schale kochenden Wa sers die Dämpfe gegen die Scheibe fahren. Sobald dieselbe ge froren ist, zeigt sich die Figur in den gefrornen Dämpfen und ist verschieden, je nachdem man positive oder negative Elektricität dazu angewandt hat.

Veränderung einer isolirenden Masse durch die Entladung. Elektrische Farbenstreifen. Indem die elektrische Entladung über eine isolirende Glasfläche fortgeht, dringt sie in einiger Tiefe in dieselbe ein und verändert die Glasmasse sichtbar in den bekannten matten Spuren, die einem mechanischen Angriffe des Glases durch Sand ähnlich sehen. Diese Aenderung rührt von einer Ausscheidung des Kali her, wie Simon [3]) schon vor langer Zeit nachgewiesen hat und wie sich auch dadurch zeigt, dass die Spuren einige Zeit nach dem Versuche sichtbarer sind, als gleich nachher. Eine unzweideutigere und regelmässigere Aenderung der Masse habe ich bei besondern Glassorten und bei dem Glimmer gefunden [4]). Bringt man eine Glimmerplatte zwischen Spitzen in dem Schliessungsbogen an, so geht, wenn man mässige Ladungen der Batterie anwendet, der Entladungsfunke über die Glimmerfläche von der Ansatzstelle bis zu einer minder dichten Stelle oder auch bis zum Rande derselben, und hinterlässt daselbst sehr regelmässige zierliche Spuren. Von der Ansatzstelle geht au

[1]) Poggendorff Annalen * Bd. 38. S. 454.
[2]) Saxtorph ElektricLehre * Bd. 1. S. 488.
[3]) Gilbert Annalen * Bd. 30. S. 57.
[4]) Poggendorff Annalen Bd. 43. S. 85.

beiden Flächen des Glimmers continuirlich und in gleicher Breite ein geschlängelter Streifen bis zur Durchbohrungsstelle, der im durchfallenden Lichte hellgrau gefärbt ist. Im schief auffallenden Lichte erscheint jeder Streifen als ein sehr zierlich gefärbtes Band. Dasselbe ist stets von zwei scharf gezeichneten dunkeln Linien eingefasst, auf welche zu jeder Seite eine helle spiegelnde Franse folgt. Der innere Theil des Bandes, der zwischen diesen hellen Fransen liegt, ist nicht immer gleich vollkommen ausgebildet, und zeigt verwischte Zonen von gelber, blauer, rother und grüner Färbung. In den deutlichsten Exemplaren folgt auf die helle Franse eine rothe, dann eine glänzend grüne; die Mitte des Bandes ist immer dunkel. Es folgt hieraus, dass die Elektricität, indem sie in die Glimmermasse eindringt, dieselbe auf constante regelmässige Weise verändert, und zwar von der Mitte des Bandes nach den Rändern in abnehmender Tiefe. Diese farbigen Bänder, die ich elektrische Farbenstreifen genannt habe, sind wesentlich dieselben auf beiden Flächen des Glimmers, wie die Hauchfiguren, und unabhängig von der Elektricitätsart, mit der die Batterie geladen ist. Minder schön, als auf Glimmer, lassen sich die Farbenstreifen auf Glas darstellen, das zufällig oder durch künstliche Behandlung an seiner Oberfläche die Elektricität leitet. Das stark alkalische französische Glas leitet, selbst wenn es erwärmt worden, die Elektricität sehr gut, und auf diesem lassen sich elektrische Farbenstreifen darstellen, die von den matten Spuren auf isolirendem harten Glase gänzlich verschieden sind. Die Streifen sind durchaus glatt und gefärbt, sie sind breiter als die auf dem Glimmer, und die Folge der Farben ist eine andere, unter der Lupe zeigen sich die Fransen weniger bestimmt in Zeichnung und Färbung. Selbst durch heisse Salpetersäure werden diese Streifen nicht verändert. Es ist hiernach erwiesen, dass Elektricität, die durch die Masse des Glases und Glimmers geht, dieselbe in sehr constanter Weise verändert.

L. Ettrick [1]) hat bemerkt, dass wenn eine leydener Flasche sich selbst so entladet, oder absichtlich so entladen wird, dass die Elektricität über die unbelegte Glasfläche geht, daselbst zuweilen Zickzacklinien zurückbleiben, die bei näherer Betrachtung in der ganzen Länge doppelt erscheinen. Er hält dies für einen

[1]) Sturgeon Annals of electr. * v. II. p. 39.

Beweis der Existenz von zwei Elektricitätsarten, von welchen eine jede eine Linie auf dem Glase zeichne. Unzweifelhaft bestanden die Flaschen aus weichem Glase, in das, wie so eben gesagt worden, die Elektricität eindringt und Farbenstreifen zurücklässt, die von zwei dunkeln Linien eingefasst sind.

Zersetzung des Wassers. Die Zerlegung des Wassers durch Elektricität ist neuerdings wieder von Goodman [1]) versucht worden, und zwar auf die bekannte Weise, dass durch feine in Glas eingelassene Platinspitzen im Wasserzersetzungsapparat wiederholte Entladungen einer leydener Flasche hindurchgeleitet werden. Die eine Spitze war mit der äusseren Belegung der Flasche oder einer belegten Glimmertafel verbunden, die andere durch einen Drath der innern Belegung metallisch nahe gebracht worden. An jeder Spitze wurden die beiden Gasarten des Wassers erhalten, welches der Verfasser ganz analog der Zerlegung desselben an der Voltaischen Säule hält, da nach ihm jede Zersetzungsspitze bei der elektrischen Entladung positiv und negativ elektrisch wird. Als Curiosum ist anzuführen, dass in dem übermässig gedehnten Aufsatze zwar nicht die (unzweifelhaft elektrische) Zerlegung des Wassers, dagegen aber die des holländischen Physikers A. Paets van Troostwyck dargethan ist, der daselbst in zwei Männer zerfällt. Der Fehler ist indess nicht neu. Er ist mir zuerst in den ältern Annales de Chimie, t. 26. p. 310. vorgekommen, wo er im Titel einer Abhandlung vielleicht nur als Druckfehler steht. Weniger zu entschuldigen ist er in der Encyclopaedia metropolitana, London 1830. vol. 2. p. 110., wo die elektrische Wasserzersetzung wörtlich den drei Physikern Paets, Van Troostwyck und Deimann zugeschrieben wird.

In einem folgenden Aufsatze [2]) bedient sich Goodman einer eigens umständlich construirten Tafelbatterie, deren Nutzen mir nicht klar geworden ist. Es wurden nämlich auf einer horizontalen Glasaxe sechs Glasscheiben in einiger Entfernung von einander befestigt und den beiden Flächen der Scheiben Metallplatten möglichst nahe gestellt. Die Metallplatten, welche gleichgelegenen Flächen der Glasscheiben entsprachen, wurden durch Verbindung mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine positiv elektrisirt (ei-

---

[1]) Sturgeon Annal. of El. * v. VI. p. 1.

[2]) Sturg. Ann. of El. * v. VI. p. 97.

entlich wurden nur zwei dieser Platten von dem Conductor unmittelbar, die übrigen Platten aber von diesen beiden par cascade geladen). Man sieht, dass der Theil jeder Glasscheibe, der sich zwischen den Metallplatten befand, eine Franklinsche Tafel darstellte und auf entgegengesetzten Flächen entgegengesetzte Elektricitätsarten erhielt. Indem man nun die Scheiben um die horizontale Axe drehte, wurden ihre positiv geladenen Flächen dicht bei Metallkämmen vorbeigeführt, die sie wieder entluden, und da die Metallplatten durch eine fortwährend wirksame Elektrisirmaschine elektrisirt blieben, so wurden die Metallkämme fortwährend mit positiver Elektricität versehen, die zu einem einzigen Drahte geleitet wurden, dessen Spitze den positiven Pol des Zersetzungsapparates bildete. Alle negative Elektricität führenden Metallplatten wurden mit einem zweiten Drahte verbunden, der den negativen Pol bildete. Die Absicht war, durch diese Vorrichtung einen möglichst continuirlichen elektrischen Strom zu erlangen, der eben so gut durch die Metallkämme an der Scheibe der Elektrisirmaschine oder durch fortdauernde Entladung einer fortwährend geladenen Flaschen-Batterie mittels solcher Kämme zu Stande gebracht werden kann. Als der Verfasser die Tafelbatterie durch zwei sehr dünne bis auf die Spitzen mit Glas bedeckte Platindrähte auf Wasser wirken liess, erhielt er durch eine zwei Stunden lang fortgesetzte Wirkung (es wurde hierbei eine Dampfmaschine zur Drehung gebraucht) an der negativen Polspitze in einer Gasröhre eine Gasblase von $\frac{1}{4}$ Zoll Länge (andere Dimensionen sind nicht angegeben), die durch wiederholt durchschlagende Funken nicht zersetzt und erst vermindert wurde, als man atmosphärische Luft hinzumischte. Als der Verfasser seine Batterie wegliess und den Strom der Elektrisirmaschine selbst 2 Stunden lang durch das Wasser gehen liess, erhielt er gleichfalls in der Gasröhre des negativen Pols eine Gasblase von $\frac{1}{4}$ Zoll Länge. Da er das auf die letzte Weise erhaltene Gas nicht für reines Wasserstoffgas hält, so mag mir der Zweifel erlaubt sein, ob das auf die erste Weise erhaltene ein solches gewesen, und ob durch diese mühseligen, kostspieligen Versuche die Frage über die Zersetzung des Wassers durch Elektricität wesentlich gefördert sei. Der Verfasser hat auch mittels Platindrähte ohne Glashülle Elektricität durch Wasser geleitet und den negativen Draht sich mit doppelt so vielem Gase bedecken gesehen, als den positiven.

Entzündung des Phosphors. Böttger [1]) fand, als er Phosphor durch den Funken einer leydener Flasche entzünden wollte, folgende Eigenthümlichkeiten. Wird die Flasche so entladen, dass das eine Ende des Ausladestabes auf den Phosphor, der mit der äussern Belegung metallisch verbunden ist, gelegt und das andere dem Knopf der Flasche genähert wird, so wird der Phosphor zerstreut, aber nicht entzündet. Um ihn zu entzünden, muss das eine Ende des isolirten Ausladestabes an den Knopf der Flasche angelegt und der Entladungfunke am andern Ende, wo sich der Phosphor befindet, erzeugt werden. Man kann den Phosphor am Ende des Ausladers, der einen Fortsatz der innern Belegung der Flasche bildet, oder auch an einem Fortsatze der äussern Belegung befestigen. Hier fand aber ein Unterschied je nach der Art der Elektricität der Flasche statt. War die Flasche mit positiver Elektricität geladen, so wurde der Phosphor nur dann entzündet, wenn er am Fortsatze der äussern Belegung befestigt war, hatte man sie aber mit negativer Elektricität geladen, nur in dem Falle, wenn er an dem Auslader befestigt war. Dieser Unterschied fand jedoch nur bei voller Ladung der Flasche statt, nicht aber, wenn dieselbe sehr schwach geladen war, wo Phosphor in gleicher Lage durch positive wie negative Elektricität entzündet wurde.

Es ist hierbei zu erinnern, dass Entzündungen, wie chemische Zersetzungen erst in einer längern Zeit zu Stande kommen, und dass man sich daher seit lange zur Entzündung des Schiesspulvers Phosphors, Schwammes, sehr schwacher elektrischer Ladungen, oder starker, die durch einen Halbleiter verzögert wurden, bedient hat. Was das verschiedene Verhalten der beiden Elektricitätsarten betrifft, die in der Flasche angehäuft wurden, so ist zu bemerken, dass schon vor langer Zeit Bohnenberger das Entzünden von Phosphor durch negative Elektricität bestritten, Saxtorph aber dasselbe leicht bewerkstelligt hat. [2])

Entstehung des elektrischen Geruches. Das Ozon. Der Ursprung des starken eigenthümlichen Geruches, der bei dem Ausströmen der Elektricität merkbar wird, ist sehr räthselhaft; Schönbein [3]) hat aus Versuchen geschlossen, dass derselbe durch

[1]) Sturgeon Annals of Electr. * vol. III. p. 315. Böttger Beiträge zur Physik und Chemie. 1. Heft.

[2]) Saxtorph Elektricitätslehre * Bd. 1. S. 387.

[3]) Poggendorff Ann.* Bd. 50. S. 616.

Zerlegung der Luft oder des Wassers entstehe, (wie dies schon Franklin [1]) vermuthet hat) und einem eigenen Stoffe, den er Ozon nennt, zukomme. Schönbein machte nämlich die höchst merkwürdige Erfahrung, dass sich bei Zersetzung des Wassers durch den galvanischen Strom ein Geruch entwickelt, der dem längst bekannten elektrischen Geruche vollkommen ähnlich ist. Es ist diese Aehnlichkeit, wie ich aus eigener Erfahrung bezeugen kann, unverkennbar. Dieser Geruch begleitet das entwickelte Sauerstoffgas, entsteht aber nur an Platin oder Gold (an Eisen nicht) und kann mit dem Sauerstoff oder den gemengten Gasen aufgefangen und aufbewahrt werden. Indess entsteht der Geruch nur dann, wenn das zu zersetzende Wasser versetzt ist mit einer der folgenden Substanzen: chemisch reine, gewöhnliche rauchende Schwefelsäure, Phosphorsäure, chemisch reine Salpetersäure, schwefelsaures Natron, phosphorsaures Kali, salpetersaures Kali. Nimmt man zur Zersetzung wässrige Lösungen von Chloriden, Jodiden, schwefelsaurem Eisenoxydul, concentrirter oder gewöhnlicher Salpetersäure, so wird der Geruch nicht erhalten. Ebenso fehlt derselbe, wenn man den Flüssigkeiten, deren Zersetzung ihn sonst giebt, eine geringe Menge zusetzt von salpetrichter Säure, rauchender Salpetersäure, schwefelsaurem Eisenoxydul, Eisenchlorür, Zinnchlorür, oder wenn man die Flüssigkeiten während der Zersetzung stark erwärmt. Hat man das riechende Prinzip mit dem Gase in einer Flasche, so wird es zerstört durch hineingeworfenes Kohlenpulver, durch Eisen-, Zinn-, Zink-, Bleifeilicht, gepulvertes Arsenik, Wismuth, Antimon, oder Quecksilber, durch erhitztes Platin oder Gold, durch eine wässrige Lösung von Eisen- und Zinnchlorür, schwefelsaurem Eisenoxydul, durch salpetrichte Säure und rauchende Salpetersäure. Das Ozon hat das Vermögen, einige Metalle, Platin, Gold, Kupfer u. s. w. negativ zu polarisiren. Als Schönbein nämlich von zwei Platinstreifen, die in gesäuertes Wasser gestellt, an einem Multiplicator von 2000 Windungen keine Ablenkung der Magnetnadel hervorbrachten, den einen Streifen, nachdem er trocken war, in eine Flasche mit riechendem Sauerstoffgas hielt und den Versuch am Multiplicator wiederholte, so erhielt er eine Ablenkung von 180°, und zwar verhielt sich der dem Ozon ausgesetzte Platinstreifen negativ gegen das andere Pla-

[1]) Experim. and observations 5th. edit. p. 84.

tin. Nicht riechendes Sauerstoffgas bringt diese Polarität nicht hervor. Die Polarität des Platins dauert einige Zeit fort, wird aber sogleich vernichtet durch Eintauchung des Metalls in Wasserstoffgas. Der Verfasser ging sodann zu Versuchen an der Elektrisirmaschine über. Ein Platinstreifen einer Spitze gegenüber gehalten, die sich auf dem positiv oder negativ elektrisirten Conductor der Maschine befand, wurde stark negativ polarisirt, seine Polarität konnte durch Erhitzung oder durch Wasserstoffgas sogleich zerstört werden. Erhitztes oder mit Wasser befeuchtetes Platin nahm keine Polarität an. Wurde die, Elektricität ausströmende Spitze erhitzt oder mit nassem Papier bedeckt, so polarisirte sie eine entgegengehaltene Platinplatte nicht, aber sie entwickelte auch den elektrischen Geruch nicht. Eine Platinplatte unmittelbar auf den elektrischen Conductor gelegt, erhielt keine Polarisation. Auch den Geruch, der beim Einschlagen des Blitzes bemerkt und und häufig als Schwefelgeruch angegeben wird, schreibt der Verfasser dem Ozon zu und sucht zuletzt mit chemischen Gründen darzuthun, dass dies riechende Prinzip ein dem Brom und Chlor ähnlicher Körper, und mit Wasserstoff verbunden, im Wasser in sehr geringer Menge vorhanden sei.

Hiergegen hat sich de la Rive[1]) mit Gründen erklärt und den elektrischen Geruch von sehr zarten Theilchen eines Metalloxydes hergeleitet, das am positiven Pol gebildet und durch die elektrische Entladung losgerissen wird. Ist der elektrische Strom schwach, so geschehe das Losreissen nicht und der Geruch bleibe aus. Der Verfasser zersetzte Wasser durch eine schwache voltaische Kette und fand keinen Geruch, als der Platindrath des positiven Pols in grosser Ausdehnung in das zu zersetzende Wasser reichte; war derselbe aber bis auf wenige Punkte mit Siegellack bedeckt, so wurde ein sehr starker Geruch entwickelt. Bei dem Geruch am Conductor der Elektrisirmaschine beruft sich der Verfasser auf Priestley's Versuche, nach welchen der elektrische Funke mit Metalltheilen beladen sey; diese Theile würden vom Wasser aufgefangen, daher ein Bedecken des Conductors mit feuchtem Papier den Geruch hindert. Auch fand er den Geruch, wenn auch nur wenig, verschieden, je nachdem er ihn an Platin, Gold oder Silber entwickelte. Die negative Polarität einer Platinplatte durch Ein-

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 54. S. 402.

senkung derselben in das mit riechendem Prinzip beladene Sauerstoffgas erklärt sich leicht durch Ablagerung der Oxydtheilchen auf der Platte.

c. Thermische Wirkung der Entladung.

Die Erwärmung, welche durch die elektrische Entladung in einem continuirlichen Metalldrahte hervorgebracht wird, ist von mir einer lange fortgesetzten Untersuchung unterworfen worden, von welcher ein kleiner Theil bereits im zweiten Bande des Repertoriums Seite 55 mitgetheilt ist. Ich habe dabei den empirischen Standpunkt streng festgehalten, und ohne durch eine von den magnetischen Wirkungen der galvanischen Kette hergeholten Analogie mir den Weg zu verkürzen, bin ich den Aenderungen der Erscheinung Schritt für Schritt gefolgt, wodurch ich den mannigfachen Irrthümern meiner wenigen Vorgänger zu entgehen hoffen durfte. Die einzelnen Resultate der verschiedenartigen Versuche habe ich durch algebraische Bezeichnung dargestellt, und dieselben zuletzt in einen einzigen Ausdruck vereinigt, wodurch die Untersuchung übersichtlich und dem Verständniss leicht zugänglich geworden ist. Empirische Formeln haben noch ausserdem den Vortheil, dass sie von Nutzen bleiben, wenn auch die hypothetische Bedeutung, die einzelnen Theilen derselben gegeben werden musste, verlassen und von einer andern verdrängt worden ist. Dies auszusprechen, bin ich durch die laut gewordene Meinung veranlasst, dass der häufige Gebrauch algebraischer Zeichen dem Verständniss und der Verbreitung meiner Arbeit über die elektrische Wärmeerregung hinderlich sey. Es ist freilich Thatsache, dass von dieser Untersuchung, auf die ich einigen Werth lege, bisher kein vollständiger und genügender Auszug gegeben worden ist. [1])

[1]) Ich kann nicht umhin, als Beleg hierzu das Neue Gehlersche physik. Wörterbuch anzuführen, in dessen 10tem Bande S. 405 von Muncke nicht einmal meine für die Wärmeerregung aufgestellte Grundformel und deren Bedeutung richtig und verständlich angegeben ist. Dass algebraische Zeichen und deren Bedeutung sorgfältig und getreu nach der Quelle mitgetheilt werden, ist doch wol die geringste Forderung, die man an einen Artikel jenes voluminösen Werkes machen kann.

Elektrische Wärmeerregung in einem continuirlichen Drahte.

Wenn eine bis zu einem bestimmten Grade geladene elektrische Batterie durch einen Schliessungsbogen entladen wird, in dem sich mehrere dünne Metalldrähte verschiedener Art befinden, so bemerkt man in jedem dieser Drähte gleich nach der Entladung eine Erwärmung. Eine oberflächliche Beobachtung zeigt, dass die Erwärmung verschieden ist in jedem Drahte von verschiedener Natur oder andern Dimensionen, und dass ferner die Erwärmung aller Drähte eine Aenderung erleidet, wenn ein neues Drathstück zu ihnen hinzugesetzt, der Schliessungsbogen also verändert wird. Eine genaue Untersuchung dieser Erscheinung wird daher in zwei wesentlich geschiedene Theile zerfallen; in dem ersten lässt man den ganzen Apparat, das heisst Batterie, Ladung und Schliessungsbogen unverändert, und untersucht die Erwärmung verschiedener Drähte, die sich gleichzeitig im Schliessungsbogen befinden; in dem andern Theile bleibt der untersuchte Drath constant, aber der Apparat selbst wird verändert. Folgende Grössen können bei dieser Untersuchung unabhängig von einander verändert werden, denen ich zugleich die Buchstaben beisetze, mit welchen sie in den zu bildenden Formeln bezeichnet werden sollen.

Oberfläche der Batterie (Anzahl der gebrauchten Flaschen) s
Elektricitätsmenge auf ihrer innern Belegung q
Des untersuchten Drahtes im Schliessungsbogen
  Länge in pariser Linien l
  Halbmesser r
  Verzögerungskraft seines Metalles x'
Des zum Schliessungsbogen hinzugesetzten Drahtes
  Länge λ
  Halbmesser ϱ
  Verzögerungskraft seines Metalles x

Ausserdem soll die Temperaturerhöhung des untersuchten Drahtes in Centesimalgraden mit T, die beobachtete Verrückung des Index im Luftthermometer mit ϑ, und die im Drath freigewordene Wärmemenge mit W bezeichnet werden. Der Buchstabe a soll für eine durch Versuche zu bestimmende Constante gebraucht werden, deren Bedeutung zwar in jeder Formel verschieden aber sogleich ersichtlich ist.

Ich werde den Einfluss, den die veränderlichen Grössen auf die Erwärmung eines Drahtes im Schliessungsbogen haben, in der Ordnung mittheilen, in welcher derselbe experimentell bestimmt worden ist und zuletzt erst die einzelnen Resultate zusammenstellen.

Elektrische Erwärmung nach Oberfläche der Batterie und Elektricitätsmenge.[1]) Ein dünner Platindrath, in der Kugel eines elektrischen Luftthermometers befindlich, wurde in den Schliessungsbogen einer Batterie gebracht, deren Flaschenzahl (jede Flasche hatte $1\frac{1}{2}$ quadr. Fuss innere Belegung) von 2 bis 25 geändert werden konnte. Die in die Batterie geführte Elektricitätsmenge, an den Funken der Maassflasche gezählt, wurde dabei von 2 bis 20 geändert; die Erwärmung des Platindraths zeigte sich überall proportional dem Produkte der Quantität in die Dichtigkeit der angehäuften Elektricität. Also $T = a\frac{q^2}{s}$ oder, da hier die Verrückung des Index im Thermometer der Erwärmung proportional ist, $\vartheta = a\frac{q^2}{s}$. Da alle spätern Resultate über elektrische Erwärmung, die allgemein gelten sollen, unabhängig von Grösse und Ladung der Batterie gemacht, aber aus speziellen Versuchen abgeleitet werden müssen, so ist die letzte Formel von dem häufigsten Gebrauche. Die Constante a, welche, wie man sieht, die Erwärmung (Anzeige des Thermometers) für $q = 1$ und $s = 1$ angiebt, wird dann unter dem Namen: Erwärmung für Einheit der Ladung aufgeführt. Ihr Zahlenausdruck ist überall ein Mittel der für die einzelnen Versuche berechneten Werthe.

Einfluss der Länge des untersuchten Drathes auf seine Erwärmung[2]). In den Schliessungsbogen wurden zwei gleich dicke Platindrähte eingeschaltet, von welchen der eine sich im Thermometer befand. Die Länge dieses Drathes wurde in vier Versuchsreihen von 42 bis 124 Linien geändert, zugleich aber die Länge des ausserhalb des Thermometers befindlichen Drathes so vermindert, dass die Summe der Längen beider Drähte constant blieb. Hierdurch konnte der Schliessungsbogen als unverändert gelten. Aus den für die Einheit der Ladung gefundenen Thermometer-Anzeigen ergab sich, dass die elektrische Erwärmung eines

---

[1]) Poggendorff Annalen * Bd. 40. S. 342.
[2]) Poggend. Ann. * Bd. 43. S. 47.

Drahtes unabhängig von seiner Länge ist. Es ist übrigens klar, dass die Anzeige des Thermometers selbst abhängig von den Dimensionen des in ihm befindlichen Drahtes ist, worüber das Nähere in dem Artikel: Apparate und deren Gebrauch, gesagt wird.

Einfluss der Dicke des untersuchten Drahtes. Zwei Platindrähte verschiedener Dicke wurden gleichzeitig in dem Schliessungsbogen der Batterie angebracht und jeder von ihnen in einer besondern Versuchsreihe in die Kugel des Luftthermometers eingeschlossen. Nachdem die Anzeige des Thermometers für Einheit der Ladung in Bezug auf jeden Drath gefunden war, wurden die Temperaturerhöhungen der Drähte berechnet und mit einander verglichen. Solcher Versuchsreihen wurden 6 mit je zwei verschieden dicken Dräthen, deren Halbmesser von 0,023 bis 0,0805 Linie variirte, angestellt. Es fanden sich die Temperaturerhöhungen zweier Drähte durch dieselbe elektrische Entladung umgekehrt proportional den Biquadraten ihrer Halbmesser, oder $T = \frac{a}{r^4}$ und diese Formel fand noch in vier früher angestellten Versuchsreihen ihre Bestätigung. Die Temperaturerhöhung eines Drahtes ist unabhängig von seiner Länge, nicht aber die Wärmemenge, die in demselben frei geworden ist. Für diese Wärmemenge erhält man den Ausdruck $W = \frac{a\,l}{r^2}$ oder in Worten: die in einem Drahte durch eine bestimmte elektrische Entladung frei gemachte Wärmemenge ist proportional der Länge und umgekehrt proportional dem Querschnitte des Drahtes [1]).

Erwärmung eines constanten Drahtes nach der Länge eines hinzugesetzten Drahtes. Ein Platindraht, in die Kugel des Thermometers eingeschlossen, blieb unverändert in dem Schliessungsbogen der Batterie, der zwei Drähte mit freien Enden enthielt, zwischen welchen eine veränderliche Länge eines

---

[1]) Ich habe bei Aufführung dieses merkwürdigen Satzes gesagt, dass er für einen Beweis gegen die Materialität der Elektricität gelten könne; nämlich: gegen die verbreitete Vorstellung, dass die beiden Elektricitäten Flüssigkeiten seien, deren gegenseitige Neutralisation die Wärme constituire. Gegen die Strenge dieses Beweises lässt sich indessen Erhebliches einwenden, wozu freilich das nicht gehört, was Muncke (phys. Wörterbuch Bd. 10. S. 310.) aus Missverständniss meiner gelegentlichen Bemerkung, dagegen vorgebracht hat.

Kupferdrahts von 0,29 Linie Dicke befestigt werden konnte. Die Länge dieses eingeschalteten Kupferdrahts wurde von 3 Zoll bis 246 Fuss verändert, und für jede Länge eine Versuchsreihe über die Erwärmung des Platindrahts im Thermometer angestellt. Um die Erwärmung für die Einheit der Ladung, die bei jeder zugesetzten Drahtlänge verschieden ausfiel, von dieser Länge abhängig darzustellen, ist folgende Betrachtung nöthig. Die Erwärmung des Platindrahts im Thermometer nimmt mit Verlängerung des zum Schliessungsbogen hinzugefügten Drahtes bedeutend ab. Eine Erwärmung die bei Einschaltung von 3 Zoll Draht durch die Entladung einer kleinen Elektricitätsmenge bewirkt wurde, erfordert bei Anwendung von 246 Fuss Draht schon eine sehr bedeutende Elektricitätsmenge, und würde bei grössern Drahtlängen nur durch immer grössere elektrische Ansammlungen und Dichtigkeiten erlangt werden können. Man gelangt durch Verlängerung des Schliessungsdrahtes bald zu einer Grenze, bei welcher eine gewisse Erwärmung, z. B. die welche zur Senkung der Thermometerflüssigkeit von 12 Linien gehört, gar nicht mehr durch die Batterie geleistet wird. Nimmt man an der Stelle des langen Kupferdrahts ein kleines Stück feuchten Holzes oder eine mit Wasser gefüllte Glasröhre als Zwischenleitung, so ist gleich Anfangs die Grenze für die kleinste geforderte Erwärmung erreicht. Die Entladung einer sehr grossen Elektricitätsmenge ist dann nicht hinreichend, eine Senkung von 0,1 Linie der Flüssigkeit im Thermometer zu bewirken. Hier aber ist die Entladung der Batterie nicht mehr instantan wie bei der Einschaltung auch des längsten Kupferdrahtes, sie findet während einer wahrnehmbaren Zeit statt. Diese Erfahrung auf die metallischen Schliessungen und die durch dieselben veränderte Erwärmung anwendend, nehmen wir an, dass ein Unterschied der Entladungszeit stattfindet bei den Schliessungen verschiedener Länge und dass die Erwärmung im Thermometer im umgekehrten Verhältnisse zu dieser Entladungszeit stehe. Ist die Erwärmung a beobachtet worden, indem die Einheit der Ladung in der Zeit 1 durch den Schliessungsbogen ging, so wird hiernach, wenn die Entladung der nämlichen elektrischen Anhäufung um z Zeiteinheiten verzögert worden, die Erwärmung $\frac{a}{1+z}$ sein. Dies ist also hypothetisch die Form, durch welche die oben erwähnten Beobachtungsreihen dargestellt werden müssen. Der constante Werth a wurde

aus der ersten Beobachtungsreihe genommen, aus jede der übrigen 5 Reihen aber der mit der Länge des zum Schliessungsbogen hinzugesetzten Drahtes veränderliche Werth von z berechnet. Eine Vergleichung der Werthe von z zeigte, dass diese Grösse proportional der zugesetzten Drathlänge sei, so dass alle hieher gehörigen Beobachtungen durch die Formel darstellbar sind $T = \frac{a}{1 + b\lambda}$ in welcher b eine empirisch zu bestimmende Constante bezeichnet.

Einfluss der Dicke des zugesetzten Drahtes auf die Erwärmung. Als zu dem Schliessungsbogen successiv Platindrähte verschiedener Länge und Dicke zugebracht wurden, fand sich die Erwärmnng des constanten Drathes im Thermometer nicht allein in der so eben ermittelten Weise verändert mit der Länge des Drathes, sondern auch mit der Dicke desselben und zwar in reziproker Beziehung zu der letztern. Es war daher anzunehmen, dass in der zuletzt gegebenen Gleichung die Grösse b eine Funktion des umgekehrten Werthes vom Halbmesser des Drahtes enthielt und daher hypothetisch mit $\frac{b}{F(\varrho)}$ vertauscht werden konnte. Aus einer Versuchsreihe wurde die Constante a der obigen Gleichung bestimmt und aus 6 Versuchsreihen, in welchen verschieden dicke Drähte zum Schliessungsbogen zugesetzt waren, erhielt man durch Rechnung sechs verschiedene Werthe von $\frac{b}{F(\varrho)}$. Diese Werthe zeigten sich genau im umgekehrten Verhältnisse zu dem Quadrate des Halbmessers des zugesetzten Drahtes. Hiernach wird die Formel für die Erwärmung eines Drahtes durch die Einheit der Ladung je nach den Dimensionen eines zum Schliessungsbogen hinzugesetzten Drahtes $T = \frac{a}{1 + \frac{b\lambda}{\varrho^2}}$, in Worten, mit der oben gegebenen hypothetischen Bedeutung des Nenners: die Erwärmung eines Drahtes durch die elektrische Entladung ist der Dauer dieser Entladung umgekehrt proportional; durch Einschaltung von homogenen Drähten in den Schliessungsbogen wird die Entladung um eine Zeit verzögert, welche der Länge des Drahtes direkt, seinem Querschnitte umgekehrt proportional ist.

Elektrische Erwärmung in einem aus Drähten desselben Metalles zusammengesetzten Schliessungsbogen.

Für diese Erwärmung erhält man leicht den algebraischen Ausdruck, indem man die in dem Vorhergehenden einzeln aufgeführten Formeln in eine einzige vereinigt. Die Temperaturerhöhung T in einer continuirlichen Stelle des Schliessungsbogens, deren Halbmesser r ist, findet sich, wenn zu der anfänglichen Schliessung ein Drath von der Länge λ, dem Halbmesser ϱ hinzugesetzt ist:

$$T = \frac{a}{r^4}\left(\frac{1}{1+\frac{b\lambda}{\varrho^2}}\right)\frac{q^2}{s}$$

wo mit s die Oberfläche der Batterie, mit q die Elektricitätsmenge bezeichnet ist, und a und b zwei durch vorläufige Versuche zu bestimmende Constanten bedeuten. Offenbar gilt die Formel auch für den speciellen Fall, in welchem der ganze Schliessungsbogen nur aus einem einzigen Drahte besteht, der mit einem von andern Dimensionen vertauscht wird. Man hat alsdann nur $r = \varrho$ zu setzen und erhält dadurch die Abhängigkeit der Temperaturerhöhung eines Schliessungsdrahtes von seinen Dimensionen.

Abhängigkeit der elektrischen Erwärmung eines Drahtes von seinem Metalle. Elektrisches Erwärmungsvermögen der Metalle. Es ist schon früher bemerkt worden, dass die Erwärmung eines Drahtes durch elektrische Entladung abhängig sei von dem Metalle des Drahtes, und dass die Eigenschaft eines Metalles sich durch Elektricität stärker zu erhitzen als ein anderes, stets mit einem geringeren elektrischen Leitungsvermögen desselben verbunden sei. Die Art der Abhängigkeit dieses elektrischen Erwärmungsvermögens der Metalle von ihrem Leitungsvermögen ist aber früher weder theoretisch noch experimentell, weder in Bezug auf Reibungselektricität noch auf eine andere Art von Elektricität, mit Bestimmtheit ausgemacht worden, so dass ich genöthigt war, diese Frage einer eigenen weitläufigen Untersuchung zu unterwerfen.[1])

Um den Einfluss, den das Metall eines Drahtes auf seine elektrische Erwärmung hat, numerisch zu bestimmen, verglich ich in dieser Hinsicht 8 Metalle einzeln mit dem Platin, und liess bei jeder solchen Vergleichung den Schliessungsbogen der Batterie unverändert. In diesem Falle wird, nach der obigen Formel, die Erwärmung eines jeden im Schliessungsbogen befindlichen Drahtes

[1]) Poggendorff's Annalen Bd. 45. S. 1.

durch die Einheit der Ladung $T = \frac{a}{r^4}$ sein, so dass a die Erwärmung ausdrückt, welche der untersuchte Draht erfahren würde, wenn er die Längeneinheit zum Halbmesser hätte. Es bestehe der erste untersuchte Draht aus Platin, so wird, wenn die Erwärmung des zweiten aus einem andern Metalle bestehenden Drahtes beobachtet und berechnet worden, der Werth a nicht mehr derselbe, sondern ein anderer ay gefunden werden. Dieser Faktor y, mit dem die Erwärmung des Platindrahts für Einheit des Halbmessers multiplicirt werden muss, um die Erwärmung eines Drahtes von anderem Metalle unter derselben Bedingung und durch dieselbe elektrische Entladung zu erhalten, wird das **elektrische Erwärmungsvermögen** dieses Metalles messen. Die numerische Bestimmung des Erwärmungsvermögens eines Metalles verlangt daher folgende Versuche. Ein Platindraht und ein Draht aus anderem Metalle werden gleichzeitig in dem Schliessungsbogen befestigt; jeder von beiden ist successiv in der Kugel des Luft-Thermometers eingeschlossen, dessen Aenderungen man in einer längern Versuchsreihe bei verschiedenen Ladungen der Batterie beobachtet. Aus diesen beiden Versuchsreihen entnimmt man die Thermometeränderungen für die Einheit der Ladung, und berechnet darnach die wirklichen Erwärmungen der im Thermometer befindlich gewesenen Drähte. Ist sodann das Produkt für Platin Tr^4 und das analoge $T_1 r_1^4$ für das andere Metall gebildet, so giebt die Division des zweiten Produkts durch das erste den Werth y des elektrischen Erwärmungsvermögens des angewandten Metalles. Ich hatte, um den Einfluss des Metalles auf die Erwärmung möglichst rein hervortreten zu lassen, alle gebrauchten Drähte durch dasselbe Loch ziehen lassen, erhielt sie aber dessenungeachtet nicht gleich dick, welches mit **Baudrimont's**[1]) Versuchen über die Ziehbarkeit der Metalle übereinstimmt.

Die einzelnen numerischen Werthe des Erwärmungsvermögens der von mir untersuchten Metalle theile ich hier nicht mit, weil sie, wie sich weiter unten zeigen wird, aus andern empirisch schärfer bestimmbaren Werthen, leicht zu berechnen sind.

Erwärmung eines constanten Drahtes nach dem Metalle eines zugesetzten Drahtes. Bestimmung der elek-

[1]) Repertorium Bd. 1. S. 134.

trischen Verzögerungskraft. Untersucht man die Erwärmung eines continuirlichen Drahtes bei Einheit der Ladung, wenn zum Schliessungsbogen Drahtstücke beliebiger Dimensionen hinzugesetzt werden, so wird wie oben gezeigt worden, die Erwärmung durch den Ausdruck dargestellt: $T = \frac{a}{1 + \frac{b\lambda}{\varrho^2}}$. Das zweite Glied des Nenners, nämlich $\frac{b\lambda}{\varrho^2}$ ist als die Verzögerung der Entladungszeit durch das zugesetzte Drahtstück aufgefasst worden; da sich nun findet, dass die bei demselben Metalle constante Grösse b mit dem Metalle veränderlich ist, so haben wir diese Aenderung einer eigenthümlichen Verzögerungskraft des Metalles zuzuschreiben, deren Maass ein zu b hinzukommender experimentell zu bestimmender Faktor x abgiebt. Um die wörtlichen Bezeichnungen zusammenzustellen:

$\frac{bx\lambda}{\varrho^2}$ bezeichnet die wirklich stattfindende, von der Einrichtung der Batterie und des Schliessungsbogens abhängige Verzögerung der Entladung durch den zugesetzten Draht

$\frac{x\lambda}{\varrho^2}$ ist der Verzögerungswerth dieses Drahtes

x endlich die Verzögerungskraft seines Metalles.

Die numerischen Werthe der Verzögerungskraft sind durch leichte Versuche und einfache Rechnung zu finden. Man hat nämlich nur die Anzeigen des mit einem constanten Drahte versehenen Thermometers in zwei oder mehreren Versuchsreihen zu beobachten, bei welchen Platindrähte verschiedener Dimensionen zum Schliessungsbogen der Batterie hinzugesetzt waren, und hieraus unmittelbar die Werthe a und bx in der Formel $\vartheta = \frac{a}{1 + \frac{bx\lambda}{\varrho^2}}$ zu entnehmen. Wird sodann ein Draht eines andern Metalles zum Schliessungsbogen hinzugesetzt, so giebt eine neue Beobachtungsreihe einen neuen Werth von bx, der durch den ersten dividirt, die Verzögerungskraft des Metalles ausdrückt, die des Platins als Einheit angenommen. Da ich bei Bestimmung des Erwärmungsvermögens der Metalle mich stets eines und desselben Platindrahts bedient hatte, so sind die meisten der zur Bestimmung der Verzögerungskraft nöthigen Versuchsreihen bereits bei jener Gelegen-

heit angestellt worden, und ich habe nur neue Reihen für solche Metalle hinzugefügt, deren Erwärmungsvermögen nicht hatte bestimmt werden können. Die folgende Zusammenstellung giebt die gefundenen Werthe nach steigender Grösse; sie sind bei der gewöhnlichen Temperatur des Zimmers (ungefähr 15° C.) bestimmt worden.

Werthe der elektrischen Verzögerungskraft der Metalle Platin zur Einheit genommen.

Silber	0,1043
Kupfer	0,1552
Gold	0,1746
Cadmium	0,4047
Messing	0,5602
Palladium	0,8535
Eisen	0,8789
Platin	1,
Zinn	1,053
Nickel	1,180
Blei	1,503
Neusilber	1,752

Da die angewandten Metalle nicht durchweg chemisch rein waren, so können diese Zahlen nicht als streng gültig angesehen werden, bei dem Zinn hat bereits Vorsselman de Heer wahrscheinlich gemacht, dass der hier angegebene Werth zu gross sei.

Abhängigkeit des elektrischen Erwärmungsvermögens von der Verzögerungskraft. Indem ich die Werthe der elektrischen Verzögerungskraft mit denen des Erwärmungsvermögens verglich, fand ich, dass die letzten den erstern proportional werden, wenn man sie einzeln mit dem Produkte der Wärmecapacität in das specifische Gewicht des bezüglichen Metalles multiplicirt. Dividirt man die zuletzt gefundenen Produkte noch durch Wärmecapacität und specifisches Gewicht des Platins, um für dies Metall den Werth 1 zu erhalten, so ergiebt sich eine Uebereinstimmung der resultirenden Zahlen mit den experimentell gefundenen Werthen der Verzögerungskraft, die, bei den vielen nur annähernd richtigen Zahlen, aus denen die Resultate abgeleitet sind, nicht grösser zu erwarten war. Da die Verzögerungskraft leicht in einiger Schärfe experimentell zu erhalten ist, so ist es gerathen, das Erwärmungsvermögen wo man es gebraucht, durch Rechnung

zu bestimmen, welche nach folgendem Satze anzustellen ist: Das relative elektrische Erwärmungsvermögen eines Metalles wird gefunden, wenn man die elektrische Verzögerungskraft desselben durch seine Wärmecapacität und sein specifisches Gewicht dividirt.

Allgemeine Formeln über die Erwärmung eines continuirlichen Drahtes durch die elektrische Entladung. Die bisher einzeln gewonnenen Resultate lassen sich in eine Formel vereinigen; welche alle Fälle der Erwärmung eines continuirlichen Drahtes durch die elektrische Entladung umfasst. Diese Formel ist

$$T = \frac{a x'}{r^4 C g} \left(\frac{1}{1 + \frac{b x \lambda}{\varrho^2}} \right) \frac{q^2}{s}$$

mit der, Seite 190, gegebenen Bedeutung der Zeichen, zu welchen noch C, die Wärmecapacität, und g das specifische Gewicht des Metalles, aus dem der (auf Erwärmung untersuchte) Draht besteht, hinzugekommen sind. Die Formel ist zur leichtern Uebersicht in drei Faktoren getheilt, von welchen der erste die Beschaffenheit des untersuchten Drahtes, der zweite in Klammern eingeschlossene die des Schliessungsbogens, der dritte die der elektrischen Ladung betrifft. Die Grössen a und b sind Constanten, deren Werthe empirisch bestimmt werden müssen. Um ihre Bedeutung klar zu haben, ist es gut, dem Produkte Cg den numerischen Werth, den dasselbe für Platin erhält, als Einheit unterzulegen. Somit ist a die Temperaturerhöhung eines Platindrahts von 1 Linie Halbmesser durch die Einheit der Ladung, die in einer gewissen zur Einheit genommenen Zeit entladen worden; b ist die Verzögerung, welche die Entladung dadurch erhält, dass ein Platindraht von 1 Linie Länge und Halbmesser zum Schliessungsbogen hinzugesetzt werden.

In dem Falle, dass der zum Schliessungsbogen hinzugesetzte Draht selbst auf Erwärmung untersucht wird, erhält man den Ausdruck

$$T = \frac{a}{\varrho^2 C g \left(\frac{\varrho^2}{x} + b \lambda \right)} \cdot \frac{q^2}{s}$$

Aus der allgemeinen Formel über die Temperaturerhöhung durch die elektrische Entladung lässt sich eine andere über die erregte Wärmemenge ableiten, welche leicht im Gedächtniss zu

behalten ist und eine in theoretischer Hinsicht merkwürdige Beziehung darlegt.

Wärmemenge in einem Drahte durch die Entladung erregt. Wird die gegebene Grundformel auf beiden Seiten mit MCg multiplicirt, wo M die Masse des auf Erwärmung untersuchten Drahtes bezeichnet, so erhält man für die in dem Drahte erregte Wärmemenge W

$$W = \frac{a x' l}{r^2} \left(\frac{1}{1 + \frac{b x \lambda}{\varrho^2}} \right) \frac{q^2}{s}$$

welche Formel sich so aussprechen lässt:

In irgend welchen mit einander verbundenen Metalldrähten, die zugleich eine elektrische Batterie entladen, werden Wärmemengen frei, die genau proportional den Verzögerungen sind, welche diese Drähte einzeln irgend einer elektrischen Entladung verursachen.

In dem gewöhnlichen, aber complicirteren Falle, in welchem nur ein einziger Draht zur Schliessung der Batterie benutzt wird, findet man die Wärmemenge die in diesem Drahte durch die Entladung frei wird, durch die vereinfachte Formel gegeben:

$$W = \frac{a}{\frac{\varrho^2}{x \lambda} + b} \cdot \frac{q^2}{s}$$

Man sieht hieraus: je länger und dünner der Schliessungsdrath einer Batterie ist, desto grösser ist die in ihm erregte Wärmemenge; dieselbe nähert sich einem Grenzwerthe der für die Einheit der Ladung $\frac{a}{b}$ beträgt.

Drahtlängen gleicher Wärme, Leitungsvermögen der Metalle. Aus den beiden Formeln für die Wärmemenge ergiebt sich eine interessante Bedeutung der Werthe von $\frac{1}{x}$, welche gewöhnlich (durch magnetische Wirkung der galvanischen Kette bestimmt) Werthe des Leitungsvermögens der Metalle genannt werden. Entladet man nämlich eine elektrische Batterie entweder gleichzeitig oder nach einander durch Drähte gleicher Dicke, aber verschiedenen Metalles und von solchen Längen, die proportional den Werthen von $\frac{1}{x}$ sind, so wird nach den obigen Formeln die

in jedem Drahte durch eine gleiche elektrische Ladung erregte Wärmemenge dieselbe sein. Die folgenden Werthe von $\frac{1}{x}$, oder des elektrischen Leitungsvermögens, für einige Metalle geben daher die Längen von Drähten gleicher Dicke dieser Metalle an, die, durch die elektrische Entladung erwärmt und bis zu ihrer anfäng- Temperatur (ungefähr 15° C.) abgekühlt, eine gleiche Quantität Eises schmelzen würden. In diesen, aus der Verzögerungskraft berechneten, Werthen ist für Kupfer die Länge 100 angenommen. —

Drahtlängen, in welchen die elektrische Entladung gleiche Wärmemengen erregt.

Silber	148,74
Kupfer	100,
Gold	88,87
Cadmium	38,35
Messing	27,70
Palladium	18,18
Eisen	17,66
Platin	15,52
Zinn	14,70
Nickel	13,15
Blei	10,32
Neusilber	8,86

Bemerkungen über die thermische Wirkung der Entladung.

Elektrische Wärmeerregung unabhängig vom Schliessungsbogen. Vorsselman de Heer [1]) hat sich die dankenswerthe Mühe genommen, die oben gegebene Grundformel über die durch die Entladung erregte Wärmemenge numerisch zu bestimmen und darnach alle von mir angestellten Versuche zu berechnen. Der Verfasser hat in jener Formel Zähler und Nenner der rechten Seite durch die Constante b dividirt, wodurch in den Nenner des zweiten Faktors an die Stelle der Verzögerungen $1 + \frac{b x \lambda}{\varrho^2}$ die Verzögerungswerthe $\frac{1}{b} + \frac{x\lambda}{\varrho^2}$ getreten sind: eine Aenderung, die ich nicht für gerathen halte, da sie leicht zu Irrungen führen kann und jedenfalls die Formel weniger verständ-

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 48. S. 292.

lich macht. — Indem der Verfasser ferner die jedem Verzögerungswerthe zukommende Erwärmung berechnete und die Werthe summirte, fand er diese Summe unabhängig von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens, so dass er die Folgerung zog: Eine gegebene Elektricitätsmenge von bestimmter Dichtigkeit erzeugt eine bestimmte Wärmemenge, die von der Natur des, die Entladung vermittelnden, Bogens nicht abhängt.

Ich habe mich gegen diese, als Vermuthung beachtenswerthe, Folgerung aussprechen müssen,[1]) da sie als erwiesen durch meine Versuche dargestellt ist, zu welchem Zwecke eben die Grundformel verändert und berechnet wurde. Dass hierdurch meinen Versuchen eine Beweiskraft beigelegt worden, die sie nicht besitzen, zeigt sich am leichtesten, wenn wir aus der unveränderten Formel die behauptete Constanz der Wärmeerregung herleiten. — In dem veränderlichen Theile des Schliessungsbogens ist die durch die Einheit der Ladung erregte Wärmemenge

$$W = \frac{a x \lambda}{\varrho^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{b x \lambda}{\varrho^2}}$$

Bezeichnet man mit W_1 die Wärmemenge in dem constanten Theile desselben Schliessungsbogens, und wendet den Satz an, dass in zwei Drähten desselben Bogens die Wärmemengen sich verhalten, wie die durch sie hervorgebrachten Verzögerungen, so hat man $W_1 = \frac{W \varrho^2}{b x \lambda}$ und daher die Wärme im ganzen Schliessungsbogen

$$W + W_1 = \frac{a \left(\frac{1}{b} + \frac{x \lambda}{\varrho^2}\right)}{1 + \frac{b x \lambda}{\varrho^2}} = \frac{a}{b}$$

also unabhängig von der speciellen Beschaffenheit des Bogens. Die Anwendung aber jenes Satzes, der nur für einfache Drähte, vielleicht noch für continuirliche Metallstücke gilt, auf discontinuirliche Metallstücke ist nicht erlaubt; es ist erst experimentell zu zeigen, dass die Verzögerung der Entladung durch Stellen, an welchen Metalltheile an einander gedrückt, geschraubt, gelöthet sind, der daselbst durch Elektricität erregten Wärme proportional sei. Bis dies geschehen, können wir der Constante $\frac{a}{b}$ (V. de Heer hat

[1]) Poggendorff Annalen * Bd. 48. S. 320.

sie für meine Versuche auf 0,1495 berechnet) keine andere Bedeutung zugestehen, als dass sie, wie Seite 200 gesagt worden, die grösste Wärmemenge angebe, welche durch die Einheit der Ladung in einem continuirlichen Drahte erregt werden kann.

Entladungszeit bei einem unendlich kleinen Schliessungsdrahte.[1] Die Formel für die Wärmemenge in einem Drahte, der einzeln die Batterie schliesst, kann so geschrieben werden:

$$W = \frac{a \frac{x\lambda}{\varrho^2} q}{\left(1 + \frac{bx\lambda}{\varrho^2}\right) \frac{s}{q}}$$

in welchem Ausdrucke der ganze Nenner die Zeit der Entladung der Batterie bedeutet. Diese Zeit behält einen endlichen Werth, wenn λ, die Länge des Schliessungsdrahts, verschwindet, so dass also die Elektricität eine bestimmte Zeit bedarf, um von der innern zur äussern Belegung der Batterie durch eine unendlich kurze Drahtstrecke zu gehen. Diese Consequenz wird klar, wenn man bedenkt, dass die Schliessung der Batterie durch einen Draht wenigstens zwei discontinuirliche Stellen bedingt, an welchen Metall oder Querschnitt des Weges der Elektricität sich plötzlich ändert, und dass die Elektricität jedenfalls eine endliche Zeit bedarf, sich über ein solches Hinderniss fort weiter zu verbreiten.

Erwärmung eines Drahtes in einem durch einen Isolator unterbrochenen Schliessungsbogen. Ehe ich den Schliessungsbogen durch feste Isolatoren unterbrach, war die Erwärmung in einem durch eine Luftschicht unterbrochenen Bogen zu untersuchen[2]). Es wurde neben dem Luftthermometer, in dem sich ein unveränderlicher Platindrath befand, in den Schliessungsbogen das Funkenmikrometer eingeschaltet, das zuerst mit den Scheiben versehen war. Nachdem die Scheiben in verschiedene Entfernung von einander gestellt worden, wurde die Erwärmung im Thermometer durch verschiedene Entladungen der Batterie beobachtet. Es ergab sich, dass diese Erwärmungen bei Entfernung der Scheiben bis zu einer Linie nicht kleiner, ja sogar in gewissen Fällen grösser ausfielen, als wenn die Scheiben sich berührten. Die grösseren Erwärmungen erfolgten, wenn die

---

[1]) Poggendorff Annalen* Bd. 43. S. 76.
[2]) Poggendorff Annalen* Bd. 43. S. 78.

Schlagweite der Ladung zwischen den Kugeln des Entladungsapparates geringer war, als die Entfernung der Scheiben, so dass der Entladungsfunke nur zwischen diesen überging. Da bei den von einander entfernten Scheiben in der Batterie nach der Entladung eine grössere Elektricitätsmenge zurückblieb, als früher, so folgte, dass die entladene Elektricitätsmenge durch Condensation an den Rändern der Scheiben eine grössere Geschwindigkeit erlangt hatte, mit der sie durch den übrigen Theil des Schliessungsbogen ging, wodurch der Einfluss der verringerten Elektricitätsmenge überwogen werden konnte. Als statt der Scheiben Kugeln genommen waren, die eine Linie von einander standen, war die Erwärmung gleich oder nur wenig geringer, als wenn die Kugeln sich berührten. Durch Anwendung von Spitzen fand sich die Erwärmung jedenfalls vermindert, jedoch nur sehr wenig, wenn die Spitzen 1 Linie von einander standen. Man sieht also, dass eine Luftschicht, welche von der Elektricität leuchtend durchbrochen wird, die elektrische Entladung bei Weitem weniger zu ändern vermag, als die Schicht eines, wenn auch viel bessern, Leiters, in welchem die Elektricität gleichmässig von Partikel zu Partikel fortgeht. Dies ist in gleicher Weise bei festen Isolatoren der Fall, die durch die Entladung zerstört werden. Es wurde, mittels Scheiben, Kugeln oder Spitzen, eine Unterbrechung des Schliessungsbogens von 0,2 Linie hervorgebracht, und in diese ein fester Isolator gestellt der von dem Entladungsfunken durchbrochen werden musste. Die Erwärmung im Thermometer fiel hierbei desto kleiner aus, je inniger die Continuität des durchbrochenen Körpers war. Folgendes Beispiel macht dies anschaulich. Ich hatte den Schliessungsbogen mittels Kugeln unterbrochen, zwischen welche verschiedene Substanzen gebracht wurden; bei einer und derselben Entladung der Batterie ergaben sich folgende Erwärmungen des Draths im Thermometer.

Zwischenlage	Erwärmung
Luft	15,4
ein Kartenblatt	12,0
zwei Blätter durch Stanniol getrennt	9,3
zwei Kartenblätter	8,8
ein Glimmerblatt	4,5

Bei Zwischensetzung desselben Glimmerblattes fiel die Erwärmung sehr verschieden aus. Es rührt dies daher, dass das Glimmerblatt

selten an den Stellen durchbrochen wird, wo die Enden des Schliessungsdrathes es berühren, sondern dass die Elektricität eine grössere oder geringere Strecke auf seiner Fläche fortgeht und daselbst unverlöschliche Spuren zurücklässt. Ich habe mich überzeugt, dass eine desto geringere Erwärmung bemerkt wurde, je länger diese Spuren waren.

Es folgt aus diesen Versuchen, dass, wo die Elektricität einen Körper explosiv durchbricht, zwar eine Leitung der Elektricität statt findet, diese aber mit der früher betrachteten Elektricitätsleitung nicht verglichen werden darf. Der bestleitende der hier angewandten Körper, das einfache Kartenblatt, leitet die Elektricität noch ausserordentlich weniger, als eine Wassersäule von 1 Zoll Länge und 4 Linien Dicke, und doch findet man bei Einschaltung der letztern keine merkbare Erwärmung im Schliessungsbogen. Es muss bei den hier beigebrachten Versuchen die elektrische Entladung erst als anfangend betrachtet werden, nachdem das ihr entgegengestellte Hinderniss durchbrochen ist; man bemerkt, dass sie desto schwächer wird, je grösser dies Hinderniss war. Eine Schwächung der Entladung fordert aber entweder eine Verringerung ihrer Elektricitätsmenge oder eine Verlängerung ihrer Dauer; es ist Grund vorhanden, hier nur die letztere Ursache der Schwächung anzunehmen. Man kann also sagen, dass die Dauer einer elektrischen Entladung desto mehr verzögert werde, eine je grössere mechanische Wirkung die angesammelte Elektricitätsmenge vor ihrer Entladung auszuüben hatte. Hiermit ist es erklärlich, dass die Durchbrechung einer Luftschicht die elektrische Entladung nicht unmittelbar zu ändern vermag.

C. Die Elektro-Induction. Eigenschaften und Wirkungen des Nebenstromes.

Historisches. Unter dem Namen Seitenentladung ist von Priestley eine Erscheinung an der leydener Flasche beschrieben worden, die sich am einfachsten so darstellen lässt, dass man die Flasche im Dunkeln durch einen dicken Metalldraht entladet, während eine Metallkette an ihrer äussern Belegung anliegt; die Kette wird dann während der Entladung leuchtend [1]). Dieser Versuch ist sehr viel besprochen und variirt [2]), zuletzt aber von Biot [3]) auf eine Weise angestellt worden, die ihn in Zusammenhang mit dem Gegenstande dieses Artikels setzt. Ein kurzer Metallcylinder wurde nämlich in den Schliessungsbogen einer elektrischen Batterie gebracht und einem Ende desselben ein ähnlicher isolirter Cylinder mit Elektrometerpendeln nahe gestellt. Während der Entladung der Batterie durch den ersten Cylinder wurde zwischen ihm und dem isolirten Cylinder ein Funke bemerkt, die Elektrometerpendel divergirten und fielen sogleich wieder zusammen. Biot erkannte in diesem Versuche eine Elektricitätserregung durch Vertheilung während der Entladung, schrieb diese aber allein dem Ueberschusse an Elektricität zu, den die innere Belegung der Batterie über die äussere besitzt. Als Faraday 1831 die Volta-elektrische und Magneto-elektrische Induction entdeckte, versuchte er einen elektrischen Strom durch die Nähe des Schliessungsbogens der Batterie zu erzeugen; er fand diesen wirklich, schrieb ihn aber einer von dem Hauptdrahte übergesprungenen Elektricitätsmenge zu, und stand von weitern Versuchen ab, weil er von dem durch Elektricität inducirten Strome keine Wirkung erwartete (Experimental researches 24 und 25). Während des Jahres 1838 trat Marianini mit einem Aufsatze hervor: Sulle cor-

---

[1]) Cavallo Elektricitätslehre, deutsch 1779 * S. 181.

[2]) Cuthbertson Abhandlung von der Elektricität, deutsch 1786 * S. 204. Adams on electricity p. 93. Bohnenberger Beschreibung verschiedener Elektricitätsverdoppler 1798 * S. 167. Saxtorph Elektricitätslehre * Bd. 1. S. 345. Sturgeon Annals of Electricity * vol. IV. p. 175. Harris: Sturgeon Annals of Electricity * vol. IV. p. 313.

[3]) Traité de physique * tom. 2. p. 452.

renti per induzione leida-elettrica [1]); Henry in New-Jersey las im November desselben Jahres eine Abhandlung über Induction in der Amerikanischen philosophischen Societät [2]); ich selbst endlich machte im März 1839 Versuche über einen durch den Schliessungsdrath der elektrischen Batterie erregten Strom bekannt [3]). In diesen drei, erweislich unabhängig von einander geschriebenen Abhandlungen wird die Elektro-Induction durch die Thatsache bewiesen, dass ein Draht, welcher der Batterie nahe steht, während der Entladung einen elektrischen Strom leitet, der fähig ist, eine Stahlnadel zu magnetisiren; es werden die Umstände bei der Erzeugung des Nebenstromes näher erörtert; es wird von Henry die physiologische, von mir die erwärmende Wirkung dieses Stromes aufgezeigt. Wenn Savary zu einer Uebersetzung meiner Abhandlung [4]) bemerkt, dass Masson schon 1834 durch den Nebenstrom eine Magnetisirung bewirkt habe, so fügt er hinzu, dass dies ausserhalb der französischen Akademie nicht bekannt geworden; die Constatirung dieser einzeln stehenden Thatsache ist übrigens ohne Bedeutung, da Masson, wie Faraday bereits 1831 dieselbe nicht weiter verfolgt hat. Ich hatte die Freude, im Februar 1840 eine eigenthümliche, ganz ausser Analogie stehende Rückwirkung des Nebenstromes auf den Hauptstrom zu entdecken [5]), und machte im März desselben Jahres eine Fortsetzung meiner Untersuchung über den Nebenstrom bekannt [6]). Zwei folgende Abhandlungen über die Rückwirkungen des Nebenstromes und seine Richtung, bei welcher letzten Untersuchung ich die elektroscopische Wirkung des Nebenstromes aufzeigte, sind im October und November 1840 gedruckt worden [7]). Ich habe dies hier umständlicher aufgeführt, weil Matteucci am 10. August 1840 der Pariser Akademie eine Abhandlung über den elektrischen Neben-

---

[1]) Memorie di fisica sperimentale. Modena 1838.

[2]) Transactions of the american phil. Society * vol. 6. p. 17. Sturgeon Annals of El. v. IV. p. 300. Pogg. Annal. Ergänzungsbd. S. 300.

[3]) Poggendorff's Annalen * Bd. 47. S. 55.

[4]) Annales de Chimie * t. 74. p. 158.

[5]) Voss'sche Zeitung 26. Februar 1840. Beilage. Bericht üb. die Sitz. v. 18. Febr. der Gesellschaft naturforschender Freunde in Berlin. Compte rendu de l'Acad. des Sciences. 9. mars 1840.

[6]) Poggend. Annal. Bd. 50. S. 1.

[7]) Poggendorff's Annalen * Bd. 51. S. 177 und 351.

strom eingereicht hat, in welchem ich meine Apparate und die Anordnung der Versuche, die von Henry und mir längere Zeit zuvor angestellt waren, wiedererkannt habe, und weil Savary, dies bemerkend, hinzufügt [1]), dass Matteucci von meinen Arbeiten keine Kenntniss gehabt haben konnte. Eine Widerlegung dieser Behauptung liegt in den so eben gegebenen Citaten.

a. Der elektrische Nebenstrom und seine Wirkungen.

Wenn dem Schliessungsdrahte einer leydener Flasche ein Leiter nahe steht, so findet in diesem während der Entladung der Flasche eine Elektricitätsbewegung statt, die in einer bestimmten Richtung fortschreitet und, wenn die Form des Leiters es zulässt, im Verfolge dieser Richtung wieder verschwindet. Diese Elektricitätsbewegung heisst der elektrische Nebenstrom oder der elektrische sekundäre Strom (secondary current, courant secondaire); man zeigt ihn gewöhnlich so auf, dass man neben dem Schliessungsbogen der Flasche, der nach seiner Form Hauptdraht, Hauptspirale genannt wird, einen zweiten Bogen (Nebenleitung, Nebendraht, Nebenspirale genannt) parallel ausspannt, und die Enden des letztern einander nahe bringt; es geht sodann bei Entladung der Flasche in der Unterbrechung des Nebendrahts ein Funke über. Es ist wohl zu merken, dass der Nebenstrom bei gehöriger Länge des Hauptdrathes gleichgültig in irgend einer Entfernung von der elektrischen Batterie und der Elektrisirmaschine erzeugt werden kann, und dass ferner der Hauptdraht dabei mit einer vollkommenen Ableitung versehen ist; hierdurch wird der Nebenstrom vollkommen geschieden von einigen früher beobachteten elektrischen Erscheinungen, die durch vorangehende Vertheilung mittels ruhender Elektricität in nahestehenden Leitern, und von dem Residuum der Batterie hervorgerufen werden. Da bei dem Versuche der Nebendraht vom Hauptdrahte, statt durch Luft, auch durch feste Nichtleiter, wie Glas, Schellack, getrennt sein kann, so ist ein Ueberspringen von Elektricität vom Haupt- zum Nebendrahte nicht anzunehmen, und der Nebenstrom erscheint allein als Folge einer Induction, die zur Unterscheidung von anderen Inductionen Elektro-Induction genannt werden soll. Der Nebenstrom macht sich, ausser durch den Funken, bemerkbar durch physiologische,

---

[1]) Compte rendu 10. août 1840.

magnetische, thermische und eigentlich elektrische Wirkungen, von denen zuerst im Allgemeinen die Rede sein soll, ehe die durch diese Wirkungen erkannten Gesetze des Nebenstromes aufgeführt werden. —

Physiologische Wirkung des Nebenstromes. Henry[1]) legte eine Rolle von ungefähr 3800 Fuss übersponnenen Kupferdrahtes in eine Glasglocke, die er von aussen mit 60 Fuss eines mit Band umwickelten Kupferstreifens umwand. Die Enden des langen Drahtes waren mit Handhaben versehen; während dieselben mit beiden Händen angefasst wurden, entlud man mit den Enden des Kupferstreifens eine leydener Flasche. Henry erhielt so zuerst vom Nebenstrome einen Schlag, den er aber nicht immer der Ladung der Flasche angemessen fand. Wahrscheinlich waren die Windungen des überaus langen Nebendrahtes nicht gehörig von einander getrennt; als ich diesen Versuch mit meinen Inductionsspiralen (flache Spiralen aus 53 Fuss Drath bestehend. Siehe Apparate) wiederholte[2]), erhielt ich beliebig starke Schläge je nach der Ladung der Batterie.

Magnetisirende Wirkung des Nebenstromes. Marianini[3]) liess den Nebenstrom durch eine Kupferdrahtspirale gehen, die um ein Stück weichen Eisendrahts gelegt war, über welchem eine Magnetnadel schwebte. Die Bewegung der Magnetnadel zeigte das Magnetischwerden des Eisens durch den Nebenstrom an. — Henry[4]) befestigte einen schmalen 30 Fuss langen Stanniolstreifen spiralförmig auf der Innenseite eines hohlen Glascylinders von 6 Zoll Weite und versah die Aussenseite mit einem ähnlichen dem ersten parallel laufenden Streifen. Die Enden des innern Streifens wurden mit einer kleinen Drahtspirale verbunden, in welche eine unmagnetische Stahlnadel gelegt war. Als eine leydener Flasche von ½ Gallon Inhalt durch die äussere Spirale entladen wurde, fand sich die Nadel stark magnetisch. Auch mit langen Drathspiralen, die isolirt in einander gesteckt waren, ge-

---

[1]) Sturgeon Annal. of El. ° v. IV. p. 303. (on electrodynamic Induction 112. Henry's Abhandlungen sind, wie die Faradayschen, in bezifferte Abthlgn. abgetheilt.)

[2]) Poggendorff Annalen Bd. 51. S. 187.

[3]) Memor. di fis. sperim. Ich habe mir das Werk nicht verschaffen können und kenne die obige Angabe nur aus einer gelegentlichen Notiz.

[4]) Sturg. Ann. of El. ° v. IV. p. 300 (on el. ind. 98).

lang der Versuch. Ich selbst [1]) hatte die magnetisirende Eigenschaft des Nebenstromes mittels sehr kurzer Spiralen gefunden. Ein 7¼ Fuss langer Kupferdraht war um eine Glasröhre von 5½ Zoll Länge, 2½ Linie Dicke in 81 Windungen gelegt worden, auf diese Drahtschraube wurde eine Glasröhre, 4″ 9‴ lang, 4½‴ weit, geschoben und mit einer Drahtschraube aus 10 Fuss Drath bestehend, bedeckt. Als die Enden der äussern Drahtschraube mit einer kleinen Spirale, in der eine Nähnadel lag, verbunden waren, und durch die innere Schraube die Entladung einer elektrischen Batterie vollführt wurde, zeigte sich die Nadel magnetisch.

Thermische Wirkung des Nebenstromes. Ich habe diese zuerst [2]) mit Hülfe von zwei übereinander liegenden durch eine Glasröhre getrennten Spiralen, aus 8 und 16 Fuss Drath bestehend, aufgezeigt. Die Nebenspirale war durch einen 12 Zoll langen Platindraht (radius 0‴,023) geschlossen, der sich in der Kugel meines kleinen Luftthermometers befand, und durch den schwächsten Nebenstrom hinlänglich erwärmt wurde, um die Flüssigkeit des Thermometers zu verrücken. Da ich die Gesetze, die der Nebenstrom befolgt, hauptsächlich durch seine thermische Wirkung bestimmt habe, so werden die spezielleren Versuche unten zur Sprache kommen. — Bedient man sich zur Bildung des Nebenstromes der bei den Apparaten beschriebenen Inductionsspiralen, so ist es leicht, denselben in solcher Stärke hervorzurufen, dass er zolllange, dünne Stahldrähte verflüchtigt.

Elektrische Wirkung des Nebenstromes. Lässt man den Nebenstrom vollkommen zu Stande kommen, so vereinigen sich die im Nebendrahte getrennten Elektricitäten zu schnell, um merkbare elektrische Wirkungen, wenn man nicht den Funken dazu rechnet, hervorzubringen. Wenn der Knopf eines empfindlichen Elektroscops (mit trockener Säule) mit dem geschlossenen Nebendraht in Verbindung gesetzt wird, so erzeugt auch der stärkste Nebenstrom nur ein geringes Zucken des Goldblattes. Um elektrische Wirkungen zu zeigen, muss der Nebendraht offen sein; setzt man seine Enden auf die entgegengesetzten Flächen einer hinlänglich dicken Harzplatte, so werden daselbst durch den Nebenstrom sehr charakteristische Lichtenbergsche Figuren erzeugt. Verbindet man ein Ende des Nebendrahtes mit der Condensatorplatte

[1]) Poggend. Annalen Bd. 47. S. 55.
[2]) Poggend. Annal. Bd. 47. S. 65.

eines Condensators mit Glaszwischenlage, und bringt das andere Ende der Collectorplatte nahe, so lässt sich, bei gehöriger Vorsicht, Eine Elektricitätsart des Nebenstromes in nicht geringer Menge auffangen. Diese elektrischen Erscheinungen des Nebenstromes haben mir ein erwünschtes Mittel geliefert, seine Richtung zu bestimmen.

Zersetzende und galvanometrische Wirkung des Nebenstromes habe ich vergebens hervorzubringen gesucht, und ich werde weiter unten die Gründe anführen, weshalb mir, trotz einer neuerdings vorgebrachten Angabe, die letztere Wirkung noch als sehr problematisch erscheint.

b. Magnetisirung durch den Nebenstrom.

Ich habe [1]) einige auffallende Magnetisirungen, die der elektrische Nebenstrom hervorbringt, beschrieben, ohne von diesen auf die Eigenschaften des Nebenstromes selbst einen Schluss zu wagen. Als ich die Unzulässigkeit eines solchen Schlusses darzuthun suchte, konnte ich nicht wissen, dass derselbe damals schon gemacht war, und fernerhin gemacht werden würde; es wird daher angemessen sein, hier etwas näher darauf einzugehen.

Von der Elektricität, deren Bewegung die elektrischen und, wenn man will, die galvanischen und magnetischen Ströme bildet, wissen wir freilich wenig; aber es giebt einzelne Fälle ihrer Erscheinung, in welchen die grössere Menge verschiedenartiger Beobachtungen und deren Combination es erlaubt, ihre näheren Bestimmungen mit grösserer Wahrscheinlichkeit anzugeben, als in andern Fällen. Solche Fälle, gleichgültig, ob sie wirklich die einfachsten sind, betrachten wir, weil wir sie klarer übersehen, in der wissenschaftlichen Darstellung als die einfachsten, und suchen die übrigen auf sie zurückzuführen. Es ist keinem Zweifel unterworfen, dass unter allen, bei den verschiedensten Bedingungen erzeugten, elektrischen Strömen keiner unserer Einsicht klarer daliegt, als der Entladungsstrom der leydener Flasche. Wir haben an ihr eine auszumessende Fläche, deren elektrischer Zustand in einzelnen zählbaren Akten erregt wird, wir kennen die Elektricitätsart, die wir erregen, und haben es in unsrer Macht, jenen Zustand auf doppelte Weise zu steigern, indem wir entweder die erregte Fläche verkleinern, oder die Zahl der Erregungen vermeh-

---

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 47. S. 55 flgd.

ren. Indem die Flasche durch Anlegen eines abgemessenen Schliessungsdrahtes entladen wird, findet in demselben der elektrische Entladungsstrom statt, dessen Stärke eine ganz bestimmte Beziehung zu den angeführten Abmessungen erhält, und über dessen Richtung kein Zweifel obwalten kann. Wo von einem andern elektrischen Strome die Rede ist, werden wir daher nach Stärke und Richtung fragen in eben dem Sinne, wie wir sie am elektrischen Entladungsstrome kennen; wo zu ihrer Bestimmung ein eigenes Prüfungsmittel nothwendig wird, ist es unerlässlich zur Rechtfertigung dieses Mittels, dasselbe an einen nach Richtung und Stärke bekannten Entladungsstrom anzulegen.

Als ich in der oben angezogenen Untersuchung den elektrischen Nebenstrom mittels einer durch ihn magnetisirten Nadel aufgefunden und die an sich wahrscheinliche Annahme einer gleichen Richtung des Haupt- und Nebenstromes vorläufig hingestellt hatte, war ich bemüht, ehe ich an eine weitere Untersuchung des Nebenstromes ging, die Magnetisirung durch den Hauptstrom zu studiren. Hierüber lag eine schöne an Thatsachen reiche Abhandlung von Savary vor [1]), deren Resultat ich bestätigt fand, dass nämlich der Magnetismus einer Nadel kein Maass der Stärke, in vielen Fällen sogar kein Zeichen der Richtung abgiebt, welche der zur Magnetisirung benutzte Entladungsstrom besass. Aus dieser Abhandlung ist in die Lehrbücher übergegangen und daher bekannter der Versuch, in welchem über den Schliessungsdrath in verschiedene Entfernung gelegte Stahlnadeln durch eine Batterieentladung periodisch starken und verschieden gerichteten Magnetismus erlangen, während ein anderer einfacherer Versuch weniger beachtet worden ist. Savary hat nämlich Nadeln successiv in dieselbe Lage gegen den Schliessungsdraht gebracht, bei jedem Versuche aber die Batterie zu einem stärkeren Grade geladen, und hier gleichfalls eine Reihe von periodisch starken und periodisch verschieden gerichteten Magnetisirungen erhalten. In der Savaryschen, unter günstigen Bedingungen angestellten Versuchsreihe kommen 6 Abwechselungen der Richtung und ebensoviel Maxima der Stärke der Magnetisirung vor, allein auch bei jeder andern beiläufig angestellten Versuchsreihe wird sich eine Periodicität der Magnetisirung nicht verkennen lassen. Ich habe eine solche Ver-

[1]) Annales de Chimie * T. 34. p. 30. Poggend. Ann. Bd. 9 u. 10.

suchsreihe mitgetheilt, aus der zu ersehen ist, dass, wenn wir zwei Ladungen der Batterie herausgreifen, es einem Zufalle zu danken wäre, wenn wir durch die Magnetisirung von der relativen Stärke und Richtung der zugehörigen Entladungen unterrichtet würden. Nimmt man hinzu, dass die Perioden der Magnetisirung von den angewandten Entladungsströmen und von Dimensionen und Natur der magnetisirten Nadeln abhängen, so wird die Bestimmung der Stärke und Richtung eines elektrischen Stromes durch eine einzelne Magnetisirung einer Nadel noch unsicherer erscheinen. Wollte man aber von der, der elektrischen Batterie entlehnten, Bedeutung der Richtung und Stärke eines Stromes abstrahiren, und beide Eigenschaften eben nur auf die magnetische Wirkung des Stromes beziehen, so würde dies nicht der richtige Weg sein, die nähern Bedingungen des Nebenstromes und den noch so dunkeln Akt der Magnetisirung aufzuklären.

Ich habe aus einer grossen Zahl von Versuchen über Magnetisirung durch den Nebenstrom einige wenige als Corollare zu den Savaryschen Versuchen am Hauptstrom gegeben, über die nun kürzlich zu berichten ist.

Magnetisirung nach Beschaffenheit des Nebendrahtes. Es wurden zur Bildung des Nebenstromes kurze, durch eine Glasröhre getrennte Schraubenspiralen aus Kupferdraht angewendet, die Enden der Nebenspirale aber bald durch eine Kupfer-, bald durch eine Platinspirale geschlossen. Es fand in der Platinspirale in den meisten Fällen (da die Stärke der Batterieladung hier Unterschiede macht) eine viel stärkere Magnetisirung statt, als in der Kupferspirale, und selbst die Richtung des erzeugten Magnetismus war in den meisten Fällen verschieden, in der ersten Spirale nämlich normal, in der letztgenannten anomal. (Normal oder positiv wird die Magnetisirung genannt, wenn dieselbe der Ablenkung einer Magnetnadel durch einen voltaischen Strom entspricht, der mit dem Nebenstrome gleiche Richtung hat; zur Orientirung hierbei denkt man sich mit dem positiven Strome im Nebendrathe schwimmend und die Nadel anblickend, wo denn der Nordpol derselben zur linken Hand gelegen ist.) Die verschiedene Magnetisirung hängt hierbei nicht von der Beschaffenheit der Magnetisirungsspirale, sondern von der durch sie bewirkten Aenderung der ganzen Nebenschliessung ab. Als die Kupfer- und die Platin-Spirale gleichzeitig in die Nebenschliessung eingeschaltet waren,

erfuhr die Nadel in der einen oder andern Spirale merklich dieselbe Magnetisirung. Einen bedeutenden Unterschied in der Magnetisirung findet man, je nachdem die Enden der Nebenspirale metallisch verbunden sind, oder nur einander nahe stehen, in welchem letztern Falle der Nebenstrom zwischen ihnen mit einem Funken übergehen muss. Mit diesem Funken erhält die Nadel in der Magnetisirungsspirale gewöhnlich einen viel stärkern Magnetismus, als sonst, der aber in den meisten Fällen dieselbe Richtung hat, wie ohne die Unterbrechung des Nebendrahtes.

Magnetisirung durch den Nebenstrom nach Beschaffenheit der Batterieladung. Als successiv grössere Elektricitätsmengen aus fünf Flaschen der Batterie entladen wurden, zeigten sich die Magnetisirungen durch den Nebenstrom verschieden, je nach der Leitung, die dem Hauptstrom und dem Nebenstrome geboten war. Bei unvollkommener, aber stets metallischer Leitung des Hauptstroms resultirten, bei gleichfalls unvollkommener Nebenschliessung normale Magnetisirungen von steigender Intensität; bei gutleitender Schliessung der Nebenspirale aber anomale Magnetisirungen von gleicher Stärke. Bestand die Hauptleitung aus Kupferdraht und war die Nebenleitung durch einen langen Platindraht geschlossen, so bewirkte die Steigerung der Elektricitätsmenge im Hauptstrome Magnetisirungen von verschiedener Richtung. Diese Resultate sind indess spezieller Art; von bestimmterem Einfluss auf die Magnetisirung ist die Aenderung der Batterieladung durch Vergrösserung der geladenen Oberfläche. Als 5 und dann 25 Flaschen der Batterie mit derselben Elektricitätsmenge geladen wurden, erhielt ich in vielen Versuchen, bei denen die Elektricitätsmenge geändert wurde, eine viel stärkere Magnetisirung durch den Nebenstrom, wenn die grössere Oberfläche gebraucht worden war. Eine Aenderung der Richtung des Magnetismus durch Vergrösserung der Oberfläche habe ich nicht bemerkt.

Magnetisirung durch den Nebenstrom nach Entfernung der Inductionsspiralen von einander. Die Versuche über diese Aenderung habe ich erst später [1]), durch Henry's Abhandlung veranlasst, angestellt; und werde dieselben unten näher angeben. Ich fand, dass, wenn die Nebenspirale von der Hauptspirale successiv mehr und mehr entfernt wird, die Magne-

[1]) Poggendorff Ann.* Bd. 51. S. 355.

tisirung durch den Nebenstrom bis zu einer gewissen Entfernung bedeutend an Stärke zunimmt, sodann abnimmt und zuweilen entgegengesetzt gerichtet wird.

Magnetisirung durch den Nebenstrom nach Verlängerung des Hauptdrahtes [1]). Die interessanteste und zugleich wirksamste Weise, die Richtung der Magnetisirung durch den Nebenstrom zu ändern, besteht darin, dass man die Leitung des Hauptstroms selbst verändert. Ich theile die Versuche, welche dies zuerst zeigten, tabellarisch mit. In die Hauptleitung waren die Arme eines Henleyschen Ausladers eingeschaltet worden, die durch verschiedene Längen eines $\frac{1}{12}$ Linie dicken Neusilberdrahtes verbunden wurden; die Nebenleitung enthielt eine Magnetisirungsspirale aus Platin- und eine ähnliche aus Kupfer-Drath, beide Ende an Ende hinter einander befestigt. Wenn die Nebenleitung nicht ganz geschlossen war, und daher der Nebenstrom mit einem Funken überging, ist die Elektricitätsmenge in der Tabelle mit einem * versehen. Die Batterie bestand aus 5 Flaschen und wurde mit Mengen positiver Elektricität geladen, die in der ersten Horizontalreihe angegeben sind. Der Magnetismus der in einer der Magnetisirungsspiralen befindlichen Nadel wird durch die Abstossung einer Bussolnadel angezeigt, auf welche jene von einer bestimmten Entfernung aus wirkte. Der normal gerichtete Magnetismus ist mit +, der entgegengesetzte mit — bezeichnet. Die erste Vertikalreihe nennt das Verbindungsstück der Arme des Henleyschen Ausladers, zeigt also eine zunehmende Verlängerung des Hauptdrahtes.

Magnetisirung durch den Nebenstrom bei Verlängerung des Hauptdrahtes.

Elektricitätsmenge	10	20	30	20*
ein kurzes Kupferblech	+ 0°,3	+ 1°,5	+ 2°,5	+ 8°,3
Neusilberdraht 26⅛ Lin. lang	2,	4,5	6,5	8,
36⅛	2,	5,	6,	9,5
78	2,5	5,7	7,7	12,6
140½	0	1,8	1,6	4,5
212	— 0,8	0	1,3	7,8
324	— 2,3	— 3,	0	1,5
460	— 10,	— 10,	— 9,5	— 7,
696	— 4,	— 2,3	— 1,3	+ 8,

[1]) Poggend. Annal.* Bd. 47. S. 63.

In dieser Tafel ist ersichtlich, dass die Perioden der Magnetisirung, wie sie durch Steigerung der entladenen Elektricitätsmenge, durch Entfernung der Inductionsspiralen, durch verschiedene Lage der zu magnetisirenden Nadel gegen den Leitungsdrath, erhalten werden, am Nebendrahte auch durch successive Verlängerung des Hauptdrahtes sicher hervorgebracht werden können. Die beiden letzten Versuchsreihen sind darum bemerkenswerth, weil sie das leichteste Mittel angeben, durch einen elektrischen Strom eine anomale Magnetisirung zu bewirken. Ich habe mich dieses Mittels, der Verlängerung nämlich des Hauptdrahtes durch einen langen Neusilberdrath, auch dann noch mit Erfolg bedient, wenn ich dickere Nadeln magnetisirte, als die hier gebrauchten, die 13,9 Linien lang, in der Mitte 0,209‴ dick waren, und die als Nähnadeln unter der Bezeichnung: Bartleet.... sharps No. 9. im Handel vorkommen.

Es ist natürlich, dass meine Versuche über die Magnetisirung durch den Nebenstrom eben so dunkel und unklar daliegen, wie die ähnlichen Versuche Savary's am Hauptstrom. Ich habe dieselben bekannt gemacht, theils zur Warnung, die Gesetze des Nebenstromes durch eine Wirkung zu studiren, deren Gesetze selbst noch nicht bekannt sind, theils als interessante spezielle Fälle, die einmal einem gefundenen Magnetisirungsgesetze als Bestätigung dienen könnten. Bei dieser Ansicht zog ich aus meinen Versuchen keine andere, als die auch sonst plausible, gewiss unschädliche Folgerung, dass eine jede Stahlnadel eine bestimmte Zeit bedarf, um von einer bestimmten Elektricitätsmenge im maximo magnetisirt zu werden, und dass daher, wenn die Zeit der elektrischen Einwirkung kleiner oder grösser sei, eine geringere Magnetisirung erfolge. Wenn ich ferner bemerkte, dass ich in Hinsicht der Aenderung der Magnetisirungsrichtung nur Vermuthungen anzuführen wüsste, auf die ich mich nicht berufen wollte, so glaubte ich hier im Sinne Franklin's gehandelt zu haben, der in seinen Briefen sagt: I find, a frank aknowledgment of one's ignorance is not only the easiest way to get rid of a difficulty, but the likeliest way to obtain information; I think it a honest policy.

Diese „ehrliche Politik“ meinerseits hat den Versuch einer Erklärung der Magnetisirungserscheinungen veranlasst, die ich hiernächst mit den Worten des Verfassers anführe.

Erklärung der elektrischen Magnetisirungserschei-

nungen. Baron von Wrede[1]) betrachtet zuerst die Magnetisirung durch den Nebenstrom. Dieser bestehe, (wie Faraday bereits angenommen, in Folge dieser Ansicht aber die Versuche mit demselben aufgegeben hatte), aus zwei entgegengesetzt gerichteten Strömen, die in der Zeit nach einander durch den Nebendraht gehen. Beim Beginn der Entladung führt der Nebendraht einen Strom, der dem Hauptstrom entgegen, beim Aufhören derselben einen, der ihm gleich gerichtet ist. Der Magnetismus der dem Nebendraht naheliegenden Nadel resultirt von diesen beiden Strömen, die, in längerer oder kürzerer Zwischenzeit auf einander folgend, sie im entgegensetzten Sinne magnetisiren. Der erste dieser Ströme erregt in der Nadel einen magnetischen Zustand, wovon der grössere Theil nur vorübergehend ist, und von dem nur ein Theil von der Coërcitiv-Kraft der Nadel zurückgehalten wird. Der Uebergang von dem temporären zu dem permanenten Zustande kann nicht augenblicklich stattfinden, sondern erfordert eine gewisse Zeit. Der nachfolgende Strom muss also die Nadel in einem verschiedenen magnetischen Anfangszustande treffen, je nachdem die Zeit zwischen beiden Strömen länger oder kürzer war, und muss folglich ein Resultat herbeiführen, das von der Länge dieser Zeit abhängig ist. Verbinden wir hiermit, dass derselbe Uebergang von dem temporären zu dem permanenten magnetischen Zustande einen Strom induciren muss, der nicht ohne Einfluss auf den endlichen Zustand sein kann, so finden wir genügenden Anlass für die beobachteten scheinbar anomalen Resultate. —

Die scheinbare Einfachheit dieser Erklärung geht sogleich verloren, indem der Verfasser genöthigt ist, sich zu der Magnetisirung durch den Hauptstrom zu wenden. Derselbe betrachtet hierbei nur den einfachsten Fall, die periodische Magnetisirung nämlich bei gesteigerter Ladung der Batterie, zu deren Erklärung er bei der Entladung die drei Momente auffasst, des Beginnes, des Fortganges und des Schlusses derselben. Während des ersten und dritten Momentes entstehe unmittelbar keine magnetisirende Wirkung, aber in beiden Fällen ein inducirter Strom in der Masse der Nadel selbst, welcher seinerseits magnetisirend einwirken muss. Während des zweiten und dritten Moments finden Einwirkungen

[1]) Berzelius Jahresbericht. Deutsch von Wöhler, 20. Jahrgang. Physik S. 119.

statt, deren Richtung die entgegengesetzte von derjenigen im ersten Momente ist, und von diesem Gegensatze können die beobachteten Endresultate abgeleitet werden. So weit der Verfasser.

Ich habe auf die Verwicklung aufmerksam zu machen, welche diese letzte Erklärung in die Erklärung der Magnetisirung durch den Nebenstrom nothwendig bringt. v. Wrede nimmt an, dass beim Entstehen und Verschwinden des Entladungsstromes im Schliessungsdraht, elektrische Ströme in der Masse der Nadel selbst inducirt werden. und es ist klar, dass diese Annahme auch für den Nebenstrom gelten muss. Der Nebenstrom besteht aber aus zwei Strömen, die in kleiner Zeit hintereinander durch den Nebendraht gehen, und jeder dieser Ströme wird daher, ausserdem, dass er eine nahegelegene Nadel magnetisirt, in der Masse der Nadel zwei Ströme induciren, welche sie gleichfalls magnetisiren. Die Stahlnadel am Nebendrahte ist daher nach v. Wrede's Erklärung folgenden magnetisirenden Wirkungen ausgesetzt, wobei wir der Richtung des Magnetismus, die dem Hauptstrom entspricht, das positive Zeichen geben. Der erste Theil des Nebenstromes giebt der Nadel die Polarität — P, bringt aber zugleich beim Entstehen und Verschwinden elektrische Ströme in ihrer Masse hervor, welche ihr + P und — P geben. Der resultirende Magnetismus verschwindet grösstentheils wieder, wobei er einen Strom in der Masse inducirt, der sie in dem Sinne — P magnetisirt. Der zweite Theil des Nebenstromes magnetisirt + P, inducirt zwei Ströme, die — P und + P magnetisiren, und zuletzt tritt noch ein elektrischer Strom ein durch das Uebergehen des resultirenden Magnetismus von dem temporären in den permanenten Zustand. Dieser Wechsel verschiedener Magnetisirungen der Nadel findet sehr oft hinter einander statt, da die Entladung der Batterie aus sehr vielen Partial-Entladungen besteht, und jede derselben von einem gleichmässigen Strome im Nebendrahte begleitet sein muss.

Es ist möglich, dass dies der naturgemässe Hergang der Magnetisirung sei, und in der That waren meine Vermuthungen den hier vorgetragenen darin ähnlich, dass sie Ströme in der Masse der magnetisirten Nadel annahmen. Nur kann ich nicht mit dem geehrten Verfasser den Werth solcher Vermuthungen so hoch anschlagen, dass ich die Unterdrückung derselben für schädlich der Wissenschaft erklären möchte. Wenn ich gesagt habe, dass im Allgemeinen die Magnetisirung kein Maass der Stärke, oft auch

kein Zeichen der Richtung des sie hervorrufenden Stromes abgebe, so ist, ausser der dadurch bezweckten praktischen Weisung, damit gesagt, dass diese Magnetisirung keine einfache Wirkung des elektrischen Stromes sei. Wodurch die Complicirung der Wirkung entstehe, ist gewiss interessant zu untersuchen, aber die Untersuchung scheint mir für die empirische Elektricitätslehre von geringer Wichtigkeit, so lange sie noch nicht auf den Punkt gediehen ist, jene zu entwirren und wenigstens die Haupterscheinungen mit Bestimmtheit abzuleiten. Wenn sich nach der obigen Vorstellungsweise einsehen lässt, dass die Dauer der Entladung, die Masse und Beschaffenheit der Nadel bei Magnetisirung durch den elektrischen Nebenstrom von Einfluss sein werde, so bleibt das Resultat dieses Einflusses in allen Fällen unbestimmt; die bekanntesten Magnetisirungen am Hauptstrom, bei welchen die Steigerung der Ladung oder die Entfernung der Nadel vom Schliessungsdrahte periodische Wechsel der Stärke und Richtung des Magnetismus herbeiführen, werden durch dieselbe unserem Verständnisse nicht näher gerückt. Ich glaube nicht, dass sich für diese Erscheinungen eine genügende Erläuterung wird geben lassen, ehe die Gesetze der Magnetisirung, die Bedingungen, unter welchen der Stahl den eigenthümlich polaren Zustand anzunehmen und festzuhalten fähig ist, gehörig untersucht sind.

v. Wrede macht gegen mich die Annahme Faraday's geltend, nach welcher der Nebenstrom aus zwei entgegengesetzten Strömen besteht, welche Annahme durch meine Versuche nicht aufgehoben werde. Es ist hiergegen zu bemerken, dass der grosse englische Physiker zwei elektrische Ströme annahm, die sich in der Art neutralisiren, dass, sie einzeln bemerkbar zu machen, nicht zu hoffen sei (Experim. resear. 25); wogegen ich gezeigt habe, dass der Nebenstrom, er sei nun, was er sei, wirke, und zwar in den meisten Fällen ganz so wirke, wie ein einfacher elektrischer Strom, der dem Hauptstrome parallel fliesst. Wir haben daher von dem empirischen Standpunkte aus, den Nebenstrom anzusehen als einen solchen dem Hauptstrome parallel laufenden Strom und werden ihn auch dann noch so zu bezeichnen haben, wenn es ausgemacht werden sollte, dass ihm ein entgegengesetzt fliessender Strom vorangeht. Sprechen wir doch mit gleichem Rechte von der elektrischen Entladung und dem elektrischen Strome als einem einzigen Akte, obgleich wir wissen, dass jede dieser Erschei-

nungen aus einer grossen Menge einzelner Akte zusammengesetzt ist. Was die Annahme der beiden entgegengesetzten Ströme im Nebendrahte betrifft, so glaubt v. Wrede eine Stütze derselben darin zu finden, dass ich vergebens versucht habe, Jodkalium durch den Nebenstrom zu zersetzen. Dies kann nicht zugegeben werden. Es ist bekannt, und ich habe es bei dem Versuche selbst angegeben und belegt, dass jede Zersetzung nur in einer längern Zeit zu Stande kommt, und dass die stärkste Elektricitätsmenge, wenn sie zu schnell durch eine sonst leicht zersetzbare Substanz hindurchgeht, dieselbe zu zerstreuen, aber nicht zu zersetzen vermag. Die Erfolglosigkeit des Versuches, Jodkalium durch den Nebenstrom zu zersetzen, kann daher weder für, noch gegen die Existenz zweier Ströme aufgeführt werden; in wiefern spätere Versuche anderer Art diesen Gegenstand näher zu erläutern fähig sind, wird in dem Artikel: Richtung des Nebenstromes, angegeben werden.

c. Eigenschaften des Nebenstromes durch seine magnetische Wirkung bestimmt.

Wenn ich bei den Erklärungen gesagt habe, dass es, um Verwirrung zu vermeiden, nöthig sei, bei Betrachtung eines elektrischen Stromes stets der Wirkung eingedenk zu sein, die zur Erkennung des Stromes gewählt worden, so habe ich dabei zunächst die Angaben im Auge gehabt, die in diesem Artikel vorgeführt werden sollen. Der Leser hat festzuhalten, dass hier die behaupteten Eigenschaften des Nebenstromes an einer durch denselben magnetisirten Stahlnadel abgelesen werden, und dass ein starker oder schwacher, ein so oder anders gerichteter Strom als Stärke und Richtung des Magnetismus beobachtet worden, den eine gegen den Nebendrath in bestimmte Lage gebrachte Nadel durch den Nebenstrom angenommen hat. In wie weit meiner Meinung, dass alle hier aufgeführten Fälle nur Corollare zu den merkwürdigen und noch so dunkeln Magnetisirungen durch Elektricität bilden, die Savary vor vielen Jahren entdeckt hat, dass diese bekannten Erscheinungen durch die neu aufgestellten Gesetze erklären wollen einen verderblichen Kreisschluss begehen heisst, dass endlich die Fälle, die hier zur Bestimmung der Gesetze des Nebenstromes gewählt worden sind, uns zuvörderst Nichts über den Nebenstrom lehren, und bei gehöriger Untersuchung nur Beispiele

zu einem noch zu findenden Gesetze der Magnetisirung abgeben werden — in wie weit dieser Meinung beizupflichten sei, muss dem Urtheile des Lesers überlassen bleiben, dem ich nicht durch anders gewählte Ueberschriften habe vorgreifen wollen.

Stärke und Richtung des Nebenstromes nach der Entfernung des Hauptdrathes vom Nebendraht. Henry[1]) bemerkte, dass der Nebenstrom in den gewöhnlich vorkommenden Fällen, wo der Nebendraht dem Hauptdrahte möglichst nahe gebracht wird, gleiche Richtung mit dem Hauptstrome habe, das heisst, dass der Gang der positiven Elektricität, der von einer Belegung der Batterie aus durch den Hauptdrath verfolgt werden kann, in dem parallelen Theile des Nebendrahtes nach derselben Seite hin erfolge. Widersprechende Magnetisirung bei Anwendung verschiedener Apparate brachten ihn aber auf den Gedanken, dass die Richtung des Nebenstromes bei einer gewissen Entfernung des Hauptdrahtes vom Nebendrahte die entgegengesetzte sei, welchen er durch folgenden Versuch zu bestätigen glaubte (on. el. Ind. 116). Zwei schmale, zwölf Fuss lange Stanniolstreifen wurden einander parallel gerade ausgespannt, und durch Glimmerblättchen ungefähr $\frac{1}{16}$ Zoll von einander entfernt gehalten. Die Entladung einer leydener Flasche von $\frac{1}{2}$ Gallon Inhalt durch den einen Streifen brachte in dem andern einen Nebenstrom von derselben Richtung hervor, die der Hauptstrom besass. Als die Zinnstreifen bis $\frac{1}{2}$ Zoll von einander gerückt waren, wurde kein Strom in dem Nebenstreifen bemerkt, und als sie noch weiter von einander entfernt wurden, zeigte die magnetisirte Nadel einen Nebenstrom von entgegengesetzter Richtung. Die Entfernung des Hauptleiters vom Nebenleiter, nach welcher der Nebenstrom seine Richtung ändert, war verschieden nach der Stärke der Ladung, der Länge und Dicke der Drähte. Mit einer Batterie von 8 Flaschen, jede von $\frac{1}{2}$ Gallon Inhalt, und mit parallelen geraden Drähten von 10 Fuss Länge trat diese entgegengesetzte Richtung erst bei einer Entfernung der Drähte von 10 bis 12 Zoll ein. Es wurden diese Versuche mit einer Batterie von 32 Flaschen, jede von 1 Gallon Inhalt, wiederholt. Ein $\frac{1}{16}$ Zoll dicker Kupferdraht, 60 Fuss lang, wurde in die Form eines Trapez gebogen, dessen längere Seite 35 Fuss mass. Dieser Seite entlang wurde ein gewöhnlicher Glockendrath

---

[1]) Sturgeon Annals * IV. p. 300 (on. el. Ind. 100).

ausgespannt und eine kleine Magnetisirungsspirale zwischen seine Enden gebracht; es konnte aber durch Entfernung der parallelen Drahtstücke von einander kein Wechsel in der Richtung des Nebenstroms erhalten werden. Es wurde sodann ein Nebendraht von 120 Fuss Länge genommen und so gelegt, dass er den trapezförmigen Hauptdraht einschloss (on. el. Ind. 122). Die Magnetisirung durch den Nebenstrom war jetzt stärker, als früher, aber stets in der Richtung des Hauptstroms, und dies war noch der Fall, als die Drähte überall 12 Fuss von einander standen.

Matteucci[1]) hat später ähnliche Versuche und dieselben Behauptungen vorgebracht. Er bediente sich der von mir zuerst angewandten planen Induktionsspiralen, zu welchen er 23 Meter Kupferdraht nahm, und änderte ihre Entfernung von 0,005 bis 0,20 Meter. Die Stärke des durch den Nebenstrom erzeugten Magnetismus wurde durch Schwingungsdauer der Nadel bestimmt, die der Ladung der Batterie durch ein Henleysches Quadrantelektrometer. Der Verfasser zieht folgende Schlüsse aus seinen Versuchen, die an einer Batterie von 6 Flaschen angestellt sind: 1) der Nebenstrom der Batterie hat mit dem Hauptstrome dieselbe Richtung bis zu einer gewissen Entfernung der Spiralen, dann aber ändert er seine Richtung für immer. 2) Das Maximum der Intensität ist bei dem gleich und entgegengesetzt gerichteten Nebenstrom ungefähr dasselbe. 3) Die grösste Intensität des Nebenstromes findet bei einer um so grössern Entfernung der Spiralen statt, als die Ladung der Batterie stärker ist. 4) Die Entfernung der Spiralen, bei welcher der Wechsel in der Stromesrichtung eintritt, nimmt ebenfalls mit der Stärke der Ladung zu.

Nebenströme höherer Ordnung und ihre Richtung. Indem Henry[2]) den Nebenstrom der Batterie auf eine Drahtspirale inducirend wirken liess, erhielt er einen neuen Strom, den er Strom der dritten Ordnung nennt (der Nebenstrom selbst wird mit secondary current bezeichnet), und als er diesen wieder auf eine neue Spirale wirken liess, kam ein Strom vierter Ordnung zu Stande. Es wurden zu diesem Versuche Spiralen aus Kupferstreifen gebraucht, von welchen je zwei mit Zwischenlegung einer Glasscheibe auf einander gelegt waren. Die Fig. 6. (in welcher die

---

[1]) Bibliothèque univers. de Genève Octob. 1840* p. 122.

[2]) Sturgeon Annals* IV. p. 303. (on. el. Ind. 114.)

zwischengelegten Glastafeln fortgelassen sind) zeigt diese Anordnung. Spirale a leitet den Entladungsstrom der leydener Flasche, die Spiralen b und c führen den Nebenstrom, d und e den Strom dritter Ordnung, f und g den vierter Ordnung. Henry fand mittels Magnetisirung einer Stahlnadel, dass die Nebenströme eine abwechselnde Richtung hatten, der Nebenstrom also in derselben Richtung wie der Hauptstrom, der Strom dritter Ordnung in entgegengesetzter, und der Strom vierter Ordnung wieder in gleicher Richtung lief. In einem Versuche, bei welchem die auf einander wirkenden Spiralen 1½ Zoll von einander entfernt wurden, statt dass sie hier nur durch die Glasesdicke getrennt waren, fanden diese auffallenden Abwechselungen in der Stromesrichtung nicht Statt. Der Verf. sucht diesen verschiedenen Erfolg aus der Umkehrung zu erklären, die der inducirte Strom bei einer gewissen Entfernung der auf einander wirkenden Spiralen erfährt. Wenn derselbe schliesslich bemerkt, dass durch diese Erfahrungen die Versuche Savary's, unter welche er aber nur die über verschieden gerichtete Magnetisirung in verschiedener Entfernung von dem Schliessungsdrahte der Batterie zu begreifen scheint, auf ein allgemeines Gesetz zurückgeführt werden, so habe ich mich über diese Meinung schon oben ausgesprochen.

Aenderung des Nebenstromes durch zwischen die Spiralen gesetzte Leiter. Henry[1]) brachte zwischen Haupt- und Nebenspirale eine Metallplatte an und fand, dass der Nebenstrom hierdurch aufgehoben war. Denselben Effekt, wie die Platte, brachte eine Drahtspirale hervor, wenn ihre Enden mit einander verbunden waren, blieb die Spirale hingegen offen, so bestand der Nebenstrom in früherer Stärke. Dies zeigt, dass die Aufhebung der Wirkung eines inducirten Stromes durch die Erzeugung eines zweiten inducirten Stromes bedingt sei. Der Verfasser erklärt dies Resultat aus der abwechselnden Richtung der Nebenströme. Indem nämlich die Metallplatte zwischen Haupt- und Nebenspirale steht, inducire der Hauptstrom in der Platte und der Nebenspirale einen mit ihm gleichgerichteten Strom, zugleich aber inducire der Strom der Platte einen Strom dritter Ordnung in der Spirale, der, entgegengesetzt gerichtet, den vom Hauptdraht inducirten Strom neutralisire. Auch die Ströme höherer Ordnung werden, wie Henry

[1]) Sturgeon Annals IV.* p. 302.

fand, durch Metallplatten aufgehoben die zwischen die auf einander wirkenden Spiralen gestellt sind.

Matteucci[1]) stellte zwischen zwei plane Induktionsspiralen Tafeln von Glas, Siegellack, Schwefel, Harz, ohne eine Aenderung des Nebenstromes zu bemerken. Stanniolblätter, die einfach, oder in zwei und drei Dicken die Zwischenplatte bildeten, gaben dem Nebenstrom eine entgegengesetzte Richtung, so aber, dass die Stärke des Stroms desto bedeutender war, je dünner die Zwischenplatte gewählt war. So erschien zwar der Strom bei Zwischensetzung einer Kupferplatte fast ganz geschwächt, bei Anwendung eines einfachen Stanniolblatts war derselbe aber stärker als ohne irgend eine Zwischensetzung. Wurde daher aus einem Stanniolblatte ein Stück in der Richtung des Radius der Induktionsspirale herausgeschnitten, so erhielt man in der Nebenspirale einen stärkern Strom, als wenn das Blatt ganz war. An die Stelle der Metallplatte wurde eine ebene Spirale zwischen die Induktionsscheiben gesetzt, die, wenn sie geschlossen war, wie die Platte wirkte. Aus einem zwischen die Spiralen gelegten Stanniolblatte wurde ein Sector ausgeschnitten, die Verbindung zwischen den getrennten Lappen aber durch eine Magnetisirungsspirale hergestellt; es zeigte sich im Stanniolblatte ein dem Hauptstrome gleichgerichteter Nebenstrom. Waren die Induktionsspiralen so weit von einander entfernt worden, dass der Nebenstrom rückläufig war, so verstärkte die Zwischensetzung eines Stanniolblatts die Intensität desselben. Bei verschieden starken Ladungen der Batterie brachte die Zwischenstellung einer Kupferscheibe zwischen die Spiralen nicht durchweg den rückläufigen Strom hervor; der Strom war bei schwachen Ladungen dem Hauptstrom entgegen, bei stärkern ihm gleich gerichtet. Es wurden auch Versuche angestellt über die Nebenströme in zwei Spiralen, zwischen welchen sich die Hauptspirale befand. Es ist dies der Fall einer Störung des Nebenstroms durch einen Strom, der nicht wie früher, zwischen ihm und dem Hauptstrom, sondern an der andern Seite des letztern erzeugt worden. Als Resultat wird angegeben, dass wenn die Nebenspiralen in gleicher Entfernung von der Hauptspirale stehen, der Nebenstrom in jeder Spirale dieselbe Intensität und Richtung hat, als wenn sie allein vorhanden wäre; steht aber eine Spirale der Hauptspirale näher als

[1]) Biblioth. univers. de Genève* Octob. 1840 p. 122.

e andere, so erhält sie einen Nebenstrom von grösserer Stärke, e andere entferntere aber einen von entgegengesetzter Richtung.

Es ist zu dieser Abhandlung Mattenucci's zu bemerken, dass e Anordnung der Apparate und Versuche dieselbe ist, wie sie n Henry und mir in früher publicirten Abhandlungen beschrie- n worden. Was die dem Verfasser eigenthümlichen Folgerungen er die Eigenschaften des Nebenstromes betrifft, so müssen sie, bst bei der hier beliebten Auffassung des Nebenstromes, als gänz- h prekär erscheinen. Mit eben dem Rechte, mit dem oben der benstrom, wenn ein Stanniolblatt zwischen den Induktionsspi- len steht, stärker genannt wurde, als wenn dasselbe fehlt, könnte n sagen, dass der Entladungsstrom der Batterie stärker wird, enn man weniger Umdrehungen der Elektrisirmaschine zu ihrer dung anwendet, oder wenn man ihre Oberfläche vergrössert, er ihren Schliessungsbogen verlängert; denn in vielen Fällen rden diese Aenderungen eine Verstärkung der Magnetisirung rch die Entladung bewirken.

Rückwirkung des Nebenstroms auf den Hauptstrom. Mattenucci [1]) führt über diese Rückwirkung meine thermometri- schen Versuche an, ohne sie indess richtig aufgefasst zu haben. Wenn er nämlich als Bestätigung dieser Versuche angiebt, dass Entladungsschlag und Funke der Batterie sehr verschieden seien, nachdem im Schliessungsbogen die Hauptspirale allein oder ei- er Nebenspirale gegenüber stehe, so ist gerade die wesentliche edingung für diese Verschiedenheit ausser Acht gelassen, dass mlich die Nebenspirale durch einen verhältnissmässig langen Draht schlossen sein muss. Wie ich Seite 175 bemerkt habe, findet kein terschied in den Entladungserscheinungen Statt, die Hauptspirale ag allein stehen oder vor einer durch einen kurzen Kupferdraht schlossenen Nebenspirale. Der Verfasser untersuchte die Rück- irkung des Nebenstroms auf den Hauptstrom, indem er durch den Strom eine Nadel magnetisirte, während der Hauptspirale eine Me- tallplatte oder eine geschlossene Nebenspirale (deren Schliessungs- draht nicht angegeben wird) in verschiedener Entfernung gegenüber gestellt war. Er kommt zu dem Resultate, dass durch eine solche Gegenüberstellung die Magnetisirung durch den Entladungsstrom der Batterie verstärkt, die Richtung derselben aber nicht geändert wird.

[1]) Biblioth. universelle de Genève Octob. 1840.

Nebenstrom am Galvanometer bestimmt. Matteucci hat neuerlich auf meine Bemerkung, dass aus der Magnetisiru einer Nadel nicht auf Richtung und Stärke des Nebenstromes g schlossen werden kann, geantwortet, dass er diese Bestimmung f sicher halte und es bald werde beweisen können. Inzwischen ha er seine Versuche über den Nebenstrom auch mit Hülfe eines G vanometers wiederholt. Er bediente sich eines sehr empfindlich Galvanometers von Gourjon in Paris, dessen Drahtenden mit d Enden einer flachen Nebenspirale verbunden waren, während d Hauptspirale die Entladung einer Batterie von 12 Flaschen leite Bei der Entladung bemerkte er nun Ablenkungen der Multiplic tornadeln, die durch starke Ladung der Batterie bis auf 90 Gr gesteigert werden konnten. Die Richtung des Nebenstromes fa sich überall der des Hauptstroms gleich, wenn auch die Entf nung der beiden Spiralen geändert wurde. Der Verfasser stel eine grössere Anzahl von Spiralen hintereinander auf, und li nach Henry's Vorgange den Strom zweiter und dritter Ordnu entstehen. Er fand die Richtung des zweiten Nebenstroms der d ersten entgegengesetzt, die des dritten wieder in der Richtung d ersten, und andere auffallende Resultate. Ein anderes Mittel, d Richtung des Nebenstroms zu bestimmen, wurde dem Verf. v Pacinotti angegeben; es besteht darin, dass zwei spitze Stanni streifen an den entgegengesetzten Flächen eines Papierstücks aufgeklebt werden, dass die Spitzen 2 Millimeter von einander st hen. Wird nun das Papier von einem starken Nebenstrom durc bohrt, so soll die Spitze, die der Durbohrungsstelle am nächst liegt, negative Elektricität abgegeben haben. Ich brauche wol kau hinzuzufügen, wie unsicher diese, auf den Lullinschen Versu gegründete, Methode ist, zumal bei einer Entfernung der Spitz von einer Linie; ich kann versichern, dass eine solche Unsiche heit bei der Methode nicht stattfindet, die ich längere Zeit zuv zur Bestimmung der Richtung des Nebenstroms angewandt ha (die Bildung von Harzfiguren). Was die Versuche von Matteuc betrifft, so habe ich seine Resultate nur obenhin anführen könne da es mehr als wahrscheinlich ist, dass die erstern sämmtlich a einem Irrthume beruhen. Es ist wider jede Erfahrung, dass Re

[1]) Comptes rendus 1841 1er Sem.* p. 342. Archives de l'électric. p de la Rive* juin 1841 p. 136.

ktricität, direkt durch eine kurze metallische Leitung ent-
e Magnetnadel ablenken sollte; die bedeutenden, bis 90 Grad
Ablenkungen, die Matteucci bemerkt hat, sind mir bei
früheren Untersuchungen nur zu oft vorgekommen, und
meinem grössten Bedauern, da sie unfehlbar das asta-
system meines Galvanometers verdarben. Ich bemerkte bei
Ablenkungen häufig ein Knistern zwischen den Drahtwin-
des Galvanometers und es war mir leicht, darzuthun, dass
nbaren Ablenkungen der Magnetnadeln von gewöhnlicher
ng einer Portion Elektricität herrührten, die sich in der
Ueberspinnung des Drahtes angehäuft hatte. Da Mat-
nführt, dass die Magnetnadeln seines Galvanometers ihren
mus bald verloren, und dass er überall bei seinen Versu-
ischen den Windungen desselben einen Funken bemerkt
ist es fast unzweifelhaft, dass er überall Anziehung sta-
Elektricität für magnetische Ablenkung genommen hat.
darf nicht unerwähnt bleiben, dass der Verfasser, wie es
ei einer früheren Gelegenheit der Fall war, auch hier sei-
suchen nicht ganz traut, dies an einigen Stellen bemerkt
hältnissmässig wenig Zahlen mittheilt. Dies Misstrauen bei
Untersuchungen ist der Anerkennung werth, würde es
wiss noch mehr sein, wenn es den Verfasser dahin bringen
so zweifelhafte Versuche, wie die obigen, zurückzuhalten,
Veröffentlichung der Wissenschaft nur Nachtheil bringen
ch bemerke schliesslich, dass es mir unerfreulich war, von
ucci meine Untersuchungen über den Nebenstrom zwar an-
aber gänzlich missverstanden zu sehen, welches daraus
ht, dass er die Resultate derselben mit den seinigen (es
fügen) vereinbar glaubt.

d. Richtung des Nebenstromes.

nn in dem Schliessungsbogen einer leydener Flasche zwei
stehende Spitzen angebracht und auf die Flächen einer
ibe gesetzt werden, so erscheinen, nach der Entladung der
, auf dem Peche durch Bepuderung mit Harzstaub zwei
ristisch unterschiedene Figuren (Lichtenbergsche Figu-
Jede dieser Figuren hat eine bestimmte Beziehung zu der
ugenden Spitze und deutet auf die Ladung der mit ihr in
cher Verbindung stehenden Belegung der Flasche. Von der

Art der Ladung hängt aber unmittelbar die Richtung des St
im Schliessungsdrahte bei der Entladung ab. Obgleich dah
Zwischenbringung der Pechscheibe die Flasche nicht entladen
so ist durch dieselbe ein unzweideutiges Mittel gegeben, di
tive Richtung des Entladungsstroms zu bestimmen, und
wenn die Richtung selbst in einem einzigen Falle bekannt i
auch für alle übrigen untersuchten Fälle anzugeben. Ich hab
Art der Untersuchung bei dem elektrischen Nebenstrome geb
und von leichter Anwendung und sicherem Erfolge gefunde

Relative Richtung des Nebenstromes. Nachde
Induktionsscheiben (s. Apparate) neben einem Henley'scher
lader in dem Schliessungsbogen der Batterie angebracht
wurden die Enden der Nebenspirale mit dem Funkenmikr
verbunden, das mit den Spitzen versehen war. Eine Kupfe
von 1¾ Zoll Seite auf beiden Flächen mit schwarzem Pech
zogen, wurde an einem isolirten Statif vertical befestigt; die
zen wurden normal gegen die Pechflächen gedrückt, welche
tels der Schlittenbewegung des Mikrometers leicht zu bewe
ligen war. Nach der Entladung der Batterie durch die Ha
rale wurde die Kupferscheibe abgenommen; und schon ein le
Anhauchen zeigte ihre entgegengesetzten Flächen auf das
lichste unterschieden. Bestreute man diese Flächen mit eine
menge von Mennige und Schwefelblumen (wie es Lichter
gelehrt hat), so kommen die zierlichen Figuren zum Vorsche
in Fig. 7. und 8. abgebildet sind. Auf der einen Fläche er
(Fig. 7.) eine rothe Scheibe mit rother Kreiseinfassung, auf w
ein dunkler (nicht bestäubter) Kreis folgt, von welchem gelbe
len ausgehen; auf der andern (Fig. 8.) waren gelbe und
Kreisbogen sichtbar, die von einem breiten rothen Ringe eing
sind. Diese Figuren sind leicht zu conserviren, wenn ma
Kupferscheibe vorsichtig über einer Flamme erwärmt; will
aber die Scheibe zu einem neuen Versuche gebrauchen, so
man sie abwischen und die Pechflächen durch Erhitzen w
spiegelnd herstellen. Da es darauf ankam, die Stellung diese
guren gegen die Enden des Nebendrahts unter verschiedenen
dingungen zu bestimmen, bei welchen der Nebenstrom eine S
nadel in verschiedenem Sinne magnetisirte, so wurde in dem

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 51. S. 351.

le eine kleine rechtsgewundene Drahtschraube angebracht,
ie bei dem Magnetisirungsversuch eine englische Nähnadel
(sharps No. 9.) gelegt wurde. Fig. 9. zeigt die Anord-
s Apparats. AB deutet die Hauptspirale an, ab die Neben-
(zwischen beiden befand sich eine Glasscheibe) CD den
schen Auslader, m die Drahtschraube und mit α und β
Spitzen des Funkenmikrometers bezeichnet. Nachdem die
auf der Pechfläche durch einen Nebenstrom gebildet wa-
herte ich die Spitzen des Mikrometers bis zur Berührung,
netisirte durch einen neuen Nebenstrom die in die Schraube
Nadel. In den folgenden Tafeln sind die Abstossungen an-
, welche diese Nadel an einer Bussole hervorbrachte und
zeichnet, wenn bei positiver Ladung der Batterie des an
le m der Schraube liegende Nadelende ein Nordpol, bei
ein Südpol war. Ferner ist die Spitze des Mikrometers an-
, an welcher sich die Stralenfigur Fig. 7. auf der Pech-
fläche. Die Batterie bestand aus 5 Flaschen und wurde,
nicht anders angegeben ist, mit positiver Elektricität gela-
n. der Hauptdraht als verlängert bezeichnet ist, war zwi-
n Armen des Henleyschen Ausladers ein $\frac{1}{12}'''$ dicker
rdraht von 3′ 2″ Länge angebracht worden.

isirung u. Figurenbildung durch den Nebenstrom.
duktionsspiralen aus 13 Fuss Kupferdraht bestehend.

ng len	Elektricitätsmenge	Hauptdraht	Polarität bei m	Magnetisirung	Fig. 7 entsteht bei
ie	5		Nord	+ 0°,7	β
	10		Nord	+ 3,0	β
	10	verlängert	Süd	— 9,0	β
	10 negat.	verlängert	Nord	— 10,0	α
	20		Nord	+ 5,0	β
	20	verlängert	Süd	— 7,7	β
	30		Nord	+ 3,3	β
	30	verlängert	Süd	— 4,6	β
	30		Nord	+ 5,7	β
	30		Nord	+ 7,5	β
	30	verlängert	Süd	— 5,0	β
	30		Nord	+ 4,5	β
	30		Nord	+ 1,0	β
	30	verlängert	Süd	— 6,0	β
	30		Süd	— 1,2	β

Induktionsspiralen aus 53 Fuss Kupferdraht bestehend.

Entfernung der Spiralen	Elektricitätsmenge	Hauptdraht	Polarität bei m	Magnetisirung	Fig. 7 en[illegible] steht [illegible]
2 Linien	4		Süd	— 2°,3	β
2	4 negat.		Nord	— 3,3	α
2	20		Nord	+ 0,3	β
2	4	verlängert	Süd	— 9,0	β
5	20		Nord	+ 5,0	β
10	20		Nord	+ 3,7	β
10	20 negat.		Süd	+ 2,5	α
20	20		Nord	+ 2,5	β
20	20 negat.		Süd	+ 2,3	α
36	20		Nord	+ 0,5	β

In diesen Versuchen ist, wie die Abstossungen der Bussol[illegible] und die ihnen vorgesetzten Zeichen bemerklich machen, die Ma[illegible] netisirung der in der Drahtschraube liegenden Nadel stärker [illegible] schwächer, in dem einen oder dem andern Sinne erfolgt; dennoch aber haben die Figuren auf der Pechfläche stets ihre Lage geg[illegible] die Belegungen der Batterie in ganz bestimmter unveränder[illegible] Weise beibehalten. Ein Blick auf Fig. 9 lehrt, dass die Strah[illegible] figur stets von dem Theile des Nebendrahts erzeugt wurde, [illegible] verlängert gedacht, auf das Ende der Hauptspirale führt, welch[illegible] mit der positive Elektricität enthaltenden Belegung der Batte[illegible] verbunden war. (Diese in Worten ziemlich umständlich klingen[illegible] Regel findet bei dem aufgestellten Apparate oder dessen Abbil[illegible] eine augenblickliche Anwendung). Ich habe, nach den aufgefüh[illegible] ten Versuchen, eine grosse Menge von Harzfiguren unter den ve[illegible] schiedensten Bedingungen durch den Nebenstrom erzeugt, ohn[illegible] eine einzige Ausnahme von dieser Regel zu finden. Zum Ueb[illegible] flusse kann bemerkt werden, dass die Figuren gleichgültig [illegible] oder 12 Fuss Entfernung von den Spiralen, und daher in ei[illegible] noch grössern Entfernung von Elektrisirmaschine und Batterie [illegible] bilden. Obgleich in diesen Versuchen der Nebenstrom, der [illegible] nenden Pechschicht wegen, nicht zu Stande kam, so zeigt e[illegible] dass die Enden des getrennten Nebendrahtes durch die Entlad[illegible] der Batterie in einen verschiedenen elektrischen Zustand vers[illegible] werden, dessen Folge eben die beiden durchaus unterschieden[illegible] elektrischen Figuren sind. Der Nebenstrom wird nothwen[illegible]

…n diesem elektrischen Zustande der beiden Drahtenden abhan- …n müssen, und da wir den Zustand jedes Endes in ganz be- …immter unveränderter Beziehung zu dem Hauptstrome der Batte- … gefunden haben, so ist der Schluss unabweisbar, dass der Ne- …nstrom in allen vorhin aufgeführten Versuchen auf eine einzige …veränderte Weise constituirt gewesen sei. Hiermit ist der Satz …wiesen, den ich von vorn herein angenommen habe, der aber …n Henry, Marianini, Matteucci in Abrede gestellt worden …, der Satz nämlich: Der Nebenstrom der elektrischen Batterie …t unter allen Umständen, welche eine verschieden gerichtete …agnetisirung durch denselben bedingen, im Nebendrahte stets …ne und dieselbe Richtung.

Ich habe diese unveränderliche Richtung als der des Haupt- …romes gleich angegeben, worüber hier das Nähere ausführlicher, … in der Abhandlung selbst, folgen soll.

Absolute Richtung des Nebenstromes. Die Mittel, …elche zur Bestimmung der Richtung des Entladungsstromes der …tterie gebraucht werden können, chemische Zersetzung und Ab- …nkung der Magnetnadel, finden bei dem Nebenstrome keine An- …ndung. Der Unterschied, der in dieser Hinsicht zwischen Haupt- …d Nebenstrom besteht, erklärt sich leicht aus dem verschiedenen …parate, in welchem jeder von ihnen zu Stande kommt. Die …ktricitäten, deren Bewegung den Hauptstrom bildet, befinden …h in den Belegungen der Batterie und haben nur Einen Weg, … dem sie sich ausgleichen können, es ist daher leicht ihre Be- …gung zu verzögern und dem Strome die zur Zersetzung und …gnetischen Ablenkung nöthige Dauer zu geben. Die Elektrici- …ten des Nebenstromes hingegen werden in einem continuirlichen …ahtstücke von einander getrennt und haben ersichtlich zwei …ege, in deren Verfolge sie wieder ins Gleichgewicht kommen …nnen. Während sie bei hinreichender Schliessung des Neben- …ahtes einen Kreislauf vollenden und so den Strom bilden, wer- …n sie bei einem zur Verzögerung ihrer Bewegung angebrachten …nderniss (einer Wassersäule z. B.) in derselben Richtung zurück- …hen, in der sie erregt worden sind, und daher die Bildung des …benstromes vereiteln. Aus der Gestaltung der elektrischen Fi- …ren auf den Pechflächen lässt sich nichts Bestimmtes über die …solute Richtung des Nebenstromes schliessen, da jede dieser Fi- …ren beide Formen enthält, die als der positiven und negativen

Elektricität zugehörig bekannt sind. Dass solche zusammengesetzte Figuren durch direkte Anwendung auch nur Einer Elektricität gebildet werden können, haben Lichtenberg und de Luc gezeigt und zugleich auf die Aenderung aufmerksam gemacht, welche durch die geringsten Modificationen des Versuchs in denselben erzeugt werden. In unserm Falle sind die elektrischen Figuren unter Bedingungen hervorgebracht, die ausserdem nicht erfüllt werden können und es würde daher wenig Belehrung gewähren, wenn dieselben Figuren unter andern Bedingungen zum Vorschein kämen. (Wirklich lässt sich eine, der Stralenfigur (Fig. 7) ziemlich ähnliche, Figur bilden, wenn man von dem Conductor der Maschine anhaltend positive Elektricität auf eine Harzfläche leitet und dieselbe durch Funkenziehen entladet). Ich versuchte, um über die Richtung des Nebenstromes Aufschluss zu erhalten, direkt Elektricität von den Enden des Nebendrahtes aufzufangen und habe dies in folgender Weise leicht bewerkstelligt.

Die ungefähr dreizölligen Platten eines Condensators wurden durch eine Glimmer- oder Glasscheibe getrennt, und die untere (Condensator-) Platte erhielt eine vollkommene Ableitung nach den Gasröhren des Hauses; die obere (Collector-) Platte hatte einen Drahtfortsatz der eine Kugel trug. Dieser Kugel wurde das Ende der Nebenspirale nahe gebracht, von dem ich Elektricität aufzusammeln wünschte, während das andere Ende derselben mit der Condensatorplatte in Verbindung gesetzt war. War die passende Entfernung des Drahtendes von der Kugel getroffen, so ging, bei der Entladung der Batterie durch die Hauptspirale, in dieser Unterbrechung ein kleiner Funke über, und die Collectorplatte fand sich so stark geladen, dass sie abgehoben ein Elektrometer mit ungefähr zolllangen Goldblättern oft zur Divergenz von 90 und mehr Graden brachte. Die Zeichen der erhaltenen Elektricität waren constant: bei positiver Ladung der Batterie wurde die Collectorplatte von dem Ende β mit negativer, vom Ende α mit positiver Elektricität geladen (siehe Fig. 9); bei negativer Ladung der Batterie waren die Zeichen der Elektricität die entgegengesetzten. Hiermit ist der elektrische Zustand jedes Endes der Nebenspirale in allen Fällen gegeben, und zwar wird man dem Ende, welches die Stralenfigur erzeugte, den negativ elektrischen Zustand zuschreiben müssen; woraus folgt, dass in allen mitgetheilten Versuchen der Nebenstrom dieselbe Richtung im Nebendrahte hatte,

die der Entladungsstrom im Hauptdrahte besass. Es ist bei diesen Versuchen der Fall öfter vorgekommen, dass der Condensator, obgleich ein starker Funke an der Kugel erschienen war, sich nicht geladen fand, welches durch eine Ladung und unmittelbar darauf folgende Entladung des Condensators erklärt werden kann.

Als ich vor Kurzem in Folge der, Seite 217 mitgetheilten, Bemerkung des Barons v. Wrede diese Versuche wieder aufnahm und bequemer zu machen suchte, fand ich Abweichungen die hier erwähnt werden müssen. Es wurden die Induktionsspiralen von 53 Fuss Drahtlänge angewandt und mit Zwischenstellung einer Glasscheibe in eine Entfernung von 4 Linien von einander gestellt. Ich verlängerte die Enden der Nebenspirale durch 3 Fuss lange Drähte, verband den einen dieser Drähte, wie früher mit der Condensatorplatte, die ausserdem eine sehr gute Ableitung hatte, und befestigte das andere Ende an der einen Kugel des Funkenmikrometers, während an dem Fortsatze der andern Kugel (s. Apparate) die Kugel der Collectorplatte federnd anlag. Die in der Nebenspirale erregte Elektricität ging daher einerseits direkt zu der Condensatorplatte, andererseits zu dem Funkenmikrometer, sprang hier über und sammelte sich in der Collectorplatte des Condensators. Es war leicht, die Länge des überspringenden Funkens zu ändern, und durch Verwechselung der Drähte das eine oder das andere Ende der Nebenspirale mit der Collectorplatte in Verbindung zu setzen. So bequem diese Einrichtung war, so fanden sich die Resultate der Versuche nicht mehr so constant wie früher. Ich hatte 3 Flaschen der Batterie gebraucht und mit der Elektricitätsmenge 8 (Kugeln der Maassflasche $\frac{1}{2}$ Linie) geladen. Es ging bei Entfernung von 0,5 Linien der Mikrometerkugeln, der Funke des Nebenstromes über und lud die Collectorplatte so stark, dass sie ein Elektrometer mit zolllangen Goldblättchen zu einer Divergenz von 50 bis 70 Graden brachte. Die Zeichen der aufgesammelten Elektricität entsprachen in den meisten Fällen der früher beobachteten Regel; das heisst, es wurde, da die Batterie immer mit positiver Elektricität geladen war, von dem Ende β der Nebenspirale (Fig. 9) negative, von dem Ende α positive Elektricität erhalten. Es kamen aber Ausnahmen von diesem Verhalten vor und zwar häufiger, wenn die Ladung der Batterie verstärkt, oder die Entfernung der Kugeln des Funkenmikrometers (bis 0,1 Linie) vermindert wurde; bei kurz hinter einander folgenden Versuchen fand sich

nämlich die Elektricität des Endes β negativ und positiv, und ebenso an dem Ende α. Diese Abweichungen können indess noch aus einer Eigenthümlichkeit des Condensators erklärt werden. Es war nämlich eine Spiegelscheibe zur Trennung der Condensatorplatten gebraucht worden, und diese Scheibe fand sich nach jedem Versuche geladen, so dass die Collectorplatte, nachdem sie am Elektrometer entladen und wieder aufgesetzt worden, nach ableitender Berührung wiederum geladen erschien und zwar stets mit derselben Elektricitätsart, die sie bei dem Abheben gezeigt hatte. Ein Condensator kann aber durch eine und dieselbe Elektricitätsart in zwiefacher Weise zu einer elektrophorischen Wirkung gebracht werden. Ist die angebrachte Elektricität von geringer Spannung (wie es bei dem Gebrauche des Condensators gewöhnlich der Fall ist), so kann die isolirende Zwischenschicht durch Vertheilung elektrisch werden, und die Collectorplatte erhält dann elektrophorisch dieselbe Elektricitätsart, die ihr zugebracht worden war. Hat hingegen die angebrachte Elektricität hinreichende Spannung, so wird die Zwischenschicht durch Mittheilung elektrisch, und die Collectorplatte erhält elektrophorisch Elektricität entgegengesetzter Art. Da nun bei dem Nebenstrome die abweichenden Resultate am Condensator mit auffallend starken Funken eintraten, so wäre es möglich, dass in diesen Fällen die Ladungen der Collectorplatte elektrophorischer Art wären. Man hätte sich dann vorzustellen, dass die Elektricität des Nebenstromes, statt wie gewöhnlich in der Collectorplatte, in der an ihr anliegenden Glas- oder Glimmerfläche angehäuft würde, dass diese Elektricität die Collectorplatte lüde, und durch die zurückweichende gleichnamige Elektricität einen zweiten Funken veranlasste. Dass bei genau derselben Anordnung des Apparats die Elektricität des Nebenstromes zuweilen von entgegengesetztem Zeichen ausfällt, kann nicht auffallen, da eine sehr geringfügige Aenderung der Oberfläche des Glases oder Glimmers die eine oder andere Art der elektrischen Anhäufung in der Collectorplatte veranlassen kann.

Es war wünschenswerth die Versuche über die Elektricität des Nebenstromes an einem Condensator ohne Zwischenplatte anzustellen, weshalb ich auf der (untern) Condensatorplatte des Instrumentes drei Schellackstückchen befestigte, auf welchen die Collectorplatte ruhte. Hier aber konnte ein Nebenstrom von der frühern Stärke nicht angewendet werden, da ein solcher zwischen

einander sehr nahen Platten des Condensators überging. Ich
e daher nur geringe Divergenzen des Elektrometers hervorbrin-
können, und unter diesen sind gleichfalls solche vorgekom-
, deren Zeichen den gewöhnlich gefundenen entgegengesetzt
. Ich werde diese Versuche mit einem vollkommeneren Luft-
densator bei Gelegenheit wieder aufnehmen, und bringe zur
Schluss einige Versuche bei, die in der Voraussetzung, dass
Nebenstrom aus zwei entgegengesetzten Strömen bestehe, aber
e Erfolg ausgeführt wurden. Es war der Condensator mit Zwi-
nsetzung einer Glasscheibe angewendet, und ein Ende des Ne-
drahtes direkt der Kugel der Collectorplatte bis auf $\frac{1}{4}$ Linie
ähert worden, während das andere Ende mit der gut abgelei-
n Condensatorplatte verbunden war. Bei dieser Anordnung
l sich unter 19 in einer Stunde angestellten Versuchen, bei
chen durch Verwechselung der Drähte der Haupt- oder der Ne-
spirale 9 negativ und 9 positiv elektrische Divergenzen von
bis 90 Graden erhalten wurden, nur Eine Divergenz von un-
fähr 5 Graden, die, dem Zeichen nach, der Regel nicht ent-
ach. Ich glaubte nun, die negativ elektrischen Divergenzen ver-
dern zu können, indem ich den zur Collectorplatte führenden
ht durch eine Weingeistflamme unterbrach, die nach Erman's,
erdings von Andrews wieder aufgenommenen Versuchen, der
itiven Elektricität einen leichtern Durchgang gestatten soll, als
negativen. Es wurde daher der genannte Draht entzwei ge-
nitten, und jedes Ende mit einem dünnen Platindrahte verbun-
; die Platinspitzen wurden, ungefähr 1 Linie von einander ent-
nt, in eine Weingeistflamme gesteckt, die sie fortwährend glü-
d erhielt. Aber ich fand durch diese Vorrichtung weder die
ativ elektrischen Divergenzen geringer, noch die positiven grös-
als ich sie bei demselben Nebenstrome zu finden gewohnt war.
Unabhängig von dem Resultate dieser und ähnlicher Versuche
bt das, was empirisch über die Richtung des Nebenstromes zu
en ist. Der Nebenstrom ist unzweifelhaft eine Erscheinung von
Bewegung gesetzter Elektricität, und Versuche haben gezeigt
 diese Bewegung auf eine durchaus bestimmte Weise vollführt
d. Unterscheidet man nämlich im Nebendrahte die Stelle, von
die elektrische Bewegung ausgeht, und trennt man den Draht
einer andern Stelle, so werden die Enden desselben durch den
mmenden Nebenstrom in einen verschiedenen elektrischen Zu-

stand versetzt, und es hat sich gezeigt, dass die Lage dieser beiden unterschiedenen elektrischen Zustände gegen die Erregungsstelle in ganz bestimmter Weise von der Richtung abhängt, in der die Erregung statt findet. Richtung des Nebenstromes bezieht sich also im Allgemeinen auf das Fortschreiten eines bestimmt erkannten elektrischen Zustandes durch den ganzen Nebendraht, ohne dass dabei die Natur und Beschaffenheit dieses Zustandes näher bezeichnet zu werden braucht. In diesem Sinne ist in dem vorigen Artikel dem Nebenstrome eine unter verschiedenen Umständen unveränderliche Richtung beigelegt worden. Es ist aber ferner gezeigt worden, dass der Nebenstrom in allen Fällen eine Stahlnadel in eben der Weise magnetisirt, in den meisten Fällen einen Condensator eben so ladet, wie eine einseitige in bestimmtem Sinne vollführte elektrische Bewegung, wie ein Strom, der dem Entladungsstrome gleich gerichtet ist, es thut. Wir werden daher einen bequemen Ausdruck für die verschiedenen Versuche gewinnen, wenn wir den Nebenstrom einem solchen Strome vergleichen. Hierdurch ist weder die eigentliche Natur des Nebenstromes bestimmt, noch ferneren Untersuchungen über dieselbe vorgegriffen. Ich selbst habe in fortgesetzten Untersuchungen mich zu zeigen bemüht, dass der elektrische Nebenstrom keine einfache elektrische Bewegung, sondern aus einer Reihe einzelner Bewegungen zusammengesetzt sei, und es ist möglich, dass diese Bewegungen als abwechselnd in verschiedener Richtung vollführt erkannt werden. Nichtsdestoweniger wird man den Ausdruck ohne Bedenken annehmen können, den ich früher gegeben, und den ich hier, um einem Missverständnisse vorzubeugen, folgendermaassen modificire: Der Nebenstrom der elektrischen Batterie ist unter allen Umständen gleichgerichtet; seine Richtung im Nebendrahte ist vorherrschend die eines Stromes, der mit dem Hauptstrome in gleichem Sinne läuft.

c. Gesetze des Nebenstromes.

Ich habe die Bedingungen aufgesucht, nach welchen sich die Stärke des Nebenstromes richtet, wo diese durch die Erwärmung gemessen wird, die derselbe in einem unveränderlichen Drahte erregt [1]).

---

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 47. S. 65. Bd. 50. S. 1. Annales de Chimie t. 74. p. 158.

Einfache Erregung des Nebenstromes.

Nebenstrom bei verschieden starkem Hauptstrome. Ich verband die Enden eines Nebendrahtes der Batterie mit dem Platindrahte eines Luftthermometers, und änderte die Stärke der Batterieentladung durch Aenderung der Flaschenzahl der Batterie, der Elektricitätsmenge, mit der sie geladen wurde, oder durch Einschaltung eines schlechtleitenden Metalldrahts in den Schliessungsbogen. Diese Bedingungen änderten die Erwärmung im Nebendrahte ganz auf die Weise, wie ich sie bei der Erwärmung im Hauptdrahte kennen gelernt hatte, und liessen sich auf gleiche Weise in Rechnung bringen. Hiernach ist zu schliessen, dass der Hauptstrom, durch den eine gewisse Elektricitätsmenge in bestimmter Zeit entladen wird, einen Nebenstrom erregt, der eine proportionale Elektricitätsmenge in proportionirter Zeit entladet. — War der Nebenstrom gezwungen, durch eine Unterbrechung im Nebendrahte mit einem Funken überzugehen, so wurde derselbe hierdurch nur unbedeutend geschwächt.

Nebenstrom nach der Länge des erregenden Drahtes. Von einem unveränderlichen Nebendrahte, dessen Enden mit dem Platindrahte des Luftthermometers verbunden waren, wurden successiv mehr und mehr Windungen um eine Drahtschraube gelegt, die den Entladungsstrom der Batterie leitete. Durch gleich starke Entladungen im Hauptdrahte wurden im Nebendrahte Erwärmungen erhalten, die der Zahl der angewandten Windungen proportional waren. Hieraus folgt, dass, bei sonst unveränderten Bedingungen, die im Nebendraht erregte Elektricitätsmenge der Länge des wirkenden Hauptdrathes proportional ist.

Nebenstrom nach der Neigung des Nebendrahtes gegen den Hauptdraht. Es wurden um eine Drahtschraube von 1 Fuss Länge, welche die Entladung der Batterie vermittelte, nach einander verschiedene Längen des Nebendrahtes gelegt, welche die Schraube stets in gleicher Ausdehnung bedeckten. Obgleich hier die ganze Hauptspirale in Wirksamkeit war, so fanden sich die Erwärmungen im Nebendrahte der erregten Länge dieses Drahtes proportional. Je länger aber das um die Hauptspirale gelegte Stück des Nebendrahtes war, desto mehr näherten sich die Windungen beider Spiralen dem Parallelismus, und es war Grund vorhanden, die Vergrösserung der Erwärmung diesem Umstande allein zuzu-

schreiben. Als nämlich die Hauptspirale in zwei Versuchen mit einem 8 Fuss langen Stücke des Nebendrahtes umwunden war, so aber, dass die Windungen der beiden Spiralen entweder in gleichem oder im entgegengesetzten Sinne liefen, fand sich die Erwärmung respektive 15,4 und 2,7. Hier konnte die Entfernung der erregten Drahttheile vom Hauptstrome nicht in beiden Fällen ganz dieselbe sein, es wurde deshalb ein anderer Versuch angestellt, in dem nur die Ableitung von dem erregten Theile des Nebendrathes geändert wurde. Ich schaltete nämlich eine Kupferscheibe von $3\frac{1}{6}$ Zoll Durchmesser in den Hauptdraht ein, und stellte ihr eine ähnliche Scheibe gegenüber, von welcher zwei Drähte nach dem Platindrahte des Luftthermometers führten. Je nachdem nun die Ansätze der Drähte an einem Durchmesser der Nebenscheibe befindlich waren, der entweder der Richtung des Hauptstromes parallel war oder dieselbe beinahe normal kreuzte, fand sich die Erwärmung im Thermometer unter sonst gleichen Bedingungen 2 oder 0,4. Es folgt hieraus, dass der Entladungsstrom der Batterie in einem Nebendrahte desto weniger Elektricität in Bewegung bringt, je mehr dieser von der Richtung des Stromes abweicht.

Nebenstrom abhängig von der Dicke des Nebendrahtes. Ich liess einen gerade ausgespannten Theil des Hauptdrahtes auf verschieden dicke Stücke der Nebenschliessung wirken, die von dem ersten durch eine Luftschicht von constanter Dicke getrennt waren. Die Erwärmung in der Nebenschliessung fand sich desto grösser, je dünner das erregte Drahtstück war und zwar im umgekehrten Verhältnisse der Entfernung der Axen des Haupt- und Nebendrahtes. Es folgt hieraus, dass die Erregung des Nebenstromes unabhängig ist von dem Leitungsvermögen des erregten Drahtstücks, wie dies auch direkt gezeigt wurde.

Nebenstrom unabhängig von dem Leitungsvermögen des Nebendrahts. Die Nebenschliessung wurde aus gleich dickem Eisen und Kupferdrahte zusammengesetzt und durch das Thermometer geschlossen. Die Erwärmung war ganz dieselbe, ob der Eisen- oder der Kupferdraht der Erregung durch den Hauptstrom ausgesetzt gewesen war.

Abnahme des Nebenstromes nach der Entfernung. Zwei ungefähr 10 Fuss lange Drähte wurden parallel nebeneinander ausgespannt; ihre Entfernung von einander wurde von 2,7

is 23,8 Linien verändert. Der eine Draht diente zur Entladung iner zu verschiedenen Graden geladenen Batterie, der andere bilde nebst dem Platindrahte des Thermometers und den nöthigen Verbindungsdrähten die Nebenschliessung. Die Erwärmungen des Thermometers, für eine gleiche Ladung der Batterie berechnet, waren umgekehrt proportional den Entfernungen der Axen der ausgespannten Drähte Dies einfache Gesetz für die Abnahme des Nebenstromes kann aber in besondern Fällen complicirter werden verändert durch zu grosse Nähe der Drähte. In den angedeuteten Versuchen fand das einfache Gesetz erst bei Entfernung der Drähte von 11 Linien statt, bei kleineren Entfernungen nahm der Strom in geringerem Verhältnisse ab, als dem der einfachen Entfernungen. Dann aber durch eine andere als die geradlinige Form der auf einander wirkenden parallelen Drähte. Dies wurde bemerkt, als die Drähte, wie es zum Gebrauche bequem ist, zu flachen Spiralen (Induktionsspiralen) aufgewunden wurden; hier nahm der Nebenstrom bei geringen Entfernungen in viel kleinerem Verhältnisse zu, als dem angegebenen, erreichte aber bei Entfernung der Spiralen von 30 Linien das Verhältniss der Cuben der Entfernung. Solche durch mehrseitige Wirkung der einzelnen Drahtstücke auf einander entstehende Verwicklung des einfachen Gesetzes, hat aber, wofern die Form der Drähte keine geometrisch bestimmte ist, kein weiteres Interesse.

Störung des Nebenstromes.

Im Vorhergehenden ist der Nebenstrom auf die einfachste Weise erregt worden, indem wir, so weit möglich, nur zwei Leiter in Wirkungsnähe gebracht haben, von welchen der eine direkt durch den Hauptstrom Elektricität erhielt und als der erregende betrachtet wurde, der andere, untersuchte, der von jenem erregte war. Bringt man nun aber einen dritten Leiter ins Spiel, der zugleich von dem Hauptstrom erregt werden und auf den erregten Leiter wirken kann, so findet man den Nebenstrom in dem früher untersuchten Leiter im Allgemeinen verändert. Da der Nebenstrom unter Umständen hierbei gänzlich aufgehoben scheint, so hat man, bei Induktionen anderer Art, jenen dritten Leiter auch wol den Schirm, und die hier zu betrachtende störende Wirkung desselben, nicht gerade passend, eine schirmende genannt.

Einfluss eines naheliegenden Drahtes auf den Ne-

benstrom. Es wurden drei gerade Drähte in ungefähr 10 Fuss Länge parallel neben einander ausgespannt. Einer derselben bewirkte die Entladung der Batterie, ein anderer wurde durch den Platindraht des Thermometers und zwei Verbindungsdrähte in eine Nebenschliessung gebracht. Blieben die Enden des dritten Drahtes frei, so wurde die Erwärmung im Thermometer durch die Gegenwart dieses Drahtes nicht verändert, wenn sie aber mit einander verbunden worden, so erfolgte jedesfalls eine geringere Erwärmung als früher. Diese Abnahme der Erwärmung findet überall Statt, welche Stellung der störende Draht auch gegen die beiden andern Drähte haben mag, nur ist seine Wirkung am stärksten, wenn er diesen Drähten parallel ist und zwischen ihnen liegt, weil er alsdann von dem Hauptdraht am stärksten erregt wird, und auf den Nebendraht am stärksten wirken kann. Es folgt hieraus, dass wenn der Hauptdraht der Batterie in zwei Nebendrähten Ströme erregt, die auf einander wirken können, jeder dieser Ströme schwächer ist, als wenn der andere nicht vorhanden wäre. Bei gerade ausgespannten Drähten erhält man, wenn die Länge derselben nicht sehr bedeutend ist, nur schwache Nebenströme, und ich musste daher zu einer andern Vorrichtung schreiten, um die Beziehung jener beiden sich störenden Nebenströme bestimmter zu ermitteln.

Verhältniss des Nebenstromes zur Dicke einer nahestehenden Metallplatte. Zwei ebene Induktionsspiralen, jede aus 13 Fuss Kupferdraht bestehend, wurden 10 Linien aus einander gerückt und respektive mit der Batterie und dem Luftthermometer verbunden. Eine Entladung der Batterie durch die Hauptspirale, welche die Flüssigkeitssäule im Thermometer der Nebenspirale um 42,8 Linien hinabdrückte, blieb völlig wirkungslos, als eine Kupferscheibe von 0,33 Linien Dicke zwischen die beiden Spiralen gestellt war. Es wurden nun Stanniolblätter verschiedener Dicke und Blätter unächten Silberpapiers zwischen zwei quadratische Glasplatten gepresst, und so an die Stelle der Kupferplatte zwischen die Spiralen gestellt, wobei sie 1 Linie von der Hauptspirale entfernt blieben. Hier war der Nebenstrom durch seine Wirkung auf das Thermometer wieder merkbar, und zwar fand sich bei allen verschiedentlich abgeänderten Bedingungen, dass der Nebenstrom in der Spirale mit der Dicke des Metallblattes in bestimmter Weise variire. Unter sonst gleichen Bedingungen war

nämlich die Erwärmung durch den Strom der Nebenspirale, der Dicke der angewandten Metallplatte umgekehrt proportional. Es ist aber aus andern Versuchen klar, dass in der Metallplatte ein Nebenstrom erzeugt wurde, und dass die Stärke dieses Stromes, d. h. seine erwärmende Wirkung auf einen Draht von zu vernachlässigenden Dimensionen, proportional der Dicke der Platte sei. Es folgt daher aus den vorliegenden Versuchen: Wenn der Schliessungsdraht der Batterie in einem Nebendrahte und in einer Metallplatte elektrische Ströme erregt, die auf einander wirken können, so ist das Produkt der erwärmenden Wirkung beider Ströme für jede Plattendicke dasselbe.

Dieser Satz lässt sich ohne Bedenken weiter ausdehnen auf Platten verschiedenen Metalls, da die Dicke einer Platte zu dem Leitungsvermögen derselben in einem bestimmten Bezuge steht. Zu bemerken aber ist, dass der Satz die Continuität der Metallmasse voraussetzt, und dass daher Stanniolblätter, die mit Einschnitten versehen sind, weniger störend auf den Strom des Nebendrahts wirken, als wenn sie unverletzt sind. In Folge davon ist die Wirkung eines Blattes unächten Silberpapiers auf den Strom der Nebenspirale viel unbedeutender, als sich aus der Dicke der auf ihm haftenden Metallschicht schliessen liesse. Dass diese Schicht nicht zusammenhängend ist, zeigt sich bei dem Versuche durch das Leuchtendwerden des Blattes an verschiedenen Stellen.

Der Nebenstrom durch isolirende Platten nicht verändert. Nachdem Faraday in Bezug auf die Vertheilung, die durch eine Substanz hindurch stattfindet, einen specifischen Unterschied zwischen Isolatoren und Leitern, und einen quantitativen zwischen Luft und festen Isolatoren angenommen hatte, war es nöthig, die folgenden Versuche anzustellen. Ich stellte zwischen die Induktionsspiralen Scheiben aus Fensterglas, oder eine $3\frac{1}{12}$ Linie dicke Spiegelscheibe, oder eine 5 Linien dicke Schellackscheibe, und verglich die durch den Nebenstrom erzeugte Erwärmung bei einer solchen Zwischensetzung mit der, welche ohne dieselbe stattfand. Es wurde aber kein bemerkenswerther Unterschied gefunden. Mag man nun annehmen, dass in der isolirenden Zwischenscheibe kein Strom entstand, oder, was wahrscheinlicher ist, dass derselbe nur zu schwach war um auf den Strom der Nebenspirale störend zu wirken, so lässt sich immer eine Metallplatte angeben, die durch ihre Dünne ein so geringes Leitungsvermögen erhielt,

dass sie ebenfalls wirkungslos bleiben würde. Hiernach ist zu behaupten, dass in der Wirkung der Zwischenplatte kein specifischer Unterschied stattfindet, dieselbe mag aus einem leitenden oder isolirenden Stoffe bestehen.

f. Rückwirkung des Nebenstromes auf den Hauptstrom.

Ehe ich diese Rückwirkung untersuchte, hatte ich die Frage zu beantworten, ob ein Theil des Schliessungsbogens auf einen andern Theil desselben vertheilend wirken könne.

Wirkungslosigkeit des Schliessungsdrahts auf sich selbst.[1]) Es ist oben gezeigt worden, dass ein elektrischer Nebenstrom in einem Drahte nicht zu Stande kommt, welcher der Elektricität keinen Kreislauf gestattet. Der Schliessungsdraht der Batterie ist ein solcher Draht, aber mit dem besondern Umstande, dass seine Enden in ausgedehnte Metallflächen verlaufen, welche die Ansammlung entgegengesetzter Elektricitätsarten gestatten. Es musste deshalb versucht werden, ob durch besondere Stellung der Theile des Schliessungsdrahts gegen einander eine Aenderung des Entladungsstromes erreicht werden könne. Ich brachte den Platindraht des Thermometers und beide Induktionsspiralen in den Schliessungsbogen der Batterie an, dergestalt, dass die Entladung durch das Thermometer, durch die eine Spirale, durch einen 2½ Fuss langen Draht und zuletzt durch die andere Spirale gehen musste. Die Spiralen wurden in verschiedener Weise mit einander und mit den übrigen Theilen des Schliessungsdrahtes verbunden, so dass, wenn durch Induktion ein Strom erzeugt wurde, dieser entweder in gleichem oder entgegengesetztem Sinne mit dem Hauptstrome gehen musste. Um eine Induktion möglich zu machen und den Einfluss derselben, wenn sie vorhanden war, entschieden aufzuzeigen, wurden die Spiralen bald bis 1 Linie einander genähert, bald 2 Fuss weit von einander gerückt. Es konnte aber in keinem Falle eine Verschiedenheit der Erwärmung, die der Hauptstrom im Thermometer hervorbrachte, bemerkt werden. Hiernach ist zu schliessen, dass bei der Entladung der Batterie kein Theil des Schliessungsdrahts vertheilend auf den andern wirkt.

Verzögerung des Hauptstromes durch den Nebenstrom.[2]) Ich habe mich zuerst überzeugt, dass im Allgemeinen

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 50. S. 19.
[2]) Poggendorff Annalen Bd. 49. S. 393.

der Nebenstrom, wo er am kräftigsten auftritt, keinen oder doch nur einen unbedeutenden Einfluss auf den Hauptstrom ausübt. Es wurde neben dem elektrischen Luftthermometer eine flache Spirale, aus 13 Fuss Kupferdraht bestehend, im Schliessungsbogen der Batterie angebracht, dieser Spirale aber entweder eine Kupferscheibe in 2½ Linie Entfernung gegenübergestellt, oder eine ähnliche Spirale deren Enden durch Kupferdraht verbunden waren. Die Erwärmung der Batterie wurde bei gleichen Ladungen der Batterie merklich gleich gefunden, die Hauptspirale mochte allein, oder der Kupferscheibe oder der Nebenspirale gegenüber stehen. In den beiden letzten Fällen war ein sehr intensiver Nebenstrom erzeugt worden, der in einem Funken bemerklich gemacht werden konnte. Ich versuchte nun, ohne den Hauptstrom zu ändern, den Nebenstrom durch Schliessung der Nebenspirale mit einem längern Drahte zu schwächen, und erhielt hierdurch eine sehr bedeutende Schwächung des Hauptstromes. Die folgende Tafel über die Erwärmungen durch den Hauptstrom je nach der Einrichtung der Nebenspirale zeigt diese merkwürdige Einwirkung. In der ersten Versuchsreihe fehlte die Nebenspirale gänzlich, in den beiden andern stand sie 2½ Linie von der Hauptspirale entfernt.

Erwärmungen in dem Schliessungsbogen der Batterie.

Flaschenzahl	Elektricitätsmenge	Hauptspirale allein	Nebenspirale geschlossen	
			durch Kupferdraht	durch Neusilberdraht
		Erwärmung	Erwärmung	Erwärmung
4	8	6,7	7,1	
	10	10,8	10,4	4,8
	12	15,5	15,4	6,4
	14			8,0
5	10	8,8	8,6	
	12	12,7	12,0	4,6
	14	16,9	16,0	6,9
	16			8,7
Erwärm. f. Einheit d. Ladung		0,43	0,42	0,17

Der die Nebenspirale schliessende Kupferdraht war 3,7 Fuss lang 0,55 Linie dick, der Neusilberdraht 3,2 Fuss lang, 0,083 Linie dick. Durch Vertauschung des ersten, gutleitenden Drahtes mit dem zweiten viel schlechter leitenden Drahte ist also die Erwärmung

im Hauptdrahte von 0,42 auf 0,17 gebracht, demnach beinah im Verhältniss 100 zu 40 geschwächt worden. Diese Einwirkung des Nebenstromes auf den Hauptstrom ist nicht von der Art abhängig, in der die Batterie entladen wird. In den obigen Versuchen war die Entladung durch einen fallenden Wagebalken (siehe Entladungsapparat Rep. II. 97) bewirkt worden; ich liess später die Batterie durch einen gegebenen Zwischenraum sich selbst entladen und fand eine ganz gleiche Verminderung der Erwärmung. Eine andere leichtere Art, diese Versuche anzustellen, besteht darin, dass man sich nur der im Hauptdrahte befindlichen Spirale bedient, und dieser möglichst nahe Metallplatten von verschiedenem Leitungsvermögen anbringt. Es wurden so in verschiedenen Versuchsreihen eine Kupferplatte von 0,33 Linie Dicke, ein doppeltes Stanniolblatt von 0,0268‴ Dicke, ein einfaches Blatt 0,01‴ dick und endlich ein Bogen unächten Silberpapiers, mit Zwischenstellung einer Glasscheibe an die Spirale gelegt. Die Erwärmung im Hauptdrahte für die Einheit der Ladung wurde respektive: 0,41, 0,32 0,22 und 0,18 gefunden. Ohne weitere Messung kann man die betrachtete Erscheinung sehr auffallend zeigen, indem man in dem Hauptdrahte an der Stelle des Thermometers einen dünnen Stahldraht anbringt von solcher Länge, dass er durch die Entladung der Batterie leicht geschmolzen und zerstäubt wird. Es ist nun immer möglich, durch eine passende Nebenschliessung das Verbrennen des Stahldrahts zu verhindern, so dass die stärksten Ladungen, welche die Batterie verträgt, durch ihn hindurchgehen können, ohne ihn im Mindesten zu verändern. Dies wird erreicht, indem man einen möglichst langen Theil des Hauptdrahts zu einer flachen Spirale aufwindet und diese mit einer Glasscheibe bedeckt, auf deren abgewandter Seite ein Bogen unächten Silberpapiers befestigt ist. — Es ist indess jeder Bogen eines solchen Papiers nicht gleich wirksam und man hat daher den Versuch sicherer mit Anwendung einer Nebenspirale statt des Papiers. Ich setzte den Schliessungsbogen der Batterie aus einer flachen Spirale von 53 Fuss Kupferdraht und aus mehreren dicken Messingstäben zusammen und brachte in ihm einen 7 Linien langen, $\frac{1}{24}$ Linie dicken Eisendraht an. Der Hauptspirale war eine ähnliche Nebenspirale bis auf 2 Linien genähert; die Enden der letztern wurden durch einen 8 Fuss 6 Zoll langen Platindraht von 0,052 Linie Dicke verbunden, der zur bequemern Handhabung auf einer 6 Zoll langen

Glasröhre aufgewunden war. Die Elektricitätsmenge 40 in 4 Flaschen (von ¼ quadr. Fuss Belegung jede) gesammelt, konnte wiederholt durch den Hauptdraht entladen werden, ohne den Eisendraht zu verletzen, auch wenn er bis auf 2 Linien verkürzt war. Blieb die Nebenspirale hingegen offen, oder bediente man sich zu ihrer Schliessung eines dicken 6 Zoll langen Kupferdrahts, so zerstörte die genannte Ladung den Eisendraht unfehlbar. Wie gross die Elektricitätsmenge war, welche in der Nebenspirale in Bewegung gesetzt wurde, zeigte sich, als ich den Eisendraht aus dem Hauptdrahte der Batterie fortliess und in der Nebenspirale anbrachte; die Entladung der Batterie, die zu dem angegebenen Grade geladen war, verursachte seine Verbrennung. — Merkwürdig blieb schon hier, dass eine unbedingte Schwächung des Nebenstromes die beabsichtigte Schwächung des Hauptstromes nicht bewirkte. Als der Eisendraht sich wieder im Hauptdrahte befand, wurde, wie berichtet, die Verbrennung desselben verhindert, wenn man die Nebenspirale mit einem langen dünnen Platindrahte schloss; als aber diese Spirale durch eine 9 Zoll lange Wassersäule geschlossen war, erfolgte die Verbrennung des Drahtes, wie bei der Schliessung durch einen gut leitenden Kupferdraht. —

Aus den angegebenen Versuchen war zu folgern: Die Elektricitätsmenge im Hauptstrome der Batterie wird durch Rückwirkung des Nebenstromes nicht geändert; aber die Entladungszeit derselben wird um desto mehr verzögert, je mehr die Leitung des Nebenstromes bis zu einem gewissen Grade verschlechtert worden ist.

Maximum der Verzögerung des Hauptstromes durch den Nebenstrom. Nach dem Vorhergehenden lässt sich schliessen, dass, wenn die Rückwirkung des Nebenstromes auf den Hauptstrom nicht auf specielle Fälle beschränkt ist, sich wenigstens Ein Maximum der Erscheinung finden werde, wenn die metallische Leitung des Nebenstromes successiv verschlechtert wird. Ich habe hierüber viele Versuche angestellt [1]), von welchen ich die einfachsten hier folgen lasse. Im Schliessungsbogen der Batterie befand sich neben dem Luftthermometer die flache Induktionsspirale aus 13 Fuss Kupferdraht, der gegenüber, in einer Linie Entfernung und durch eine Glasscheibe von ihr getrennt, die Nebenspirale stand, deren Enden in lange Kupferdrähte fortsetzten, die mittels

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 51. S. 177.

Schrauben an verschiedenen Stellen eines langen Drahtes befestigt werden konnten. Dieser Draht, von dem in der bezeichneten Weise ein veränderliches Stück zur Schliessung der Nebenspirale benutzt wurde, bestand aus 600 Fuss eines 0,1557 Linie dicken Neusilberdrahts, welcher in 59 Windungen auf ein Gestell isolirt aufgewunden war. Es wurde bei jeder Schliessung des Nebendrahts die Erwärmung im Hauptdrahte durch verschiedene Batterieladungen beobachtet, und aus 6 solcher Beobachtungen eine Mittelzahl abgeleitet. In der folgenden Tabelle sind die Längen des Neusilberdrahtes, durch welche die Nebenspirale geschlossen war und die Verhältnisse der Erwärmungen angegeben, welche dabei eine constante Batterieentladung im Hauptdrahte hervorbrachte.

Länge d. Drahts der Nebenschliessung	Erwärmung im Hauptdrht.	Länge d. Drahts der Nebenschliessung	Erwärmung im Hauptdrht.
Par. Fuss 0	100	Par. Fuss 88,7	61
2',4	81	138	66
4',8	70	187,3	71
9,8	55	236,6	73
19,7	52	285,9	76
29,6	48	384,5	81
39,4	52	483	84
59,2	54	581,7	87
		Nebenspirale offen	100

Man sieht, dass durch Einschaltung verschiedener Längen Neusilberdrahtes in die Nebenschliessung, die Erwärmung im Hauptdrahte fortwährend abnahm, bis dieser Draht 30 Fuss erreicht hatte. Hier war die Erwärmung, die bei der Schliessung des Nebendrahtes durch einen dicken Kupferdraht 100 betragen hatte, auf 48 gesunken. Durch eine grössere Länge des schliessenden Neusilberdrahtes stieg aber die Erwärmung wiederum und erreichte bei 582 Fuss den Werth 87; die Erwärmung 100 fand sich bei offener Nebenspirale, welcher Fall dem einer unendlich grossen Länge des schliessenden Drahtes gleichgesetzt werden kann. Hieraus ist zu folgern: Ein neben dem Schliessungsdrahte der elektrischen Batterie befindlicher metallisch geschlossener Draht wirkt nach Maassgabe seiner Schliessung auf die Batterieentladung verzögernd ein; wird die Schliessung des Nebendrahtes progressiv verlängert, so nimmt die Einwirkung desselben zu, erreicht ein Maximum und nimmt von dort fortwährend wieder ab.

rch eigens angestellte Versuche wurde der schon an sich
einfache Satz bestätigt, dass die Verlängerung der Schlies-
s Nebendrahtes die Aenderung des Verzögerungswerthes
n betrifft, und dass daher jedem Neusilberdraht ein an-
rahtstück von gleichem Verzögerungswerthe substituirt wer-
n. Platin- oder Eisendrähte, die in grosser Dünne überall
g sind, und die man der Bequemlichkeit wegen um Glas-
gewunden hat, eignen sich besonders zu diesem Gebrauche.
Verzögerung des Hauptstromes durch eine gewisse Schlies-
r Nebenspirale ist unabhängig von der Stärke des Stromes,
diese durch Elektricitätsmenge und Oberfläche der Bat-
stimmt ist; sie wird aber verändert, sowol in Betreff ihrer
als der Art ihres Fortganges, wenn der Hauptstrom durch
rung seines Schliessungsbogens modificirt worden ist. Zu
hliessungsdrahte der Batterie, welcher bei der obigen Ver-
he gebraucht worden, war ein Platindraht von 7 Zoll 5 Li-
nge, 0‴,023 Radius zugesetzt und hierdurch die Stromes-
ron 0,31 auf 0,153 gebracht worden. Bei Schliessung der
irale durch 49 Fuss Neusilberdraht fand das Maximum der
rkung des Nebenstromes auf den Hauptstrom Statt, bei wel-
erselbe aber nur im Verhältnisse 100 zu 78 geschwächt
durch Schliessung mit 572 Fuss Draht war die anfängliche
stärke wieder hergestellt. Es war vorauszusehen, dass bei
gegebenen Hauptschliessungsdrahte das Maximum der Ver-
g des Hauptstromes desto grösser sein werde, eine je grös-
nge dieses Drahtes zur Wirkung auf einen Nebendraht be-
var; die Versuche lehrten aber noch eine merkwürdige Aen-
der Erscheinung in ihrem weitern Verfolge. Es waren in
ptdraht zwei Induktionsspiralen eingeschaltet, die eine aus
andere aus 53 Fuss Kupferdraht bestehend; jeder dieser
stand ihre Nebenspirale in 2 Linien Entfernung gegen-
Die Erwärmungen im Hauptdrahte wurden bei successiv
rter Schliessung des Nebendrahts beobachtet, nachdem die
er die andere Nebenspirale oder beide zugleich in Wirk-
gesetzt waren. Die Erwärmung bei ungeschlossener Ne-
le war überall dieselbe, nämlich 0,21 für Einheit der La-
Als die kleine Nebenspirale durch verschiedene Längen Neu-
ahts geschlossen war, fand sich das Maximum ihrer Ein-
; auf den Hauptstrom bei der Schliessung mit 30 Fuss Draht,

Hier war die Erwärmung im Verhältniss 100 zu 76 vermindert worden, sie nahm bei grösserer Länge des schliessenden Drahtes zu und erreichte 100 schon bei 286 Fuss. Die grosse Nebenspirale gab ein grösseres Maximum der Verzögerung, es trat bei der Schliessung mit 79 Fuss Draht ein und ergab eine Erwärmung von 25; diese stieg alsdann sehr langsam und hatte bei der grössten anwendbaren Länge des Neusilberdrahts, bei 572 Fuss, erst wieder 44 erreicht. Als endlich beide Nebenspiralen einseitig mit einander verbunden waren, trat das Maximum der Verzögerung des Hauptstromes erst mit 138 Fuss des schliessenden Drahtes ein, wobei die Erwärmung nur 20 betrug und dann so langsam stieg, dass sie bei 572 Fuss Schliessung nur den Werth 38 hatte. Diese Versuche lassen sich folgendermassen zusammenfassen: Das Maximum der Wirkung eines Nebendrahtes auf die elektrische Entladung, welches durch Verlängerung der Nebenschliessung erreicht wird, ist um so grösser, eine je grössere Länge des Hauptdrahtes auf den Nebendraht einwirkt; zugleich aber ist zur Erreichung dieses Maximums eine um so längere Schliessung des Nebendrahtes erforderlich.

Ueber den Fortgang der Einwirkung des Nebendrahtes ist noch zu bemerken, dass mit einem verhältnissmässig grossen Werthe des Maximums ein anfänglich schnelles Zunehmen der Einwirkung (durch Schliessung mit geringen Drahtlängen), später aber ein langsames Sinken derselben bei fortschreitender Verlängerung der Schliessung verbunden ist. — Nach dem Vorhergehenden lässt sich übersehen, dass zu einer bedeutenden Verzögerung des Hauptstromes der Hauptdraht aus möglichst gutleitenden Stücken zusammengesetzt sein müsse. In den bisher mitgetheilten Versuchen war zur Untersuchung der Erwärmung ein Luftthermometer gebraucht worden, dessen Platindraht nicht verkürzt werden konnte, ohne die Empfindlichkeit des Instruments zu beeinträchtigen. Um der grössern Spirale im Hauptschliessungsbogen daher eine grössere Wirkung zu geben, ersetzte ich das Luftthermometer durch eine Breguetsche Thermometerspirale, in deren Axe ein 61,5 Linien langer Platindraht von 0,04 Linie Radius ausgespannt war, der direkt in den Schliessungsbogen der Batterie eingeschaltet wurde. Dieser kurze Platindraht bildete neben der Hauptspirale von 53 Fuss Drahtlänge den auf die Entladung einflussreichsten Theil des ganzen Schliessungsbogens. Die Nebenspirale wurde durch immer grössere Längen des Neusilberdrahts geschlossen, und dabei die Er-

wärmung des Metallthermometers beobachtet, von der die Mittelwerthe in Theilen der grössten Erwärmung hiernächst folgen.

Länge d. Drahts in d. Nebenschliessung	0	4,8	9,9	19,7	29,6	49,3 ...
Erwärmung im Hauptdrahte	100	54	32	21	16	14 ...

Länge d. Dr. in d. Nebenschl.	285,9	384,4	571,9	Nebenspirale offen
Erwärmung im Hauptdrahte	16	21	28	91

Auch hier nimmt die Einwirkung des Nebenstromes auf den Hauptstrom sehr schnell zu und erreicht das grösste beobachtete Maximum. Schon bei der Schliessung mit 49 Fuss Neusilberdraht war die Erwärmung von 100 bis 14 gesunken, ist aber noch weiter vermindert worden bis zu einer Schliessung, die wegen der Geringfügigkeit der thermometrischen Anzeige nicht mehr mit Bestimmtheit angegeben werden konnte. Erst bei der Schliessung durch 286 Fuss Draht konnte wieder eine grössere Erwärmung bestimmt werden, und diese hatte bei 572 Fuss erst 28 erreicht. Um also die ursprüngliche Erwärmung 100 bei geschlossener Nebenspirale zu erhalten, würde hier eine ganz ausserordentliche Drahtlänge gefordert sein. Beiläufig ist zu bemerken, dass ein Blatt unächten Silberpapiers, vor die Hauptspirale gestellt, eine fast gleiche Verminderung der Erwärmung zeigte, wie die durch 572 Fuss Draht geschlossene Nebenspirale. Dass selbst bei offener Nebenspirale der anfängliche Werth der Erwärmung nicht ganz erreicht worden, muss bis auf weitere Untersuchung einem unwesentlichen Umstande zugeschrieben werden.

Mechanismus der Verzögerung des Hauptstromes durch den Nebenstrom. Die Eigenthümlichkeit der Erscheinung, dass der Nebenstrom, um am kräftigsten auf den Hauptstrom zu wirken, bis auf einen gewissen Grad geschwächt werden muss, machte es nothwendig, den Mechanismus derselben zu betrachten, um die Versuche selbst auf irgend eine Weise unserm Verständnisse näher zu bringen. Die nachfolgende Betrachtung war zugleich die, welche mich zur Auffindung der Erscheinung führte; nur ist die Nothwendigkeit, dass bei fortgesetzter Verlängerung des Nebendrahts irgendwo ein Maximum der Einwirkung desselben eintreten müsse, nicht gleich Anfangs von mir bemerkt worden. Ich habe oben (Seite 172) wahrscheinlich gemacht, dass die Entladung der elektrischen Batterie aus vielen einzelnen in Zwischenräumen erfolgenden Partialentladungen bestehe, wie dies auch schon früher von Volta, Wheatstone und Faraday an-

genommen worden ist. Eine jede dieser durch den Hauptdraht gehenden Partialentladungen wird in dem Nebendrahte einen vollständigen Nebenstrom erregen, der, je nach der Leitung die er zu durchlaufen hat, in kürzerer oder längerer Zeit verschwindet. Ist die Leitung des Nebenstromes verhältnissmässig gut, so wird in dem Augenblicke, wo die zweite Partialentladung im Hauptdrahte stattfindet, im Nebendrahte der Strom schon verschwunden sein, der von der ersten Partialentladung erregt war; die zweite Partialentladung findet den Nebendraht in eben dem neutralen Zustande, wie die erste, und wird keine Einwirkung von ihm erfahren. Verlängert man aber die Leitung des Nebendrahtes, so wird in ihm der Nebenstrom eine längere Zeit bestehen; er wird noch nicht erloschen sein, während die zweite Partialentladung in den Hauptdraht eintritt, welche nun durch diese neben ihr in Bewegung befindliche Elektricitätsmenge eine Verzögerung erfährt. Je weiter der erste Nebenstrom in die zweite Partialentladung eingreift, desto stärker wird seine Einwirkung auf dieselbe sein; wir sehen diese daher zuvörderst zunehmen mit steigender Verlängerung der Nebenschliessung. Die Verlängerung der Nebenschliessung, die der Stärke der betrachteten Erscheinung günstig ist, hat aber zugleich den entgegengesetzten Erfolg, indem sie den Nebenstrom selbst schwächt. Man weiss, dass die Kraft eines elektrischen Stromes (zu erwärmen, magnetisch, mechanisch zu wirken) vermindert wird durch Verlängerung der Leitung, die er zu durchlaufen hat, und ein so geschwächter Strom vermag auch auf den Hauptstrom weniger einzuwirken, als zuvor. Indem wir also den Nebendraht mit immer grösseren Drahtlängen schliessen, üben wir zwei entgegengesetzte Effekte auf die Partialentladung der Batterie aus, wir setzen ihr ein Hinderniss während einer immer längern Zeit ihres Bestehens entgegen, aber wir machen auch dies Hinderniss immer schwächer. Zu Anfange der Versuchsreihe, bei welchem das Eingreifen des Nebenstromes in den Hauptstrom gar nicht oder nur während einer sehr kurzen Zeit stattfindet, spricht sich nur der erste Effekt in der Beobachtung aus; es wird aber eine gewisse Dauer des Nebenstromes erreicht, nach welcher eine Verlängerung derselben weniger wirksam ist, als die zugleich erfolgende Schwächung des Stromes. Dies ist der Punkt, an dem wir die grösste Verzögerung des Nebenstromes bemerken. Die beiden Minima der Erscheinung treten ein, wenn die Partialentladung kei-

sen Strom im Nebendrahte findet, bei vollkommener Schliessung und wenn der vorgefundene Strom so schwach geworden ist, dass er keine Wirkung mehr zeigt, bei unendlich langer Schliessung des Nebendrahtes.

Es sind hier der Einfachheit wegen, nur die beiden ersten Partialentladungen der Batterie betrachtet worden, das Gesagte gilt aber für alle folgenden in erhöhtem Maasse. Da nämlich die zweite Partialentladung gegen die erste verzögert worden durch Einfluss des ersten Nebenstromes, so wird der zweite Nebenstrom länger dauern als der erste, in die dritte Partialentladung weiter eingreifen und dieselbe noch bedeutender verzögern können. Dies findet auch weiterhin Statt, jede Partialentladung wird durch Einfluss des Nebenstromes gegen die unmittelbar vorhergehende verzögert sein. Hieraus folgt aber, dass die Erwärmung, welche die Batterieentladung im Schliessungsdrahte erregt, durch Einwirkung des Nebenstromes nur bis zu einer gewissen Gränze wird geschwächt werden können. Denn ausserdem, dass die Partialentladungen mit Ausnahme der ersten immer nur bis zu einer gewissen Dauer können verzögert werden, wird stets die erste Partialentladung ohne Aenderung stattfinden, so dass die Erwärmung des Schliessungsdrahts stets einen gewissen, wenn auch noch so kleinen, Werth behält. Es ist daher erklärlich, dass, auch bei der günstigsten Anordnung des Apparats, mit feinen Instrumenten im Schliessungsdrahte einige Erwärmung bemerklich gemacht werden kann.

5. Aenderung der Wirkungen des Nebenstromes durch nahestehende Metallmassen verschiedener Art und Form.

Es ist oben bei den einzelnen Wirkungen des Nebenstromes der bedeutende Einfluss erwähnt worden, den darauf eine dem Nebendrahte naheliegende continuirliche Metallmasse ausübt. Dieser Einfluss war bei der thermischen und physiologischen Wirkung als ein schwächender erkannt worden (Seite 240. — Henry on el. ind. 110. 57.) und wo die magnetisirende Wirkung verstärkt erschien, konnte hieraus allein nicht auf einen verstärkten Nebenstrom geschlossen werden (Seite 225). Es ist zu bemerken, dass bei diesen Versuchen plane Induktionsspiralen und daher die Metallmassen als Platten angewendet wurden; man hat die Dimensionen dieser Platten aber wenig die Metallart derselben geändert. Vor Kurzem hat

Dove [1]) über diesen Einfluss der Metalle eine grosse Reihe von Versuchen bekannt gemacht, die sich über alle Wirkungen des Nebenstromes verbreiten, und bei welchen Form und Art des Metalles vielfach geändert wurde. Dove hat zu dieser Untersuchung ein eigenes Instrument construirt, den Differential-Inductor (siehe Apparate), an welchem der Einfluss eines Metalles auf den Nebenstrom entweder so bestimmt wurde, dass man den veränderten Strom mit einem unveränderten aber entgegengesetzt gerichteten durch denselben Draht fliessen liess und die Richtung des überwiegenden Stromes bestimmte, oder dass man beide Ströme änderte, und durch Aenderung der Masse des auf einen der Ströme wirkenden Metalles das anfängliche Stromgleichgewicht wieder herstellte. Die Aenderung des primären Stromes durch die in eine der Spiralen gebrachte Metallmasse vermag das Gleichgewicht der beiden Nebenströme nicht zu stören, so dass jeder bemerkte Ausschlag im Differential-Induktor auf Rechnung eines veränderten Nebenstromes kommt. — Die Metallmassen, die der Verfasser in die Höhlungen der Schliessungsspiralen einführte und so auf den Nebenstrom wirken liess, waren folgende: Cylinder, 11″ 7‴ lang, 11½‴ dick, aus Messing, Zinn, Zink, Blei, gehärtetem Stahl, grauem Roheisen aus dem Tiegelofen, grauem Roheisen aus dem Cupolo-Ofen mit warmen und kaltem Wind, weissem Roheisen Tiegelguss, weichem Schmiedeeisen — Flintenläufe ganz und aufgeschnitten — Messingröhren ganz und aufgeschnitten — Röhren von Blei, Zinn, Neusilber, Nickel, von vernietetem oder aufgeschnittenem Eisenblech — sämmtlich von denselben Dimensionen wie die Cylinder. Ferner wurden cylindrische Bündel angewendet von weichem Eisendraht (4 Sorten 0,70 bis 2,67 Linie dick), weichem und harten Stahldraht, überfirnisstem Messingdraht — Glasröhren mit eisernen Bohrspänen gefüllt — Cylinder aus kleinen Scheiben von Stahlblech oder verzinntem Eisenblech oder aus Eisenplatten, mit zwischengelegtem Papier zusammengesetzt — Cylinder von verzinnten Eisenblechscheiben mit zwischengelegten Silbermünzen. Nickel, Antimon, Wismuth, Zink, Blei, Kupfer, Eisen, Messing wurden auch in primatischen Stäben von 18 Zoll Länge 5 Linien Seite, endlich Gold, Silber, Platin, Iridium in zusammengelegten

---

[1]) Bericht der Berl. Akademie 28. Octb. 1841. Poggendorff Annalen* Bd. 54. S. 305.

reifen angewendet. Der Einfluss dieser Metallmassen auf die verhiedenen Wirkungen des Nebenstromes ist ein verschiedener.

Aenderung der physiologischen und elektroscopihen Wirkung des Nebenstromes. An dem Differential Inktor, der bei der Entladung der Batterie keinen Schlag gab, urde ein solcher bemerkt, wenn in eine seiner Spiralen ein Cyder aus unmagnetischem Metalle gelegt war. Der Condensator d die Harzfiguren zeigten, dass die Wirkung von dem Strome r leeren Spirale ausging. Die physiologische Wirkung des Nestromes wird geschwächt durch alle unmagnetischen Metalle d zwar desto mehr, je besser leitend das Metall ist. Eine um e Pappröhre gewickelte Spirale aus Kupferdraht schwächt den benstrom, wenn ihre Enden mit einander verbunden sind, lässt a aber ungeändert, wenn die Spirale aus einem zusammengelega (übersponnenen) Drahte gewunden war. Die Schwächung des benstromes durch eine Metallröhre wird vermindert, wenn sie fgeschnitten ist, und ein Bündel aus Metalldrähten schwächt ichfalls weniger als ein massives Metallstück, oder eine Metallhre desselben Umfangs. Ein Mittel zu prüfen, ob ein in eine der piralen des Differential-Induktors gelegtes Metallstück den Strom hwächt, ist das Hineinlegen von Messingdrähten in die andere pirale, wodurch, wenn jener Fall stattfindet, das gestörte Gleichwicht wieder hergestellt werden muss. Alle Eisensorten als masve Cylinder oder geschlossene Röhren angewandt, schwächen n Nebenstrom, wie auch die Cylinder aus Eisen oder Stahlscheien mit isolirender oder leitender Zwischenlage. —

Verstärkt aber wird die physiologische Wirkung des Nebenromes durch der Länge nach aufgeschnittene Eisenröhren, durch ylinder von Eisenbohrspänen und besonders durch gut isolirte ündel von Eisendraht. Eine massive Nickelstange von den oben gegebenen Dimensionen verstärkt den Strom, wenn auch nur enig, und unterscheidet sich so von einer Eisenstange derselben imensionen, welche ihn schwächt. Wird ein Eisendrahtbündel in ne der Spiralen des Induktors gelegt, so erhält man durch den benstrom den Schlag und ermittelt, dass derselbe von dem Strome r vollen Spirale ausgeht. Die Wirkung des Eisenbündels ist so deutend, dass sie sich an einem einfachen Nebenstrome fühlbar achen lässt. Hat man aber das Drahtbündel in eine Messingröhr steckt, oder mit einer geschlossenen Kupferspirale umgeben,

wirkt die ganze Metallmasse schwächend, aber um desto weniger schwächend, je schlechter leitend die äussere Hülle ist (z. B. eine Röhre von Neusilber). Mittels sehr dünner Eisendrähte kann man prüfen, ob eine in die eine Spirale des Induktors gelegte Stange den Nebenstrom verstärke; es ist dies der Fall, wenn das gestörte Stromgleichgewicht durch Hineinlegen von diesen Drähten in die andere Spirale herzustellen ist.

Aenderung der Magnetisirung durch den Nebenstrome. Dove wählte zur Prüfung der Magnetisirung dicke Stahlnadeln und liess den Schliessungsbogen wie die Ladung der Batterie unverändert; es ergaben sich folgende Resultate. Eine Nadel wird durch den Strom des Differential-Induktors nicht magnetisch, wenn beide Spiralen leer sind, die Magnetisirung tritt aber ein, wenn in die eine Spirale ein Metall gelegt worden. Diese Magnetisirung geschah in dem Sinne, den der Strom der leeren Spirale angiebt, wenn in die andere Spirale einer der folgenden Körper gelegt war: ein Blech von Iridium, Platin, Gold, Silber, eine Legirung von Kupfer, Wismuth, Antimon, eine von Kupfer, Zinn, Blei, Zink, Antimon, von Blei und Eisen, von Messing und Eisen, Glockenmetall. Auch der Quere nach zusammengeschmolzene Streifen von Kupfer und Antimon, von Glockengut und Antimon, von Antimon und Wismuth hatten dieselbe Wirkung. Es erfolgte keine Magnetisirung, wenn in die eine Spirale eine Stange von Antimon oder Wismuth, eine Legirung von 1 Wismuth und 1 Antimon, oder von 3 Wismuth und 1 Antimon, gelegt war.

Die Magnetisirung zeigte sich im Sinne der vollen Spirale, wenn die in dieselbe eingelegte Substanz ein freiliegendes Eisendrathbündel war, oder eine Säule aus Scheiben von Stahl, Eisen oder Weissblech, ein massiver Cylinder von Schmiedeeisen, weichem oder hartem Stahl, weissem und grauem Roheisen, endlich eine Stange oder Röhre von Nickel. Drahtbündel steigerten den magnetisirenden Effekt ausserordentlich wenn sie freilagen, und hatten selbst in geschlossenen Röhren Einfluss, wenn starke Batterieentladungen angewandt wurden.

Aenderung des thermischen Effekts des Nebenstromes. Da hier die Anzeige des Luftthermometers oder des Breguetschen Metallthermometers unmittelbar auf die Stärke der Erwärmung schliessen lässt, so genügt es den einfachen Induktor (nur eine Haupt- und Nebenspirale) anzuwenden. Es fand sich, dass

alle Metalle, magnetische wie unmagnetische, als massive Stangen oder als Drahtbündel die thermische Wirkung des Nebenstromes schwächen. (Dove bemerkt aus einer frühern Abhandlung, dass magnetische Metalle den erwärmenden Effekt des volta-elektrischen Nebenstromes verstärken. Siehe hierüber den Abschnitt Galvanismus).

Erklärung der Wirkung magnetischer Metalle auf den Nebenstrom. Ueber die verschiedene Weise, in welcher bei den angeführten Versuchen die magnetischen Metalle als massive und Drahtbündel-Cylinder auf den Nebenstrom wirken, hat Dove folgende Erklärung gegeben, in welcher auch die Versuche mit volta-elektrischer Induktion beachtet sind:

Der in einem das Eisen spiralförmig umgebenden Drahte wirksame elektrische primäre Strom erzeugt in dem Momente, wo er entsteht, in dem Eisen einen elektrischen Strom, während seiner Dauer magnetische Polarität, die sich langsamer steigert als der primäre Strom, im Momente seines Aufhörens wieder einen elektrischen Strom. Der bei dem Aufhören des primären Stromes erzeugte zweite elektrische, mit dem primären gleichgerichtete, Strom wirkt dem durch den verschwindenden Magnetismus erzeugten entgegen. Hatte, wie es bei galvanischem Magnetisiren der Fall ist, der Magnetismus, während der längern Dauer des Stromes, Zeit sich zu entwickeln, so überwiegt die Wirkung desselben die entgegengesetzte des bei dem Aufhören des primären Stromes erzeugten elektrischen. Alle gegen die Bildung elektrischer Ströme angewendeten Mittel steigern daher nur eine von massivem Eisen bereits auch ausgeübte Wirkung. Ist hingegen der primäre Strom so schnell vorübergehend, wie der einer sich entladenden elektrischen Batterie, hatte also der Magnetismus nicht Zeit sich vollständig zu entwickeln, so überwiegt der bei dem Aufhören des primären Stromes erzeugte elektrische die Wirkung des verschwindenden Magnetismus. Das Zerstören dieser elektrischen Ströme durch Auflösen der Masse in Drähte, oder die Hemmung ihrer Bildung in einer schlecht leitenden Masse, wie bei dem Nickel, kehrt daher hier die Wirkung vollständig um, indem es den Ausschlag auf Seiten des verschwindenden Magnetismus bringt. Die Gleichgewichtsgränze beider ist aber für die thermischen, physiologischen und magnetisirenden Wirkungen nicht dieselbe, weil nämlich die Abhängigkeit derselben von der Intensität des verschwinden-

Magnetismus eine andere sein wird, als ihre Veränderung durch den entgegenwirkenden elektrischen Strom; für die magnetisirenden Wirkungen waltet daher noch die Wirkung des verschwindenden Magnetismus vor, wenn für die thermischen der erzeugte elektrische Strom hingegen überwiegt, und die physiologischen Erscheinungen auf beide Seiten dieser Gränze fallen.

Wie hiernach der Verfasser seine Versuche gegen die Ampèresche Ansicht der Constitution des Magnets sprechen lässt, wie er mit Hülfe der magnetisirenden Eigenschaft des elektrischen Nebenstromes den Magnetismus der sogenannten unmagnetischen Metalle nachzuweisen sucht, wird in dem Abschnitte Magnetismus angeführt werden.

Induktion des Schliessungsdrahtes auf einen Theil desselben, der eine besondere Schliessung erhalten hat. In derselben Abhandlung hat Dove [1]) einen merkwürdigen Fall aufgeführt, in welchem der Schliessungsbogen der elektrischen Batterie eine Induktion in seiner eigenen Masse vollführt. In Fig. 10 bezeichnet mn den Schliessungsbogen der Batterie, ab eine in denselben eingeschaltete Drahtschraube von 80 Windungen und 32 Fuss Drahtlänge. Vollzieht man die Nebenschliessung ehhd durch den Körper, so erhält man beim Entladen der Batterie einen Schlag; nicht aber, wenn die Nebenschliessung wie in Fig. 11 angebracht ist, wenn auch die gesammte Drahtlänge der Schliessung dieselbe ist wie früher (durch Einschaltung einer Drahtspirale zwischen dh, welche der Spirale ad gleich ist). Es folgt hieraus, dass das von der Nebenschliessung eingefasste Stück des Schliessungsbogens sowol zur Leitung des Hauptstromes, als zu der des Nebenstromes dient. — Der Schlag im ersten Versuche wurde verstärkt durch Einführung eines Eisendrahtbündels in die Spirale, hingegen geschwächt durch einen massiven Eisencylinder, oder einen Cylinder von unmagnetischem Metalle.

---

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 54. S. 323.

D. Erregung der Elektricität.

---

a. Durch Contact oder chemischen Prozess.

Volta's Fundamentalversuch. Der Versuch, in welchem Elektricität bei der Berührung isolirter heterogener Metalle merkbar wird, ist für sich interessant, ohne dass wir ihn mit der Theorie der voltaischen Säule in Verbindung zu setzen brauchen. Es ist aber wol dieser Verknüpfung zuzuschreiben, dass der Versuch zuweilen geläugnet worden, wobei man vielleicht nicht genug berücksichtigt hat, dass die Richtigkeit der Contactelektricität nicht unmittelbar die der Contacttheorie involvire. Obgleich der Versuch mit Hülfe eines guten Condensators nicht gerade schwer anzustellen ist, so ist es doch bei den mannigfachen Irrthümern, zu welchen der Condensator Anlass geben kann, erwünscht, dass Fechner denselben hier zu entbehren gelehrt hat.[1] — Fechner bedient sich zu dem Versuche des Behrens-Bohnenberger-schen Elektroskops, dem er eine bequeme Einrichtung gegeben hat (siehe Apparate). Bei einiger Empfindlichkeit des Instruments, die sich durch Näherung der Polplatten an das Goldblatt reguliren lässt, giebt es die Elektricität an, die bei Berührung von isolirten Kupfer- und Zinkscheiben erregt wird. Die stärkste Wirkung erhielt Fechner, indem er eine der Platten, z. B. die Zinkplatte ($2\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser), vertikal auf das Elektroskop schraubt, dieselbe gleichzeitig auf beiden Flächen mit zwei an Schellackstielen isolirten Kupferplatten berührt und diese Platten gleichzeitig abhebt. Der Verfasser giebt noch folgende Versuche an, bei welchen eine Kupferplatte horizontal auf das Elektroskop geschraubt war. Setzt man eine am Gummilackstiel gehaltene Zinkplatte auf die Kupferplatte und hebt sie ab, so giebt das Goldblatt den negativen Ausschlag. Nimmt man nun der Kupferplatte ihre Elektricität, so kann man die positive Elektricität des Zinks sichtbar machen, indem man mit einer Kante der abgehobenen Zinkplatte die Kupferplatte berührt. Wird die Kupferplatte gleich Anfangs mit der Kante der Zinkplatte berührt, so zeigt sich keine Elektricität, ebenso wenig wenn man die beiden Platten, die sich in ihrer ganzen Fläche be-

---

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 41. S. 225.

rührten, nicht ganz parallel von einander trennt. Hat man auf die Kupferplatte des Elektroskops eine abgeschliffene Zinkplatte gelegt, und berührt man diese mit der am Stiel isolirt gehaltenen Zinkplatte, so zeigt sich nach Abheben der letztern keine Elektricität, hingegen starke positive, wenn man die Zinkplatte mit einer isolirten Kupferplatte berührt hat. Der Verfasser schliesst aus diesen Versuchen, dass diejenige Elektricität, welche während der Berührung zweier heterogenen Platten an der Berührungsfläche angehäuft wird, sich in einem condensirten oder gebundenen Zustande befindet und ohne Vergleich stärker ist als die über den übrigen Theil der Platten im freien Zustande verbreitete; die Gesammtmenge der erregten Elektricität stehe aber im Verhältnisse der berührenden Flächen und werde merkbar wenn die Platten von einander getrennt werden. Dass die Elektricitätsmenge, welche an den in Berührung befindlichen Platten frei ist, einen sehr kleinen Theil der Gesammtmenge der erregten Elektricität ausmache, hat **Fechner** durch folgenden Versuch gezeigt. Es wurde eine stehende Säule aus 50 Plattenpaaren Zinkkupfer von 2 Zoll Seite mit Pappscheiben aufgebaut, die mit gesäuertem Wasser genetzt waren; der untere (negative) Pol wurde abgeleitet, der obere (positive) durch eine gut abgeschliffene Zinkplatte von 2½ Zoll Durchmesser gebildet. Als diese Zinkplatte mit einer an einem isolirenden Stiele gehaltenen Kupferplatte in der ganzen Fläche berührt wurde, gab die abgehobene Kupferplatte am Elektroskope einen negativen Ausschlag, welches nur dadurch geschehen konnte, dass die durch Berührung erregte negative Elektricität die positive des Säulenpols überwog. Der Verfasser berührte nun die Zinkpolplatte mit einem immer kleinern Theile der isolirt gehaltenen Kupferfläche und fand noch einen unzweideutig negativen Ausschlag am Elektroskop, als die Berührungsfläche beider Platten nur 0,81 quadr. Zoll betragen hatte. **Fechner** findet durch Rechnung, dass die Säule aus nahe 700 Plattenpaaren hätte bestehen müssen, um bei Berührung der Zinkplatte mit der Kupferplatte auf ganzer Fläche die gesammte zwischen ihnen erregte Elektricität zu compensiren. Da nun die gebrauchte Säule an einem Pole abgeleitet war, eine isolirte Säule also zu gleicher Compensation 1400 Paare enthalten musste, so nimmt der Verfasser an, dass die Gesammtmenge der durch Berührung an einem einzelnen Plattenpaare erregten Elektricität ungefähr 1400mal so gross sei als die, welche an jeder

gend der Anwesenheit der andern Platte merkbar ist.
bemerken, dass nur diese letzte geringe Elektricitäts-
den in Berührung stehenden Platten abgeleitet werden
daher sie es ist, welche nach der Contacttheorie den
der voltaischen Säule macht.

mini 1) hat eine leydener Flasche angegeben, die durch
ührung geladen wird. Bei dem (vorauszusehenden) ge-
Resultate des Versuchs, kann ich in demselben nur
kommene sehr complicirte Art erkennen, den Voltaischen
alversuch anzustellen. Ein weites Glasgefäss wurde in-
it Silber-, auswendig mit Zinkblättern bekleidet, und
ng mit einem Drahte und einer Platte aus gleichem
unden. Brachte man diese Plattenfortsätze der Bele-
Berührung und prüfte sie an einem aus Zink und Sil-
mengesetzten Condensator, so zeigten sie sich elektrisch.
war durch diese Prüfung noch nicht entladen, und
e am Condensator noch zu mehreren Malen Elektricität
ndem Grade entdecken. Die Flasche konnte auch in
eise geladen werden. Die beiden Platten, die mit den
zusammenhingen, wurden mit Metallzungen versehen;
n die Silberzunge in Salzwasser, zog sie isolirt aus dem
und tauchte alsdann die Zinkzunge hinein, so konn-
man diese successiven Eintauchungen 10mal wiederholt
einem Froschpräparate, das mit den beiden Zungen be-
wiederholentlich Zuckungen erregt werden. Wur-
ogenen Zungen gleichzeitig in dasselbe Gefäss mit
ser getaucht, so erfolgte keine Ladung. Eine Zink-
berplatte wurden isolirt im Wasser einander gegenüber
ührte man wiederholentlich die Zinkplatte mit der
der Flasche, die Silberplatte mit der Zinkzunge, so
die Flasche geladen. Ein Gleiches erfolgte, wenn die
der Flasche abwechselnd einige hundertmal mit einer
inkplatte berührt wurden. Eine stärkere Ladung als
konnte dem Condensator mitgetheilt werden, wenn
platte mit der Zinkbelegung der Flasche, seine Zink-
der Silberbelegung verbunden wurde; zugleich war
e Verbindung die Flasche, obgleich in sehr geringem

---

ngeon Annals of El. [illegible] v. V. p. [illegible]

Grade, geladen worden, welches bei der Entladung des Condensators und öfterer Wiederholung des Experiments bemerklich gemacht werden konnte. Der Verfasser betrachtet diesen Versuch als besonders beweisend gegen die chemische Theorie. Zuletzt wurde eine Vorrichtung angebracht, um die Flasche hundertmal in der Sekunde zu laden und zu entladen; ein Froschpräparat kam durch diese wiederholte Elektricitätsbewegung in starke Zuckungen, auch zeigten sich Spuren von chemischer Wirkung, aber eine Magnetnadel konnte nicht abgelenkt werden. Der Verfasser hält es der Mühe und der Kosten werth, eine ganze Batterie aus seinen Flaschen zu bilden, darin Elektricität mehrere 100mal in der Sekunde zu erzeugen und durch einen Draht abzuleiten, wo er dann nicht zweifelt, dass an diesem Drahte alle Effekte der voltaischen Säule werden dargestellt werden können.

Elektricitätserregung bei Berührung von Metall und Flüssigkeit. Pfaff[1]) hat aufs Neue sehr viele Versuche über die Elektricität, welche bei Benetzung eines Metalls mit einer Flüssigkeit frei wird, angestellt; es wurden dabei zwei Condensatoren angewendet, dergestalt, dass die in dem einen Condensator angesammelte Elektricität wiederholentlich auf den andern übertragen und erst hier untersucht wurde. Es ergaben sich folgende Resultate, wodurch einige der von Pfaff[2]) früher mitgetheilten berichtigt werden: 1) Die alkalischen Flüssigkeiten, Aetzkali, Aetznatrum, Ammoniak versetzen die Metalle in den elektronegativen Zustand und zwar die folgenden in abnehmender Stärke: Zinn, Antimon, Zink, Kupfer, Gold, Platin, Wismuth, Silber. 2) Concentrirte Säuren erregen die Metalle nicht gleichmässig. Die concentrirte Salpetersäure erregt zwar alle Metalle positiv, aber die concentrirte Schwefel- und Salzsäure geben nur dem Golde, Platin und Kupfer positive Elektricität, den übrigen Metallen aber negative. 3) Auflösungen von Metallsalzen erregen die Metalle in gleicher Weise wie die in ihnen enthaltenen Metalle thun würden. Die Versuche selbst sind am angegebenen Orte Seite 197 ausführlich mitgetheilt. Die Reihe, nach welcher die Metalle bei Berührung unter sich elektrisch werden, ist folgendermaassen aufgeführt, in der jedoch (wenn nicht ein Druckfehler

---

[1]) Poggendorff Annalen * Bd. 51. S. 110.

[2]) Revision der Lehre vom Galvano-Voltaismus. Altona 1837.

stattfindet) die Stellung des Urans unsicher ist: (+) Zink, Cadmium, Zinn, Blei, Wolfram, Eisen, Wismuth, Antimon, Kupfer, Silber, Gold, Uran, Silber, Gold, Tellur, Platin, Palladium (—).

Péclet [1]) bedient sich einfacher und doppelter Condensatoren aus Glasscheiben, die mit Goldblatt ohne Bindemittel (durch Anhauchen) bekleidet und dann stark gefirnisst sind; die Firnissschichten wurden mit Schmirgelpapier eben geschliffen und durch Auftragung von Firniss wieder glänzend gemacht. In dem Elektroscop des Condensators wurde die Luft durch Chlorcalcium trocken erhalten. Der Verfasser hat viele Versuche angestellt über die Elektricität, welche beim Contact von Metall und Flüssigkeit frei wird und hat die Menge dieser Elektricität bei Weitem grösser gefunden, als die bei dem Contacte der Metalle unter sich erzeugte. Hiernach sei die Ansicht Volta's irrig, nach welcher das Element der Säule in den beiden heterogenen Metallplatten bestehe. Die Versuche de la Rive's, in welchen bei Berührung heterogener Metalle unter Abschluss der atmosphärischen Luft keine Elektricität gefunden wurde, werden durch Gegenversuche bestritten. Die Behauptung Peltier's (siehe unten), dass die Metalle die beiden Elektricitäten in ungleichem Maasse ansammeln, wird zurückgewiesen, seine Versuche werden durch die Annahme erklärt, dass die elektrische Spannungsreihe auch für flüssige Leiter gilte. Der Verfasser zieht folgende Resultate aus seiner Untersuchung: 1) Bei der Berührung von Metallen wird Elektricität frei, ohne dass Reibung oder chemische Wirkung des umgebenden Mittels im Spiele ist. 2) In einer Reihe von mehreren aufgeschichteten Metallen wird dieselbe Elektricitätsmenge frei, als wenn die Endglieder sich unmittelbar berühren, ein Gesetz, welches Volta gefunden aber nicht hinlänglich bewiesen habe. 3) Die Voltaische Theorie der Säule ist ungenau, da der Haupteffekt der Säule von der Berührung der Flüssigkeit und der Metalle ausgeht, und die Berührung der Metalle unter sich diesen Effekt vermindert. 4) Wenn zwei Metalle durch eine Folge von Flüssigkeiten getrennt sind, ist der Effekt derselbe, als wenn die beiden Flüssigkeiten, welche die Metalle berühren, in unmittelbaren Contacte stehen. 5) Bei der Berührung von verschiedenen Metallen mit Flüssigkeiten wird

[1]) Annales de Chimie * troisième série t. 2. p. 233.

Elektricität erzeugt, ohne dass eine merkbare chemische Wirkung dabei im Spiele ist.

Elektrische Capacität der Metalle. Volta hat bekanntlich eine elektromotorische Kraft angenommen, durch die zwei heterogene Metalle, die sich berühren, entgegengesetzt elektrisch erscheinen; Peltier [1]) scheint diese durch die Berührung hervorgerufene Kraft zu leugnen und dafür eine verschiedene elektrische Capacität der Metalle anzunehmen, das heisst ein verschiedenes Vermögen, die eine oder andre Elektricitätsart aufzusammeln (coërcer). Der Verfasser giebt folgende Resultate aus seinen Versuchen: 1) Scheiben aus verschiedenem Metall nehmen nicht eine gleiche Menge derselben Elektricitätsart von einer constanten Quelle auf. 2) Die Nähe eines Metalles bestimmt eine Condensatorplatte von einer Elektricitätsart mehr als von der andern aufzusammeln. 3) In Folge hiervon wirken zwei heterogene Condensatorplatten (Platin und Gold z. B.) dergestalt auf einander ein, dass die eine positiver, die andre negativer wird; setzt man sie in Berührung, so nimmt das Gold die positive Elektricität vom Platin, das Platin die negative vom Golde. Wenn man die Platten trennt, so hört der gegenseitige Einfluss auf, und der elektrische Ueberschuss wird auf jeder Platte frei.

Der folgende zum Schluss beigebrachte Versuch spricht deutlicher gegen die Contacttheorie der Säule. Eine Tassensäule von 100 durch Wasser getrennten Paaren wurde gut isolirt; als das Kupfer oder das Zink irgend eines Paares mit einem Elektroscope in Verbindung gesetzt wurde, zeigte sich negative Elektricität, während das Wasser in jeder Zelle positiv war.

Elektrische Contactversuche mit trocknen Säuren. Davy [2]) hatte angegeben, dass trockene Alkalien und Säuren mit Metallen in Berührung, Elektricität entwickeln, dass Kupfer z. B. mit vollkommen trockener Oxal-, Bernstein-, Borax- oder Benzoë-Säure berührt positiv, mit Kalk, Strontian und Magnesia negativ elektrisch werde. Becquerel [3]) bemerkt, dass alle diese Substanzen als Nichtleiter, nach Volta's Ansicht, mit Metallen in Berührung nicht elektrisch werden können, und er fand diese

---

[1]) Comptes rendus * 1838. 2me Sem. p. 965.
[2]) Annales de Chimie t. 63. p. 230.
[3]) Comptes rendus * 1839. 1er. Sem. p. 426.

Ansicht bestätigt durch Versuche, nach welchen die Resultate Davy's einer vollführten und übersehenen Reibung der heterogenen Substanzen zuzuschreiben sind. Der Verfasser wendet sich sodann zu dem Versuche, aus welchem Peltier eine verschiedene elektrische Capacität der Metalle ableitet. Er findet den Versuch bestätigt, nämlich Elektricitätsentwicklung wenn eine Goldcondensatorplatte auf eine ähnliche Platte aus Platin gelegt wird und beide Platten durch einen isolirten Platinbogen verbunden werden; das Platin wird negativ, das Gold positiv. Nach de la Rive's Ansicht rührt dies von einer unmerklichen Oxydation des Platins her. Um diese Angabe zu prüfen, berührte Becquerel die Goldplatte des Condensators mit dem mit Wasser befeuchteten Finger, die Platinplatte mit einem andern Finger, der mit Königswasser benetzt war; obgleich hier das Platin angegriffen wurde, zeigte sich keine Elektricität, als aber das Königswasser mit einer Lösung von Kali vertauscht wurde, erschien das Platin negativ elektrisch. Der Verfasser erklärt dies Resultat aus der Wirkung des Kali oder der Säure auf die Feuchtigkeit des Fingers und scheint der Annahme Peltier's beizustimmen, dass die Metalle einen eigenthümlichen elektrischen Zustand besitzen, dem Platin z. B. eine besondere Menge negativer Elektricität inhärire.

Versuche gegen die Contactelektricität. Fechner[1]) hat die Versuche wiederholt und geprüft, die de la Rive in den „Recherches sur les causes de l'électricité voltaique" zur Unterstützung der Ansicht beigebracht hat, dass Contact ohne chemische Einwirkung keine Elektricitätserregung zur Folge habe. Gegen den Versuch, dass Kalium mit Platin in Berührung unter Steinöl keine Elektricität am Condensator gebe, wol aber in freier Luft, bemerkt Fechner, dass eine elektrische Ansammlung am Condensator eine Ableitung von dem Kalium verlange, und dass Holz diese nicht liefere, wenn es nicht feucht ist. Der Versuch wurde von Fechner folgendermaassen angestellt. In eine gutgereinigte Kaliumkugel wurde einerseits ein Platindraht, andererseits ein trocknes Holzstäbchen gesteckt. Als das Holz in der Hand gehalten, die Collectorplatte mit dem Platin berührt wurde, fand sich keine Elektricität im Condensator, selbst dann nicht, als der an dem Kalium liegende Theil des Holzes mit reinem oder gesäuerten

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 42. S. 481.

Wasser befeuchtet war. Da hiernach der Condensator die in Frage gestellte Wirkung nicht angab, so wandte Fechner ein empfindliches Elektroscop mit trockener Säule (siehe Apparate) dazu an. Eine Kaliumscheibe mit Platin isolirt in Berührung gesetzt, wurde elektrisch und zwar gab das Platin am Elektroscop einen unzweideutigen negativen Ausschlag, das Kalium mochte in Luft oder unter Steinöl getaucht sein.

Die Angabe, dass eine überall mit Firniss überzogene Zinkplatte, an welche ein Messingstift gelöthet ist, keine Elektricität entwickele, fand Fechner nicht bestätigt, in Uebereinstimmung mit Pfaff, der sie schon früher in Abrede gestellt hatte. Fechner hängte das Goldblatt seines Elektrometers an einen Golddraht, der durch die Glasglocke hindurchging, und berührte jenen mit einem Platinstifte, der an einer sorgfältig überfirnissten Zinkplatte befestigt war. Es erfolgte ein merklicher negativer Ausschlag des Goldblattes. Die Versuche, bei welchen aus den Wirkungen der galvanischen Kette auf Contactelektricität geschlossen wird, gehören in den Galvanismus. Zuletzt wird ein Versuch de la Rive's angeführt, den Fechner mit Erfolg wiederholt hat, ohne indess einen Beweis darin für die chemische Theorie zu finden. An jedem Ende eines Holzcylinders wird eine Zinkplatte befestigt, die sich in einem angelötheten Messingknopfe endigt; indem man den einen Knopf mit der Hand fasst, wird der andere an den Condensator angelegt. Ist das Holz an einem Ende feuchter als am andern, so giebt der dem feuchteren Theile zunächstliegende Messingknopf dem Condensator negative Elektricität ab. Fechner hat den Versuch so abgeändert, dass er zwischen die Zinkflächen zweier Zinkkupferpaare (wo jedes Paar aus einer zusammengelötheten Zinkkupferplatte bestand) trocknes Schreibpapier legte. In diesem Zustande zeigte das System keine Elektricität am Condensator. Wurde aber an einer Zinkfläche ein feuchtes Papier eingeschaltet, so fand sich die zunächst liegende Kupferplatte am Condensator negativ elektrisch. Am einfachsten wurde der Versuch mit einem Zinkstäbchen angestellt, das am einen Ende mit lufttrocknem, an dem andern mit feuchtem Papier umwickelt war; legte man ein Ende an den Condensator, während das andere in der Hand gehalten wurde, so zeigte sich Elektricität und zwar positive, wenn das feuchte Ende geprüft wurde. Nach dem Principe der Contactelektricität dürfte hier keine Elektricität zum Vorschein kommen.

Elektricität in einer isolirten Voltaischen Säule.

Fechner [1]) hat die Formeln für die an verschiedenen Stellen einer isolirten Voltaischen Säule merkbaren Elektricitätsmengen aufs neue abgeleitet und dabei eine beliebig verschiedene Capacität der Platten in Rechnung gebracht. Die Capacität eines Körpers für Elektricität wird durch die Elektricitätsmenge gemessen, die derselbe von einer unerschöpflichen Elektricitätsquelle aufnimmt, und ändert sich daher für jede Platte die mit einem Leiter in Verbindung gesetzt wird. Es wäre sehr zu wünschen, dass diese Formeln mit genauen Messungen belegt würden, um die verschiedenen Angaben der Physiker über die Elektricität der Säule zu beseitigen. Die Sätze, welche Fechner den Formeln zu Grunde legt, sind folgende: 1) die Gesammtquantitäten positiver und negativer Elektricität, die sich auf den Platten eines Voltaischen Paars vorfinden, sind einander gleich. 2) Die Summe der Intensitäten auf beiden Platten bleibt bei allem Wechsel ihrer Capacität eine constante Grösse. (Unter Intensität ist die Elektricitätsmenge zu verstehen, welche sie einem dritten sie berührenden Körper abgeben). 3) Die auf jeder Platte entwickelte Elektricität vermag sich mit gleichförmiger Intensität über alle mit ihr in Verbindung gesetzte leitende Oberflächen zu verbreiten.

Zum Beweise, dass die Intensität nicht mit der Entfernung von der Berührungsfläche abnehme, stellte Fechner folgenden Versuch an: das Ende eines Knäuels, das aus mehr als 16000 Fuss eines sehr dünnen mit Seide besponnenen Kupferdrahtes bestand, wurde an eine Zinkplatte angelegt, und der Draht zugleich mit einem Condensator in Verbindung gesetzt. Die im Condensator gesammelte Elektricität erschien merklich von gleicher Stärke, der Draht mochte dicht neben der Zinkplatte, oder am andern Ende des Knäuels, also mit Zwischenbringung von 16000 Fuss Draht, an den Condensator angelegt worden sein. Diese Eigenschaft der Elektricität des Voltaischen Plattenpaars machte es möglich, ihre vertheilende Wirkung merkbar zu machen. Fechner brachte das eine Ende eines 3000 Fuss langen Multiplicatordrahtes, der um ein kupfernes Gestell gewunden, aber von demselben sorgsam isolirt war, an eine Zinkplatte an, und fand am condensirenden Electroscop, dass das Gestell negative Elektricität

---

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 44. S. 44.

abgab. Diese Elektrisirung war Folge der Vertheilung durch den negativ elektrischen Kupferdraht, der in dem isolirten Gestelle die positive Elektricität anzog, die negative forttrieb; es zeigte sich dies durch Ausbleiben des Ausschlages am Elektroscop, wenn das Gestell eine Ableitung erhielt. Mit demselben Erfolge konnte der Versuch an Eisenröhren oder Cylindern angestellt werden, die mit einem sehr langen Drahte umwunden waren.

Elektricität der Säule im Vacuum. Masson[1]) leitete den Pol einer vielplattigen voltaischen Säule in das barometrische Vacuum, konnte aber keinen Lichtschein daselbst bemerken, woraus er den nicht bündigen Schluss zieht, dass die Spannungselektricität an dem Pole der Säule ungemein schwach sei und nicht aus derselben Ursache entspringe, die den Strom erzeugt.

Einfluss chemischer Wirkung bei der Elektricitätserregung durch Reibung. Péclet[2]) hat die Versuche Wollastons über Elektricitätserregung durch Reibung in Kohlensäure wiederholt und gefunden, dass dieselbe unabhängig von einer chemischen Wirkung des Gases auf das Reibzeug sei. Um das elektrische Leitungsvermögen der Kohlensäure zu prüfen, construirte Péclet zwei Torsionswagen, und füllte die eine mit trockner atmosphärischer Luft, die andere mit trockner Kohlensäure. Beide Instrumente nahmen fast dieselbe elektrische Ladung an und behielten dieselbe eine gleiche Zeit. Hierauf wurde eine kleine elektrische Cylindermaschine, deren Reibzeug mit Mussivgold bedeckt war, mit einem daran befestigten Elektroscope unter eine Glasglocke gebracht, die luftleer gemacht und mit einem Gase gefüllt werden konnte. Es wurden dieselben Divergenzen des Elektroskops durch Drehen der Maschine hervorgebracht, die Glocke mochte mit atmosphärischer Luft, mit Wasserstoff oder Kohlensäure angefüllt sein, und der Verfasser hält daher den Irrthum Wollastons, der sich wahrscheinlich nicht gehörig getrockneter Kohlensäure bedient habe, für bewiesen.

Elektricitätserregung bei chemischer Einwirkung. Böttger[3]) setzte auf den (messingenen) Teller eines Bohnenbergerschen Elektroscops, oder in einen ringförmigen Fortsatz

---

[1]) Compt. rend. VII. p. 671. Poggend. Annalen* Bd. 46. S. 487.
[2]) Annales de Chimie* t. 71. p. 83.
[3]) Neue Beiträge zur Physik u. Chemie* 1841. S. 115.

[illegible]selben eine Platinschale, und füllte dieselbe mit destillirten Zinkstücken, mit Cadmium oder Eisenfeilicht. Wurde Salzsäure in die Schale gegossen, welche die Metalle auflöste, so zeigte das Goldblatt des Elektroskops starke negative Elektricität. Brachte man salpetersaures Ammoniak in der Platinschale in glühenden Fluss, so bewirkten hineingeworfenes Zink, Kadmium, Eisen, Blei einen positiven, Antimon- und Wismuth-Pulver einen negativen Ausschlag des Goldblatts.

Elektricität bei Zersetzung von Salzen. Böttger [1]) schüttete in den mit dem Elektroskope verbundenen Platintiegel 6 bis 8 Gran citronsaures Silberoxyd und erhitzte dasselbe durch eine Lampe; bei der Zersetzung des Salzes gab das Elektroskop starke negative Elektricität an. Derselbe Erfolg tritt nach Döbereiner ein bei Anwendung des oxalsauren Silberoxyds. Auch bei Zersetzung des salpetersauren Kupferoxyd-Ammoniaks bemerkte Böttger Elektricitätserregung, nicht aber bei der des Knallgoldes, des pikrinsalpetersauren Baryts, Kalis und Natrums, des knallsauren Silberoxyds, oder des oxalsauren Quecksilbers. Krystallisirtes salpetersaures Kupferoxyd wurde in durchlöchertes Stanniol gewickelt in den Tiegel gelegt und mit Wasser befeuchtet; bei der Zersetzung zeigte sich negative Elektricität im Elektroskope. Der Verfasser glaubt, dass bei Bildung von Krystallen (es wurde essigsaures Kali und Natrum beim plötzlichen Krystallisiren untersucht) keine Elektricität frei werde, wol aber, wenn eine schon gebildete Krystallmasse sich zusammenzieht und springt. Dies zeigte sich bei schwefelsaurem Kupferoxyd-Kali, das mit einer Lampe in glühenden Fluss gebracht und dann abgekühlt worden war. Das Salz nahm in einigen Sekunden krystallinisches Gefüge an ohne Elektricität zu zeigen; als sich die Masse aber unter hörbarem Knistern zusammenzog, wurde im Elektroscope positive Elektricität frei. — Böttger [2]) hat auch durch Zersetzung des salpetersauren Kupferoxydes eine starke Ablenkung der Magnetnadel in folgender Weise hervorgebracht. Ungefähr 8 erbsengrosse Stücke des krystallisirten Salzes wurden in der Mitte eines 8 Zoll langen, 3 Zoll breiten Stanniolstreifens fest eingewickelt, dessen freie Enden zusammengedreht und mit dem Drahte eines empfindlichen Multiplicators

[1]) Poggendorff Annalen* Bd. 50. S. 44.
[2]) Neue Beiträge zur Physik u. Chemie* 1841. S. 24.

verbunden wurden. Der Stanniolstreifen wurde an der Stelle, wo das Salz lag, mehrfach durchstochen und mit wässrigem Alkohol benetzt; es erfolgte eine heftige Zersetzung des Salzes, das Stanniol wurde unter Funkensprühen zerstört und die Nadeln des Multiplicators wurden im Kreise herumgeschleudert. Bei der heftigen Zersetzung des oxalsauren Silberoxyds durch einen heissen Draht auf einem Platinstreifen, dessen Enden mit dem Multiplicator verbunden waren, blieben die Nadeln unbewegt, wonach der Verfasser schliesst, dass die Elektricitätserregung im ersten Versuche unabhängig von der dabei stattfindenden Wärmeentwickelung sei.

b. Elektricitätserregung durch Erwärmung.

Elektricität der Weinsteinsäure. Nach Böttger[1]) wird die krystallisirte Weinsteinsäure durch Erwärmung elektrisch und afficirt das Bohnenbergersche Elektroskop sehr bedeutend. Ganz wirkungslos ist in dieser Beziehung die Traubensäure; der Milchzucker ist bei Weitem weniger pyro-elektrisch als der Candiszucker.

Krystallelektricität nach Temperatur verschieden. Hankel hat in einer eigenen Dissertation[2]) die Elektricität, welche die pyro-elektrischen Krystalle durch Temperaturwechsel an verschiedenen Stellen annehmen, untersucht und die Resultate in Poggendorff's Annalen bekannt gemacht. Hiernach würde die Elektricität, welche eine bestimmte Stelle eines Krystalls annimmt, von den Temperaturgränzen abhangen, zwischen welchen der Krystall erwärmt oder erkältet wird. So giebt Hankel z. B. an, dass eine gewisse Ecke des Boracits beim Erwärmen zwischen 18,6 und 93 Grad positiv elektrisch, zwischen 116,3 und 162,8 negativ, und zwischen 168 und 195,3 Grad wieder positiv sei. Die Versuche wurden in folgender Weise angestellt: An dem Stifte, der das *Gold*blatt eines empfindlichen Bohnenbergerschen Elektroskops trug, war ein langer dünner Draht befestigt, dessen Ende mittels einer gläsernen Handhabe an einer beliebigen Stelle des Krystalls angelegt werden konnte. Der Krystall lag auf einem kleinen Messingtische, der mit der Erde in Verbindung stand und durch eine Spiritusflamme erhitzt wurde; ein mit dem Krystalle in gleiche Lage gesetztes Thermometer zeigte die Temperatur an. In einer andern

---

[1]) Poggendorff Annalen* Bd. 43. S. 660.

[2]) De thermoëlectricitate crystallorum. Hal. 1839 — pars altera. 1840.

rt des Versuches wurde der Tisch isolirt und mit dem Drahte s Elektroskops verbunden, während die zu untersuchende Stelle s Krystalles mit einem ableitenden Drahte berührt wurde, wo nn das Elektroskop die der zu prüfenden entgegengesetzte Elekicitätsart angeben sollte. Diese Untersuchungsart ist nicht einfach d ist, besonders in der zuletzt angegebenen Weise, vielen Irrthüern ausgesetzt. Es wäre daher zu erwarten gewesen, dass der rfasser seiner Arbeit eine Kritik seines Verfahrens mit Versuen an einem vorläufig elektrisirten Körper vorangeschickt hätte. h kann hier auf das Detail der mühevollen Untersuchung nicht ngehen, und will nur die untersuchten Krystalle nennen: Zucker, Weinsäure, weinsaures Kali-Natrum, Kieselzinkerz, Axinit, Prehnit, otyp (Poggend. Annal. Bd. 49. S. 493); Turmalin, Topas, Tinit (Bd. 50 S. 237); Boracit (Bd. 50 S. 471); Quarz (Bd. 50 S. 606).

2. Elektricitätserregung durch Verdampfung und atmosphärischen Prozess.

Volta[1]) stellte im Winter 1788 einen Kessel siedenden Wassers auf den Boden eines geräumigen Zimmers, und untersuchte e Luft des Zimmers auf die von ihm entdeckte Weise mit einem lirten Drahte, an dessen Spitze sich eine brennende Laterne befand. Er erhielt mit Hülfe einer leydener Flasche und des Consators deutliche Zeichen von positiver Elektricität. Das Gefäss, rin Wasser kocht, fand Volta hingegen negativ elektrisch und llte den Satz auf, dass bei der Verdampfung des Wassers der steigende Dampf positiv, das zurückbleibende Wasser negativ ektrisch sei. — Saussure brachte am Schlusse seiner Untersuung der Elektricitätserregung durch Verdampfung den Versuch Vorschlag, das Wasser in einem Papinschen Topfe zu einem hen Temperaturgrade zu bringen und die Elektricität des Wassers beim Ausströmen des Dampfes zu untersuchen.[2]) Diese Notizen werden durch einen merkwürdigen Fall von Elektricitätserregung in Erinnerung gebracht, der eine grosse Anzahl von Versuchen veranlasste, die den Gegenstand indessen keineswegs erschöpft haben.

Elektricität des unter Druck ausströmenden Was-

---

[1]) Meteorologische Briefe* deutsch von Schäfer 1793 * S. 144.
[2]) Voyages dans les Alpes* t. II. p. 247.

serdampfes. Versuche an Dampfmaschinen. Im Ok
1840 hielt zu Seghill bei Newcastle ein Wärter an einer D
maschine die eine Hand in den aus dem Sicherheitsventil au
menden Dampf, und empfand einen von einem Funken begl
den heftigen Stoss in den Armen, als er mit der andern Han
Gewicht am Hebel verschieben wollte. Dieser augenscheinlich
trischen Erscheinung bemächtigten sich die Herren Armst
und Pattinson; jeder von ihnen hat darüber mehrere Ab
lungen publicirt,[1]) die grösstentheils eins und dasselbe entl
und denen ich Folgendes entnehme. Das beste Mittel, die
tricität des ausströmenden Wasserdampfes bemerklich zu m
besteht darin, dass der Beobachter auf einem Isolirstuhle st
ein Ende eines mehrere Fuss langen Metallstabes mit der
Hand in die aus dem Sicherheitsventile ausströmende Dampf
hält, während er die andere Hand dem Kessel oder einem
stehenden Leiter nähert. Es springen dann an der Hand F
von $\frac{1}{4}$ bis 4 Zoll über. Die längsten Funken werden erhalten,
das in den Dampf gehaltene Ende des Stabes mit einer n
wärts gerichteten Drahtbürste versehen ist, und dieses En
den Dampfstrahl möglichst hoch gehalten wird. Sie waren
desto länger einen je höheren Druck der ausströmende Dam
sass. So erschienen in einem Versuche 4zöllige Funken a
Dampf mit 52 Pfund Belastung auf den quadr. Zoll ausst
3zöllige als diese bis auf 40 Pfund vermindert war; bei 30
konnten nur 2zöllige, bei 10 Pfund $\frac{1}{4}$zöllige Funken erhalten
den und bei 5 Pfund waren sie kaum merkbar (Pattinson)
vom Dampfe aufgesammelte Elektricität war positiv, es w
mit ihr Elektrometer und Flaschen geladen und Karten durch
Die grösste Elektricitätsmenge wurde gerade über dem Sicher
ventil aufgefangen, aber auch seitlich davon konnte sie zu kl
Funken gesammelt werden und der Dampf im ganzen Sch
unter dem die Maschine stand, gab deutlich positive Elektr
Verschiedene Maschinen, unter denselben Umständen geprüft
ferten Elektricität in verschiedener Stärke. An einem mit R
wasser gespeisten Dampfkessel konnte der Dampf nicht aus

---

[1]) London and Edinb. phil. Mag. v. 17 and 18. Sturgeon An
Electric.* v. V. p. 452. 456. v. VI. p. 37. 42. 305. Poggendorff A
Bd. 52. S. 328.

Sicherheitsventil ausgelassen werden, als Armstrong ihn aus dem Niveauhahn (gauge cock) ausströmen liess, wurde keine Elektricität merkbar. Dass dieser ausbleibende Erfolg nicht von der Natur des Wassers herrührte, zeigte folgender Versuch. Armstrong schraubte in den Deckel des Kessels einer Locomotive ein mit einem Hahne versehenes durchbohrtes Metallstück und konnte in dem hieraus strömenden Dampfe keine Elektricität bemerken. Es wurde nun in das Metallstück eine in den Kessel hineinragende Glasröhre eingesetzt, die oben mit einem Metallhahne geschlossen war. Als der Dampf aus diesem obern isolirten Hahne strömte, zeigte sich derselbe in so hohem Grade elektrisch, dass die Glasröhre von dem elektrischen Lichte schön erleuchtet wurde. Es scheint also eine Isolation der Ausflussöffnung vom Kessel nöthig zu sein, um die Erscheinung in einiger Stärke hervortreten zu lassen. Sowol Armstrong als Pattinson haben sich die Mühe genommen, die negative Elektricität des Dampfkessels direkt aufzuzeigen. Hierzu wurde eine Locomotive von den Schienen abgehoben und auf Klötze von gedörrtem mit Pech überzogenem Holze gestellt. So lange die Ventile geschlossen blieben, zeigte die Maschine keine Elektricität, wol aber erhielt man von ihr glänzende sehr kräftige 1 Zoll lange Funken, wenn der Dampf aus dem Sicherheitsventile ausströmte. Die hier sichtbare Elektricität war negativ, an der Maschine angebrachte Fäden wurden von einer geriebenen Siegellackstange abgestossen und Spitzen an derselben zeigten den negativen Lichtstern. Armstrong bemühte sich, durch ziemlich umständliche Versuche zu zeigen, dass der Dampf im Kessel selbst nicht elektrisch sei, und auch ausserhalb desselben erst Elektricität entwickle, wenn er in die Bläschenform übergehend, sichtbar wird. Pattinson erklärt die Wirkungslosigkeit des verschlossenen Kessels dadurch, dass der positiv-elektrische Dampf von negativ-elektrischem Metalle umgeben sei. Derselbe hat auch die bekannten Versuche Volta's wiederholt, indem er von einer isolirten Eisenschüssel, die mit glühenden Kohlen gefüllt und mit Wasser besprengt wurde, so starke Elektricität erhielt, dass sie in Funken aufgezeigt werden konnte. Bestätigung der Elektricität des unter hohem Druck ausströmenden Dampfes hat Condie gegeben,[1]) Sturgeon hat mehrere Versuche ohne Erfolg ange-

[1]) Sturgeon Annals of El. * v. VI. p. 312.

stellt und nur einmal Funken erhalten, als der Dampf durch eine Glasröhre ausströmte.[1]) Im September 1841 zeigte Séguier der französischen Akademie an,[2]) dass er auf Einladung des belgischen Ingenieurs Tassin Versuche an einer stehenden Dampfmaschine angestellt, und aus dem Dampfe Funken von einigen Centimeter Länge erhalten habe. Die, ein ganzes Jahr früher, von den Engländern viel vollständiger ausgeführten Versuche derselben Art werden dabei nicht erwähnt. Die Notiz von Tassin,[3]) dass bei dem Springen eines Dampfkessels ein in der Nähe stehender Arbeiter einen Funken bemerkt habe, der wie ein Blitz aus dem Kessel fuhr, ist beachtenswerth, berechtigt aber nicht zu der hinzugefügten Ansicht, dass Elektricität eine Hauptursache des Springens der Dampfkessel sei.

Elektricität des ausströmenden Dampfes. Versuche im Kleinen. Armstrong[4]) hat sich hierzu den in Fig. 12 abgebildeten Apparat anfertigen lassen. Ein starker cylindrischer Dampfkessel B aus Kanonenmetall, 30 Zoll hoch, 4 Zoll weit, ist in einen auf Glasfüssen stehenden Ofen eingesetzt. In der Deckplatte des Cylinders mündet durch die Stopfbüchse E ein 10 Fuss langes $\frac{3}{8}$ Zoll weites Kupferrohr, das in den Ofen zurückgeführt, in mehreren Windungen um den Cylinder gelegt ist und dann erst in die Luft austritt. Hierdurch ist bezweckt, durch den Hahn F nur ganz trocknen Dampf ausströmen zu lassen. Statt dieses Kupferrohrs kann auch eine kurze Glasröhre EG mit einem Hahn in die Stopfbüchse eingesteckt werden. Durch das Hebelventil C wird der Druck des Dampfes regulirt. Mit diesem Apparate konnten bedeutende elektrische Effekte erreicht werden. Eine leydener Flasche von 1 Pinte Inhalt konnte in wenigen Minuten so stark geladen werden, dass sie eine heftige Commotion gab; hierzu wurde der Knopf der Flasche mit dem Kessel selbst in Verbindung gesetzt, der Dampf unter einem Drucke von 100 Pfund auf den quadr. Zoll aus dem Hahne gelassen. Die Elektricität des ausströmenden Dampfes war, wie in den Versuchen mit grossen Maschinen, gewöhnlich positiv, und die Elektricität des Kessels negativ; zuweilen aber trat der umgekehrte Fall ein, und zwar bemerkte der Verfasser,

[1]) Sturgeon Annals of El.* v. VI. p. 411.
[2]) Comptes rendus 1841* 2me Sem. p. 628.
[3]) Comptes rendus* t. XIII. p. 229.
[4]) Lond. Edinb. phil. Mag.* v. 18. p. 331.

dass dies durch Ueberheitzung des obern Theiles des Kessels, und durch Verminderung des Wassers im Kessel bewirkt wurde. Um die Elektricität bei gleichem ausströmendem Dampfquantum (dem Gewichte nach) unter verschiedenem Drucke zu untersuchen, liess der Verfasser den Dampf aus dem belasteten Ventile C ausströmen. Bei einem Drucke von 1 Pfund auf den quadr. Zoll gab ein mit dem Kessel verbundenes Goldblattelektrometer zuerst Elektricitätsanzeige, aber bei 3 Pfund Druck konnten schon 5 bis 6 kleine Funken in der Minute aus dem Kessel gezogen werden. Als der Druck bis 250 Pfund auf den quadr. Zoll gesteigert war, erschien die Elektricität nur ungefähr 5mal so stark als bei 3 Pfund. Bei diesen Versuchen war die Elektricität des Kessels negativ. War hingegen die Elektricität des Kessels positiv, was durch Verschliessung der Ofenthür bewirkt werden konnte, so nahm die elektrische Spannung nur bis zu einem Drucke von 30 Pfund auf den Zoll zu. Bei höherem Drucke ging die Elektricität des Kessels leicht vom Positiven ins Negative über; alsdann wurde der Dampf, der aus dem Schlangenrohr ausströmte, oft negativ elektrisch, während der aus dem Sicherheitsventil tretende positiv war. Hier waren also gleichzeitig zwei entgegengesetzt elektrische Dampfstrahlen vorhanden. — Die stärksten elektrischen Effekte des Apparats wurden erhalten, wenn statt des Schlangenrohrs ein kurzes Glasrohr bei E in den Kessel eingesetzt war, aus dem der Dampf unter hohem Drucke ausströmte. Es wird folgender Versuch angeführt zum Beweise, dass der Dampf nicht vor seiner Condensirung elektrisch sei. An den Hahn F wurde ein hohler Metallcylinder mit einer Brause an einem Ende angesetzt und heiss erhalten, aber der durch die Löcher der Brause ausströmende Dampf war nicht weniger elektrisch, als wenn er unmittelbar durch den Hahn F in die Luft austrat. — Später bemerkte Armstrong,[1]) dass nach häufigem Gebrauche seines Dampfkessels die Fälle einer positiven Elektrisirung desselben häufiger wurde. Die innere Fläche des Kessels war nicht angegriffen, als sie aber mit Kalilauge abgewaschen war, konnte wieder sicherer positive Elektricität in dem Dampfstrahle erhalten werden. Es wurde nun versucht, dem verdampfenden Wassere in wenig Pottasche beizumischen, und hiernach erschien die Elektricität des Dampfes so bedeutend, dass mehr als

[1]) Lond. Edinb. phil. Mag.* v. 19. p. 25.

30 Funken in der Minute aus dem Kessel gezogen wurden. Eine Beimischung von Natrum hatte denselben Effekt, eine von Kalk einen geringeren; Salpetersäure und salpetersaures Kupferoxyd dem Wasser zugesetzt bewirkten, dass der Dampf negativ elektrisch wurde. Salzsäure und Schwefelsäure hatten keine Wirkung, selbst wenn sich Eisenfeilicht neben ihnen in dem Wasser befand. Wurde ein Alkali oder Kalk in grosser Menge in den Kessel gethan, so erfolgte eine Entwickelung von feuchtem Dampf, der ausströmend keine Elektricität zeigte. Zuletzt wird die Vermuthung ausgesprochen, dass ein gehörig abgerundeter Dampfapparat, der 10 Gallons Wasser fassen könne, eine sehr kräftige continuirlich thätige Elektrisirmaschine abgeben würde, die Vorzüge vor den gebräuchlichen Maschinen habe. In einer folgenden Mittheilung [1]) spricht sich Armstrong endlich entschieden dafür aus, dass die Elektricität des ausströmenden Wasserdampfes gar nicht von der Verdampfung, sondern von der Reibung des Dampfes gegen den Rand der Ausflussöffnung herrühre. Er hält folgenden Versuch für entscheidend. Die Glasröhre, welche den Dampf aus dem Kessel zu dem Metallhahne führte, wurde stark erwärmt, um die Condensirung des Dampfes an der innern Glasfläche zu verhindern. Hier fand sich nicht der Kessel, sondern der Hahn negativ elektrisch, während der Dampf wie früher positive Elektricität zeigte. Der Verfasser glaubt, dass in allen früheren Versuchen die an der Mündung der Ausflussröhre erzeugte Elektricität zum Kessel geführt worden ist. Ueber die Aenderung der Elektricitätsart des Dampfes bringt der Verfasser die Erfahrung bei, dass wenn der Kessel auf der Innenfläche rauh war, der ausströmende Dampf positiv, nach Glättung der Fläche negativ elektrisch wurde, und eine Bekleidung der Fläche mit Zinnfolie ohne Wirkung blieb.

Mit diesen Versuchen stehen die folgenden zum Theil in Widerspruch. Pfaff[2]) liess aus einem Papinschen Topfe, der 22 Unzen Wasser enthielt, Dampf gegen eine Messingplatte strömen, die durch einen langen Stab mit einem Goldblattelektrometer verbunden war. Hatte der Dampf 2 Atmosphären Druck, so war die an der Messingplatte gesammelte Elektricität sehr schwach, bei einfachem Atmosphärendruck selbst am Condensator nicht merkbar.

---

[1]) Lond. Edinb. phil. Mag.° v. 20. p. 5.

[2]) Poggendorff Annalen* Bd. 53. S. 313.

r bei höherem bis 5 Atmosphären gesteigertem Drucke gab Elektrometer sehr starke Elektricität an. Die Elektricität war all positiv, das angewandte Wasser mochte rein, oder mit Aetz- kohlensaurem Kali, Kochsalz oder Schwefelsäure versetzt sein. Verfasser glaubt, dass diese Elektricität eine Folge des Druk- kes, welchen der Dampf auf das Wasser ausübt. — Schaf- tl [1]) konnte keine Elektricität entdecken, als er Wasserdampf dem Marcetschen Dampfapparate bei hohem Drucke gegen ein trometer ausströmen liess, das mit einer Drahtbürste armirt Als er hingegen den Dampfstral in einer flachen Glasglocke ng, zeigte diese an der Innenseite, wo sich der Dampf con- irt hatte, starke Elektricität. Es ist indessen hierbei nöthig der Dampf feucht, d. h. mit fein zertheiltem Wasser gemengt Dass die bemerkte Elektricität nicht von einer Reibung des pfes gegen die Glasfläche herrühre, zeigte der Versuch, den pfstrahl gegen Wasser zu richten, das gleichfalls elektrisch er- ... Der Verfasser glaubt, dass die Elektricitätserregung an der ...chine einen ähnlichen Ursprung habe, indem die dem ...strahle entgegenstehende kalte Luftschicht die Rolle der Glas- ... in dem obigen Versuche spiele. Der Versuch war mit de- ...tem Wasser angestellt worden, die Elektricität des Dampfes ...e nicht stärker, ja sogar schwächer gefunden, als dieses Was- mit Schwefelsäure oder Kochsalz versetzt worden war. Der ...asser schliesst, dass das Phänomen bei der plötzlichen Verei- ...ng der Wasserkügelchen, die dem Dampfe beigemengt sind, ...ste und in der Trennung dieser Kügelchen von dem Wasser- , das dabei in Bläschenform übergeht, seinen Grund habe.

Peltier [2]) glaubt, dass die Elektricität des ausströmenden ...serdampfes nicht der Verdampfung, sondern dem Losreissen Dampfes von den in dem Wasser gelösten festen Theilen zu- ...reiben sei. Er bringt Versuche bei, in welchen destillirtes ...ser, auf glühendes Platin gesprützt, keine Elektricität erzeugt, aber zum Vorschein kam, wenn dem Wasser ein Salz zuge- t worden. —

Ich habe diese grosse Anzahl von Versuchen nicht kürzer und ...sichtlicher mittheilen können, da dieselben die betrachtete Er-

---

[1]) Annales de Chimie* 3me Sér. t. 2. p. 37

[2]) Annales de Chimie* t. 75. p. 330.

scheinung nicht zum Verständniss gebracht und in der That die Elektricitätserregung bei Verdampfung nichts gelehrt h was nicht durch Saussure und Pouillet seit vielen Jahre kannt ist. Wie interessant auch die so lange unbeachtete El citätsäusserung der Dampfmaschine sein mag, so giebt sie ein zu beachtendes Beispiel, dass eine Erscheinung dadurch allein sie zu einer grossen Energie gesteigert wird, unserer Einsicht zugänglicher werden kann.

Elektricitätserregung an Wasserfällen. Tralle merkte zuerst, dass der Wasserstaub in der Nähe grosser W fälle negativ elektrisirt sei; Volta bestätigte die Erscheinung erklärte sie aus der auf den zerstäubten Wassertheilchen erf den Verdampfung, nach welcher der positiv-elektrische Dam Wasser negativ zurücklässt. Becquerel [1]) modificirte die klärung nicht eben glücklich, indem er durch Verdampfung Erdboden um den Wasserfall negativ elektrisch annimmt, von die Wasserbläschen Elektricität durch Mittheilung erhalten. G diese letzte Ansicht hat Belli [2]) Versuche angestellt, um zu gen, dass die Elektricität der Wasserfälle von der atmosphäri Elektricität durch Vertheilung erregt werde. Derselbe liess Freien Wasser aus einem Trichter in einen Recipienten trö und fand diesen stark positiv elektrisch. Ein Wasserstrahl d eine Druckpumpe in die Höhe geworfen, elektrisirte bei dem abfallen einen isolirten Recipienten negativ. Als die Pumpe isolirt war, zeigte sie sich im Augenblicke, wo der Strahl aus positiv elektrisch. Aber diese Versuche gelangen nur auf ei ganz freien Platze; in einem mit Gebäuden nahe umgebenen angestellt, wurde keine elektrische Spur bemerkt. Der Verf schliesst hieraus, dass jede senkrechte Wassersäule von der at sphärischen (bekanntlich meist positiven) Elektricität durch theilung elektrisirt werde, so dass ihr oberes Ende negativ, unteres positiv erscheine, wonach denn die negative Elektri der Wasserfälle erklärt sein soll. Dabei ist nun gänzlich ve sen, dass Volta nicht nur unter Wasserfällen, sondern über Strudeln in Bergbächen, constant negative Elektricität funden hat.

---

[1]) Traité de l'électr.* t. 4. p. 121.
[2]) Biblioth. universelle de Genève* t. VI. p. 149.

Atmosphärische Elektricität.

Elektricität an langen Drähten gesammelt. Die glänzenden elektrischen Erscheinungen, welche an sehr langen in einiger Höhe über dem Boden horizontal ausgespannten Drähten bemerkt werden, locken nach Beccaria von Zeit zu Zeit zur Anwendung dieses umständlichen und kostbaren Mittels, die atmosphärische Elektricität aufzusammeln. Ganz neuerlich hat Weekes [1]) zwischen zwei Kirchthürmen von Sandwich, einer kleinen Stadt in Kentshire, einen 1027 Fuss langen Draht in 130 Fuss Höhe vom Boden isolirt ausgespannt und durch einen hinabsteigenden Draht mit einer Metallkugel in einem Zimmer in Verbindung gesetzt, an welcher die gesammelte Elektricität beobachtet wurde. Als am 25. September 1840 eine dunkele Wolke über dem Drahte regnete, wurde ein fortwährender Strom sehr starker Funken mit dem Geräusche eines Kleingewehr-Feuers zwischen der Auffange- und Ableitungskugel erhalten. In den Augenblicken, wo die Wolke blitzte, ging das Geräusch in ein zischendes über, wie wenn heisses Eisen in Wasser geworfen wird. Die Wolke stand sehr hoch über dem Drahte, da 5 bis 6 Sekunden zwischen Blitz und Donner gezählt wurden. Die Elektricität ging während dieser bedeutenden Ansammlung von der positiven zu der negativen Art über. Der Funkenstrom währte 3 Stunden, so dass damit verschiedene mechanische Effekte, Durchbohrung von Karten und Glas, erreicht wurden; nach dieser Zeit hörten alle elektrischen Zeichen, selbst an empfindlichen Elektrometern, auf. In Folge von Schönbein's Abhandlung über das Ozon (s. Seite 186) liess Weekes am 28. Oktober 1840, an welchem Tage die atmosphärische Elektricität so stark wurde, dass der Apparat Funken von 2 bis 3 Zoll Länge und der Dicke des kleinen Fingers gab, die Funken in einem verschlossenen Glascylinder überschlagen, in welchem sich eine Platinplatte befand. Als der Cylinder geöffnet wurde, zeigte sich der elektrische Geruch in ausserordentlicher Stärke, die Platinplatte war, wie Schönbein es bei der künstlichen Elektricität gefunden, stark negativ polarisch; (verhielt sich, in eine saure Flüssigkeit getaucht und am Multiplicator geprüft, gegen eine andere Platinplatte wie Kupfer gegen Zink.) Das riechende Prinzip auf verschiedene Salzlösungen wirken zu lassen, führte zu keinem Resul-

---

[1]) Sturgeon Annals* v. VI. p. 89.

tate. An diesem Tage war die atmosphärische Elektricität unveränderlich negativ. In einer folgenden Mittheilung[1]) giebt Weekes eine Zeichnung seines Apparats, in der Nichts bemerkenswerth sein möchte, als der funkensprühende Nagel, der sich in der Leitung befand, die von der Mitte des zwischen den Kirchthürmen ausgespannten Drahtes in das Beobachtungszimmer hinabgeführt war. Dieser Nagel verbrannte während eines Gewittersturmes am 9. Mai 1841 und fiel in geschmolzenen Kügelchen hinab.

Schlag vom Drahte des elektrischen Drachens. Henry[2]) führt an, dass, als im Jahre 1836 ein Comité des Franklin-Instituts einen Drachen an einem 1 englische Meile langen Eisendrahte steigen liess, er Zeuge der erstaunlichen Wirkung war, welche die Elektricität dieses Drahtes hervorbrachte. Der Funke, obgleich er nur von der Länge eines Viertel-Zolles erhalten werden konnte, gab eine Commotion, die von einer Kette von 15 Personen zugleich empfunden wurde. Da nun ein geladener Conductor, der eine Schlagweite von $\frac{1}{4}$ Zoll habe, keine so bedeutende Wirkung äussere; so nimmt der Verfasser an, dass der schwache Elektricitätsstrom in dem Drahte des Drachens sich durch Induktion auf den Draht selbst verstärkt habe.

Elektrische Ladung der Wolken. Nach Peltier[3]) können die Wolken auf zweierlei Weise, molekular und peripherisch, elektrisch geladen sein. Die erste Art der Ladung wird durch die um jedes Wasserbläschen der Wolken befindliche Elektricität gebildet, wodurch die ganze Wolke als Convolut einzelner elektrisirter Theilchen wirkt. Diese Theilchen stehen in der Wolke zuerst so weit auseinander, dass die Elektricität nur schwer von einem zum andern übergeht; würden jene aber durch irgend eine Ursache näher zusammengerückt, so findet ein Uebergang der Elektricität statt, die innern Bläschen der Wolke verlieren einen Theil ihrer Elektricität, und dieser häuft sich um die Oberfläche der Wolke an, wie bei einem gewöhnlichen Conductor. Diese Anhäufung bildet die peripherische Ladung, die neben der molekularen bestehen kann, wenn die Wolke noch nicht so weit verdichtet ist, dass sie als eine zusammenhängende halbflüssige Masse

[1]) Sturgeon Annals* v. VI. p. 446.
[2]) Sturgeon Annals * v. IV. p. 306.
[3]) Observations sur les trombes * p. 89.

zu betrachten ist. Hiernach resultiren von einer elektrisch geladenen Wolke zweierlei Wirkungen; die eine, die der Verfasser die statische Wirkung nennt, besteht in Erregung der entgegengesetzten Elektricität im Erdboden, in Anziehen und Abstossen, die andere dynamische Wirkung in Ausstralen und Entladungen, welche letztere nur von der peripherisch angehäuften Elektricität herrührt. Ist diese peripherische Ladung durch eine Explosion zerstört, so bildet sie sich wieder durch neue von den Partikeln übergehende Elektricität, wonach die wiederholten Blitze aus derselben Wolke erklärt werden.

Elektrische unsichtbare Wolken. Peltier nimmt an[1], dass das durchsichtige Wassergas in der Atmosphäre sich gerade ebenso verhält, wie dasselbe, wenn es durch irgend eine Ursache in den undurchsichtigen Bläschenzustand gebracht worden ist; es vereinigt sich nach ihm zu einzelnen Massen, welche durchsichtige Wolken bilden, die die Reinheit der Luft nicht trüben, und ohne in den undurchsichtigen Zustand überzugehen, zu Wasser condensirt werden. Diese durchsichtigen Wolken können wie die undurchsichtigen mit Elektricität geladen sein, sie bringen dieselben Erscheinungen hervor, wie diese, mit den Modifikationen, welche ihr geringeres elektrisches Leitungsvermögen bedingt. Der elektrische Zustand der Wolken hängt von den Luftschichten ab, die auf der Erde ruhen; durch die Verdampfung des Wassers auf dem Boden wird stets Wassergas mit freier positiver Elektricität erzeugt, das diese Elektricität entweder behält oder an den negativ elektrisirten Boden abgiebt. Wenn das durchsichtige Wassergas Elektricität mit in die Höhe nimmt, so bleibt diese unverändert, wenn das Gas in die Bläschenform übergeht. — Die elektrische Ladung durchsichtiger Wolken hat Peltier aus verschiedenen Meteoren bei heiterem Himmel und aus eigenen Versuchen mit dem elektrischen Drachen geschlossen. Am 21. April 1840 liess er bei ganz heiterm Himmel einen Drachen an einem dünnen Kupferdrahte steigen, dessen Ende auf einer wohlisolirten Rolle befestigt und mit einem Multiplicator von 3000 Windungen verbunden war. Bei einer Höhe des Drachens von 30 bis 50 Meter zeigte der Multiplikator einen positiven (von oben eintretenden) Strom durch eine Abweichung von 2 bis 3 Graden an. Beim Höhergehen des

[1]) Observat. s. l. trombes * p. XIV. et 20.

Drachens hörte die Anzeige auf, gab aber bald darauf einen negativen Strom an, der in einer Luft-Schicht von 20 Meter Dicke seinen Ursprung hatte. Die Nadeln gingen hierauf wieder zurück und es trat wieder ein positiver Strom ein, der bis zur Höhe des Drachens von 180 Meter fortwährend stieg, so dass die Nadeln zuletzt bis zu 80 Graden abgelenkt wurden. Der Verfasser nimmt an, dass die durchsichtigen elektrischen Wolken wie die dunkeln, auf doppelte Art wirken, vertheilend mit ihrer Molecularelektricität, Entladungen hervorbringend mit ihrer peripherischen Elektricität, wodurch die Entstehung feuriger Meteore und der Tromben bei heiterm Himmel erklärt wird.

St. Elmsfeuer. Einen ähnlichen Fall des St. Elmsfeuers, wie der im vorigen Bericht [1]) angeführte, hat Dr. Riegel in Klingenberg bei Aschaffenburg beobachtet [2]). Als derselbe am 31. October 1835 bei Regen sich mit seinem Pferde auf einer Fähre über einen Fluss setzen liess, bemerkte er ein Leuchten der Mähne und der Ohrenspitzen seines Pferdes und der Spitze seiner Reitpeitsche. Die Erscheinung war am stärksten in der Mitte des Flusses und verschwand, als die Fähre das Ufer erreicht hatte.

Traill [3]) berichtet von einem sehr schönen Elmsfeuer, das am 19. Februar 1837 auf einer der Orkney-Inseln während eines heraufziehenden Gewitters Statt fand. An einem Boote nämlich, das mit einer Kette an dem Ufer befestigt war, wurde der ganze Mast leuchtend und von der Kette zog sich eine blutrothe Flamme gegen das Ufer in einer Ausdehnung von 30 Faden Breite und 100 Faden Länge. Auf der Spitze des Mastes erschien eine Flamme von 1 Fuss Höhe, die sich bei dem Herannahen der Gewitterwolke bis 3 Fuss verlängerte, und sich nach der Wolke richtete. Die Erscheinung dauerte etwa 4 Minuten.

Als der Lieutenant Lédinghen am 7. August 1840 von Blida nach Douéra ritt, bemerkte er während eines Gewittersturmes reichliche Funken, die aus den Metallfransen seiner Epaulette sprühten [4]). Weder die Mannschaft noch der Offizier, die ihn zu Fusse begleiteten, nahmen an ihrer Uniform etwas Aehnliches wahr.

[1]) Repertorium Bd. 2. S. 89.

[2]) Poggendorff Annalen * Bd. 46. S. 655.

[3]) Poggendorff Annalen * Bd. 46. S. 659. Edinburgh new phil. Journ. t. 23. p. 220.

[4]) Comptes rendus 1840. * 2me Sem. 822.

Form des Blitzes. Täuschung bei der Beobachtung derselben. Raillard [1]) leitet die gezackte Form des Blitzes von der Gestaltung des Bodens ab, über welchem die Gewitterwolke entladen wird. Arago hält diese Ansicht der Prüfung der Beobachter werth.

Faraday [2]) macht auf die Täuschung aufmerksam, welche bei Beurtheilung der Form des Blitzes leicht Statt finden kann. Indem nämlich der Blitz ungesehen hinter einer dunkeln Wolke ausbricht, kann der plötzlich scharf beleuchtete zackige Rand derselben leicht für die Bahn des Blitzes genommen werden. Oft besteht das Gewittergewölk aus übereinander geballten einförmigen einzelnen Wolkenmassen und der scharfe Contour einer Wolke bleibt versteckt bis zum Ausbruche des Blitzes. Viele Angaben sind dieser Täuschung zuzuschreiben, wie das Ueberschlagen des Blitzes von einer Wolke zur andern, das Auf- und Niedergehen des Blitzes und so fort. Der Verfasser selbst hat einen Fall gesehen, wo der Blitz sich in zwei Theile zu spalten schien, und der sich als Täuschung herausstellte. Ebenso sind die Blitze von scheinbar merklicher Dauer solche beleuchtete Kanten einer Wolke, hinter welcher elektrische Entladungen schnell hinter einander Statt finden. Eben diese scheinbare Dauer, ferner die gleiche Form aufeinanderfolgender Blitze, ihre scheinbare Dicke und der Grad ihrer Beleuchtung reichen hin, die Täuschung zu entdecken und den Beobachter davor zu bewahren.

Entstehung des Donners. In der gebräuchlichen Erklärung des Donners spielt der Blitz die Hauptrolle, indem man das Geräusch auf dem Wege entstehen lässt, den derselbe nimmt; *Tessan* [3]) hat dagegen den Ursprung des Donners in die Wolke selbst versetzt. Nach seiner Ansicht nimmt die geladene Wolke durch die auf ihrer Oberfläche Statt findende elektrische Repulsion einen um Vieles grösseren Raum ein, als die Spannung ihres Wasserdampfes erfordert. Indem nun bei dem Ausbruche des Blitzes der elektrische Druck plötzlich aufgehoben wird, dringt die Luft in den Raum der Wolke ein und erzeugt den Knall, der durch vielfältiges Zurückwerfen in das Rollen des Donners ver-

[1]) l'Institut * 1838. p. 254.

[2]) Lond. Edinburgh magaz. * Ser. III. v. 19. p. 104. Poggendorff Annalen Bd. 54. S. 98.

[3]) Compt. rend. 5. mai 1841. De la Rive Archiv. de l'él. * t. 1. p. 253.

wandelt wird. Das plötzliche Eindringen der Luft bewirkt zugleich einen reichlichen Niederschlag des Wasserdampfes, wodurch der stärkere Regen, der dem Blitze zu folgen pflegt, seine Erklärung findet. Der Verfasser wurde zu dieser Ansicht von der Entstehung des Donners durch einen Blitzschlag veranlasst, der in seiner Nähe Statt fand. Er und seine Reisegesellschaft bemerkten hierbei ausser dem schmetternden Schlage ein sehr starkes Zischen (sifflement) das er dem Blitze selbst zuschreibt.

Blitz ohne Donner. Reichenbach[1]) hat aufs Neue einen Fall beschrieben, in welchem er einen starken Blitz im Zenith ohne Donner wahrnahm. Dr. Ayrer[2]) führt an, dass er im Jahre 1838 drei Viertelstunden lang Blitze in einer hochstehenden Wolke beobachtet hatte, ohne Donner zu hören.

Die Wettersäule, Trombe. Das bekannte, auf dem Meere unter dem Namen Wasserhose, Wassertrompete gefürchtete Meteor ist schon von Beccaria der atmosphärischen Elektricität zugeschrieben worden[3]); Cavallo und Becket haben zur Unterstützung dieser Ansicht Versuche mit künstlicher Elektricität angegeben, um das Phänomen im Kleinen nachzubilden[4]). In neuestes Zeit hat man sich mit einer genauern Ableitung der Erscheinung beschäftigt, die nur so weit hier zur Sprache gebracht werden kann, als wirklich elektrische Wirkungen das Prinzip der Erklärung abgeben. Hare[5]) leitet die Trombe von einer elektrisirten Luftsäule ab, die nebst den von dem Erdboden angezogenen leichten Körpern, eine Gewitterwolke mit der Erde continuirlich verbindet. Wenn bei dem Gewitter nur einzelne explosive Entladungen der Gewitterwolken Statt finden, so tritt hier eine fortwährende Entladung derselben ein, wobei die aufsteigende Luft einen verdünnten Raum erzeugt, nach dem die Luft von allen Seiten zuströmt und so einen Wirbelwind erzeugt. Peltier hat den Tromben ein eigenes ziemlich voluminöses Werk gewidmet[6]), in welchem ihre Effekte gänzlich den bekannten statischen und

---

[1]) Poggendorff Annalen * Bd. 43. S. 531.

[2]) Poggendorff Annalen * Bd. 48. S. 375.

[3]) Dell. elettric. artif. e natur. Torin 1753. cap. 7.

[4]) Cavallo Abhandlung v. d. Elektric. * Deutsch 1779. S. 185.

[5]) Silliman Journ. vol. 32 (for. 1837). Sturg. Ann. of El. * v II. p. 195.

[6]) Observations et recherches expérimentales sur les causes etc. des trombes * Bruxelles 1841. 460 p. en 8vo.

dynamischen Wirkungen der Elektricität zugeschrieben werden. Nach ihm ist eine Trombe eine Gewitterwolke, mit einem unvollkommenen Leiter zur Erde versehen, einer starken Voltaischen Säule vergleichbar, die durch einen unvollkommenen Leiter geschlossen ist. Die Bildung der Trombe wird folgendermaassen dargestellt. Eine Wolke, die molekular und peripherisch stark elektrisch geladen ist, senkt sich, indem sie von dem Erdboden angezogen oder von einer darüber stehenden gleichnamig elektrisirten Wolke abgestossen wird. Der Theil der Wolke, welcher dem Boden am nächsten gekommen ist, wird von der peripherischen Elektricität zusammengedrückt zur Kegelform und an dem unteren Ende oft zu einer halbflüssigen Masse condensirt. Diese Zusammendrückung von Wassertheilchen durch umgebende Elektricität hat der Verfasser durch eigene Versuche anschaulich zu machen gesucht. Ein Glastrichter mit sehr feiner Oeffnung, die das hineingegossene Wasser nur in Tropfen ausfliessen liess, wurde durch einen Kupferstreifen mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine verbunden. Als das Wasser im Trichter auf diese Weise elektrisirt wurde, sprühte es in einem feinen Regen heraus. Wurde nun aber ein hohler Kupfercylinder von beinahe 4 Zoll Weite dicht unter die Oeffnung gesetzt und dieser Cylinder gleichfalls elektrisirt, so floss das Wasser in einem einzigen unzertheilten Strale aus. In einem andern Versuche floss das Wasser aus dem Trichter in eine grosse Glaskugel, die äusserlich, mit Ausnahme zweier Stellen zur Durchsicht, mit Stanniol bekleidet war. So lange diese Belegung nicht elektrisirt war, bildete das ausfliessende Wasser einen feinen Regen, einen zusammenhängenden Stral aber, als die Belegung mit dem Wasser gleichnamig elektrisirt worden war. — Der untere Theil der Trombenwolke ist durch die Condensirung ein viel besserer elektrischer Leiter, als die übrige Wolke, und zieht lose Theile des Bodens und, wenn er über Wasser steht, durch elektrische Einwirkung ausserordentlich vermehrte, Wasserdämpfe an. Hiermit ist die Trombe constituirt und es geht die Elektricität der Wolken durch den herabhängenden Zipfel derselben über, wodurch das eigenthümliche Rasseln bei der Trombe entsteht. Das Fortschreiten der Trombe wird durch Wirkung des elektrisirten Bodens erklärt; die drehende Bewegung des Meteors, das schraubenförmige Emporziehen von Dämpfen, Staub und Wasser nimmt der Verfasser für eine accessorische Er-

scheinung, resultirend aus dem ungleichen Widerstande der ruhenden Luftzone gegen den durch elektrische Anziehung erzeugten Luftstrom. Auch wird die Erfahrung hinzugezogen, dass leichte mit Spitzen versehene Körper bei elektrischer Anziehung von einer grossen Kugel, die drehende Bewegung annehmen. Die Wirkungen der Trombe werden theils der angesammelten ruhenden, theils der niederströmenden Elektricität zugeschrieben. Zu der ersten Wirkung gehört Anziehung und Abstossung von Gegenständen auf der Erde, lokale Verheerung je nach der Leitung, die der Boden bietet, ein Luftstrom gegen die Trombe hin, ein Wirbelwind von begränzter Ausdehnung bei umher stattfindender Ruhe, Erzeugung von Dämpfen auf dem Wasser, Eindrücken der Wasserfläche. Die merkwürdigste Wirkung der Trombe ist das Welkmachen der Pflanzen und das Zerspalten von Bäumen in dünne Latten und bürstenähnliche Fasern, und entsteht durch die in Bewegung befindliche Elektricität. Indem nämlich die Bäume gute Leiter der Elektricität sind, führen sie reichlich Elektricität vom Boden zur Trombe und erfahren durch diese Elektricitätsbewegung eine Erhitzung, bei welcher der Pflanzensaft in ihnen plötzlich verdampft und das Holz nach der Faser spaltet. Auch der Blitz bringt bei vollsaftigen Bäumen eine gleiche Wirkung hervor. Die Trombe hört auf, wenn die angehäufte Elektricität theils zum Boden abgeführt, theils von den einzelnen Wassertheilchen der Wolke zu ihrer Oberfläche übergegangen ist, und sich daher gewitterhafte Erscheinungen zeigen. — Dies ist im Wesentlichen die Erklärung der Tromben, die Peltier gegeben und mit einigen Versuchen im Kleinen zu unterstützen gesucht hat, von welchen ich die über die durch Elektricität vermehrte Verdampfung an ihrer Stelle aufgeführt habe. Die übrigen Versuche betreffen die Wirkung eines elektrisirten Körpers auf Rauch, Wasser, leichtbewegliche spitze Leiter und bieten nichts Neues dar. Den grössten Theil des hier vorliegenden Werkes nehmen Beschreibungen von Tromben ein, die der Verfasser mit grossem Fleisse gesammelt hat; er bemerkt dabei mit Recht, dass sehr häufig den Stürmen Effekte zugeschrieben werden, die elektrischen Ursprungs sind und den Tromben zugehören, wie das Umwenden von Kanonen, Ausreissen von Pflasterstücken u. s. w. Da in den gangbaren Werken die Literatur über die Tromben sehr dürftig ist,

so lasse ich hier die Uebersicht folgen, die **Peltier** seiner Sammlung von Beschreibungen der Tromben vorangeschickt hat.

I. Wasser-Tromben.

1.	Bei d. Ins. Quesomo	1664	Thevenot voy. d. Lev. 1674. t. 2. p. 259.
2.	- - - Celebes	30. Nov. 1687	Dampier voy. aut. d. monde ch. 16.
3.	- - - Kosiway	28. Dec. 1699	Dampier voy. nouv. Holl. ch. 3.
4.	Bei Neu-Guinea	12. Apr. 1700	Dampier suite Nouv. Holl. ch. 4.
5.		24. März 1701	P. Gordon phil. transact. v. 22. 805.
6.	Mittell. Meer	27. Aug. 1701	A. Stuart phil. transact. v. 23. 1077.
7.		29. Apr. 1716	le Gentil voy. aut. d. monde 1. 133.
8.	Bei Serrelione	13. Nov. 1725	des Marchais voy. Guinée 1. 82.
9.		21. Mai 1732	J. Harris phil. trans. 38. 78.
10.	Mittell. Meer	1736	Shaw voy. en Barb. 2. 55.
11.	Genfer See	Oct. 1741	Jalabert mém. Ac. de Par. 1741. 20.
12.	Ebendas.	9. Juli 1742	Ebendas. 1767. 412.
13.	Deeping-Fen	5. Mai 1752	B. Ray phil. transact. 47. 477.
14.			Adanson voy. Senegal p. 122.
15.	Antigoa		Franklin exp. and observ. 5th. ed. 241.
16.			ibid. p. 227.
17.	Westind. Meer	Aug., vor 1756	Melling transact. am. phil. v. 2. 335.
18.	Meerenge v. Gibraltar		Wakefield ibid. 2. 335.
19.			Rowland ibid.
20.	Meerenge v. Malacca		Spring ibid.
21.	Westind. Meer	Juli 1756	Franklin exp. and obs. 263.
22.	Bei Java	gegen 1760	le Gentil voy. mer d. Indes 2. 44.
23.	Küste von Malabar		ibid. 45.
24.	Penzance	28. Juli 1764	Borlaze phil. trans. 52. 507.
25.	Limay	23. Juni 1764	du Bourdieu Ac. d. Par. 1764. 22.
26.	Meerenge der Kön. Charlotte / Cap. Pallifer	29. Oct. 1773	Forster observ. sur diff. suj. 1778. 109
27.	Nizza	12. Apr. 1780	Michaud journ. d. phys. 1787. 284.
28	Cuba	12. Juli 1782	Baussard ibid. 1798. 346.
29.	Cap Vert	7. Sept. 1783	Isert voy. Guinée p. 9.
30.	Adriat. Meer	23. Aug. 1785	Spallanzani mem. del S. d'It. t. 4. 473.
31.		24. Mai 1788	Buchanan Edinb. phil. journ. 5. 275.
32.	Nizza	6. Jan. 1789	Michaud mém. ac. sc. Taur. t. 9. 3.
33.	Ebd.	6. Jan. 1789	ibid.
34.	Ebd.	19. März 1789	ibid.
35.		8. Jan. 1789	Buchanan Edinb. phil. journ. 5. 275.
36.		12. Apr. 1789	ibid.
37.	Genfer See	1. Nov. 1793	Wild journ. phys. t. 44. 39.
38.	Teneriffa	22. Nov. 1796	Baussard ibid. 46. 348.
39.	Finländ. Meer	5. Aug. 1799	Wolke Gilb. Ann. 10. 482.
40.	Missisippi	1800	Dunbar remarq. s. les vents.
41.	Atlantisches Meer	2. Sept. 1804	Leymerie.
42.		6. Sept. 1814	Napier Edinb. journ. 6. 95.
43.	Indisch. Meer	26. Febr. 1817	Johnson voy. d. Indes 12.
44.	Atlant. Meer	Mai 1820	Ogden amer. journ. sc. f. 1836.
45.			Maxwell Edinb. ph. journ. 5. 39.
46.	Cap Blanc-Nez	1. Sept. 1822	Ann. d. chim. 21. 409.
47.	Roseneath	18. Sept. 1822	J. Smith Edinb. journ. 7. 331.
48.		19. März 1823	Bibl. univers. 24. 136.
49.	Küste von Florida	5. Apr. 1825	Lincoln am. journ. 1828. 174.
50.	I. Clermont-Tonnerre	Jan. 1826	Beechey voy. detr. Beering. 1. 148.
51.	Genfer See	11. Aug. 1826	Mercanton bibl. univ. 36. 142.

52. Neuchatel See	9. Juni 1830	bibl. univ. 44. 218.
53. Kanal v. Bahama	30. Juli 1832	Page Echo mond. sav. 1. 176.
54. Ionisches Meer	29. Oct. 1. Nov. 1832	Piancini Instit. physiques. 3. 554.
55. Genfer See	3. Dec. 1832	Wartmann bibl. univ. 51, 321.
56. Mittell. Meer	1832 od. 33	de Tessan descript. naut. d'Alger 224.
57. Küste von Spanien		Page Echo monde sav. 1. 176.
58. Bei Dover	23. Oct. 1836	ibid. 1836. n. 45.
59. Fioul	15. Juni 1839	Bravais.
60. Bai von Killinay	Juli 1839	Dickinson Athenaeum 14. mars 1840.

Notizen.

1. Gleichzeitig mehrere Tromben, zwei derselben kreuzen sich, ein Theil der herabsteigenden Säule ist durchsichtig und zeigt Dämpfe in heftiger Bewegung.
2. Mehrere Tromben, die See in kreisförmiger Bewegung; heftiger scharf begränzter Wind, die Wolke ist anfangs unbeweglich, schreitet später fort.
3. Blitz und Donner. Eine Wolke wird von der Trombe aufgehalten.
4. Trombe ohne Gewölk.
5. Regelmässiger Wind, das Meer unterhalb in Bewegung, Wasserstral.
6. Sechs oder sieben Tromben zu gleicher Zeit; die Dämpfe steigen gerade wie Rauch auf, Geräusch und Bewegung hören nach einiger Zeit auf.
7. Dumpfes pfeifendes Geräusch. Leichter Wind. Absteigendes Wasser.
8. Vier Tromben entstehen aus demselben Gewölk, zwei davon aus demselben Wolkenzipfel. Drei andere Tromben, von welchen die erste zwischen einer hohen Wolke und dem Meere, die zweite zwischen dieser Wolke und einer niedriger stehenden, die dritte zwischen der letzten Wolke und dem Meere.
9. Windstille, unter dem Kegel Wasserstral.
12. Das Wasser steigt in Absätzen säulenförmig ohne Drehung in die Höhe.
13. Feuerstral im Augenblick des Bruches der Trombe.
14. Eigenthümlicher Geruch, die Basis des Kegels auf dem Wasser.
16. Windstille vorher, der Wind dann gegen die Trombe.
17. Trombe geht über das Schiff und überschwemmt das Verdeck; der Kapitain mit dem Wasser überschüttet, schmeckt dass es süss sei.
21. Das Meer unter der Trombe vertieft, keine Wasserbewegung in der Trombe.
22. Doppeltrombe, die erste zwischen zwei Wolken; die zweite zwischen der ersten und dem Meere.
25. Vorher Donner; Vertiefung im Flusse, aufsteigendes Wasser, nach dem Bruch der Trombe Hagel.
26. Sechs Tromben, Windstille umher, starke Luftbewegung unter jeder Trombe. Wasser steigt spiralförmig auf. Im Augenblicke des Bruches ein Blitz in der Trombe.
27. Die Trombe von Süd gegen Nord geneigt, obgleich sie mit dem Winde von Ost nach West geht. Wasser steigt stossweise auf. Durch einen Windstoss wird die Trombe büschelförmig getrennt, geht aber wieder zusammen.
28. Wolken bilden sich erst nach dem Erscheinen der Trombe; nachdem sie durch Kanonenschüsse gebrochen ist, Donner.
29. Kreisende Bewegung der Trombe.
30. Wirbelnde Wolke, Gewitter, Vertiefung des Meeres unter der Trombe.
31. Keine Kreisbewegung. Aufsteigender Dampf.
33. Schneefall. Trombe scharf begränzt.
34. Donner, Schnee, freier Raum im Mittelpunkt der Bewegung unter der Trombe.
35. Eine Trombe aus drei Wolkenzipfeln.
37. Schneefall, der See unter der Trombe vertieft.
38. Keine Kreisbewegung, regelmässiges Aufsteigen des Wassers.

39. Schwefelgeruch. Wasser und Fische in die Höhe gehoben.
40. Dio Trombe gegen den Horizont stark geneigt.
41. Trombe während 14 Stunden, in ihrer Mitte Lichterscheinung.
42. Spiralbewegung der Trombe, aufsteigendes Wasser, geht gegen den Wind, als sie durch eine Kanonenkugel getrennt worden, schwanken die Enden einige Zeit und vereinigen sich wieder. Das auf das Schiff fallende Wasser war süss.
45. Dampf im Innern aufsteigend.
47. Windstille rings umher, heftiges Kreisen unter der Trombe und in den Wolken.
50. Trombe mit Blitz und Donner; Spiralbewegung; dreifache Trombe, die sich zu Einer vereinigt und wieder trennt.
54. Trombe geht über das Schiff und schüttelt es, heftiger Stoss beim Fortgehen.
58. Mehrere Tromben in oscillirender Bewegung, Blitze zwischen den Wolken.
60. Doppeltrombe. Ein Theil davon löst sich in drei Wasserstralen auf.

II. Land-Tromben.

1. Italien	Aug. 1456	Macchiavel hist. Flor. l. 6. Ammirati hist. Flor. l. 23.
2. Reims	10. Aug. 1680	Richard hist. nat. air 6. 505.
3. Verona	29. Juli 1686	Boscowich diss. sur la trombe.
4. Brie	15. Aug. 1687	Richard hist. nat. air 6. 528.
5. Hatfield	15. Aug. 1687	de la Pryme phil. trans. 1702 p. 1248.
6. Topsham	7. Aug. 1694	Mayne phil. transact. v. 19. 28.
7. Hatfield	21. Juni 1702	de la Pryme phil. trans. 1702 p. 1331.
8. Emot More	3. Juni 1718	Richardson phil. trans. 30. 1097.
9. Bocanbrey	30. Mai 1725	de Bocanbrey mém. Ac. Par. 1725. 5.
10. Moklinta	27. Sept. 1725	Kalsenius Act. lit. Suec. 1725 t. 2. 106.
11. Capestan	21. Aug. 1727	Mém. ac. d. Par. 1727. 4.
12. Montpellier	2. Nov. 1729	Serres mém. Ac. Montp. t. 2. 24.
13. Ancona	Herbst 1733	Boşcowich Diss. 2 p. §. 50.
14. Holkam	Aug. 1741	Lovell phil. transact. 42. 183.
15. Huntingtonshire	8. Sept. 1741	Fuller ibid. 41. 851.
16. Bei Aix en Prov.	17. Juni 1745	Boscowich diss. 2. part.
17. Arezzo	20. Mai 1748	ebendaselbst
18. Rom	12. Juni 1749	Boscowich diss.
19. Rutland	15. Sept. 1749	Barker phil, transact. 46. 248.
20. Bei Aix		Richard hist. nat. air 6. 525.
21. Malta	29. Oct. 1757	Chabert mém. ac. Par. 1758. 19. Brydone arch. ile d. France No. 11.
22. Rostock	20. Juli 1758	Wilcke rem. s. l. lettres de Franklin.
23. Leicester	10. Juli 1760	Winthrop phil. transact. 52. 9.
24. Oxford	21. Sept. 1760	Swinton phil. transact. 52. 99.
25. Arcachon	14. März 1774	Butet journ. phys. Roz. 7. 334.
26. Eu	16. Juli 1775	Rozier journ. phys. 7, 70.
27. Dijon	20. Juli 1779	Maret mém. ac. Dijon 1783. 152.
28. Carcassonne	3. Nov. 1780	Lespinasse journ. phys. Roz. 16. 355.
29. Escale	15. Juni 1785	Mém. ac. Toul. 3. 114.
30. Marliac.	13. Juni 1787	Arbas mém. ac. Toul. 4. 77.
31. Merlerault	Juni 1791	Egasse
32. Peru	1802	Humboldt tabl. de la nat. 1. 13 u. 177.
33. Viguzzolo	30. Juli 1804	Leardi mém. ac. Turin 20.
34. Paris	16. Mai 1806	Debrun relation etc. Lamarck ann. méteor. 1807.
34a. Zwischen Wolken	31. Juli 1808	Lamark ann. météor. 1809.
35. Moritzinsel	5. Febr. 1815	Mallac arch. ile de France n. 11.
36. Kentishtown	27. Juni 1817	Tilloch phil. mag. 1817. v. 50. 146.

37. St. Angelo	14. Aug. 1817	journ. Comm. 18. sept. 1817.
38. Regneville	16. Juni 1822	Ann. de chim. 1822. 107.
39. Assonval	6. Juli 1822	Demarquoy Ann. de chim. 21. 133.
40. Rouvier	26. Aug. 1823	Defrance bull. Fer. 1. 1823.
41. Valeggia	16. Sept. 1823	Pagliaris Ann. d. chim. 24. 139,
42. Messeling	1. Aug. 1824	Nöggerath Kastn. Arch. 3. 52.
43. Carcassonne	26. Aug. 1826	Courr. franç. 19. sept. 1826.
44. Ruwer	25. Juni 1829	Grossmann Ann. de chim. 42. 120.
45. le Gange	1831 — 1834	bibl. univ. 6. 153.
46. Bronte	1. Oct. 1834	Elie de Beaumont.
47. la Française	27. Juli 1835	Ech. d. monde sav. 1835. n. 73.
48. Mornay	Sept. 1835	Manduyt ibid. n. 83.
49. Caux	13. Sept. 1835	ibid.
50. New-Brunswick	Juni 1836	Hare journ. am. sc. v. 32. 153.
51. Providence	Aug. 1838	Hare Transact. am. soc. v. 6. nouv. sér. pt. 2. 297.
52. Chatenay	18. Juni 1839	Peltier sur l. trombes 131.
53. Petit Montrouge	1. Sept. 1839	Peltier ibid. 367.
54. Départ. de Vaucluse	30. Mai 1841	Renaux, Gasparin Compt. rendus t. XIII. 223.

Notizen.

1. Nachts. Kleine Wolken steigen auf und ab, theils mit gerader, theils mit kreisender Bewegung; elektrische Entladungen zwischen den Wolken; starke Windstösse, welche Gegenstände fortführen ohne sie umzuwerfen.
2. Die Trombe erscheint als feurige Pyramide.
3. Blitze. Wolkenwirbel mit Lichterscheinung. Dumpfes Geräusch. Schwefelgeruch.
4. Gewitter, unmittelbar nach dem Einschlagen des Blitzes die Trombe kreisend.
5. Sehr schnelles Kreisen, aufsteigendes Wasser.
6. Ein Apfelbaum gegen den Wind fortgeführt, aufsprützendes Wasser, Kreisen.
7. Windstille. Kreisbewegung.
8. Eine ungeheure Wassermenge fällt aus der Trombe und höhlt einen Kanal.
9. Die Trombe endigt unten in einem Feuerwirbel; Dämpfe angezogen und abgestossen.
10. Zusammengeballte Dämpfe in Drehung; ein Gerüst gegen den Wind fortgeführt, das Wasser eines Sees wie eine Mauer aufgezogen; unangenehmer Geruch.
11. Windstille umher; eine zweite Trombe vereinigt sich mit der ersten; vorher Donner, nachher Hagel.
12. Feuersäule in der Mitte; Schwefelgeruch.
13. Nachts. Ein Schiff zertrümmert, Bleiplatten fortgeführt.
14. Windstille, klarer Himmel; elektrische Entladungen.
15. Drehung; Windstille vor- und nachher.
16. Feuererscheinung; hin- und hergehende Bewegung; lässt ein Kind tanzen, wie im elektrischen Puppenspiel.
17. Feuer im Kegel und in der Wolke, zwei Menschen aufgehoben und fortgeführt.
18. Blitze, Donner; Schwefelgeruch; die Blätter der Bäume geröthet; Pflaster und Fussboden aufgehoben, eine Lampe brennend fortgeführt.
19. Windstille vorher; Blitze und Feuerbüschel, Wirbel unter dem Kegel, die Trombe schreitet schneller vorwärts als der Wind.
20. Donner; Hagel; das Wasser eines Flusses 300 Schritte fortgeschleudert. Menschen ohne Beschädigung fortgeführt.
21. Nachts. Wirkungskreis sehr begränzt. Steinplatten aufgehoben, Kanonen umgedreht. Donner; Schwefelgeruch.
22. Vollkommene Windstille; Staubtrombe, elektrische Entladung zwischen den Wolken und dem Staubkegel.

4. Gewitter geht in eine Trombe über. Wolken ziehen sich an und kreisen. Eingesetzte Steine aufgehoben.
5. Halbkreisförmige Trombe ohne anhängendes Gewölk.
6. Blitz, Schwefelgeruch; Hagel. Kräuter geröthet. Die Nebenwolken in gerader Linie aufsteigend.
7. Explosion bei der Bildung der Trombe, die Säule aus Dämpfen gebildet, die von naheliegenden Wiesen aufsteigen, Wasser eines Teiches in Tropfen aufgezogen; die Trombe rotirt erst nach einem Stosse gegen einen Felsen; sie geht beinah gegen den Wind.
8. Das untere Ende der Trombe in wellenförmiger Bewegung; Sandstralen; Pflaster aufgehoben; das Estrich in der Mitte eines Zimmers aufgehoben, ohne dass herumstehendes Porzellan berührt ist; kein Regen bei der Trombe; Platzregen am anderen Wolkenende.
9. Hagel, Donner; elektrische Anziehung und Abstossung.
10. Windstille, Funken; ein Feuerkreis mit Zickzack-Stralen; Donnerschlag beim Bruch der Trombe; Pflanzen ausgetrocknet und verbrannt.
11. Begränzte Trombe, in der Mitte durchsichtig; in Spiralen aufsteigende Dämpfe; Wirbelwind unter der Trombe; Donner beim Verschwinden.
12. Kreisende Bewegung; das Wasser eines Regenstromes gänzlich aufgehoben.
14. Drei Tromben; Gewitter; Tromben mit durchsichtiger und leuchtender Säule. undulirend aufsteigender Dampf; entzündete Dämpfe. Eine benachbarte Gewitterwolke geht mit der Trombe in entgegengesetzter Richtung.
15. Drehung, Furchen in der Trombe; ihr Durchmesser varirt nach der Leitungsfähigkeit des Erdbodens.
16. Warzenförmige Trombe, Bewegung nach allen Seiten und Verstrickung aller warzenförmigen Erhöhungen.
17. Bei heiterem Himmel. Leinen durchlöchert und verbrannt.
18. Heiterer Himmel, der sich später bewölkt; das Geräusch vermindert sich, indem die Trombe über Wasser fortgeht.
19. Windstille, Gewitter; Blätter ausgedörrt und geröthet. Gegenstände gegen den Wind fortgeführt.
20. Drehung; der Rhein vertieft, Wasser gehoben, Gewitter und Hagel nachher.
21. Eine leuchtende Masse sich gegen die Wolke bewegend; ein Mann angezogen, dann abgestossen, Schwefelgeruch; nachher Gewitter.
22. Gewitter in eine Trombe übergehend.
23. Wasser eines Teiches mit Fischen in die Höhe gezogen.
24. Mauern eines Hauses nach aussen umgeworfen, Blätter ausgedörrt.
25. Gegenstände bis zur Höhe der Wolken geführt.
26. Gewitter vorher; Feuerkelch am Ende des Kegels; Bäume in dünne Latten bürstenförmig zersplittert; die äusseren Bäume eines Parks gegen die Mitte umgeworfen; Blätter nach der Seite der Trombe geröthet.
27. Nachts; Gewitter vorher, Grundmauern aufgewühlt.
28. Ein Staubwirbel geht durch das Städtchen Courthezon, richtet daselbst Verwüstungen an und zerschmettert einen Mann an einer Mauer. Erst zwei Minuten später senkt sich ein Wolkenzipfel zu diesem Wirbel hinab. Zwei Meilen davon bildet sich eine andere Trombe, die ausserordentlich langsam vorschreitet, während Baumzweige, Stroh u. s. w. reissend schnell in ihr Inneres schraubenförmig aufgezogen werden.

Schutzmittel gegen elektrische Meteore.

Feuer gegen Hagel. Volta hat bereits in seinen meteorologischen Briefen das Anzünden grosser Feuer als Schutzmittel gegen die Bildung des Hagels in Vorschlag gebracht. Matteucci hat neuerlich darauf aufmerksam gemacht, dass die Orte in den

Apenninen, wo Kohlenmeiler brennen, von Gewitter und Hagelschlag verschont bleiben. So sei Perticaja bei Rimino in 5 Jahren nur einmal von Gewitter heimgesucht worden [1]).

Blitzableiter an Schiffen. Zur Abwendung der Gefahr, der die Schiffe durch Blitzschläge so häufig ausgesetzt sind, bedient man sich seit Franklin der portativen Ableiter, die zur Zeit des Gewitters an der Spitze des Hauptmastes befestigt und in die See hinabgeführt werden. Diese Ableiter sind in der britischen Marine Metallketten, die aus 2füssigen Kupferstäben und verbindenden Ringen bestehen, in der französischen Marine hingegen Metallseile aus wohlgeglühten Kupferdrähten geflochten. Die letztere Art von Ableitern, die dem Blitze eine bessere Leitung gewährt, als die erstere, ist im Jahre 1823 von einer Commission der Pariser Akademie angegeben worden, deren Mitglieder Poisson, Lefèvre-Gineau, Girard, Dulong, Fresnel und Gay-Lussac waren. Die portativen Ableiter haben aber den Nachtheil, dass sie das Schiffsmanöver hindern, dass ihre Aufbringung so lange verzögert wird, als möglich, und deshalb oft mit Gefahr verknüpft ist. Snow Harris schlug daher im Jahre 1822 feste Ableiter auf Schiffen vor, suchte ihre Wirksamkeit der englischen Admiralität durch elektrische Versuche auf dem Schiffe Caledonia darzuthun und erhielt 1823 für sie die Beistimmung eines Ausschusses der Royal Society, zu der sich die gewichtigen Stimmen von Wollaston und Humphry Davy fügten. Diese Ableiter bestehen aus zusammengenieteten einige Zoll breiten ¼ Zoll dicken Kupferstreifen, die, in die Masten und Spieren eingelassen, eine metallische Leitung von den äussersten Spitzen der Masten bis zum Kiele des Schiffes bilden; sie sind ausserdem mit den Metallbefestigungen der Verdecke und zuletzt mit dem Kupferbeschlage des Schiffes in innige Verbindung gebracht. An den Stellen, wo eine Verschiebung des Holzwerkes nothwendig ist, wird die Verbindung der Kupferplatten durch einen kurzen Kupferbolzen, der sich in einem Charniere bewegt, bewerkstelligt. Die festen Ableiter wurden indess nur auf 13 Schiffen angebracht, sei es, dass der Glaube der Seeleute, sie zögen das Gewitter auf das Schiff, oder dass die bedeutenden Kosten [2]) ihrer allgemeinen Anwendung

[1]) Compt. rendus IX. p. 605.

[2]) Auf einem Schiffe von 120 Kanonen kostet ein fester Ableiter

[illegible]gestanden. Die mit festen Ableitern versehenen Schiffe dien[illegible]nge Zeit ohne beschädigt zu werden, obgleich der Blitz muthlich auf einige unter ihnen, unbestreitbar auf den Beagle, ge[illegible] war. Häufige Unglücksfälle durch den Blitz auf [illegible]en bewogen die britische Admiralität, im Jahre 1839 ein [illegible]té niederzusetzen, um über die Anwendbarkeit der festen Ab[illegible], hauptsächlich der von Snow Harris angegebenen zu entschei[illegible]. Dies Comité bestand aus den Contre-Admiralen Griffiths und [illegible]don, dem Kapitain Clarke Ross, dem Professor Daniell und [illegible] Schiffsbaumeister Fincham, welchen Faraday und Wheat[illegible]e als wissenschaftliche Berather beigegeben waren. Ausser dem [illegible]chlage von Harris lag noch der von Martyn Roberts vor[1]). [illegible]er besteht darin, ein Metallseil, (wie das französische,) an [illegible] Spitze des Hauptmastes zu befestigen, an demselben hinab bis [illegible] niedrigsten Maste, von dort durch die Luft zur Aussenseite [illegible] Schiffes zu führen und daselbst mit dem Kupferbeschlage fest [illegible]ubinden. Roberts tadelt an dem Ableiter von Harris, dass [illegible] Verbindungen der Kupferstreifen an den Artikulationen der [illegible]e nicht innig seien, und dass durch Hinabführen der elektri[illegible] Entladung in den Körper des Schiffes eine grosse Gefahr [illegible] die Seitenentladung entstehe. Unter Seitenentladung wird [illegible] die Erscheinung von Funken verstanden, die von dem Ablei[illegible] nach nahe liegenden Leitern überspringen sollen. — Das Co[illegible] entschied indess unbedingt zu Gunsten der Harris'schen [illegible]ter, indem es in einer klaren wissenschaftlichen Darstellung [illegible] dagegen vorgebrachten Einwürfe entkräftete[2]). Faraday be[illegible] die Seitenentladung überhaupt, wenn sie etwas anders sein [illegible] als eine Theilung des Entladungsstromes, die nur bei unvoll[illegible]mener Beschaffenheit des dargebotenen Ableiters Statt finden [illegible], und Wheatstone leitet eine so bezeichnete Erscheinung [illegible] der Entladung der elektrischen Batterie von dem Ueberschuss [illegible] Elektricität der innern Belegung ab. Beide stimmen aber da[illegible] überein, dass bei einem Harris'schen Ableiter von hinreichen[illegible] Metallmasse keine Gefahr von einer solchen Erscheinung zu [illegible]ten sei. Roberts Vorschlag, wie ein ähnlicher von Edye,

---

[illegible] Pfund Sterling, während der gebräuchliche portative Ableiter nur [illegible]nd kostet.

[1]) Sturgeon Annals * v. I. p. 469.

[2]) Sturg. Ann. * v. V. p. 1.

wurde verworfen, weil den Masten durch die Metallseile eine zu grosse Last aufgelegt würde, und diese Seile wie das Tauwerk leicht der Beschädigung ausgesetzt wären. Der anonym gemachte Vorschlag, die Spitzen der Masten, statt mit Ableitern, mit Glaskugeln zu versehen, wird, wie billig, für absurd erklärt. Nachdem schliesslich die Commission die Ausdehnung der Harris'schen Ableiter zu beschränken und dadurch die Kosten derselben zu verringern vorgeschlagen, empfiehlt sie diese Ableiter aufs angelegentlichste zur allgemeinen Anwendung in der Marine.

Ich habe diese interessante Verhandlung ausführlicher mitgetheilt, um desto schneller über den durch dieselbe hervorgerufenen Streit hinweggehen zu können. Ehe der Bericht der Commission genauer bekannt war, publicirte Sturgeon eine Abhandlung über die Ableiter auf Schiffen, die er der Beachtung von nicht weniger als 24 namentlich aufgeführten gelehrten Gesellschaften empfiehlt [1]). In dieser Abhandlung wird Harris und der von ihm angegebene Ableiter auf das heftigste angegriffen, und zuletzt der Vorschlag gemacht, das Schiff mit einer Takelage von Kupferdraht zu umgeben, das heisst die Conductoren von der Spitze des Mastes, so viel wie möglich, durch die Luft zur Aussenseite des Schiffes zu führen. Da dieser Vorschlag von der englischen Admiralität durchaus nicht berücksichtigt worden, so mag er wol gänzlich unpraktisch sein. Die Angriffe gegen Snow Harris betreffen zumeist die von ihm im Jahre 1822 angestellten elektrischen Versuche zum Beweise der Nützlichkeit seiner Ableiter, Versuche, die freilich wenig wissenschaftlichen Werth haben. Dann aber wird sein Ableiter als höchst gefährlich dargestellt, da er bei dem Kriegsschiffe mit dem Hauptmaste durch das Pulvermagazin gehe und daselbst leicht eine Seitenentladung veranlassen könne. Sturgeon begreift unter Seitenentladung drei verschiedene Phänomene, die bei der Batterieentladung bekannt sind, nämlich die Luftbewegung, die durch Ueberspringen eines Funkens erzeugt wird, das Funkengeben des Schliessungsdrahtes in gewissen Fällen und endlich die Bewegung von Elektricität in Leitern, die dem Schliessungsdrahte nahe stehen (Mahon's Rückschlag). Es ist nicht zu leugnen, dass diese, ausserhalb des dem Blitze dargebotenen Leiters, Statt findende Elektricitätsbewegung

[1]) Sturg. Ann. of El. * v. IV. p. 161.

lteneu Fällen gefährlich werden kann, aber nicht abzusehen, diese zu beseitigen sei. Dass der Blitzableiter Gefässen, die entzündlichen Stoffen gefüllt sind, nicht zu nahe gebracht len dürfe, leuchtet ein, aber man wird dies leicht vermeiden en, ohne darum den anderweitig bequemen Harris'schen iter zu verwerfen. Wenn auch der Angriff Sturgeon's nicht leilos sein mag, so erscheint doch die mit grosser Erbitterung Snow Harris geschriebene Entgegnung als unangemessen daher als An'ass des unerfreulichen Streites, der von beiden n in wenig wissenschaftlichem Geiste geführt worden ist. dem in einer langen Reihe von Aufsätzen der fragliche Geand hin und wieder behandelt worden, ist derselbe zu m Resultate gediehen, das hier angeführt werden könnte. bezeichneten Aufsätze finden sich im Nautical almanac 1840 41, in dem London Edinburgh philosophical Magazine, und he vollständig in den ersten 6 Bänden (hauptsächlich im 4ten 5ten Bande) von Sturgeon Annals of Electricity. Eine Ueberder Controverse ist von Sturgeon unter der Bezeichnung nce sheet" im 4ten Bande seiner Annalen Seite 501 gegeben.

d. Mechanische, physiologische und anderweitige Elektricitätserregung.

Elektricitätserregung in Fabriken. Drury [1]) berichen einer starken Elektricitätserregung, die in einer Wollenerei an einem langen Lederstreifen Statt findet, der über schnell umgedrehte Holztrommeln weggeht. Solcher zufälastruirten Elektrisirmaschinen mögen sich in Fabriken viele n lassen. In der Patentpapierfabrik in Berlin ist die Elektrides über erwärmte Metallcylinder gleitenden Papiers so stark, ein beständiges Knistern die überspringenden Funken verräth die zusammengeschichteten Papierbogen an einander haften.

Elektricität beim Ausströmen comprimirter Luft. strong [2]) comprimirte in einem starken Metallgefässe die zu einem Drucke von 8 Atmosphären, und liess sie, nachdas Gefäss isolirt war, durch ein Glasrohr ausströmen. In Fällen wurde hierbei das Gefäss so stark elektrisirt, dass

) London Edinb. phil. Mag. * v. 14. p. 126.
) Lond. Edinb. phil. Mag. * 3d. ser. v. 18. p. 133.

es Funken von ¼ Zoll Länge gab. Die Elektricität war gewöhnlich negativ, zuweilen positiv, während eine Drahtbürste, gegen die der ausströmende Luftstrom gerichtet war, sich stets positiv elektrisch zeigte. In einer späteren Mittheilung[1]) wird angegeben, dass die Temperatur des Gefässes, in dem die Luft comprimirt wird, und die Feuchtigkeit in demselben von grossem Einfluss auf die Elektrisirung ist. Je kälter das Gefäss, desto stärker ist die erzeugte Elektricität; wird es erhitzt, so verschwindet jede elektrische Spur, doch erst bei hoher Temperatur, wenn das Innere des Gefässes feucht ist. In den frühern Versuchen, welche bei kaltem trocknen Wetter angestellt waren, zeigte sich die Elektricität des Gefässes bald negativ, bald positiv; in den späteren bei mildem feuchten Wetter angestellten blieb diese Elektricität stets negativ. War das Gefäss während des Versuches nicht isolirt, so war die ausströmende Luft stets positiv elektrisch; war es hingegen isolirt, so ereignete es sich oft, dass die Goldblättchen des Elektroscopes, welches durch eine Drahtbürste die Elektricität der Luft auffing, zuerst mit positiver Elektricität divergirten, zusammenfielen und mit negativer Elektricität aufs Neue divergirten. — Man sieht, dass der Verfasser nicht des Versuches Herr geworden ist.

Elektricität des gepulverten Zuckers. Van Mons[2]) bemerkte einmal an frisch geriebenem Zuckerpulver eine zitternde Bewegung und ein grösseres Volumen als gewöhnlich. Dieses Pulver erschien am andern Tage leuchtend, aber sein Volumen hatte abgenommen und es bildete in kurzem eine feste Masse. Feuchtigkeit soll dabei nicht im Spiele gewesen sein und der Verfasser steht nicht an, die Erscheinung für eine elektrische zu halten. Derselbe will öfters bemerkt haben, dass Zucker in eine Zinnschüssel gerieben, daselbst eine feste Kruste bildet und sich schwer abnehmen lässt.

Licht beim Aneinanderschlagen von Feuersteinen. Böttger[3]) hat mit dem Lichte, das beim Zusammenschlagen von Feuersteinen entsteht, eine in farbige Sektoren getheilte Scheibe beleuchtet, die auf einem Busoltschen Kreisel in schnelle Rotation gesetzt war. Derselbe erblickte die einzelnen Farben ziemlich

---

[1]) London Edinb. phil. Mag. * v. 18. p. 328.
[2]) l'Institut * 1839. p. 252.
[3]) Poggendorff Annalen * Bd. 43. S. 658.

ich und schloss hieraus auf momentane Dauer des Lichts und elektrischen Ursprung desselben. In einem Gegenversuche e eine Scheibe mit Funken, die an einem Stahle geschlagen n, beleuchtet, wo sie die Mischungsfarbe zeigte. Doppler[1]) rkt hiergegen ganz richtig, dass der beigebrachte Versuch nur ine kurze Dauer, etwa $\frac{1}{10}$ Sekunde, deute, die jedoch die r eines elektrischen Lichts bei weitem übertreffe. So könnchen die Sektoren einer fortwährend beleuchteten gedrehten be erkannt werden, wenn man das Auge schnell hinter einr öffnet und schliesst. Mit Beleuchtung durch Stahlfunken n sich ebenfalls die Sektoren erkennen, wenn man nur vorg schlüge, um bei jedem Schlage nur Einen Funken zu ern. Es ist hier an die Versuche Lichtenbergs[2]) zu erin, der ein Paar Cacholonge (weisse Calzedone) unter Wasser oder ein Pistolenfeuerzeug unter Wasser abdrückte. Er bete in beiden Fällen einen lebhaften Lichtschein, woraus er ts, dass die Lichterscheinungen beim Reiben von Kieseln, llen, Glas nicht elektrischer Natur seien.

Elektricität des Gymnotus electricus. Schönbein[3]) uf Kopf und Schwanz eines 40zölligen Gymnotus, der in der ide-Gallerie in London gehalten wurde, Kupfersättel gesetzt, it langen Kupferdrähten versehen waren. Diese Kupfersättel n bis auf ihre untere Fläche, mit der sie den Fisch berühreine isolirende Decke von Kautschuck; sie sind früher von day gebraucht worden, der an demselben Fische seine Verüber die Wirkungen des Gymnotus[4]) anstellte, unter welaber die elektroscopische Wirkung nicht vorkommt. In einer ocke waren zwei Goldblättchen an Metallstiften befestigt, die einander isolirt durch die Glocke hindurchgingen. Als Schöndie Drähte der auf den Fisch gesetzten Kupfersättel mit den m verband, divergirten die Goldblättchen, ein Funke sprang hen ihnen über und verbrannte das Gold. Wurden die Drähte in Papier, das mit Iodkaliumlösung getränkt war, gesetzt, so ian Iod unter dem Drahte der zu dem Kopfe des Fisches

[1]) Poggendorff Annalen * Bd. 49. S. 505.

[2]) Erxleben Physik 6. Aufl. * S. 485. Lichtenberg vermischte hen * Bd. 8. S. 187.

[3]) Beobacht. üb. d. elektr. Wirkungen d. Zitteraals* Basel 1841 S. 11.

[4]) Poggendorff Annalen Ergänzungsbd. * S. 385.

führte. Durch die Windungen eines Galvanometers geleitet, brachte der elektrische Strom des Fisches eine Ablenkung der Magnetnadeln von 42 Graden hervor, in der Richtung die die Zersetzung gezeigt hatte, nämlich so, dass der Galvanometerdraht von dem Kopfe des Fisches positive Elektricität erhalten haben musste.

Elektricität einer Dame. Ich theile die folgende sehr auffallende Erzählung mit, wie ich sie gefunden.[1]) Da der bekannte Herausgeber des american philosophical journal, Professor Silliman, die Achtbarkeit des Berichterstatters verbürgt, so ist sie jedenfalls pathologisch merkwürdig, sei es, dass sie eine neue krankhafte Disposition des menschlichen Organismus, oder das Gelüste sonst achtbarer Männer bekundet, durch Erdichtung und Uebertreibung eine augenblickliche Sensation zu erregen.

Eine Dame in den Dreissigern machte am 25. Januar 1837 während eines Nordlichts in Oxford (New-Hampshire in Nordamerika) die Entdeckung, dass von ihrer Hand gegen Jeden, der ihr nahe kam, kleine Funken ausströmten. Ihr Arzt, der Doktor Hosford, der dies erzählt, trat bald darauf ins Zimmer und erhielt von dem Knöchel der Dame einen empfindlichen Funken auf die Nase. Trotz der geringen Isolation, wie sie die seidenen Strümpfe und der türkische Teppich gewährten, auf dem die Dame sass, konnten in der Minute 4 anderthalbzöllige Funken, die nach jedem gebotenen Leiter hin schlugen, erhalten werden. Trat eine Person auf den Teppich, so konnte die Dame diese durch Berühren so stark laden, dass sie einer Dritten Funken gab und so fort. Bewegung war keinesweges zu dieser Elektricitätserregung nöthig; diese erschien sogar am stärksten, wenn die Dame ruhig mit Lesen beschäftigt auf einem Stuhle sass. Weder Ablegen oder Wechseln der Kleider, noch verschiedene Medikamente, konnten diese elektrische Krankheit heilen, die der Patientin, obgleich sie nur durch die Funken schmerzhaft berührt wurde, sehr lästig war. Die Krankheit dauerte über 2 Monate bis zum 1. April in gleicher Stärke fort, nahm dann ab und hörte in der Mitte des Mai's gänzlich auf.

Das Erröthen eine elektrische Wirkung. Martyn Roberts[2]) bringt die bekannte Erfahrung vor, dass Flüssigkeiten

---

[1]) Silliman american phil. journal. Sturgeon Annals* v. II. p. 351. l'Institut* 1838 p. 204.

[2]) Lond. Edinb. phil. Mag.* v. 19. p. 31.

die aus Capillarröhren tropfenweise ausfliessen, ausströmen wenn sie elektrisirt werden, und sieht daher die Fälle von gesteigertem oder gehemmten Blutlauf im menschlichen Körper für elektrische Erscheinungen an. Das Erröthen erklärt er leicht (easily) dadurch, dass eine Gemüthsbewegung die neuro-elektrische Aktion in Gesicht und Nacken steigere, welche dann den Widerstand aufhebt, den die Capillargefässe dem Eindringen des Bluts entgegensetzen. Die Hauptsache, dass nämlich in den Gefässen Elektricität durch eine Gemüthsbewegung frei werde, wird stillschweigend vorausgesetzt.

Elektricitätserregung beim Tönen des Glases. Sellier [1]) glaubt, dass Glasscheiben dadurch, dass man sie tönen lässt, elektrisch werden, und zwar dass die Knotenlinien negative, die Bäuche positive Elektricität annehmen. Es wird dies aus den (genügend erklärten) verschiedenen Figuren geschlossen, die Kieselpulver und Harzpulver zeigen, mit welchen die tönende Scheibe bestreut ist. Ich gebe diese Notiz, da sie an die auffallende Angabe erinnert, die Young [2]) nach Robison macht, dass eine geladene leydener Flasche entladen werde, wenn man sie durch Reiben mit dem Finger zum Tönen bringt.

Elektricität auf einer Eisenbahn. Der Baron Séguier hat der Pariser Akademie folgendes Faktum mitgetheilt, [3]) das ihm von einem Herrn Jobard geschrieben wurde, der es wiederum der brieflichen Mittheilung eines Bahnwächters bei Mecheln verdankt. Am 21. Juni 1841 während eines Gewitters bemerkte der Wächter bei Mecheln, in der Richtung der Bahnlinie von Gent nach Lüttich, an jeder Verbindungsstelle der Eisenschienen ein glänzendes Licht das mit Knattern begleitet war. Ein ankommender Zug erschien ganz in Feuer durch glänzende Lichtgarben die aus allen Ecken der Wagen sprühten. Als der Wächter mit einem Begleiter sich den Wagen näherte, erhielten sie einen Stoss der den letztern beinah umgeworfen hätte. Das Phänomen, welches 5 Minuten dauerte, wird von Séguier der atmosphärischen Elektricität zugeschrieben. Diese Manifestation der Elektricität ist indess so aussergewöhnlich, dass sie in Zweifel gezogen werden

[1]) l'Institut * 1838 p. 32.
[2]) Lectures on natural philosophy * vol. I. p. 656.
[3]) Compt. rendus * 1841 2me Sem. p. 233.

nune, ehe nicht andere Zeugnisse beigebracht worden, da doch bei einer befahrenen Eisenbahn nicht schwer zu zu sein müssten.

E. Elektrische Apparate und deren Gebrau

Elektrometer.

Oersted [1]) hat ein Elektrometer in der Art construi er innerhalb eines, in den magnetischen Meridian gestellte tallbügels eine Metallnadel am Coconfaden aufhängt, die d nen an ihr befestigten schwachen Magnet gegen den Bügel g wird. Der Bügel steht in einem Glascylinder und endigt i Messingröhre, die durch den Deckel des Cylinders hindu Theilt man der Röhre Elektricität mit, so wird zugleich weglicbe Nadel elektrisirt, und von dem Bügel um einen abgestossen, den ein auf einer Theilung verschiebbares Mi misst. Dies Elektrometer hat keinen Vorzug vor dem Pe ltier, [2]) von dem es sich nur dadurch unterscheidet, dass del am Coconfaden und nicht auf einer Spitze beweglich i Spitze hindert eine grosse Empfindlichkeit des Instrument wie ich denn selbst bei Peltier die Nadel durch die Ele eines kleinen Zinkkupferpaars um mehr als 15 Grad abg gesehen habe.

Elektroskop mit trockner Säule.

Fechner hat dem Behrens-Bohnenbergerschen E skope folgende bequeme Einrichtung gegeben. [3]) Eine trock aus ungefähr 1000 Scheibenpaaren von unächtem Gold- u berpapier, ist in einer mit Messingkappen geschlossenen Gl befindlich, und liegt auf Stützen horizontal in einem Holz dessen Deckel mit einer Längsspalte versehen ist. An den

---

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 53. S. 612.
[2]) Repertorium Bd. 2. S. 96.
[3]) Poggendorff Annalen Bd. 41. S. 230.

Messingkappen sind doppelt gebogene Drähte in Charnieren befestigt und tragen an den freien Enden mittels Charniere eingefügte ovale zolllange Messingscheibchen. Die Drähte sind so lang, dass die beiden Messingscheiben ausserhalb des Kastens über der Mitte der Säule zur Berührung gebracht, ausserdem aber in einer kleinen Entfernung von einander parallel gestellt werden können. Auf den Deckel des Kastens ist eine kleine Glasglocke gestellt, durch deren Wölbung ein Messingstift hindurchgeht, an welchem ein mehrere Zolle langes möglichst schmales Goldblatt befestigt ist, das in der Mitte zwischen den beiden ovalen Messingscheiben zu hängen kommt. Der ausserhalb der Glocke befindliche Theil des Stiftes ist zu einer Schraube geschnitten, auf die eine Kugel oder eine horizontale oder vertikale Metallscheibe geschraubt wird. Der Gebrauch des Apparats ist bekannt.

Atmosphärisches Elektroskop.

Im zweiten Bande des Repertoriums Seite 87 ist angeführt worden, dass Becquerel die atmosphärische Elektricität mittels eines abgeschossenen Pfeiles untersucht hat, der durch einen Goldlahnfaden mit einem Elektrometer verbunden war. Ich habe diese Methode versucht, aber sehr unpraktisch gefunden. Es gelang mir selten, den Lahnfaden, auch wenn er nur 80 Fuss lang war, auf Wachstaft so auszubreiten, dass er von dem abgeschnellten Pfeile unverwirrt abgenommen wurde; oft verfing sich ein Stück davon in einem Grashalme und verursachte dadurch bei der grossen Geschwindigkeit des Pfeils, der von einem vortrefflichen Pistorschen Bogen abgeschossen wurde, ein Zerreissen des Fadens. Ich habe so und zwar bei schönem ziemlich windstillem Wetter zu viele Pfeile und Mühe verloren, um die Versuche während der Wirbelstürme eines herannahenden Gewitters zu wiederholen. Später fand ich, dass schon Gersdorf[1]) sich 1802 der Methode mit dem abgeschossenen Pfeile bedient, dieselbe aber, obgleich er nur einen Faden von 50 Fuss Länge gebrauchte, wieder aufgegeben hat. Um die Luftelektricität im Freien zu beobachten, wird man daher, wie früher, das Saussuresche oder das Voltasche Elektrometer anwenden müssen. Das letztere habe ich mir mit einigen Änderungen folgendermassen ausführen lassen. Die Fig. 13 zeigt

[1]) Gersdorff Beobachtung. d. atmosphär. Elektr.* Görlitz 1802 S. 34.

das Instrument zum Gebrauche geöffnet und auf einem Spazierstocke aufgeschraubt. Es besteht wesentlich aus dem Elektrometer A und dem Glasstabe B, welcher zum Tragen des Auffangedrahtes bestimmt ist. A ist eine luftdicht verschlossene Glaskugel von 1 Zoll 4½ Linie Durchmesser, in welche ein durch den Hals hindurchgehender Stift mit 5 Linien langen äusserst schmalen Goldblättchen hineinragt; den Flächen der Goldblätter gegenüber ist die untere Hälfte der Kugel äusserlich mit Stanniol bekleidet. Der Glasstab B ist 3½ Linie dick und trägt ein Metallstück, um welches die Hülse a drehbar ist. Von dieser Hülse geht auf der einen Seite der Winkelarm b aus, dessen herabgehender Theil aus einem Glasstäbchen besteht, auf der andern Seite ein gebogener Messingarm, der mit der Kugel c die Kugel des Elektrometers berührt. Die Kugel c ist deshalb an der Berührungsstelle sphärisch ausgeschliffen. In die Schraubenmutter d wird der Auffangdraht geschraubt, der aus zwei aufgeschraubten Stücken, jedes von 1½ Fuss Länge, besteht, die in dem ausgehöhlten Spazierstocke, der das Instrument trägt, aufbewahrt werden. Die herabgeklappten Flügel des Instruments enthalten ausser einem Bernsteinstäbchen zur Prüfung der Elektricität, und zwei Verbindungsschrauben die Stücke, welche an der Spitze des Auffangdrahtes angebracht werden: eine feine Stahlspitze und die in Fig. 14 abgebildete Büchse. Diese Messingbüchse, 1 Zoll hoch, 9 Linien weit, ist der Länge nach aufgeschnitten, um einen in derselben befindlichen Teller auf- und abbewegen und mit der Schraube a feststellen zu können. Auf den Teller passt die kleine Spirituslampe b, an deren Stelle auch Räucherkerzen gebraucht werden. Ist dieser Apparat aufgestellt, welches in einigen Minuten geschieht, so drückt man, um die atmosphärische Elektricität aufzufangen, mittels des Armes b (Fig. 13) die Kugel c an das Elektrometer, und rückt die Kugel in gleicher Weise ab, wenn man die Elektricität untersuchen will. Ist der Auffangdraht abgenommen, so bilden die über das Instrument hinaufgeschlagenen Seitentheile einen Kasten von den Dimensionen 4″, 2″ 11‴, 2″ 1‴, welcher leicht und sicher zu transportiren ist.

Ich habe mit diesem Elektroscope einige Versuche bei heiterm Himmel angestellt und immer einen glühenden Körper an der Spitze anbringen müssen, dann aber stets deutliche, zuweilen ziemlich starke Zeichen von positiver Elektricität erhalten. Eine gewöhnliche Räucherkerze in der Büchse ist hierbei sehr bequem, doch

giebt eine kleine Spiritusflamme, die bei einmaliger Füllung der Lampe 16 Minuten lang brennt, vergleichbarere Resultate. Es ist indess immer nöthig, dass die glühende Spitze der Flamme, wie der Kerze über die Büchse, wenn auch noch so wenig hinausrage, da sonst ihre Wirkung ausbleibt. Dass der von der Büchse aufsteigende heisse Luftstrom nicht in der Weise der Flamme wirke, zeigte sich dadurch, dass, als nach mehrfachem Gebrauche der Räucherkerzen die Büchse so heiss geworden war, dass man sie nicht gut anfassen konnte, dennoch keine Elektricität im Elektroscope zu finden war, die sogleich bei Anwendung einer freistehenden glühenden Spitze eintrat. Als ich die kleine Lampe zu einer Glühlampe eingerichtet hatte, erhielt ich keine Wirkung. Ob dies allein daher rührte, dass der über die Büchse hervorragende Theil der Platinspirale zu glühen aufhörte, ist nicht mit Bestimmtheit ausgemacht worden.

Doppel-Condensator.

Péclet [1]) hat aus drei vergoldeten Glasplatten einen Condensator construirt. (Die Glasplatten wurden hierzu mattgeschliffen, angehaucht mit Goldblatt belegt und mit einer dicken Firnissschicht bedeckt, die eben geschliffen und durch Firniss glänzend gemacht wurde.) Eine dieser Platten, A ist auf einem Goldblattelektroscope befestigt und auf der obern Seite gefirnisst. Auf ihr ruht die auf beiden Flächen, aber nicht am Rande gefirnisste Platte B, welche auf der oberen Fläche mit einem Glasstiel zum Abheben versehen ist. Eine dritte Platte C endlich ist nur auf der untern Fläche gefirnisst, sie ist in der Mitte durchbohrt und zum Abheben mit einer Glasröhre versehen, die den Glasstiel der Platte B umfasst. Diese Einrichtung dient in folgender Art zu wiederholter Condensation. Man bringt die zu untersuchende Elektricität an die Platte C und berührt dabei die Platte B ableitend (die hierzu mit einem vorspringenden vergoldeten Kupferstifte versehen ist), hebt alsdann C ab und berührt die Platte A ableitend. Die Platte C wird alsdann wieder aufgesetzt, mit Elektricität versehen und das frühere Verfahren wiederholt, bis zu-

[1]) Compt. rendus t. VII. p. 486. In den Annales de Chimie dreimal t. 68 t. 71 und 3me Sér. t. 2 p. 100.* An der letzten Stelle ist eine Abbildung gegeben. Poggendorff Annalen Bd. 46. S. 349.

letzt auch die Platte B abgehoben wird, wodurch die ganze in der Platte A angesammelte Elektricität (sie ist derselben Art, wie die an C angebrachte) die Divergenz der Goldblättchen im Elektroscope bewirkt. Um diese genau ablesen zu können, sind ausserhalb des Glaskastens des Elektroscops zwei vertikale Metallplatten diametral einander gegenübergestellt, von welchen die eine mit einem kleinen Loche zum Absehen, die andere mit einer Gradeintheilung versehen ist.

Der Verfasser fügt einige Versuche bei, in welchen die vergoldete Platte mit verschiedenen Metallen berührt, und im Elektroscope negative Elektricität in verschiedener Stärke erhalten wurde. Hiernach stellt sich die Reihe der Metalle, die das Gold in abnehmender Stärke negativ elektrisiren: Zink, Blei, Zinn, Wismuth, Antimon, Eisen, Kupfer, Silber, Platin. Der Versuch mit dem Platin wurde mit besonderer Vorsicht angestellt, das Platin wurde geglüht, und die Hand, die es hielt, mit destillirtem Wasser gewaschen.

Luftcondensator.

Eine einfache und bequeme Einrichtung dieses Instruments, die ich vorgefunden zu haben mich nicht entsinne, ist folgende: Zwei Messingscheiben von 4 Zoll einige Linien Durchmesser sind an Glasstäben befestigt, vertikal einander gegenübergestellt. Die eine Scheibe steht unverrückbar auf einem Brette, und ist durch einen in einer Druckschraube befestigten Draht mit einer vollkommenen Ableitung versehen. Der Fuss der andern Scheibe wird von einem Metallstücke gebildet, das zwischen zwei auf dem Brette befestigten Metallleisten leicht verschiebbar ist. Auf einer dieser Leisten ist ein vorspringendes Metallstück festgeklemmt, welches die (veränderliche) Entfernung bestimmt, bis zu welcher die Scheiben einander genähert werden können. Die bewegliche Scheibe trägt an der Rückseite einen Draht mit einer Kugel, die mit einem Elektrometer in Verbindung gesetzt werden kann. Bei starken Elektricitätsansammlungen muss das Ueberspringen der Elektricität durch ein zwischen die Scheiben gebrachtes Glimmerblatt verhindert werden.

Vertheilungsapparat.

Ich habe mir zur Anstellung der im Repertorium Band. 2. S. 34. beschriebenen Versuche den in Fig. 15. abgebildeten Appa-

rat anfertigen lassen, der sich auch zu andern Vertheilungsversuchen eignet. Die Messingkugel e hält 2 Zoll 4½''' pariser Maass im Durchmesser, die Glasscheibe d 3 Zoll 7½''', und der Messingstab ab ist 6'' 5''' lang, 3½''' dick. Die Mittelpunkte dieser drei Stücke stehen von dem Glasstabe f 5 Zoll 9''' entfernt. Die Stücke sind mittels Glasarme, die mit schmelzendem Schellack überzogen werden, an Klammern befestigt und können an dem Glasstabe auf und ab bewegt und festgestellt werden. An dem Messingstabe sind die Hollundermarkkugeln a und b an Leinfäden unverrückbar aufgehängt, die dritte Kugel c hat aber ihren Befestigungspunkt auf einem Ringsegmente, das an dem Metallstabe verschiebbar ist. Hierdurch lässt sich der elektrische Indifferenzpunkt des Metallstabes bei verschiedener Stellung der geladenen Messingkugel sichtbar machen. Bringt man den Messingstab ab in Berührung mit der elektrisirten Kugel, so zeigt sich die Anordnung der Elektricität auf diesem zusammengesetzten Leiter durch die Divergenz der Markkugeln. Die Spiegelscheibe d dient theils den Uebergang der Elektricität von der Kugel zum Stabe zu verhindern, theils zur Placirung von Metallscheiben, um den Einfluss der Schirme auf die Vertheilung zu zeigen. Zur Ladung der Kugel wird eine leydener Flasche benutzt, die mit Anwendung des Ladestatifs (siehe unten) zu einem bestimmten Grade geladen worden ist.

Elektrische Spritze.

Böttger [1]) hat mit Hülfe eines Bohnenbergerschen Elektroscops gezeigt, dass an dem Knopfe der elektrischen Spritze von Page [2]), welcher positive Elektricität giebt, wenn man den Stempel aufzieht, negative Elektricität zum Vorschein kommt, wenn man denselben zurückstösst. Diese negative Elektricität ist so stark, dass ich sie mit Leichtigkeit an einem Bennetschen Goldblattelektrometer aufzeigen konnte; sie rührt ohne Zweifel von einer Vertheilung her, welche die positiv elektrisirte innere Oberfläche der Glasröhre auf den Metallknopf ausübt. Die Elektricität der innern Glasfläche ist am stärksten, wenn man den Stempel zurückstösst, weil sie alsdann nicht von den Spitzen des Einsaugers entladen wird, sie fehlt aber nicht gänzlich bei dem Heraus-

---

[1]) Neue Beiträge zur Physik * S. 54.

[2]) Repertorium Bd. 2. S. 91. siehe Fig. 2. desselben Bandes.

ziehen des Stempels, weil der Einsauger die Fläche nicht vollständig entladet. Man kann daher die negative Elektricität des Knopfes aufzeigen, ohne den Stempel zurückzustossen. Ich zog den Stempel auf und nahm einen Funken von dem Metallknopfe der alsdann an das Elektroscop angelegt noch ein- oder zweimal eine Divergenz mit positiver Elektricität verursachte. Bei erneuter Anlegung an das Elektrometer kamen aber Divergenzen mit negativer Elektricität zum Vorschein, und zwar fielen diese immer stärker aus, erreichten 6 Linien (bei einer Länge der Goldblättchen von 1 Zoll) und nahmen dann ab. Ich konnte 7 bis 10 negative Divergenzen beobachten, ehe der Knopf der Spritze alle Elektricität verloren hatte. Die stärkste negative Elektricität (mit einer Divergenz der Goldblättchen von ungefähr 9 Linien) erhält man, als Summe der Wirkung der zwiefachen Elektrisirung der Glasfläche, wenn man den Stempel aufzieht und ihn, nach Entladung des Knopfes, sogleich wieder zurückstösst.

Reibkissen.

Da für eine Elektrisirmaschine mit sehr unregelmässigem Glascylinder ein passendes Reibkissen nicht zu finden war, liess Walker [1]) ein hohles Kissen aus Kautschuck verfertigen und mit Leder überziehen. Mit Wasser gefüllt that dies eigenthümliche Reibzeug sehr gute Dienste.

Leydener Flasche.

Sturgeon [2]) bemerkte, dass die Flaschen, welche beim Entladen der elektrischen Batterie zerbrachen, zumeist am obern Rande der Belegung durchbohrt waren. Er bekleidete die untere Fläche des Holzdeckels der Flasche mit Stanniol und verband diesen durch Stanniolstreifen mit dem obern Rande der innern Belegung. So vorgerichtete Flaschen sollen die stärksten elektrischen Entladungen ertragen, ohne durchbohrt zu werden.

Ladestativ.

Um eine leydener Flasche zu einem bestimmten Grade zu laden, wird sie auf den mit einem Rande versehenen, durch einen

[1]) Sturgeon Annals of El. * v. III. p. 62.
[2]) Sturgeon Annals of El. * v. II. p. 86.

uss isolirten Teller des in Fig. 16 abgebildeten Apparates ge-
, und ihre Kugel mit dem Conductor der Elektrisirmaschine
erbindung gesetzt. Die Kugel b, die auf einem Metallstabe
, wird von der festen Kugel in eine bestimmte Entfernung
llt, wozu die Schlittenbewegung auf dem Fussbrette dient.
r Druckschraube c ist ein zu einer vollkommenen Ableitung
öhren) führender Draht befestigt. Die Anzahl der zwischen
d b überspringenden Funken giebt ein relatives Maass der
ng der Flasche.

Verbindungsklemmen.

Zur Verbindung von Drähten unter sich oder mit Platten hat
gendorff[1]) sehr bequeme Klemmen angegeben, die in Fig. 17.
türlicher Grösse abgebildet sind. Die erste Klemme besteht
nem durchbohrten Kupfercylinder, in welchem die zu verbin-
en Drähte mittels zweier Druckschrauben befestigt werden.
zweite ist aus zwei Kupferplatten gebildet, welche durch eine
ube zusammengepresst, dabei aber von einem Stifte in ihrer
gehalten werden. Die Platten haben auf einer Seite der
ube eine keilförmige Furche, um einen Draht fassen zu kön-
Die Kegelklemmen, mit welchen ein Draht von genau be-
nter Länge in den Schliessungsbogen oder das Luftthermometer
schaltet wird, sind bereits im 2ten Bande des Repertoriums
. beschrieben worden.

Maassflasche.

Von dieser Flasche, die zur Messung der in die elektrische
ie geführten Elektricitätsmenge dient, ist bereits, Repertor.
. S. 38, die Rede gewesen. Es ist eine sorgsam gearbeitete
sche Funkenflasche von ¼ quadr. Fuss innerer Belegung, an
le bewegliche Kugel mittels einer Führschraube in eine ge-
essbare Entfernung von der festen Kugel zu stellen ist. Da
Kugeln an der Stelle, wo die Funken überspringen, ange-
n werden, so habe ich sie jetzt, statt sie unveränderlich zu
igen, auf wohl abgedrehte Zapfen stellen lassen, wodurch
einen ganzen grössten Kreis der Kugeln zum Auffangen der
en benutzen kann. Man hat die Kugeln daher erst nach län-

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 49. S. 39.

gerem Gebrauche abzunehmen und zu poliren. Die äussere Belegung der Maassflasche muss eine vollkommene Ableitung haben, die ich jetzt durch Verbindung der kupfernen Fussplatte der Flasche mit den Gasröhren des Hauses herstelle. Der Kupferstreifen, der von dem Schliessungsbogen der Batterie zu dem Drahte hinabgeht, der von dem Innern der Maassflasche zur äussern Belegung der Batterie führt (siehe a. a. O.), ist an der Fussplatte der Flasche befestigt und wird durch eine daselbst angebrachte Messingfeder gegen jenen Draht gedrückt. Hierzu ist an dem Streifen ein mit einer Rinne versehenes Messingstück befestigt, die jenen Draht aufnimmt. Vor dem Laden der Batterie wird der Kupferstreifen durch einen Schnurlauf von dem Drahte entfernt; indem die Schnur vor dem Entladen gelöst wird, kommt der Schliessungsbogen sowohl mit der äussern Belegung der Batterie, als auch mit der allgemeinen Ableitung in Verbindung.

Funkenmikrometer.

Zwei Messingzapfen a b (siehe Fig. 18.) an horizontal durchbohrten mit Druckschrauben versehenen Metallstücken sind auf dünnen ungefähr drei Zoll langen Glasstäben isolirt. Der eine Stab ist auf einer Metallplatte durch die Schraube c unverrückbar befestigt, der andere steht auf einem Schlitten, der mittels der Führschraube f längs einer feinen Theilung bewegt wird. Diese Führschraube wirkt durch eine Schraubenmutter, die durch die Schraube d an die Metallplatte geklemmt ist; nach Lösung der Schraube kann der Schlitten mit der Hand fortbewegt werden. Die Metallplatte ist auf einen Glasstab von $2\frac{1}{2}$ Zoll Länge gestellt. — Auf die Zapfen des Funkenmikrometers sind verschiedene Metallkörper (siehe Fig. 19.) unverrückbar aufzustecken: Kugeln von $6\frac{1}{10}$ Linien, Scheiben von $8\frac{1}{6}$ Linien Durchmesser, abgestumpfte Kegel und Spitzen. Um die feinsten Spitzen anzubringen, sind die Zapfen mit horizontalen Durchbohrungen versehen, in welche englische Nähnadeln gesteckt werden können.

Zersetzungsapparat.

Zu elektrischen Zersetzungen auf Papieren habe ich folgenden Apparat anfertigen lassen, den ich auch bei galvanischen Zersetzungen bequem gefunden habe. (So diente er z. B. nebst einem Zink- und Kupferstückchen, die durch feuchtes Papier getrennt

waren, zur Untersuchung der Continuität einer langen Drahtleitung, und erwies sich dabei eben so empfindlich, aber viel bequemer als das Galvanometer.) Auf einem kleinen Brette (4 Zoll und 1¾ Zoll) sind zwei parallele Metallleisten befestigt, zwischen welchen die beiden mit Knöpfen versehenen Metallstücke a (Fig. 20) verschiebbar sind. In diese Stücke sind dünne 2 Zoll lange Glasstäbe unter starker Neigung gegen das Brett eingekittet, welche die kupfernen Winkelstücke b c tragen. Jedes dieser letzteren ist doppelt durchbohrt, bei b horizontal um die Leitungsdrähte, bei c winkelrecht um die Zersetzungsdrähte aufzunehmen. Die Drähte werden in den Bohrlöchern durch Schrauben festgehalten. Die Zersetzungsdrähte bestehen, wie die Figur zeigt, aus dicken (Platin) Nadeln mit stumpfer Spitze; man lässt dieselben durch ihr eigenes Gewicht so weit hinabfallen, dass sie auf einer untergelegten Glasplatte zu stehen kommen, und befestigt sie in dieser Lage durch die Schrauben. Die Platinspitzen drücken alsdann gegen ein zweimal zusammengelegtes Papier, das mit der zu zersetzenden Lösung benetzt ist, hinlänglich, um die Zersetzung hervorzubringen. Auf einer der Metallleisten ist eine Theilung angebracht, um die Entfernung der Platinspitzen reguliren zu können. Will man den Apparat zur Wasserzersetzung anwenden, so werden statt der Nadeln Uförmige Platindrähte genommen, deren unterer Theil mit geschmolzenem Siegellack überzogen ist, und die mit dem einen Schenkel und einer daran gelötheten Platinplatte in eine Gasröhre hinaufreichen.

Luftthermometer.

Die Einrichtung des Luftthermometers, dessen ich mich zur Bestimmung der Erwärmung eines Drahtes im Schliessungsbogen bediente, habe ich im zweiten Bande des Repertoriums Seite 98. angegeben; in einer historischen Notiz in Poggendorff's Annalen Band 52. Seite 315. habe ich gezeigt, wie dies Instrument durch allmählige Veränderung aus dem von Kinnersley 1761 erfundenen Thermometer hervorgegangen ist. Die Theorie des Instruments, die zu dessen Gebrauche nothwendig ist, findet sich an verschiedenen Stellen meiner Abhandlungen über die elektrische Erwärmung, aus welchen ich die nöthigsten Resultate hier zusammenstelle. Es ist zu bemerken, dass bei Berechnung der Erwärmung eines Drahtes angenommen worden, dass derselbe seine

Wärme mit der ganzen Luftmasse der Thermometerkugel theile, und dass die Elasticität dieser Luftmasse, welche das Sinken der Flüssigkeit in der Röhre veranlasst, nur unmerklich durch Abkühlung, die von der Glashülle ausgeht, verändert werde. Die letzte Annahme gilt nur für instantane Wärmeerregung, und fällt bei anderweitiger Anwendung des Instruments fort. Es ist dabei nöthig, dass die Thermometerkugel nicht zu klein genommen werde.

Berechnung der Erwärmung eines im Thermometer ausgespannten Drahtes. Es mögen folgende Bezeichnungen gelten:

Temperaturerhöhung des Drahtes in Centesimalgraden		T
Senkung der Flüssigkeit in der Röhre, in pariser Linien		ϑ
Der Luft in der Kugel:	Volumen in pariser cub. Linien	V
	specif. Gewicht bei 0 Gr. und 1''' Druck	γ
	Wärmecapacität bei ungeändert. Volum.	c
	Ausdehnung für 1 Gr. Centes.	α
Des Drahtes in der Kugel:	Länge in pariser Linien	l
	Halbmesser	r
	specif. Gewicht des Metalles	g
	Wärmecapacität	C
	el. Verzögerungskraft d. Metalles	x
Der Thermometerröhre:	Querschnitt	s
	Neigung gegen die Vertikale	φ
Gewicht des Quecksilbers gegen das der Flüssigkeit der Röhre		n
Der äussern Luft beim Abschluss der Kugel:	Temperatur	t
	Druck in paris. Lin.	b

(Die letzten beiden Grössen werden constant angenommen während des Abschlusses der Kugel, daher Versuche mit dem Thermometer bei stürmischem Wetter und in einem Zimmer, dessen Temperatur schnell veränderlich ist, nicht anzustellen sind.) Man hat folgenden Ausdruck für die gesuchte Beziehung zwischen der Anzeige ϑ des Thermometers und der Temperaturerhöhung T des in ihm ausgespannten Drahtes:

$$T = \left(\frac{1}{\alpha} + t\right)\left(\frac{\cos.\varphi}{n b} + \frac{s}{V}\right)\left(\frac{V c \gamma b}{\pi g C l r^2 (1 + \alpha t)} + 1\right)\vartheta$$

Für den gewöhnlichen Gebrauch kann diese Formel durch Einführung von Zahlenwerthen vereinfacht werdn. Es ist nämlich auch eine bedeutende Aenderung des Barometer- und Thermometerstandes in der äussern Luft vor Abschluss der Thermometerku-

gel von sehr geringem Einflusse auf ϑ, so dass man t = 15, b = 336 setzen kann. Die Flüssigkeit in der Röhre ist aus Alkohol, Schwefelsäure und Cochenille am besten so zusammenzusetzen, dass ihr specifisches Gewicht 0,919 ist, dann wird n = 15. Man erhält somit

$$T = 287{,}9\left(\frac{\cos.\varphi}{5040} + \frac{s}{V}\right)\left(\frac{0{,}00007341\,V}{g\,C\,l\,r^2} + 1\right)\vartheta$$

zur Berechnung der durch die elektrische Entladung erzeugten Temperaturerhöhung des Drahtes; und

$$W = 904{,}3\left(\frac{\cos.\varphi}{5040} + \frac{s}{V}\right)\left(0{,}00007341\,V + g\,C\,l\,r^2\right)\vartheta$$

zur Berechnung der in ihm frei gewordenen Wärmemenge. Für die Zahlen sind folgende Logarithmen zu gebrauchen:

log.	287,9	=	2,45917
„	5040	=	3,70243
„	0,00007341	=	5,86575
„	904,3	=	2,95632

Beide Formeln sind zur logarithmischen Rechnung sehr bequem, da sie für jedes bestimmte Thermometer die Form annehmen $A\left(\frac{B}{X} + 1\right)$ mit ϑ oder ϑX multiplicirt, worin A und B constante Werthe sind, und log. $\left(\frac{B}{X} + 1\right)$ mit Hülfe der Gauss'schen Logarithmen leicht zu berechnen ist.

Empfindlichkeit des Thermometers. Man hat bei elektrischen Versuchen Thermometer von sehr verschiedener Empfindlichkeit nöthig, die man aber leicht durch eine Aenderung desselben Instrumentes herstellen kann. Da die durch Elektricität in einem veränderlichen Drahte erregte Wärmemenge durch den Ausdruck gegeben ist: $W = \frac{a}{\frac{r^2}{x\,l} + b}$, so hat man diesen nur in die letzte Formel einzuführen und ϑ zu entwickeln, um die Empfindlichkeit des Thermometers bei bestimmter Entladung nach allen seinen Theilen zu übersehen. Man erhält nämlich:

$$\vartheta = \frac{a}{\left(\frac{\cos.\varphi}{5040} + \frac{s}{V}\right)\left(0{,}00007341\,V + C\,g\,l\,r^2\right)\left(\frac{r^2}{x\,l} + b\right)}$$

woraus sich folgende Bestimmungen ergeben:

Thermometerröhre. Mit Abnahme ihres Querschnitts wächst die Empfindlichkeit des Thermometers, doch darf derselbe der Capillarität wegen nicht zu klein genommen werden; ich habe ihn 0,12 und 0,13 quadr. Linie angewandt. Eine grössere Neigung der Röhre gegen die Vertikale steigert die Empfindlichkeit, die horizontale Lage wäre die günstigste, wenn sie nicht bei den Entladungs-Strömen Unbequemlichkeiten mit sich brächte. Ich habe die Neigung 83½ Grad genommen.

Thermometerkugel. Das Volumen der Kugel V hat eine Gränze, bis zu der es mit Vortheil vergrössert werden kann. Diese Grenze wird gefunden

$$V = 8285{,}4 \, . \, r \sqrt{\frac{gCls}{\cos.\varphi}}$$

und ist also von dem angewandten Drahte abhängig. Es ist indess, nach der obigen Bemerkung, nicht rathsam, die Kugel zu klein zu nehmen (ich habe sie nicht unter 2¼ Zoll Durchmesser gebraucht). Wo man einer gesteigerten Empfindlichkeit des Instrumentes bedarf, ist diese durch Horizontalstellen der Röhre zu erhalten, bei welcher Lage die Grösse der Kugel unbedingt vortheilhaft ist.

Draht in der Kugel. Nach der Formel würde das vortheilhafteste Metall des Drahtes in der Thermometerkugel das Blei sein, man wird indess besser Neusilber oder Platin, die keiner Veränderung ausgesetzt sind, anwenden. Durch Verlängerung des Drahtes lässt sich die Empfindlichkeit des Instruments steigern, aber nur bis zur Gränze

$$l = \sqrt{\frac{0{,}00007341\,V}{Cgxb}}$$

welche von dem Volumen der Kugel, dem Metalle des Drahtes und der Constante b abhängt. Diese letzte Grösse, welche sich mit dem Schliessungsbogen ändert, muss aus zwei vorläufigen Versuchen bestimmt werden. —

Am einflussreichsten auf den Gang des Thermometers ist der Halbmesser des Drahtes, der, je kleiner er gewählt wird, eine desto grössere Empfindlichkeit des Thermometers bedingt. Durch verschieden lange und dünne Drähte lässt sich daher das Luftthermometer leicht zu jeder gewünschten Empfindlichkeit vorrichten.

Cylindrisches Luftthermometer.

Poggendorff[1]) hat sich zu Versuchen mit magneto-elektrischen Strömen eines leicht zu construirenden Luftthermometers mit cylindrischem Behälter bedient. Auf dem Brette AB (Fig. 21) 33 Zoll und 3 Zoll haltend, ist das Glasrohr df, von 9 Zoll Länge 8 Linien innerem Durchmesser befestigt. Es ist an beiden Enden mit Korkstöpseln und geschmolzenem Siegellack luftdicht verschlossen. Durch den einen Stöpsel geht die kurze offene Glasröhre k, welche bei dem Gebrauche mit einem Korke verstopft wird, durch den andern die lange Röhre abc. Diese letztere ist bei b und c zu Kugeln von 0,5 Zoll Durchmesser ausgeblasen und bei a zu einem aufgerichteten Cylinder erweitert. In dem übrigen 18 Zoll langen Theile ist diese Röhre 0,5 Linie weit und wird mit einigen Tropfen gefärbten Weingeistes versehen, die einen Index von 1 Zoll Länge bilden, dessen Bewegung auf einer in Linien getheilten Scale abgelesen wird. In dem Behälter df ist ein 24 Zoll langer Platindraht, 0,133 Linien dick, schraubenförmig ausgespannt, seine Enden gehen luftdicht durch die Korkstöpsel zu zwei im Holze befestigten Kupferstiften, welche mittels Klemmen mit den Leitdrähten der magneto-elektrischen Maschine verbunden sind. — Die Empfindlichkeit des Instruments wird durch die horizontale Lage der Röhre bedingt, in der sich die Flüssigkeit bewegt; die Abkühlung der abgesperrten Luftmasse durch das Glas des Cylinders ist so gross, dass der Index bei dem Aufhören des elektrischen Stromes sogleich zurückgeht.

Metallthermometer.

Es ist zuweilen bequem, sich bei Untersuchung der elektrischen Wärmeentwicklung statt des Luftthermometers eines Metallthermometers zu bedienen. Ich habe hierzu eine ziemlich complicirte Vorrichtung bei Breguet in Paris gesehen, in welcher der elektrische Strom durch eine Platinspirale geführt wurde, die eine thermometrische Spirale nahe umschloss. Eine einfachere Einrichtung des Instruments ist die folgende: Auf einer mit Stellschrauben versehenen Fussplatte von 6 Zoll Durchmesser steht eine hölzerne Säule von 6 Zoll 3‴ Höhe, welche an einem 2 Zoll 2‴

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 52. S. 324.

langen horizontalen Arme das obere Ende der 3 Zoll 7''' langen Thermometer-Spirale trägt. Der am unteren Ende befestigte Zeiger spielt auf einer Eintheilung von 28 Linien Durchmessnr, die an der Holzsäule hinaufgeschoben werden kann und nach dem Gebrauche die Spirale stützt. Ein starker Messingdraht geht am Rande durch das Fussbrett, und endigt ausserhalb der Glasglocke, unter welcher die Spirale und Holzsäule stehn, in einer Druckschraube; innerhalb geht derselbe an der Säule hinauf und krümmt sich dergestalt, dass sein oberes mit einer Klemme versehenes Ende über der Mitte der Spirale steht. Gleichfalls in der Axe der Spirale, aber 1 Zoll von ihrem untern Ende entfernt, steht eine Klemme, von der ein Draht durch die Mitte des Fussbrettes zu einer ausserhalb der Glocke stehenden Druckschraube führt. In diesen beiden Klemmen ist ein Platindraht von 61,5 Linien Länge, 0,08 Linien Dicke straff ausgespannt, und bildet bei gehörigem Stande des Fussbretts, zu dessen Regulirung die Stellschrauben dienen, die Axe der Thermometer-Spirale. Mittels der beiden äusserlich am Brette befindlichen Druckschrauben wird der Platindraht in eine elektrische Schliessung eingeschaltet. — Meine, sehr empfindliche, von Breguet gefertigte Spirale geht durch 22 Bogengrade, wenn sich die ganze Luftmasse unter der Glasglocke um 1 Grad R. erwärmt.

Induktionsscheiben.

Flache Spiralen zur Elektro-Induction habe ich mir in folgender Art anfertigen lassen [1]). In eine aus drei aufgeleimten Dicken bestehenden Holzscheibe ist eine Anzahl concentrischer Kreise mit Zwischenräumen von ungefähr 2 Linien zur Tiefe des anzuwendenden Drahtes eingeschnitten und durch gekrümmte Einschnitte zu einer spiralförmigen Figur vereinigt. Ein Draht von passender Länge wird in die eingeschnittene Figur gelegt, daselbst an vielen Stellen durch Pech oder Schellack befestigt und durch aufgelegte Gewichte niedergehalten. Ist die Figur vollendet, so werden alle Zwischenräume zwischen den Spiren gleichförmig mit Pech ausgefüllt und die Oberfläche mit einer heissen Metallplatte geglättet. Die Enden des Drahtes gehen am Rande und in der Mitte durch die Holzscheibe hindurch und sind an daselbst befestigten Druck-

[1]) Poggendorff Annalen * Bd. 50. S. 10.

schrauben gelöthet. Die erste Drahtfigur wird auf einer zweiten Holzscheibe sorgfältig copirt. Beide Spiralscheiben werden mit Glasfüssen versehen einander gegenübergestellt; der eine Glasfuss wird auf einem Brette, der andere auf einem darauf angebrachten Schlitten befestigt. Ich besitze zwei Paare solcher Induktionsscheiben, an dem einen hat jede Holzscheibe, von 6 Zoll Durchmesser, 14 Spiren und 13 Fuss Draht, an dem andern enthält die Scheibe von 1 Fuss Durchmesser 31 Spiren von 53 Fuss Draht gebildet.

Differential-Induktor.

Unter diesem Namen hat Dove [1]) einen Apparat angegeben, um die Differenz zweier Nebenströme bemerklich zu machen. Auf zwei starke cylindrische Glasröhren von 1 Fuss Länge und 1 Zoll Weite sind zwei Spiralen von Kupferdraht in gleichem Sinne gewickelt und ganz in Schellack eingelassen, welches auswendig mit Papier überzogen ist. Jede der Spiralen erhält bei 32 Fuss Drahtlänge 80 Windungen. Von den Drahtklemmen, in welchen diese Spiralen endigen, wird a mit der innern, d mit der äussern Belegung der Batterie verbunden (s. Fig. 22.). Da die Klemmen b und c durch einen Querdrath verbunden sind, so bilden die beiden Spiralen ab und cd zusammen den Schliessungsdraht der Batterie. Die darauf zu schiebenden mit den innern in gleichem Sinne gewundenen Induktionsspiralen sind auf Röhren von Pappe in Schellack eingelassen, und haben bei 80 Windungen eine Drahtlänge von 45 Fuss. (Der hier angewandte Draht ist überall $\frac{1}{2}$ Linie dick.) Die beiden Enden jeder Nebenspirale befinden sich auf derselben Seite (Vorderseite der Figur); es läuft deshalb das umgebogene längere Ende jeder Spirale (β und γ) in einer Glasröhre neben der äussern Papierbekleidung hin und ist daran mittels seidener Bänder befestigt. Von den vier Enden der Nebenspirale sind zwei (α und γ) durch einen Querdraht verbunden, während die andern beiden, je nach der Wirkung, die man am Nebenstrom prüfen will, durch verschiedene Metallstücke geschlossen werden. In der Figur sind diese Enden mit Drähten und Handhaben versehen, welche zur Prüfung des physiologischen Effekts mit den Händen gefasst werden. Jede Schliessungsspirale (ab und cd) liegt mit ihrer sie einhüllenden Nebenspirale ($\alpha\beta$ und $\gamma\delta$), auf

[1]) Poggendorff Annalen Bd. 54. S. 310.

zwei Glasfüssen von ¾ Zoll Durchmesser, welche in einer Höhe von 8½ Zoll sich gabelförmig öffnen in zwei Glasstangen, die bei einer Länge von 3 Zoll oben 1½ Zoll von einander stehen und an den lothrechten Stangen mittels Messinghülsen befestigt sind. — Indem die Batterie durch die beiden Schliessungsspiralen entladen wird, entsteht in jeder der beiden Nebenspiralen ein inducirter Strom von nahe gleicher Stärke. Da diese beiden Ströme durch dieselbe Leitung gehen müssen, diese aber durch den Verbindungsdraht $\alpha\gamma$ so eingerichtet ist, dass die Ströme in ihr entgegengesetzt gerichtet sind, so wird im Allgemeinen keine Wirkung von ihnen resultiren. Die Wirkung wird aber eintreten, wenn einer der beiden Ströme verändert wird, oder wenn beide Ströme in verschiedenem Maasse verändert werden. Diese Aenderung geschieht durch Einführung verschieden geformter Metallmassen in die cylindrische Hölung der Schliessungsspiralen; in der Figur ist der Fall angedeutet, in welchem die Spirale cd einen massiven Metallcylinder, die Spirale ab ein in eine Metallhülle eingeschlossenes Drahtbündel enthält. Um die Richtung des resultirenden Stromes und daher die Nebenspirale zu finden, von welcher der überwiegende Strom ausgeht, bedient man sich des oben (Seite 228.) angegebenen Mittels, durch den Strom elektrische Figuren auf einer Harzfläche zu bilden [1]).

Geschlossen am 13. Februar 1842.

---

[1]) Fast alle hier beschriebenen Apparate sind bereits von Herrn Mechanikus Kleiner in Berlin in grosser Vollkommenheit ausgeführt worden.

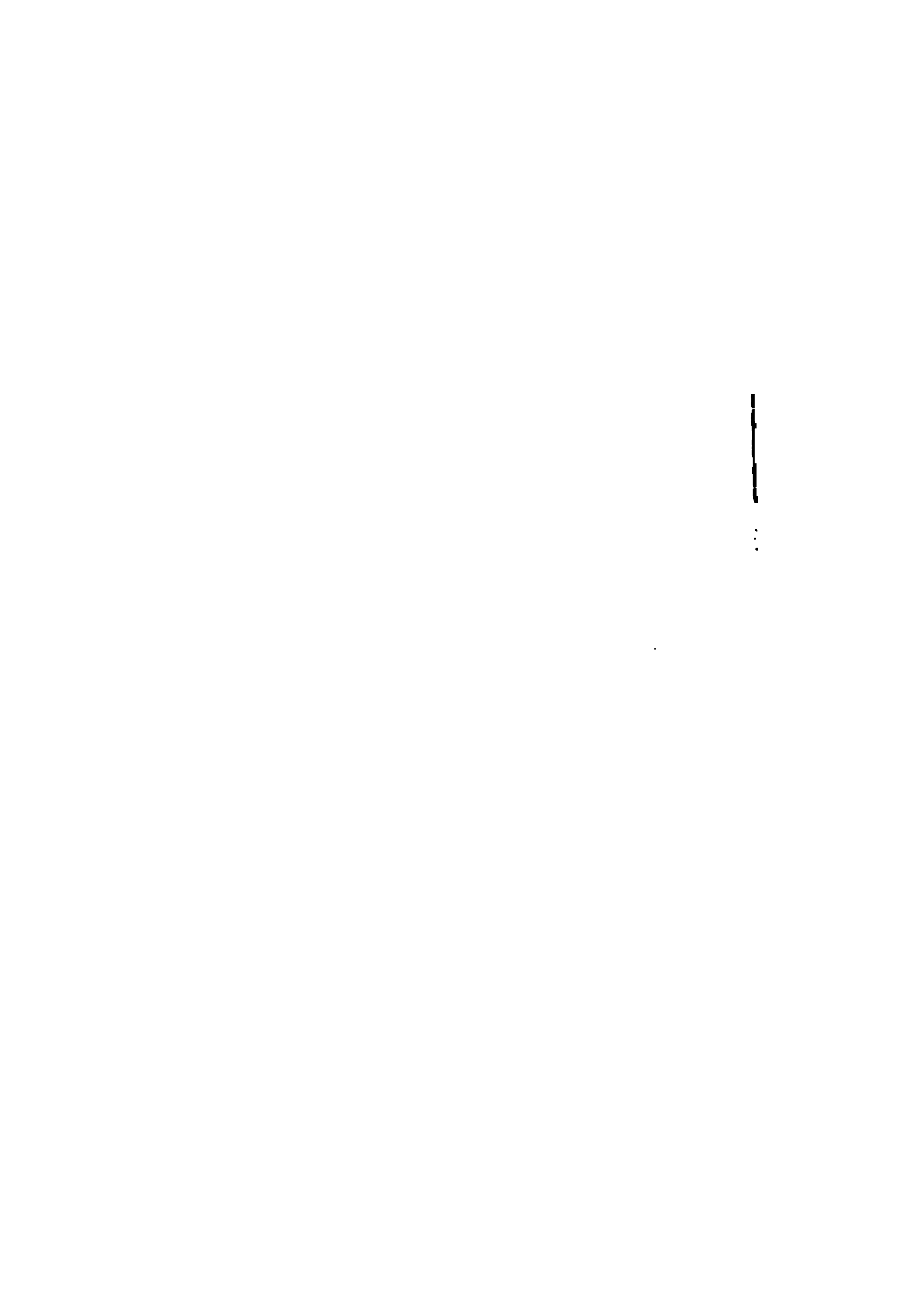
Namenregister.

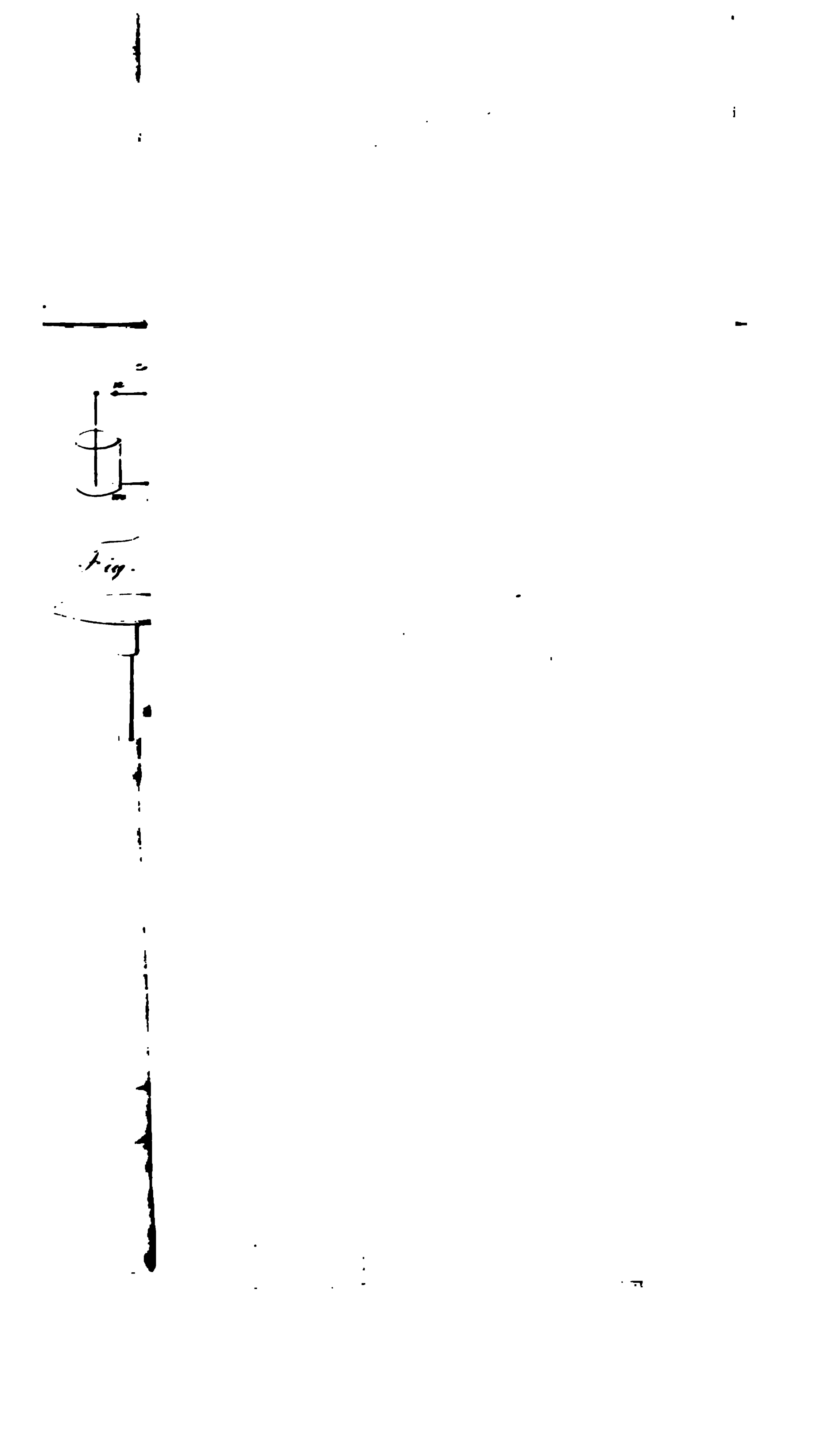
Nachweisung der Figuren.

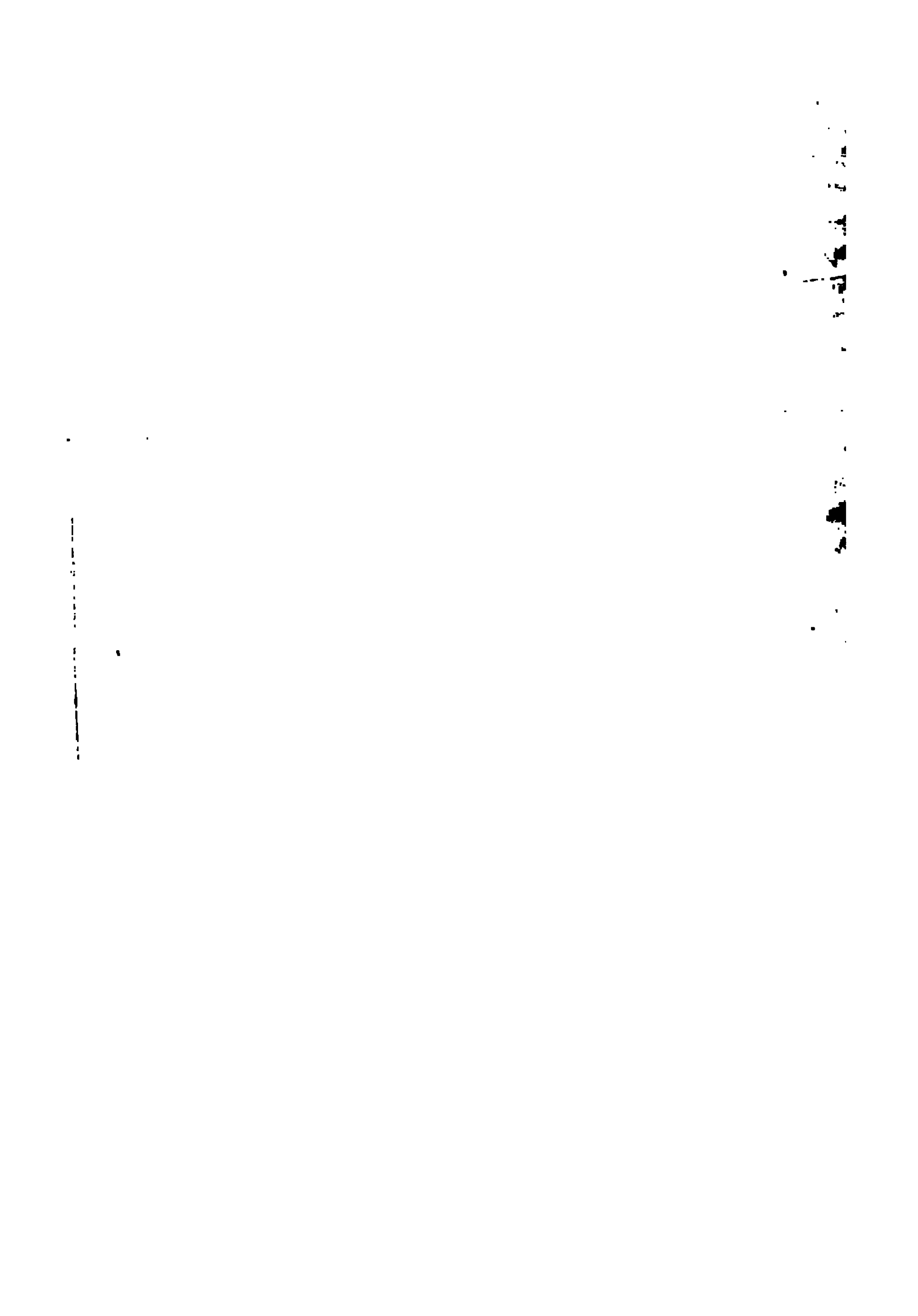
Akustik.

Elektricität.

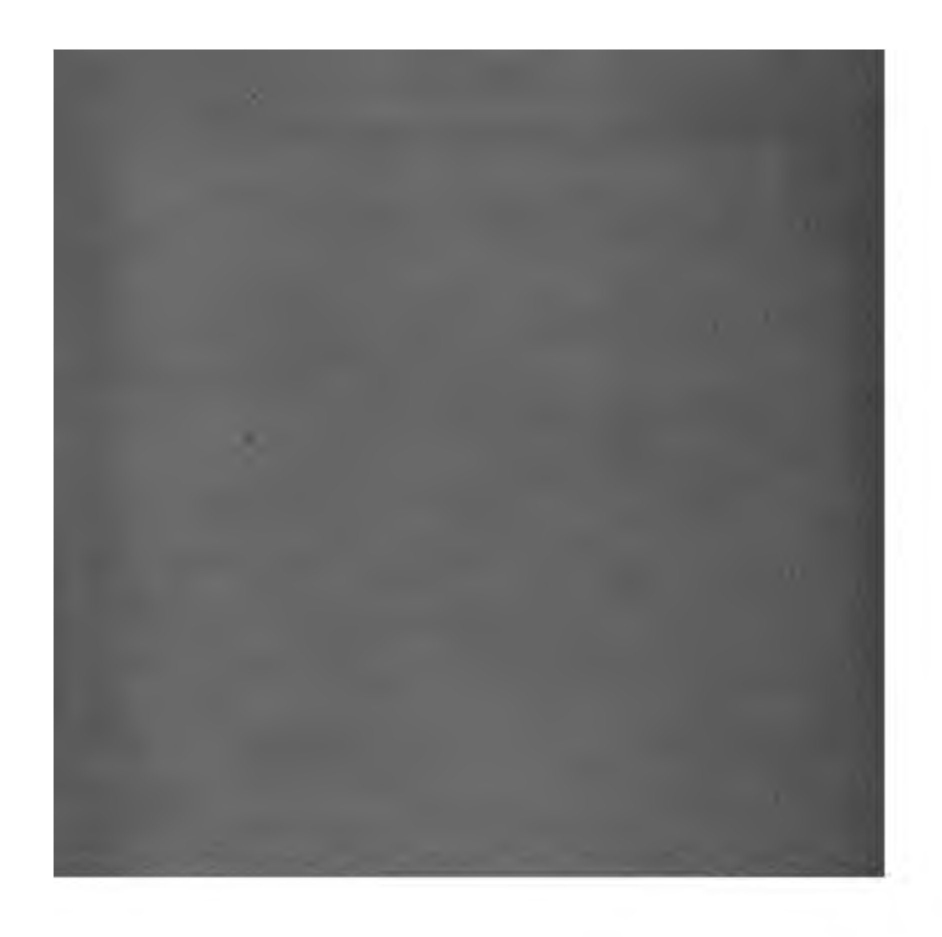
Gedruckt bei Julius Sittenfeld.




Fig.











Repertorium der Physik.

Eine Zusammenstellung

der neueren Fortschritte dieser Wissenschaft.

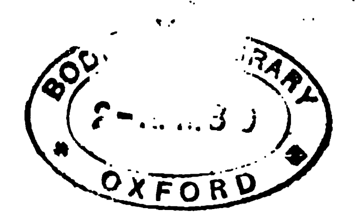
Band VII.

Enthält:

Besondere Gesetze der Wellenbewegung, von Broch.
Allgemeine Physik, von Knochenhauer.
Magnetismus der Erde, von Lamont.

Mit zwei Figurentafeln.

Berlin.
Verlag von Veit & Comp.
1846.



Der überaus schwierige Satz so wie die zeitraubende Correctur der vorliegenden Abhandlungen mögen die verzögerte Erscheinung des siebenten Bandes entschuldigen, an dem ununterbrochen gearbeitet worden ist. Da besonders der Satz der Brochschen Abhandlung sehr lange Zeit erforderte und sich die Arbeit nicht unter mehrere Setzer vertheilen liess, so ist der Lamontsche Bericht zu gleicher Zeit gesetzt worden und musste daher besonders paginirt werden.

Ueber den Inhalt des achten Bandes werden wir bald Mittheilung zu machen im Stande sein.

Berlin, im September 1846.

Veit & Comp.

Inhaltsverzeichniss

zum siebenten Bande.

Siebzehnter Abschnitt.

Besondere Gesetze der Wellenbewegung, von Broch.

Neunzehnter Abschnitt.

Magnetismus der Erde, von Lamont.

* *

Siebzehnter Abschnitt.

Besondere Gesetze der Wellenbewegung.

Von
O. J. Broch.
zu Christiania.

Nachdem ich im fünften Bande dieser Zeitschrift die allgemeinen Gesetze der Wellenbewegung entwickelt habe, werde ich jetzt die Gesetze derselben bei besonderen Voraussetzungen über die Vertheilung der Molekülen entwickeln, und nach und nach die isophanen, einaxig und zweiaxig krystallisirten, erwärmten und comprimirten Körper betrachten. Die Gesetze der Aetherbewegungen unter diesen besonderen Umständen sind besonders von Cauchy und Neumann behandelt worden. Die Arbeiten des Ersteren sind in den Compt. rend. und Ex. d'An. et de Ph. Math., die des Letzteren in den Abh. der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin zu finden. Auch haben Hamilton, Mac-Cullagh und Lloyd in den Trans. of the Ir. Acad. und in den Lond. and Ed. Ph. Mag. und der Verfasser dieser Abhandlung in: „Forhandlinger ved de skandinaviske Naturforskeres tredie Möde" Beiträge hierzu geliefert. Die benutzten Schriften werden in den Noten citirt werden.

Cap. I.

Gesetze der Fortpflanzung des Lichts in isophanen Körpern.

§. 1. Gleichungen der unendlich kleinen Bewegungen in einem isophanen System von Molekülen *).

Die Gleichungen der unendlich kleinen Bewegungen eines Systems von Molekülen sind, wie ich in der vorigen Abhandlung gezeigt habe, die folgenden **):

---

*) Cauchy, Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome 1. pag. 115—120.

**) Die Nummern der Gleichungen, welche zwischen [()] eingeschlossen sind, beziehen sich auf meine Abhandlung im fünften Bande.

$$[(14)]\quad \begin{aligned} (L - d_t^2)\xi + P v + Q\zeta &= o, \\ R\xi + (M - d_t^2) v + P\zeta &= o, \\ Q\xi + P v + (N - d_t^2)\zeta &= o, \end{aligned}$$

wo ξ, v, ζ die Verschiebungen eines Punktes (x, y, z) längs d[illegible] drei Coordinatenaxen sind, und L, M, N, P, Q, R charakte[illegible] stische Funktionen der Differentialzeichen d_x, d_y, d_z. Setzt m[illegible] in diesen charakteristischen Funktionen, statt der Zeichen [illegible] d_y, d_z die Grössen u, v, w und bezeichnet durch $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, [illegible] $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$, die dadurch erhaltenen Funktionen, so können diese [illegible] Hülfe zweier neuen Funktionen ausgedrückt werden. Es sei:

$$[(134)]\quad \begin{aligned} \mathfrak{G} &= S\left[m f(r)\left(e^{ux+vy+wz} - 1\right)\right] \\ \mathfrak{H} &= S\left[\frac{m}{r} d_r f(r)\left(e^{ux+vy+wz} - 1 - (ux+vy+w\ldots\right.\right. \\ &\qquad \left.\left. - \frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right] \end{aligned}$$

wo m die Masse einer Moleküle, r deren Abstand vom Punk[illegible] $(x, y, z) = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$, $f(r) = \frac{f(r)}{r}$ und f(r) die Kr[illegible] bezeichnet, welche zwei Molekülen in dem Abstand r auf ein[illegible] der gegenseitig ausüben. Es ist dann:

$$[(135)]\quad \begin{aligned} \mathfrak{L} &= \mathfrak{G} + d_u^2\mathfrak{H}, \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{G} + d_v^2\mathfrak{H}, \quad \mathfrak{N} = \mathfrak{G} + d_w^2\mathfrak{H}, \\ \mathfrak{P} &= d_v d_w \mathfrak{H}, \quad \mathfrak{Q} = d_v d_w \mathfrak{H}, \quad \mathfrak{R} = d_u d_v \mathfrak{H}. \end{aligned}$$

Da das System von Molekülen, welches wir betracht[illegible] isophan ist, das heisst, so gestaltet, dass das Licht in allen Ri[illegible] tungen nach denselben Gesetzen fortgepflanzt wird, was bei[illegible] blossen Aether im Himmelsraume gerade der Fall ist, so müss[illegible] die Gleichungen [(14)] unverändert bleiben, wenn das Axensyst[illegible] auf irgend eine Weise um den Anfangspunkt der Coordinat[illegible] gedreht wird. Die charakteristischen Funktionen L, M, N, P, Q, R dürfen dann nicht ihre Form verändern, und folglich di[illegible] Funktionen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$ auch nicht. Nun ist aber we[illegible] gen der Gleichungen [(135)]:

$$(178)\quad \begin{aligned} d_u\mathfrak{G} &= d_u\mathfrak{M} - d_v\mathfrak{R} = d_u\mathfrak{N} - d_w\mathfrak{Q}, \\ d_v\mathfrak{G} &= d_v\mathfrak{L} - d_u\mathfrak{R} = d_v\mathfrak{M} - d_w\mathfrak{P}, \\ d_w\mathfrak{G} &= d_w\mathfrak{L} - d_u\mathfrak{Q} = d_w\mathfrak{M} - d_v\mathfrak{P}. \end{aligned}$$

Weil jetzt $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$ nicht ihre Form veränder[illegible] wenn das Axensystem in irgend einer Richtung um den Anfang[illegible] punkt des Coordinatensystems gedreht wird, so werden: $d_u\mathfrak{G}$, $d_v\mathfrak{G}$, $d_w\mathfrak{G}$ und folglich auch das totale Differential von $\mathfrak{G}$ [illegible]

verändert bleiben; hieraus folgt, weil $\mathfrak{G}$, wenn man u, v, w gleich Null setzt, unabhängig von x, y, z ist, dass auch $\mathfrak{G}$ eine unveränderliche Form haben wird. Dann werden aber wegen der Gleichungen [(134)]: $d_u^2\mathfrak{H}$, $d_v^2\mathfrak{H}$, $d_w^2\mathfrak{H}$, $d_u d_v\mathfrak{H}$, $d_v d_w\mathfrak{H}$, $d_u d_w\mathfrak{H}$, und folglich das totale zweite Differential von $\mathfrak{H}$ unverändert bleiben, und weil $\mathfrak{H}$ und $d\mathfrak{H}$ von x, y, z unabhängig werden, wenn man u, v, w gleich Null setzt, wird folglich auch $\mathfrak{H}$ eine unveränderliche Form haben. Damit folglich $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$ unveränderlicher Form seien, ist es nothwendig und zureichend, dass $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{H}$ eine unveränderliche Form besitzen. Die charakteristischen Funktionen, worin $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{H}$ verwandelt werden, wenn man statt u, v, w die Zeichen d_x, d_y, d_z setzt, müssen folglich unveränderlicher Form sein, wenn das Axensystem in irgend einer Richtung um den Anfangspunkt der Coordinaten gedreht wird. Dann ist es aber nothwendig und zureichend, dass diese charakteristischen Funktionen ganze Funktionen von $d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$ sind*), oder $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{H}$ müssen Funktionen von $u^2 + v^2 + w^2$ sein. Setzt man jetzt:

$$u^2 + v^2 + w^2 = k^2$$

(179) $$\mathfrak{E} = \mathfrak{G} + \frac{1}{k} d_k \mathfrak{H}, \quad \mathfrak{F} = \frac{1}{k} d_k\left(\frac{1}{k} d_k \mathfrak{H}\right)$$

und bezeichnet durch E und F die entsprechenden charakteristischen Funktionen von $d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$, welche man erhält, wenn man in den Funktionen $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{F}$ statt der Grössen u, v, w die Zeichen d_x, d_y, d_z setzt, so werden die Gleichungen [(14)] auf folgende Weise geschrieben werden können:

(180) $$\begin{aligned} (E - d_t^2)\xi + F d_x(d_x\xi + d_y v + d_z\zeta) &= o, \\ (E - d_t^2)v + F d_y(d_x\xi + d_y v + d_z\zeta) &= o, \\ (E - d_t^2)\zeta + F d_z(d_x\xi + d_y v + d_z\zeta) &= o. \end{aligned}$$

Die Grösse $d_x\xi + d_y v + d_z\zeta$ stellt die Ausdehnung oder Condensation des Molekülensystems vor. Bezeichnen wir sie mit D, so dass

(181) $$D = d_x\xi + d_y v + d_z\zeta.$$

Differentiirt man die erste der Gleichungen (180) in Bezug auf x, die zweite in Bezug auf y, die dritte in Bezug auf z, und addirt, so erhält man die Differentialgleichung:

*) Cauchy, Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome 1. pag. 114.

$$(182)\qquad [E - d_t^2 + F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)]\, D = o.$$

Ferner findet man auch die Differentialgleichungen:

$$(183)\qquad \begin{aligned}(E - d_t^2)(d_z v - d_y \zeta) &= o,\\ (E - d_t^2)(d_x \zeta - d_z \xi) &= o,\\ (E - d_t^2)(d_y \xi - d_x v) &= o.\end{aligned}$$

§. 2. Allgemeine Integrale der Differentialglei gen der unendlich kleinen Bewegungen eines is nen Systems von Molekülen *).

Eliminirt man jetzt ξ, v, ζ aus den Gleichungen (1 findet man die charakteristische Determinante dieser Gleich

$$(184)\qquad \nabla = \nabla' \nabla'' = o$$

wo:

$$\nabla' = d_t^2 - E$$

$$\nabla'' = d_t^2 - E - F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2).$$

Es seien jetzt wie in der vorigen Abhandlung $\varphi(x,$ $\chi(x, y, z)$, $\psi(x, y, z)$ die Anfangswerthe der Verschieb und $\Phi(x, y, z)$, $X(x, y, z)$, $\Psi(x, y, z)$ die der Geschw keiten, so dass folglich für $t = o$,

$$[(27)]\qquad \begin{array}{lll}\xi = \varphi(x, y, z), & v = \chi(x, y, z), & \zeta = \psi(x\\ d_t\xi = \Phi(x, y, z), & d_t v = X(x, y, z), & d_t\zeta = \Psi(x\end{array}$$

und man bezeichne durch φ, χ, ψ, Φ, X, Ψ die Wertl der charakteristischen Gleichung (184) $\nabla = o$ entsprech principalen Funktion w, welche herauskommen, wenn ma $w(x, y, z)$ successive die Funktionen [(27)] setzt. Wegen fünften Bande dieser Zeitschrift pag. 99 angeführten Sat Lehre der Differentialgleichungen muss man jetzt, um di chungen (180) zu integriren, statt der zweiten Theile de die Ausdrücke setzen: $-\nabla(\Phi + d_t\varphi)$, $-\nabla(X + d_t\chi)$, $-\nabla(\Psi$ und dann die Gleichungen in Bezug auf ξ, v, ζ auflöse wären die Charakteristiken d_x, d_y, d_z wirkliche Grössen. erhält auf diese Weise, wenn man der Kürze wegen setz

$$(186)\qquad \Pi = d_x(\Phi + d_t\varphi) + d_y(X + d_t\chi) + d_z(\Psi + d_t$$

die Gleichungen:

$$(187)\qquad \begin{aligned}\xi &= \nabla''(\Phi + d_t\varphi) + F d_x \Pi,\\ v &= \nabla''(X + d_t\chi) + F d_y \Pi,\\ \zeta &= \nabla''(\Psi + d_t\psi) + F d_z \Pi.\end{aligned}$$

---

*) Cauchy, Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome I. pag. 208.

Bezeichnet man jetzt durch w_1 und w_2 die principalen Funktionen, welche respective den charakteristischen Differentialgleichungen:

$$\nabla' = o \text{ und } \nabla'' = o$$

entsprechen, so erhält man:

$$(188) \qquad \nabla' w = w_2, \ \nabla'' w = w_1.$$

Bezeichnet man durch φ_1, φ_2, Φ_1, Φ_2 die Werthe von w_1, w_2, welche man erhält, wenn man statt $w(x, y, z)$ successive die Funktionen [(27)] setzt, so können folglich die Gleichungen (187) auch so geschrieben werden:

$$(189) \qquad \begin{aligned} \xi &= \Phi_1 + d_t\varphi_1 + Fd_x\Pi, \\ v &= X_1 + d_t\chi_1 + Fd_y\Pi, \\ \zeta &= \Psi_1 + d_t\psi_1 + Fd_z\Pi. \end{aligned}$$

Um die Dilatation D im Punkte (x, y, z) zu finden, braucht man nur die Differentialgleichung (182) zu integriren. Bezeichnet man durch $d(x, y, z)$ den Initialwerth von d_tD und setzt den von D gleich Null, so wird D die principale Funktion sein, welche der charakteristischen Gleichung $\nabla'' = o$ und dem Initialwerthe $d(x, y, z)$ entspricht. Substituirt man den gefundenen Werth von D in den Gleichungen (180), so erhält man:

$$(190) \qquad \begin{aligned} \nabla'\xi &= Fd_xD, \\ \nabla'v &= Fd_yD, \\ \nabla'\zeta &= Fd_zD. \end{aligned}$$

Um diese partiellen Differentialgleichungen zu integriren, benutze man folgenden Satz der Lehre der Differentialgleichungen*):

Es seien gegeben zwischen mehreren Hauptvariabeln ξ, v, ζ... und den unabhängig Variabeln x, y, z, t mehrere lineäre Differentialgleichungen mit partiellen Differentialen und konstanten Coefficienten, deren Anzahl gleich sei der der Hauptvariabeln, und so geordnet, dass die Glieder, welche die Hauptvariabeln oder ihre Differentiale nicht enthalten, auf die zweite Seite des Gleichheitszeichens gebracht sind. Es sei ferner die höchste Ordnung der in Bezug auf t derivirten Funktionen der Hauptvariabeln gleich n' für ξ, gleich n'' für v, gleich n''' für ζ, *u. s. w.*, und die Coefficienten von $d_t^{n'}\xi$, $d_t^{n''}v$, $d_t^{n'''}\zeta$ constante Grössen. Nehmen wir ferner an, die Initialwerthe von

*) Cauchy, Ex. d'An. et de Ph. Math. Tom. I. pag. 69—90.

$$\begin{array}{l} \xi,\ d_t\xi\ \ldots\ d_t^{n'-1}\xi, \\ \upsilon,\ d_t\upsilon\ \ldots\ d_t^{n''-1}\upsilon, \\ \zeta,\ d_t\zeta\ \ldots\ d_t^{n'''-1}\zeta, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

seien gegebene Funktionen von x, y, z. Um unter diesen Bedingungen die gegebenen Differentialgleichungen zu integriren, bestimmt man erst die allgemeinen Werthe von ξ, υ, ζ ... unter der Voraussetzung, die zweiten Theile der gegebenen Differentialgleichungen seien gleich Null, und addirt dann zu diesen Werthen respective Grössen der Form:

$$\int_0^t \Xi d\tau,\ \int_0^t H d\tau,\ \int_0^t Z d\tau\ \ldots$$

wo Ξ, H, Z u. s. w. Funktionen einer neuen Variabeln τ sind, auf folgende Weise bestimmt.

Man suche die Werthe von $d_t^{n'}\xi$, $d_t^{n''}\upsilon$, $d_t^{n'''}\zeta$, welche die gegebenen Differentialgleichungen verificiren, wenn man statt ξ, $d_t\xi$, ... $d_t^{n'-1}\xi$, υ, $d_t\upsilon$, ... $d_t^{n''-1}\upsilon$, ζ, $d_t\zeta$, ... $d_t^{n'''-1}\zeta$ u. s. w. Null setzt. In diesen Werthen setze man τ statt t. Es seien die dadurch hervorkommenden Funktionen von τ: $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$, ... Um jetzt Ξ, H, Z zu finden, braucht man nur die Werthe von ξ, υ, ζ ... zu suchen, welche den gegebenen Differentialgleichungen Genüge thun, wenn man deren zweite Theile gleich Null gesetzt, und die Initialwerthe von ξ, $d_t\xi$, ... $d_t^{n'-2}\xi$, $d_t^{n'-1}\xi$, υ, $d_t\upsilon$ ... $d_t^{n''-2}\upsilon$, $d_t^{n''-1}\upsilon$, ζ, $d_t\zeta$, ... $d_t^{n'''-2}\zeta$, $d_t^{n'''-1}\zeta$ ... gleich

$$0,\ 0,\ \ldots\ 0,\ \mathfrak{X},\ 0,\ 0\ \ldots\ 0,\ \mathfrak{Y},\ 0,\ 0,\ \ldots\ 0,\ \mathfrak{Z}$$

angenommen hat. Setzt man in diesen Werthen $t-\tau$ statt t, so findet man die Werthe von Ξ, H, Z.

Wendet man diesen Satz auf die Differentialgleichungen (190) an, so wird man $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ erhalten, wenn man in Fd_xD, Fd_yD, Fd_zD τ statt t setzt. Die Grössen Ξ, H, Z werden die principalen Funktionen sein, welche der charakteristischen Gleichung

$$\nabla' = 0$$

und respective den Initialwerthen:

$$\mathfrak{X},\ \mathfrak{Y},\ \mathfrak{Z}$$

entsprechen, wenn man in diesen principalen Funktionen t mit $t-\tau$ vertauscht. Sind Ξ, H, Z auf diese Weise bestimmt, so sind:

$$\xi = \Phi_1 + d_t\varphi_1 + \int_c^t \Xi d\tau.$$

(191) $$v = X_1 + d_t\chi_1 + \int_c^t H d\tau.$$

$$\zeta = \Psi_1 + d_t\psi_1 + \int_c^t Z d\tau.$$

Nimmt man an, die Dilatation des Systemes D sei gleich Null, was, wie wir später sehen werden, gerade der Fall bei den Vibrationen ist, welche wir als Licht empfinden, so werden:

$$\xi = \Phi_1 + d_t\varphi_1;$$

(192) $$v = X_1 + d_t\chi_1;$$

$$\zeta = \Psi_1 + d_t\psi_1.$$

§. 3. Particuläre Integrale, die einfache Bewegung eines isophanen Systems von Molekülen darstellend.

Die particulären Integrale der Differentialgleichungen (180), welche die einfache Bewegung eines isophanen Systems von Molekülen darstellen, sind:

$$\xi = Ae^{ux+vy+wz-st};$$

[(133)] $$v = Be^{ux+vy+wz-st};$$

$$\zeta = Ce^{ux+vy+wz-st};$$

wo s durch eine der Gleichungen:

(193) $$S' = s^2 - \mathfrak{E} = o,$$

oder:

(194) $$S'' = s^2 - \mathfrak{E} - \mathfrak{F}(u^2 + v^2 + w^2) = o,$$

bestimmt wird, und $\frac{B}{A}$, $\frac{C}{A}$ den Gleichungen:

$$(s^2 - \mathfrak{E})A = \mathfrak{F}u\,(uA + vB + wC),$$

(195) $$(s^2 - \mathfrak{E})B = \mathfrak{F}v\,(uA + vB + wC),$$

$$(s^2 - \mathfrak{E})C = \mathfrak{F}w(uA + vB + wC)$$

Genüge leisten.

Nimmt man an, s wäre durch die Gleichung (193) bestimmt, so geben die Gleichungen (195):

(196) $$uA + vB + wC = o.$$

Wäre dagegen s durch die Gleichung (194) bestimmt, so geben die Gleichungen (195):

(197) $$\frac{A}{u} = \frac{B}{v} = \frac{C}{w}.$$

Die Werthe von u, v, w, A, B, C können reell oder imaginär sein. Setzen wir im Allgemeinen:

[(153)]

$\mathfrak{u} = U + u\sqrt{-1}$, $\mathfrak{v} = V + v\sqrt{-1}$, $\mathfrak{w} = W + w\sqrt{-1}$, $\mathfrak{s} = S + s$

$A = a e^{\lambda\sqrt{-1}}$, $B = b e^{\mu\sqrt{-1}}$, $C = c e^{\nu\sqrt{-1}}$,

und ferner der Kürze halber

[(169)] $$u^2 + v^2 + w^2 = k^2$$

[(154)] $$\varrho = ux + vy + wz,\ P = Ux + Vy + Wz,$$

(198) $$r = \frac{\varrho}{k}$$

Die reellen Theile der durch die Gleichungen [(13
stimmten Hauptvariabeln, welche noch den Differentialgl
gen (180) genüge thun werden, werden dann:

$$\xi = a e^{P - St} \cos(kr - st + \lambda),$$
[(155)] $$v = b e^{P - St} \cos(kr - st + \mu),$$
$$\zeta = c e^{P - St} \cos(kr - st + \nu).$$

Wenn das System von Molekülen ganz diaphan ist, s
keine Absorption stattfindet, was beim blossen Aether de
ist, so wird man:

$$P - St = 0$$

folglich auch:

$$U = 0,\ V = 0,\ W = 0,\ S = 0$$

oder:

(199) $\mathfrak{u} = u\sqrt{-1}$, $\mathfrak{v} = v\sqrt{-1}$, $\mathfrak{w} = w\sqrt{-1}$, $\mathfrak{s} = s\sqrt{}$

annehmen müssen. Es werden dann:

$$\xi = a \cos(kr - st + \lambda),$$
(200) $$v = b \cos(kr - st + \mu),$$
$$\zeta = c \cos(kr - st + \nu).$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen wird:

[(171)] $$\Omega = \frac{s}{k}$$

sein. Die Grösse s wird jetzt entweder durch die Gleichung (

(201) $$s^2 + \mathfrak{E} = 0$$

bestimmt, und es ist folglich:

(202) $$u\xi + vv + w\zeta = 0,$$

das heisst, die Verschiebungen werden dem Plane der W
welcher durch die Gleichung [(167)] gegeben ist, parallel
den, oder s wird durch die Gleichung (194):

(203) $$s^2 + \mathfrak{E} - \mathfrak{F}k^2 = 0$$

bestimmt, und es ist folglich:

(204) $$\frac{\xi}{u} = \frac{v}{v} = \frac{\zeta}{w},$$

das heisst: die Verschiebungen werden dann auf dem Plane der Wellen senkrecht sein. Die Gleichung (201) bestimmt folglich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der transversalen Vibrationen, die Gleichung (203) die der longitudinalen.

Die Phaenomene der Polarisation des Lichts nöthigen uns anzunehmen, dass nur die transversalen Vibrationen die Empfindung des Lichts erzeugen; die Geschwindigkeit Ω des Lichts im Himmelsraume wird folglich durch die Gleichung:

$$(205) \qquad \Omega^2 = \frac{-G}{k^2}$$

gegeben werden.

§. 4. Gleichungen der unendlich kleinen Bewegungen zweier isophanen Systeme von Molekülen.*)

Wenn man zwei Systeme von Molekülen, die einander durchdringen, betrachtet, so hat man, wie in der vorigen Abhandlung gezeigt worden ist, die folgenden 6 Gleichungen:

$$[(21)] \quad \begin{cases} (L - d_t^2)\xi + R\upsilon + Q\zeta + L_,\xi' + R_,\upsilon' + Q_,\zeta' = o, \\ R\xi + (M - d_t^2)\upsilon + P\zeta + R_,\xi' + M_,\upsilon' + P_,\zeta' = o, \\ Q\xi + P\upsilon + (N - d_t^2)\zeta + Q_,\xi' + P_,\upsilon' + N_,\zeta' = o, \\ {}_,L\xi + {}_,R\upsilon + {}_,Q\zeta + (L_{,,} - d_t^2)\xi' + R_{,,}\upsilon' + Q_{,,}\zeta' = o, \\ {}_,R\xi + {}_,M\upsilon + {}_,P\zeta + R_{,,}\xi' + (M_{,,} - d_t^2)\upsilon' + P_{,,}\zeta' = o, \\ {}_,Q\xi + {}_,P\upsilon + {}_,N\zeta + Q_{,,}\xi' + P_{,,}\upsilon' + (N_{,,} - d_t^2)\zeta' = o, \end{cases}$$

wo ξ, υ, ζ die Verrückungen längs den drei Coordinataxen eines Punkts (x, y, z) des ersten Systems von Molekülen, welches wir als dasjenige des Aethers annehmen wollen, und ξ', υ', ζ' diejenigen eines Punkts (x, y, z) des zweiten Systems, nämlich der Molekülen des Körpers. L, M, ... $L_,$, $M_,$, ... sind charakteristische Funktionen der Differentialzeichen d_x, d_y, d_z. Setzt man in diesen charakteristischen Funktionen statt der Zeichen d_x, d_y, d_z die Grössen u, v, w, und bezeichnet durch $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$,.... $\mathfrak{M}_{,,}$ .... die dadurch hervorgebrachten Funktionen von u, v, w, so können diese durch Hülfe 6 neuer Funktionen ausgedrückt werden. Es sei nämlich:

---

*) Cauchy, Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome I. pag. 123—132.

$$
\left.\begin{aligned}
\mathfrak{G} &= S\left\{m f(r)[e^{ux+vy+wz}-1]\right\} - S\left\{m,f,(r)\right\},\\
\mathfrak{H} &= S\left\{\frac{m}{r}d_r f(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)\right.\right.\\
&\qquad \left.\left.-\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right\} - S\left\{\frac{m'}{r}d_r f,(r)\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right\},\\
\mathfrak{G}, &= S\left\{m' f,(r)e^{ux+vy+wz}\right\},\\
\mathfrak{H}, &= S\left\{\frac{m'}{r}d_r f,(r)[e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)]\right\},\\
,\mathfrak{G} &= S\left\{m f,(r)e^{ux+vy+wz}\right\},\\
,\mathfrak{H} &= S\left\{\frac{m}{r}d_r f,(r)[e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)]\right\},\\
\mathfrak{G},, &= S\left\{m' f,,(r)[e^{ux+vy+wz}-1]\right\} - S\left\{m f,(r)\right\},\\
\mathfrak{H},, &= S\left\{\frac{m'}{r}d_r f,,(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)\right.\right.\\
&\qquad \left.\left.-\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right\} - S\left\{\frac{m}{r}d_r f,(r)\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right\}
\end{aligned}\right\} [(143)]
$$

wo m die Masse einer Moleküle des ersten Systemes, m' diejenige des zweiten Systemes ist, $r = \sqrt{(x^2+y^2+z^2)}$ der Abstand dieser Moleküle vom Punkt (x, y, z), $f(r) = \frac{f(r)}{r}$, $f,(r) = \frac{f,(r)}{r}$, $f,,(r) = \frac{f,,(r)}{r}$, $f(r)$ die Kraft ist, womit eine Moleküle des Aethers auf eine andere Moleküle des Aethers in dem Abstand r wirkt, $f,(r)$ die Kraft, womit eine Moleküle des Aethers auf eine Moleküle des Körpers in dem Abstand r wirkt, und $f,,(r)$ die Kraft mit welcher eine Moleküle des Körpers auf eine andere Moleküle des Körpers in dem Abstand r wirkt. Es ist dann:

$$
\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{L} = \mathfrak{G} + d_u^2\mathfrak{H}, && \mathfrak{M} = \mathfrak{G} + d_v^2\mathfrak{H}, && \mathfrak{N} = \mathfrak{G} + d_w^2\mathfrak{H},\\
&\mathfrak{P} = d_v d_w\mathfrak{H}, && \mathfrak{Q} = d_u d_w\mathfrak{H}, && \mathfrak{R} = d_u d_v\mathfrak{H},\\
&\mathfrak{L}, = \mathfrak{G}, + d_u^2\mathfrak{H},, && \mathfrak{M}, = \mathfrak{G}, + d_v^2\mathfrak{H},, && \mathfrak{N}, = \mathfrak{G}, + d_w^2\mathfrak{H},,\\
&\mathfrak{P}, = d_v d_w\mathfrak{H},, && \mathfrak{Q}, = d_u d_w\mathfrak{H},, && \mathfrak{R}, = d_u d_v\mathfrak{H},,\\
&,\mathfrak{L} = ,\mathfrak{G} + d_u^2,\mathfrak{H}, && ,\mathfrak{M} = ,\mathfrak{G} + d_v^2,\mathfrak{H}, && ,\mathfrak{N} = ,\mathfrak{G} + d_w^2,\mathfrak{H},\\
&,\mathfrak{P} = d_v d_w,\mathfrak{H}, && ,\mathfrak{Q} = d_u d_w,\mathfrak{H}, && ,\mathfrak{R} = d_u d_v,\mathfrak{H},\\
&\mathfrak{L},, = \mathfrak{G},, + d_u^2\mathfrak{H},,, && \mathfrak{M},, = \mathfrak{G},, + d_v^2\mathfrak{H},,, && \mathfrak{N},, = \mathfrak{G},, + d_w^2\mathfrak{H},,,\\
&\mathfrak{P},, = d_v d_w\mathfrak{H},,, && \mathfrak{Q}, = d_u d_w\mathfrak{H},,, && \mathfrak{R},, = d_u d_v\mathfrak{H},,.
\end{aligned}\right\} [(144)]
$$

Bei isophanen Körpern dürfen die Gleichungen [(21)] nicht ihre Form verändern, wenn das Axensystem auf irgend eine Weise um den Anfangspunkt des Coordinatensystems gedreht wird. Die charakteristischen Funktionen L, M, ... L,, M,, ...

olglich auch die Funktionen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, . . . $\mathfrak{L}_,$, $\mathfrak{M}_,$ . . . . dürfen
ın ihre Form nicht verändern. Nun ist aber wegen der
ıungen [(143)]:

(206)

$$=d_u\mathfrak{M} - d_v\mathfrak{R} = d_u\mathfrak{N} - d_w\mathfrak{Q},\quad d_u\mathfrak{G}_, = d_u\mathfrak{M}_, - d_v\mathfrak{R}_, = d_u\mathfrak{N}_, - d_w\mathfrak{Q}_,,$$
$$=d_v\mathfrak{L} - d_u\mathfrak{R} = d_v\mathfrak{N} - d_w\mathfrak{P},\quad d_v\mathfrak{G}_, = d_v\mathfrak{L}_, - d_u\mathfrak{R}_, = d_v\mathfrak{N}_, - d_w\mathfrak{P}_,,$$
$$=d_w\mathfrak{L} - d_u\mathfrak{Q} = d_w\mathfrak{M} - d_v\mathfrak{P},\quad d_w\mathfrak{G}_, = d_w\mathfrak{L}_, - d_u\mathfrak{O}_, = d_w\mathfrak{M}_, - d_v\mathfrak{P}_,;$$
$$=d_u{}_,\mathfrak{M} - d_v{}_,\mathfrak{R} = d_u{}_,\mathfrak{N} - d_w{}_,\mathfrak{Q},\quad d_u\mathfrak{G}_{,,} = d_u\mathfrak{M}_{,,} - d_v\mathfrak{R}_{,,} = d_u\mathfrak{N}_{,,} - d_w\mathfrak{O}_{,,},$$

. . . .

Veil jetzt $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, . . . $\mathfrak{L}_,$, $\mathfrak{M}_,$ . . . . nicht ihre Form verän-
wenn das Axensystem in irgend einer Weise um den An-
ounkt des Coordinatensystems gedreht wird, so werden
$d_v\mathfrak{G}$, $d_w\mathfrak{G}$, $d_u\mathfrak{G}_,$, $d_v\mathfrak{G}_,$ . . . . . und folglich auch die to-
Differentiale von $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_,$, $_,\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,,}$ unverändert bleiben, und
liese Grössen unabhängig von x, y, z werden, wenn man
ıen u, v, w gleich Null setzt, so kann man daraus schlies-
lass auch $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_,$, $_,\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,,}$ eine unveränderliche Form haben
n. - Dann werden aber wegen der Gleichungen [(144)]
$d_v^2\mathfrak{H}$, $d_w^2\mathfrak{H}$, $d_u d_v\mathfrak{H}$, $d_u d_w\mathfrak{H}$, $d_v d_w\mathfrak{H}$, $d_u^2\mathfrak{H}_,$, $d_v^2\mathfrak{H}_,$ . . . . und
h die totalen zweiten Differentiale von $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_,$, $_,\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$
ändert bleiben, und weil $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_,$, $_,\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$, $d\mathfrak{H}$, $d\mathfrak{H}_,$, $d_,\mathfrak{H}$, $d\mathfrak{H}_{,,}$
, y, z unabhängig werden, wenn man u, v, w gleich Null
werden folglich auch $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_,$, $_,\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ eine unveränderliche
haben. Damit folglich $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, . . . $\mathfrak{L}_,$, $\mathfrak{M}_,$ . . . . . unverän-
ıer Form seien, ist es nothwendig und zureichend, dass
., $_,\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,,}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_,$, $_,\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ eine unveränderliche Form be-
Die charakteristischen Funktionen, worin diese Grössen
ndelt werden, wenn man statt u, v, w die Zeichen d_x,
setzt, müssen folglich unveränderlicher Form sein, damit
leichungen [(21)] unverändert bleiben, wenn das Axensy-
der Coordinaten in irgend einer Weise um den Anfangs-
der Coordinaten gedreht wird. Dann ist es aber noth-
g und zureichend, dass diese charakteristischen Funktio-
anze Funktionen von $d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$ sind, oder $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_,$, $_,\mathfrak{G}$,
, $\mathfrak{H}_,$, $_,\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ müssen ganze Funktionen von $u^2 + v^2 + w^2$
Setzt man jetzt wie vorher

$$u^2 + v^2 + w^2 = k^2,$$

erner:

$$
(207)\quad
\begin{aligned}
\mathfrak{E} &= \mathfrak{G} + \frac{1}{k}d_k\mathfrak{H}, & \mathfrak{F} &= \frac{1}{k}d_k\left(\frac{1}{k}d_k\mathfrak{H}\right),\\
\mathfrak{E}_{,} &= \mathfrak{G}_{,} + \frac{1}{k}d_k\mathfrak{H}_{,}, & \mathfrak{F}_{,} &= \frac{1}{k}d_k\left(\frac{1}{k}d_k\mathfrak{H}_{,}\right),\\
{}_{,}\mathfrak{E} &= {}_{,}\mathfrak{G} + \frac{1}{k}d_k{}_{,}\mathfrak{H}, & {}_{,}\mathfrak{F} &= \frac{1}{k}d_k\left(\frac{1}{k}d_k{}_{,}\mathfrak{H}\right),\\
\mathfrak{E}_{,,} &= \mathfrak{G}_{,,} + \frac{1}{k}d_k\mathfrak{H}_{,,}, & \mathfrak{F}_{,,} &= \frac{1}{k}d_k\left(\frac{1}{k}d_k\mathfrak{H}''\right),
\end{aligned}
$$

und bezeichnet durch E, $E_{,}$, ${}_{,}E$, $E_{,,}$, F, $F_{,}$, ${}_{,}F$, $F_{,,}$ die entspr chenden charakteristischen Funktionen von $d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$, weld man erhält, wenn man in jenen Funktionen statt der Grös u, v, w die Zeichen d_x, d_y, d_z setzt, so werden die Gleich gen [(21)] auf folgende Weise geschrieben werden können;

(208)

$$
\begin{aligned}
&(E - d_t^2)\xi + F d_x(d_x\xi + d_y v + d_z\zeta) + E_{,}\xi' + F_{,}d_x(d_x\xi' + d_y v' + d_z\zeta') =\\
&(E - d_t^2)v + F d_y(d_x\xi + d_y v + d_z\zeta) + E_{,}v' + F_{,}d_y(d_x\xi' + d_y v' + d_z\zeta') =\\
&(E - d_t^2)\zeta + F d_z(d_x\xi + d_y v + d_z\zeta) + E_{,}\zeta' + F_{,}d_z(d_x\xi' + d_y v' + d_z\zeta') =\\
&{}_{,}E\xi + {}_{,}F d_x(d_x\xi + d_y v + d_z\zeta) + (E_{,,} - d_t^2)\xi' + F_{,,}d_x(d_x\xi' + d_y v' + d_z\zeta') =\\
&{}_{,}E v + {}_{,}F d_y(d_x\xi + d_y v + d_z\zeta) + (E_{,,} - d_t^2)v' + F_{,,}d_y(d_x\xi' + d_y v' + d_z\zeta') =\\
&{}_{,}E\zeta + {}_{,}F d_z(d_x\xi + d_y v + d_z\zeta) + (E_{,,} - d_t^2)\zeta' + F_{,,}d_z(d_x\xi' + d_y v' + d_z\zeta') =
\end{aligned}
$$

Die Grössen $d_x\xi + d_y v + d_z\zeta$ und $d_x\xi' + d_y v' + d_z\zeta'$ ste len die Dilatationen oder Condensationen des Volumens des e sten oder zweiten Systems von Molekülen dar. Bezeichnen wi sie durch D und D', so dass:

$$
(209)\quad
\begin{aligned}
D &= d_x\xi + d_y v + d_z\zeta,\\
D' &= d_x\xi' + d_y v' + d_z\zeta'.
\end{aligned}
$$

Differentiirt man die erste und vierte der Gleichungen (20 in Bezug auf x, die zweite und fünfte in Bezug auf y, die drit und sechste in Bezug auf z, so findet man:

(210)

$$
\begin{aligned}
&[E - d_t^2 + F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)]D + [E_{,} + F_{,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)]D' = 0\\
&[{}_{,}E + {}_{,}F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)]D + [E_{,,} - d_t^2 + F_{,,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)]D' = 0
\end{aligned}
$$

Ebenso findet man auch:

$$
(211)\quad
\begin{aligned}
(E - d_t^2)(d_y\xi - d_x v) + E_{,}(d_y\xi' - d_x v') &= 0,\\
{}_{,}E(d_y\xi - d_x v) + (E_{,,} - d_t^2)(d_y\xi' - d_x v') &= 0,\\
(E - d_t^2)(d_z\xi - d_x\zeta) + E_{,}(d_z\xi - d_x\zeta') &= 0,\\
{}_{,}E(d_z\xi - d_x\zeta) + (E_{,,} - d_t^2)(d_z\xi' - d_x\zeta') &= 0,\\
(E - d_t^2)(d_z v - d_y\zeta) + E_{,}(d_z v' - d_y\zeta') &= 0,\\
{}_{,}E(d_z v - d_y\zeta) + (E_{,,} - d_t^2)(d_z v' - d_y\zeta') &= 0.
\end{aligned}
$$

5. Allgemeine Integrale der Differentialgleichun-{}gen der unendlich kleinen Bewegungen zweier isophanen Systeme von Molekülen.

Eliminirt man ξ, v, ζ, ξ', v', ζ' zwischen den Gleichungen (208), so erhält man die charakteristische Gleichung:

$$\nabla = \nabla'\nabla'' = o, \tag{212}$$

o die Werthe von ∇' und ∇'' sind:

(213)

$$= (d_t^2 - E)(d_t^2 - E_{,,}) - E_{,}\cdot{}_{,}E,$$

$$' = [d_t^2 - E - F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)][d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)]$$
$$- [E_{,} + F_{,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)][{}_{,}E + {}_{,}F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)].$$

Um jetzt die vollständigen Integrale der Gleichungen (208) ı finden, muss man in diesen Gleichungen statt der zweiten Theile rselben die Ausdrücke setzen: $-\Delta(\Phi + d_t\varphi)$, $-\nabla(X + d_t\chi)$, $\cdot\nabla(\Psi + d_t\psi)$, $-\nabla(\Phi' + d_t\varphi')$, $-\nabla(X' + d_t\chi')$, $-\nabla(\Psi' + d_t\psi')$, ıd dann die Gleichungen in Bezug auf ξ, v, ζ, ξ', v', ζ' auflö-n, als wären d_x, d_y, d_z wirkliche Grössen. φ, χ, ψ, φ', χ', ψ', Φ, X, Ψ, Φ', X', Ψ' bezeichnen hier die Werthe der, der ıarakteristischen Gleichung (212) entsprechenden principalen unktion w, welche entstehen, wenn man statt $w(x, y, z)$ successive die Funktionen [(32)] setzt. Setzt man der Kürze halber:

(214)

$$' = [d_x(\Phi' + d_t\varphi') + d_y(X' + d_t\chi') + d_z(\Psi' + d_t\psi')][E_{,} + F_{,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)]$$
$$+ [d_x(\Phi + d_t\varphi) + d_y(X + d_t\chi) + d_z(\Psi + d_t\psi)][d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)],$$
$$' = [d_x(\Phi + d_t\varphi) + d_y(X + d_t\chi) + d_z(\Psi + d_t\psi)][E - d_t^2 - E(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)]$$
$$+ [d_x(\Phi' + d_t\varphi') + d_y(X' + d_t\chi') + d_z(\Psi' + d_t\psi')][{}_{,}E + {}_{,}F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)].$$

$$\begin{aligned} K &= F(d_t^2 - E_{,,}) + {}_{,}FE_{,}, \quad K_{,} = F_{,}(d_t^2 - E_{,,}) + F_{,,}E_{,}, \\ {}_{,}K &= {}_{,}F(d_t^2 - E) + {}_{,}EF, \quad K_{,,} = F_{,,}(d_t^2 - E) + {}_{,}EF_{,}, \end{aligned} \tag{215}$$

› findet man auf diese Weise:

(216)

$$= \nabla''E_{,}(\Phi' + d_t\varphi') + \nabla''(d_t^2 - E_{,,})(\Phi + d_t\varphi) + Kd_x\Pi + K_{,}d_x\Pi',$$
$$= \nabla''E_{,}(X' + d_t\chi') + \nabla''(d_t^2 - E_{,,})(X + d_t\chi) + Kd_y\Pi + K_{,}d_y\Pi',$$
$$= \nabla''E_{,}(\Psi' + d_t\psi') + \nabla''(d_t^2 - E_{,,})(\Psi + d_t\psi) + Kd_z\Pi + K_{,}d_z\Pi,$$
$$= \nabla''(d_t^2 - E)(\Phi' + d_t\varphi') + \nabla''{}_{,}E(\Phi + d_t\varphi) + {}_{,}Kd_x\Pi + K_{,,}d_x\Pi',$$
$$= \nabla''(d_t^2 - E)(X' + d_t\chi') + \nabla''{}_{,}E(X + d_t\chi) + {}_{,}Kd_y\Pi + K_{,,}d_y\Pi',$$
$$= \nabla''(d_t^2 - E)(\Psi' + d_t\psi') + \nabla''{}_{,}E(\Psi + d_t\psi) + {}_{,}Kd_z\Pi + K_{,,}d_z\Pi'.$$

Bezeichnet man jetzt durch w_1 und w_2 die principalen Funktionen, welche respective den charakteristischen Differentialgleichungen:

$$\nabla' = o \text{ und } \nabla'' = o$$

entsprechen, so hat man:

$$(217) \qquad \nabla' w = w_2;\ \nabla'' w = w_1.$$

Bezeichnet man durch Φ_1, φ_1, X_1, χ_1 ..... Φ_2, φ_2, X_2, χ_2, ... die Werthe von w_1 und w_2, welche man erhält, wenn man statt $w(x, y, z)$ successive die Funktionen [(32)] setzt, so können folglich die Gleichungen (216) auch so geschrieben werden:

(218)

$$\xi = E_{,}(\Phi'_1 + d_t\varphi'_1) + (d_t^2 - E_{,,})(\Phi_1 + d_t\varphi_1) + K d_x \Pi + K_{,} d_x \Pi,$$

$$\upsilon = E_{,}(X'_1 + d_t\chi'_1) + (d_t^2 - E_{,,})(X_1 + d_t\chi_1) + K d_y \Pi + K_{,} d_y \Pi,$$

$$\zeta = E_{,}(\Psi'_1 + d_t\psi'_1) + (d_t^2 - E_{,,})(\Psi_1 + d_t\psi_1) + K d_z \Pi + K_{,} d_z \Pi,$$

$$\xi' = (d_t^2 - E)(\Phi'_1 + d_t\varphi'_1) + {}_{,}E(\Phi_1 + d_t\varphi_1) + {}_{,}K d_x \Pi + K_{,,} d_x \Pi,$$

$$\upsilon' = (d_t^2 - E)(X'_1 + d_t\chi'_1) + {}_{,}E(X_1 + d_t\chi_1) + {}_{,}K d_y \Pi + K_{,,} d_y \Pi,$$

$$\zeta' = (d_t^2 - E)(\Psi'_1 + d_t\psi'_1) + {}_{,}E(\Psi_1 + d_t\psi_1) + {}_{,}K d_z \Pi + K_{,,} d_z \Pi.$$

Um die Dilatationen D und D′ beider Systeme im Punkte (x, y, z) zu finden, muss man die partiellen Differentialgleichungen (210) integriren. Bezeichnet man durch $d(x, y, z)$ und $d'(x, y, z)$ die Initialwerthe von $d_t D$ und $d_t D'$, diejenigen von D und D′ gleich Null setzend, und bezeichnet durch d_s, d'_s die principalen Funktionen, welche diesen Initialwerthen und der charakteristischen Gleichung $\nabla'' = o$ entsprechen, so findet man:

(219)

$$D = [d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)] d_s + [E_{,} + F_{,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)] d'_s,$$

$$D' = [{}_{,}E + {}_{,}F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)] d_s + [d_t^2 - E - F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)] d'_s.$$

Substituirt man diese Werthe von D und D′ in den Gleichungen (208), so erhält man zwischen ξ und ξ' die Gleichungen:

$$(220) \qquad \begin{aligned} (E - d_t^2)\xi + E_{,}\xi' &= - F d_x D - F_{,} d_x D', \\ {}_{,}E\xi + (E_{,,} - d_t^2)\xi' &= - {}_{,}F d_x D - F_{,,} d_x D', \end{aligned}$$

zwischen υ und υ' die Gleichungen:

$$(221) \qquad \begin{aligned} (E - d_t^2)\upsilon + E_{,}\upsilon' &= - F d_y D - F_{,} d_y D', \\ {}_{,}E\upsilon + (E_{,,} - d_t^2)\upsilon' &= - F d_y D - F_{,,} d_y D', \end{aligned}$$

zwischen ζ und ζ' die Gleichungen:

$$(222)\qquad \begin{aligned} (E - d_t^2)\zeta + E_{,}\zeta' &= -Fd_zD - F_{,}d_zD', \\ {}_{,}E\zeta + (E_{,,} - d_t^2)\zeta' &= -Fd_zD - F_{,,}d_zD'. \end{aligned}$$

Wenden wir jetzt auf diese Gleichungen die im §. 2 gege-
nen Regeln an. Bezeichnen wir durch D und D' die Werthe
on D und D', wenn man t mit τ vertauscht und setzen wir:

$$(223)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{X} &= Fd_xD + F_{,}d_xD', \\ \mathfrak{X}' &= {}_{,}Fd_xD + F_{,,}d_xD'. \end{aligned}$$

Bezeichnen wir ferner durch X, X' die principalen Funk-
ionen, welche der charakteristischen Gleichung $\nabla' = o$, und re-
spective den Initialwerthen $\mathfrak{X}$ und $\mathfrak{X}_{,}$ entsprechen, setzen:

$$(224)\qquad \begin{aligned} x &= (d_t^2 - E_{,,})X + E_{,}X', \\ x' &= {}_{,}EX + (d_t^2 - E_{,,})X', \end{aligned}$$

nd bezeichnen durch Ξ, Ξ' die Werthe von x, x', wenn man
mit $t - \tau$ vertauscht, so werden:

$$(225)\qquad \begin{aligned} \xi &= (d_t^2 - E_{,,})(\Phi_1 + d_t\varphi_1) + E_{,}(\Phi'_1 + d_t\varphi'_1) + \int_0^t \Xi d\tau, \\ \xi' &= {}_{,}E(\Phi_1 + d_t\varphi_1) + (d_t^2 - E)(\Phi'_1 + d_t\varphi'_1) + \int_0^t \Xi' d\tau. \end{aligned}$$

Bezeichnet man durch H, H', Z, Z', die Werthe von Ξ, Ξ'
wenn man x nach und nach mit y und z vertauscht, so findet
an ebenso:

$$(226)\qquad \begin{aligned} \upsilon &= (d_t^2 - E_{,,})(X_1 + d_t\chi_1) + E_{,}(X'_1 + d_t\chi'_1) + \int_0^t H d\tau, \\ \upsilon' &= {}_{,}E(X_1 + d_t\chi_1) + (d_t^2 - E)(X'_1 + d_t\chi'_1) + \int_0^t H' d\tau, \end{aligned}$$

$$(227)\qquad \begin{aligned} \zeta &= (d_t^2 - E_{,,})(\Psi_1 + d_t\psi_1) + E(\Psi'_1 + d_t\psi'_1) + \int_0^t Z d\tau, \\ \zeta' &= {}_{,}E(\Psi_1 + d_t\psi_1) + (d_t^2 - E)(\Psi'_1 + d_t\psi'_1) + \int_0^t Z' d\tau. \end{aligned}$$

Die Dilatation des zweiten Systems von Molekülen ist bei
en Schwingungen, welche das Licht erregen, immer Null; wie
ir gleich sehen werden, muss man auch in vollkommen dia-
hanen Medien annehmen, dass im ersten Systeme von Molekü-
n die Dilatation Null ist. Es werden dann: $\mathfrak{X} = o$, $\mathfrak{X}' = o$,
lglich auch: $X = o$, $X' = o$ und $\Xi = o$, $\Xi' = o$; ebenso auch
$H = o$, $H' = o$, $Z = o$, $Z' = o$.

Man hat dann:

$$(228)\quad \begin{aligned} \xi &= (d_t^2 - E_{\prime\prime})(\Phi_1 + d_t\varphi_1) + E_{\prime}(\Phi'_1 + d_t\varphi'_1),\\ v &= (d_t^2 - E_{\prime\prime})(X_1 + d_t\chi_1) + E_{\prime}(X'_1 + d_t\chi'_1),\\ \zeta &= (d_t^2 - E_{\prime\prime})(\Psi_1 + d_t\psi_1) + E_{\prime}(\Psi'_1 + d_t\psi'_1),\\ \xi' &= {}_{\prime}E(\Phi_1 + d_t\varphi_1) + (d_t^2 - E)(\Phi'_1 + d_t\varphi'_1),\\ v' &= {}_{\prime}E(X_1 + d_t\chi_1) + (d_t^2 - E)(X'_1 + d_t\chi'_1),\\ \zeta' &= {}_{\prime}E(\Psi_1 + d_t\psi_1) + (d_t^2 - E)(\Psi'_1 + d_t\psi'_1). \end{aligned}$$

§. 6. Particuläre Integrale, die einfache Bewegu[ng] zweier isophanen Systeme von Molekülen darstellend.

Die particulären Integrale der Differentialgleichungen (20[8]) welche die einfache Bewegung zweier isophanen Systeme v[on] Molekülen darstellen, sind:

[(141)]

$$\xi = Ae^{ux+vy+wz-st},\quad v = Be^{ux+vy+wz-st},\quad \zeta = Ce^{ux+vy+wz-[st]}$$
$$\xi' = A'e^{ux+vy+wz-st},\quad v' = B'e^{ux+vy+wz-st},\quad \zeta' = C'e^{ux+vy+wz-[st]}$$

wo s durch eine der Gleichungen:

$$(229)\qquad S' = (s^2 - \mathfrak{E})(s^2 - \mathfrak{E}_{\prime\prime}) - \mathfrak{E}_{\prime}\cdot{}_{\prime}\mathfrak{E} = o$$

oder:

(230)

$$S'' = [s^2 - \mathfrak{E} - \mathfrak{F}(u^2+v^2+w^2)][s^2 - \mathfrak{E}_{\prime\prime} - \mathfrak{F}_{\prime\prime}(u^2+v^2+w^2)]$$
$$- [\mathfrak{E}_{\prime} + \mathfrak{F}_{\prime}(u^2+v^2+w^2)][{}_{\prime}\mathfrak{E} + {}_{\prime}\mathfrak{F}(u^2+v^2+w^2)] = [o]$$

und $\frac{B}{A}$, $\frac{C}{A}$, $\frac{A'}{A}$, $\frac{B'}{A}$, $\frac{C'}{A}$ durch die Gleichungen:

(231)

$$\begin{aligned} &(\mathfrak{E} - s^2)A + \mathfrak{F}u(uA + vB + wC) + \mathfrak{E}_{\prime}A' + \mathfrak{F}_{\prime}u(uA' + vB' + wC') = o\\ &(\mathfrak{E} - s^2)B + \mathfrak{F}v(uA + vB + wC) + \mathfrak{E}_{\prime}B' + \mathfrak{F}_{\prime}v(uA' + vB' + wC') = o\\ &(\mathfrak{E} - s^2)C + \mathfrak{F}w(uA + vB + wC) + \mathfrak{E}_{\prime}C' + \mathfrak{F}_{\prime}w(uA' + vB' + wC') = o\\ &{}_{\prime}\mathfrak{E}A + {}_{\prime}\mathfrak{F}u(uA + vB + wC) + (\mathfrak{E}_{\prime\prime} - s^2)A' + \mathfrak{F}_{\prime\prime}u(uA' + vB' + wC') = o\\ &{}_{\prime}\mathfrak{E}B + {}_{\prime}\mathfrak{F}v(uA + vB + wC) + (\mathfrak{E}_{\prime\prime} - s^2)B' + \mathfrak{F}_{\prime\prime}v(uA' + vB' + wC') = o\\ &{}_{\prime}\mathfrak{E}C + {}_{\prime}\mathfrak{F}w(uA + vB + wC) + (\mathfrak{E}_{\prime\prime} - s^2)C' + \mathfrak{F}_{\prime\prime}w(uA' + vB' + wC') = o \end{aligned}$$

bestimmt sind.

Weil bei den Schwingungen, welche die Empfindung de[s] Lichts hervorbringen, immer die Dilatation des zweiten Syste[ms] von Molekülen gleich Null ist, so hat man:

$$uA' + vB' + wC' = o.$$

Man findet dann aus den Gleichungen (231) durch Eliminati[on] von A', B', C':

$$(232)\quad \begin{aligned} S'A &= u(uA + vB + wC)[(s^2 - \mathfrak{C}_{,,})\mathfrak{F} + \mathfrak{C}_{,.,}\mathfrak{F}],\\ S'B &= v(uA + vB + wC)[(s^2 - \mathfrak{C}_{,,})\mathfrak{F} + \mathfrak{C}_{,.,}\mathfrak{F}],\\ S'C &= w(uA + vB + wC)[(s^2 - \mathfrak{C}_{,,})\mathfrak{F} + \mathfrak{C}_{,.,}\mathfrak{F}]. \end{aligned}$$

Nimmt man an s wäre durch die Gleichung (229) $S' = o$:stimmt, so geben die Gleichungen (232):

$$(233)\qquad uA + vB + wC = o.$$

'äre dagegen s durch die Gleichung (230) $S'' = o$ bestimmt, so ben die Gleichungen (232):

$$(234)\qquad \frac{A}{u} = \frac{B}{v} = \frac{C}{w}.$$

Die Werthe von u, v, w, A, B, C, A', B', C', und folglich ich die von ξ, v, ζ, ξ', v' ζ' können entweder reell oder imagir sein. Setzt man im Allgemeinen

[(153)]

$$= U + u\sqrt{-1},\ v = V + v\sqrt{-1},\ w = W + w\sqrt{-1},\ s = S + s\sqrt{-1},$$

$$= ae^{\lambda\sqrt{-1}},\quad B = be^{\mu\sqrt{-1}},\quad C = ce^{\nu\sqrt{-1}},\quad A' = a'e^{\lambda'\sqrt{-1}},$$

$$B' = b'e^{\mu'\sqrt{-1}},\quad C' = c'e^{\nu'\sqrt{-1}},$$

id um der Kürze willen

$$[(169)]\qquad k^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

$$[(154)]\quad \varrho = ux + vy + wz,\quad P = Ux + Vy + Wz,$$

$$(198)\qquad \mathfrak{r} = \frac{\varrho}{k},$$

werden die reellen Theile von ξ, v, ζ, ξ', v', ζ', welche noch n Differentialgleichungen (208) Genüge thun:

$$[(155)]\quad \begin{aligned} \xi &= ae^{P-St}\cos(k\mathfrak{r} - st + \lambda),\\ v &= be^{P-St}\cos(k\mathfrak{r} - st + \mu),\\ \zeta &= ce^{P-St}\cos(k\mathfrak{r} - st + \nu).\\ \xi' &= a'e^{P-St}\cos(k\mathfrak{r} - st + \lambda'),\\ v' &= b'e^{P-St}\cos(k\mathfrak{r} - st + \mu'),\\ \zeta' &= c'e^{P-St}\cos(k\mathfrak{r} - st + \nu'). \end{aligned}$$

Wenn die Systeme von Molekülen vollkommen diaphan wän, so wird man:

$$P - St = o$$

lglich auch:

$$U = o,\ V = o,\ W = o,\ S = o$$

nnehmen müssen. Es werden dann:-

$$(235)\quad \begin{aligned} \xi &= a\cos(kr - st + \lambda), \\ v &= b\cos(kr - st + \mu), \\ \zeta &= c\cos(kr - st + \nu), \\ \xi' &= a'\cos(kr - st + \lambda'), \\ v' &= b'\cos(kr - st + \mu'), \\ \zeta' &= c'\cos(kr - st + \nu'). \end{aligned}$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen wird dem Falle:

$$[(171)] \qquad \Omega = \frac{s}{k}$$

sein. Die Grösse s wird jetzt entweder durch die Gleichung oder (230) bestimmt werden. Wenn die Systeme diaphan so werden diese Gleichungen:

$$(236) \qquad (s^2 + \mathfrak{E})(s^2 + \mathfrak{E}_{,,}) - \mathfrak{E}_{,}\,{}_{,}\mathfrak{E} = o,$$

$$(237)$$

$$(s^2 + \mathfrak{E} - \mathfrak{F}k^2)(s^2 + \mathfrak{E}_{,,} - \mathfrak{F}_{,,}k^2) - (\mathfrak{E}_{,} - \mathfrak{F}_{,}k^2)({}_{,}\mathfrak{E} - {}_{,}\mathfrak{F}k^2)$$

Ist s durch die Gleichungen (236) bestimmt, so wird:

$$(238) \qquad u\xi + vv + w\zeta = o,$$

das heisst, die Verschiebungen werden dem Plane der W welcher durch die Gleichung [(167)] gegeben ist, parallel we Wenn s durch die Gleichung (237) bestimmt ist, so wird:

$$(239) \qquad \frac{\xi}{u} = \frac{v}{v} = \frac{\zeta}{w},$$

das heisst, die Verschiebungen werden auf dem Plane der len senkrecht sein. Die Gleichung (236) bestimmt folglid Fortpflanzungsgeschwindigkeit der transversalen Vibrationen Gleichung (237) die der longitudinalen. Die ersten sind die, w wir als die Empfindung des Lichts bei uns anregend anneh

§. 7. Entwickelung der Funktionen $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,,}$, $\mathfrak{F}$ ${}_{,}\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{,,}$ in endlicher Form.*)

Setzen wir:

$$(240) \qquad u^2 + v^2 + w^2 = k^2,$$

so kann man immer setzen:

$$(241)\quad \begin{aligned} u &= k\cos\alpha, \quad v = k\cos\beta, \quad w = k\cos\gamma, \\ x &= r\cos\alpha', \quad y = r\cos\beta', \quad z = r\cos\gamma', \end{aligned}$$

wo:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1,$$
$$\cos^2\alpha' + \cos^2\beta' + \cos^2\gamma' = 1.$$

*) Cauchy, Ex. d'An. et de Ph. Math. Tom. I. pag. 292—312 indessen nur ein System von Molekülen betrachtet wird.

Setzt man ferner:

$$(242)\qquad \cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta' + \cos\gamma\cos\gamma' = \cos\delta,$$

o wird δ die Winkel bezeichnen, welche eine Linie k, deren rojektionen auf die drei Coordinataxen u, v, w sind, mit einer inie r bildet, deren Projektionen x, y, z sind. Es ist dann:

$$ux + vy + wz = kr\cos\delta,$$

$$\mathfrak{G} = S\left\{mf(r)[e^{kr\cos\delta} - 1]\right\} - S\left\{m'f_{,}(r)\right\},$$

$$\mathfrak{G}_{,} = S\left\{m'f_{,}(r)e^{kr\cos\delta}\right\},$$

$$_{,}\mathfrak{G} = S\left\{m\,f_{,}(r)\,e^{kr\cos\delta}\right\},$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = S\left\{m'f_{,,}(r)[e^{kr\cos\delta} - 1]\right\} - S\left\{mf_{,}(r)\right\},$$

$$\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_{r}f(r)\left(e^{kr\cos\delta} - 1 - kr\cos\delta - \frac{k^2r^2\cos^2\delta}{2}\right)\right\}$$

$$(243)\qquad - S\left\{\frac{m'}{r}d_{r}f_{,}(r)\frac{k^2r^2\cos^2\delta}{2}\right\},$$

$$\mathfrak{H}_{,} = S\left\{\frac{m'}{r}d_{r}f_{,}(r)[e^{kr\cos\delta} - 1 - kr\cos\delta]\right\},$$

$$_{,}\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_{r}f_{,}(r)[e^{kr\cos\delta} - 1 - kr\cos\delta]\right\},$$

$$\mathfrak{H}_{,,} = S\left\{\frac{m'}{r}d_{r}f_{,,}(r)\left(e^{kr\cos\delta} - 1 - kr\cos\delta - \frac{k^2r^2\cos^2\delta}{2}\right)\right\}$$

$$- S\left\{\frac{m}{r}d_{r}f_{,}(r)\frac{k^2r^2\cos^2\delta}{2}\right\}.$$

s sollen aber die Funktionen $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,}$, ... bei isophanen Kör- Funktionen von $u^2 + v^2 + w^2 = k^2$ sein, folglich von δ bhängig.

Wenn man aber von einem gemeinschaftlichen Punkte aus e Linie k und mehrere andere $= r, r', r''$ ... zieht, und man ichnet durch δ die Winkel, welche k mit einer der verschie- en Linien r bildet, durch $F(kr\cos\delta)$ eine continuirliche Funk- n des Produkts $kr\cos\delta$, und durch $S[F(kr\cos\delta)]$ eine Summe lcher Funktionen, die sich auf die verschiedenen Linien r und nkel δ beziehen, so wird, wenn diese Summe unverändert ben soll, welches auch die Richtung der Linien ist:

$$(244)\qquad S[F(kr\cos\delta)] = \tfrac{1}{2}S\int_0^\pi[F(kr\cos\delta)\sin\delta d\delta].\ ^{*)}$$

Bemerkt man jetzt, dass:

*) Cauchy, Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome I. pag. 25.

$$\tfrac{1}{2}\int_0^{\pi}(e^{kr\cos\delta}-1)\sin\delta d\delta = \frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}-1,$$

$$\tfrac{1}{2}\int_0^{\pi}\left(e^{kr\cos\delta}-1-kr\cos\delta-\frac{k^2r^2\cos^2\delta}{2}\right)\sin\delta d\delta$$
$$=\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}-1-\tfrac{1}{6}k^2r^2$$

$$\tfrac{1}{2}\int_0^{\pi}e^{kr\cos\delta}\sin\delta d\delta = \frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr},$$

so findet man:

(245)

$$\mathfrak{G} = S\left\{mf(r)\left(\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}-1\right)\right\}-S[m'f_,(r_,)],$$

$$\mathfrak{G}_, = S\left\{m'f_,(r)\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}\right\},$$

$$_,\mathfrak{G} = S\left\{mf_,(r)\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}\right\},$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = S\left\{m'f_{,,}(r)\left(\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}-1\right)\right\}-S[mf_,(r)],$$

$$\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_rf(r)\left(\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}-1-\tfrac{1}{6}k^2r^2\right)\right\}-S\left\{\frac{m'}{r}d_rf_,(r)\frac{k}{...}\right.$$

$$\mathfrak{H}_, = S\left\{\frac{m'}{r}d_rf_,(r)\left(\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}-1\right)\right\},$$

$$_,\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_rf_,(r)\left(\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}-1\right)\right\},$$

$$\mathfrak{H}_{,,} = S\left\{\frac{m'}{r}d_rf_{,,}(r)\left(\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}-1-k^2r^2\right)\right\}-S\left\{\frac{m}{r}d_rf_,(r)\frac{k}{...}\right.$$

Betrachtet man nur diaphane Körper, so ist:

$$u = \mathfrak{u}\sqrt{-1},\quad v = \mathfrak{v}\sqrt{-1},\quad w = \mathfrak{w}\sqrt{-1}.$$

Setzt man dann:

(246) $k^2 = u^2+v^2+w^2 = -(\mathfrak{u}^2+\mathfrak{v}^2+\mathfrak{w}^2) = -\mathfrak{k}$

so werden die Gleichungen (245) unter der folgenden Form schrieben werden können:

(247)

$$= S\left\{ m f(r) \left(\frac{\sin kr}{kr} - 1 \right) \right\} - S[m' f_,(r)],$$

$$= S\left\{ m' f_,(r) \frac{\sin kr}{kr} \right\},$$

$$= S\left\{ m f_,(r) \frac{\sin kr}{kr} \right\},$$

$$= S\left\{ m' f_{,,}(r) \left(\frac{\sin kr}{kr} - 1 \right) \right\} - S[m f_,(r)].$$

$$= S\left\{ \frac{m}{r} d_r f(r) \left(\frac{\sin kr}{kr} - 1 + \tfrac{1}{6} k^2 r^2 \right) \right\} + S\left\{ \frac{m'}{r} d_r f_,(r) \frac{k^2 r^2}{6} \right\},$$

$$= S\left\{ \frac{m'}{r} d_r f_,(r) \left(\frac{\sin kr}{kr} - 1 \right) \right\},$$

$$= S\left\{ \frac{m}{r} d_r f_,(r) \left(\frac{\sin kr}{kr} - 1 \right) \right\},$$

$$= S\left\{ \frac{m'}{r} d_r f_{,,}(r) \left(\frac{\sin kr}{kr} - 1 + \tfrac{1}{6} k^2 r^2 \right) \right\} + S\left\{ \frac{m}{r} d_r f_,(r) \frac{k^2 r^2}{6} \right\}.$$

Hieraus findet man weiter:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{E} &= - S\left\{ \frac{m}{k^2 r^2} d_r \left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3} k^2 r^2 \right) r f(r) \right] \right\} \\
&\qquad - S\left\{ \frac{m'}{r^2} d_r [\tfrac{1}{3} r^3 f_,(r)] \right\}, \\
\mathfrak{E}_, &= - S\left\{ \frac{m'}{k^2 r^2} d_r \left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} \right) r f_,(r) \right] \right\}, \\
{}_,\mathfrak{E} &= - S\left\{ \frac{m}{k^2 r^2} d_r \left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} \right) r f_,(r) \right] \right\}, \\
\mathfrak{E}_{,,} &= - S\left\{ \frac{m'}{k^2 r^2} d_r \left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3} k^2 r^2 \right) r f_{,,}(r) \right] \right\} \\
&\qquad - S\left\{ \frac{m}{r^2} d_r [\tfrac{1}{3} r^3 f_,(r)] \right\}. \\
\mathfrak{F} &= - S\left\{ \frac{m r d_r f(r)}{k^2} \left(\frac{\sin kr}{kr} + 3 \frac{\cos kr}{k^2 r^2} - 3 \frac{\sin kr}{k^3 r^3} \right) \right\}, \\
\mathfrak{F}_, &= - S\left\{ \frac{m' r d_r f_,(r)}{k^2} \left(\frac{\sin kr}{kr} + 3 \frac{\cos kr}{k^2 r^2} - 3 \frac{\sin kr}{k^3 r^4} \right) \right\}, \\
{}_,\mathfrak{F} &= - S\left\{ \frac{m r d_r f_,(r)}{k^2} \left(\frac{\sin kr}{kr} + 3 \frac{\cos kr}{k^2 r^2} - 3 \frac{\sin kr}{k^3 r^4} \right) \right\}, \\
\mathfrak{F}_{,,} &= - S\left\{ \frac{m' r d_r f_{,,}(r)}{k^2} \left(\frac{\sin kr}{kr} + 3 \frac{\cos kr}{k^2 r^2} - 3 \frac{\sin kr}{k^3 r^3} \right) \right\}.
\end{aligned} \tag{48}$$

Denken wir uns jetzt jedes Molekülensystem in unendlich ne Kugelschichten decomponirt, deren Centrum der Punkt *y, z)* sei. Bezeichnen wir durch $\mathfrak{D}$ die Dichtigkeit des ersten ekülensystems und durch $\mathfrak{D}'$ die des zweiten, durch Δr einen ndlich kleinen Zuwachs am Radius vector r, welcher vom

Punkte (x, y, z) zu den verschiedenen umliegenden Molekülen ausgeht. Die Kugelschicht, deren Radien r und $r + \Delta r$ sind, wird eine gewisse Menge Molekülen des ersten Systems enthalten, deren Masse $4\pi\mathfrak{D}r^2\Delta r$ ist, und eine gewisse Menge Molekülen des zweiten Systems, deren Masse $4\pi\mathfrak{D}'r^2\Delta r$ ist. Die entsprechenden Glieder der Summen S[mF(r)] und S[m'F(r)] werden dann zwei partielle Summen bilden, welche respective gleich sein werden den Ausdrücken: $4\pi\mathfrak{D}r^2F(r)\Delta r$ und $4\pi\mathfrak{D}'r^2F(r)\Delta r$. Man wird folglich für ein isophanes System von Molekülen die Gleichungen haben: (249)

$$S[mF(r)] = 4\pi\mathfrak{D}S[r^2F(r)\Delta r]; \quad S[m,F(r)] = 4\pi\mathfrak{D}'S[r^2F(r)\Delta r],$$

wo die Summationen rechts vom Gleichheitszeichen sich auf alle positiven Werthe von r, von dem kleinsten r_0 bis zum grössten r_∞ beziehen.

Nun ist aber wegen des Taylor'schen Theorems:

$$\mathfrak{F}(r + \Delta r) - \mathfrak{F}(r) = \mathfrak{F}'(r)\Delta r + \mathfrak{F}''(r)(\Delta r)^2 + \ldots$$

wo $\mathfrak{F}'(r)$, $\mathfrak{F}''(r)$, ... die erste, zweite, u. s. w. derivirte Funktion von $\mathfrak{F}(r)$ bezeichnen. Vernachlässigt man die höheren Potenzen von Δr und sucht die Summe in Bezug auf die verschiedenen Werthe von r, so wird:

$$S\mathfrak{F}'(r)\Delta r = S[\mathfrak{F}(r + \Delta r) - \mathfrak{F}(r)] = \mathfrak{F}(r_\infty) - \mathfrak{F}(r_0),$$

und wenn man integrirt:

$$(250) \qquad S\mathfrak{F}(r)\Delta r = \int_{r_0}^{r_\infty} \mathfrak{F}(r)dr.$$

Wendet man diese Formel auf die Gleichungen (249) an, so erhält man:

$$(251) \quad S[mF(r)] = 4\pi\mathfrak{D}\int_{r_0}^{r_\infty} r^2F(r)dr; \quad S[m'F(r)] = 4\pi\mathfrak{D}'\int_{r_0}^{r_\infty} r^2F(r)dr.$$

Die Gleichungen (248) werden dann:

$$(252) \quad \begin{cases} \mathfrak{G} = -\dfrac{4\pi\mathfrak{D}}{k^2}\displaystyle\int_{r_0}^{r_\infty} d_r\left[\left(\cos kr - \dfrac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3}k^2r^2\right)rf(r)\right]dr \\ \qquad\qquad - \dfrac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\displaystyle\int_{r'_0}^{r'_\infty} d_r[r^3f_,(r)]dr; \\ \mathfrak{G}_, = -\dfrac{4\pi\mathfrak{D}'}{k^2}\displaystyle\int_{r'_0}^{r'_\infty} d_r\left[\left(\cos kr - \dfrac{\sin kr}{kr}\right)r f_,(r)\right]dr; \\ {}_,\mathfrak{G} = -\dfrac{4\pi\mathfrak{D}}{k^2}\displaystyle\int_{r_0}^{r_\infty} d_r\left[\left(\cos kr - \dfrac{\sin kr}{kr}\right)r f_,(r)\right]dr; \end{cases}$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty} d_r\left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3}k^2r^2\right) r\, \mathfrak{f}_{,,}(r)\right]dr$$
$$- \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\int_{r_0}^{r_\infty} d_r[r^3\, \mathfrak{f}_{,}(r)]\,dr;$$

(252)
$$\mathfrak{F} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{k^2}\int_{r_0}^{r_\infty} r^3 d_r \mathfrak{f}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right)dr;$$

$$\mathfrak{F}_{,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^3 d_r \mathfrak{f}_{,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right)dr;$$

$$_{,}\mathfrak{F} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{k^2}\int_{r_0}^{r_\infty} r^3 d_r \mathfrak{f}_{,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right)dr;$$

$$\mathfrak{F}_{,,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^3 d_r \mathfrak{f}_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right)dr.$$

Substituirt man jetzt statt $\mathfrak{f}(r)$, $\mathfrak{f}_{,}(r)$, $\mathfrak{f}_{,,}(r)$ ihre Werthe), $\frac{\mathfrak{f}_{,}(r)}{r}$, $\frac{\mathfrak{f}_{,,}(r)}{r}$, wo $\mathfrak{f}(r)$ die Kraft bezeichnet, mit welcher eine lekūle des ersten Systems auf eine andere Molekūle desselben stems in dem Abstand r wirkt, $\mathfrak{f}_{,}(r)$ die Kraft, womit eine lekūle des ersten auf eine des zweiten Systems in dem Abnd r wirkt, $\mathfrak{f}_{,,}(r)$ die Kraft, womit eine Molekūle des zwei- Systems auf eine andere desselben Systems wirkt, und berkt, dass:

$$\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3}k^2r^2 = \tfrac{1}{5}\frac{k^4r^4}{1.2.3} - \tfrac{1}{7}\frac{k^6r^6}{1.2.3.4.5} + \ldots$$

sehr grosse Werthe von r auf $\frac{1}{3}k^2r^2$, für sehr kleine Werthe r auf $\frac{1}{30}k^4r^4$ reducirt wird; ebenso dass:

$$\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} = -\tfrac{1}{3}k^2r^2 + \tfrac{1}{5}\frac{k^4r^4}{1.2.3.4} - \ldots$$

sehr grosse Werthe von r auf $\cos kr$, für sehr kleine Werthe r auf $-\frac{1}{3}k^2r^2$ reducirt wird, so erhält man:

(253)

$$= -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(r_\infty^2\mathfrak{f}(r_\infty) - \tfrac{1}{10}k^2r_0^4\mathfrak{f}(r_0)\right) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\left(r'^2_\infty\mathfrak{f}_{,}(r'_\infty) - r'^2_0\mathfrak{f}_{,}(r'_0)\right);$$

$$= -4\pi\mathfrak{D}'\left(\frac{\cos(kr'_\infty)}{k^2}\mathfrak{f}_{,}(r'_\infty) + \tfrac{1}{3}r'^2_0\mathfrak{f}_{,}(r'_0)\right);$$

$$= -4\pi\mathfrak{D}\left(\frac{\cos(kr_\infty)}{k^2}\mathfrak{f}_{,}(r_\infty) + \tfrac{1}{3}r_0^2\mathfrak{f}_{,}(r_0)\right);$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\left(\mathfrak{r}'^2_\infty \mathfrak{f}_{,,}(\mathfrak{r}'_\infty) - \tfrac{1}{10}k^2\mathfrak{r}'^4_0 \mathfrak{f}_{,,}(\mathfrak{r}'_0)\right) - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(\mathfrak{r}^2_\infty \mathfrak{f}_{,}(\mathfrak{r}_\infty) - \mathfrak{r}^2_0 \mathfrak{f}_{,}(\mathfrak{r}_0)\right);$$

$$\mathfrak{F} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\mathfrak{r}_0^4 \mathfrak{f}(\mathfrak{r}_0) + 4\pi\mathfrak{D}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty} \mathfrak{r}^2 \mathfrak{f}(\mathfrak{r})\, d_\mathfrak{r}\left(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\right) d\mathfrak{r} - \frac{4\pi\mathfrak{D}\mathfrak{r}_\infty \mathfrak{f}(\mathfrak{r}_\infty)\sin(k\mathfrak{r}_\infty)}{k^3};$$

$$\mathfrak{F}_{,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}\mathfrak{r}'^4_0 \mathfrak{f}_{,}(\mathfrak{r}'_0) + 4\pi\mathfrak{D}\int_{\mathfrak{r}'_0}^{\mathfrak{r}'_\infty} \mathfrak{r}^2 \mathfrak{f}_{,}(\mathfrak{r})\, d_\mathfrak{r}\left(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\right) d\mathfrak{r} - \frac{4\pi\mathfrak{D}'\mathfrak{r}'_\infty \mathfrak{f}_{,}(\mathfrak{r}'_\infty)\sin(k\mathfrak{r}'_\infty)}{k^3};$$

$$_{,}\mathfrak{F} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\mathfrak{r}_0^4 \mathfrak{f}_{,}(\mathfrak{r}_0) + 4\pi\mathfrak{D}'\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty} \mathfrak{r}^2 \mathfrak{f}_{,}(\mathfrak{r})\, d_\mathfrak{r}\left(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\right) d\mathfrak{r} - \frac{4\pi\mathfrak{D}\mathfrak{r}_\infty \mathfrak{f}_{,}(\mathfrak{r}_\infty)\sin(k\mathfrak{r}_\infty)}{k^3};$$

$$\mathfrak{F}_{,,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}\mathfrak{r}'^4_0 \mathfrak{f}_{,,}(\mathfrak{r}'_0) + 4\pi\mathfrak{D}'\int_{\mathfrak{r}'_0}^{\mathfrak{r}'_\infty} \mathfrak{r}^2 \mathfrak{f}_{,,}(\mathfrak{r})\, d_\mathfrak{r}\left(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\right) d\mathfrak{r} - \frac{4\pi\mathfrak{D}'\mathfrak{r}'_\infty \mathfrak{f}_{,,}(\mathfrak{r}'_\infty)\sin(k\mathfrak{r}'_\infty)}{k^3}.$$

Betrachtet man nur ein System von Molekülen, so erhält man:

$$\mathfrak{G} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(\mathfrak{r}_\infty^2 \mathfrak{f}(\mathfrak{r}_\infty) - \tfrac{1}{10}k^2\mathfrak{r}_0^4 \mathfrak{f}(\mathfrak{r}_0)\right);$$

$$(254)\qquad \mathfrak{F} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}k^2\mathfrak{r}_0^4 \mathfrak{f}(\mathfrak{r}_0) - 4\pi\mathfrak{D}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty} \mathfrak{r}^2 \mathfrak{f}(\mathfrak{r})\, d_\mathfrak{r}\left(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\right) d\mathfrak{r} - \frac{4\pi\mathfrak{D}\mathfrak{r}_\infty \mathfrak{f}(\mathfrak{r}_\infty)\sin(k\mathfrak{r}_\infty)}{k^3},$$

§. 8. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Vibrationen in einem System von Molekülen.*)

Die Geschwindigkeit Ω des Lichts im Himmelsraume, wird jetzt, wie vorher gezeigt, durch die Gleichung:

$$(205)\qquad \Omega^2 = \frac{-\mathfrak{G}}{k^2}$$

bestimmt. Substituiren wir den Werth von $\mathfrak{G}$, so wird:

$$(255)\qquad \Omega^2 = \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(\frac{\mathfrak{r}_\infty^2 \mathfrak{f}(\mathfrak{r}_\infty)}{k^2} - \tfrac{1}{10}\mathfrak{r}_0^4 \mathfrak{f}(\mathfrak{r}_0)\right),$$

oder, wenn man statt k seinen Werth aus der Gleichung [(168)]:

$$k = \frac{2\pi}{\mathfrak{l}}$$

setzt, wo $\mathfrak{l}$ die Wellenlänge bezeichnet:

---

*) Cauchy, Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome 1. pag. 303—312.

(256) $$\Omega^2 = \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(\frac{l^2 r_x^2 \mathfrak{f}(r_x)}{4\pi^2} - \tfrac{1}{10} r_o^4 \mathfrak{f}(r_o)\right).$$

Es ist jetzt aus den Observationen der sogenannten veränderlichen Sterne, deren Lichtstärke sich periodisch ändert, bekannt, dass diese, während ihre Lichtstärke sich bedeutend ändert, keine Änderung der Farbe zeigen. Hieraus lässt sich schliessen, dass die Geschwindigkeiten der verschiedenen Farben des Lichts, welche, wie die Interferenz-Phaenomene zeigen, den verschiedenen Werthen der Schwingungsdauer T und folglich auch der Wellenlänge l entsprechen, gleich sind, oder dass im Himmelsraume Ω von l unabhängig ist. Man muss folglich haben:

(257) $$r_x^2 \mathfrak{f}(r_x) = o.$$

Ferner muss $r_o^4 \mathfrak{f}(r_o)$ negativ sein, damit Ω^2 positiv werden kann. Setzt man folglich:

(258) $$r_o^4 \mathfrak{f}(r_o) = -h(r_o),$$

so wird für die transversalen Vibrationen:

(259) $$\Omega^2 = \frac{2\pi\mathfrak{D}}{15} h(r_o).$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Vibrationen findet man aus der Gleichung (203):

(260) $$\Omega^2 = \frac{-\mathfrak{G}}{k^2} + \mathfrak{K},$$

folglich:

(261) $$\Omega^2 = \tfrac{2}{3}\pi\mathfrak{D}h(r_o) + 4\pi\mathfrak{D}\int_{r_o}^{r_x} r^2 \mathfrak{f}(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr.$$

9. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Vibrationen in zwei Systemen von Molekülen.*)

Da kein Grund ist anzunehmen, die Molekülarkräfte des Aethers seien anders in den Körpern als im leeren Raume, so werden fortwährend die Gleichungen (257) und (258) stattfinden. Die Kraft $\mathfrak{f}_{,,}(r)$, welche zwischen zwei Partikeln des Körpers wirkt, muss, wie aus den Adhäsionsphänomenen hervorgeht, schneller als umgekehrt nach dem Quadrate des Abstandes abnehmen, das heisst, man muss annehmen:

(262) $$r_x^2 \mathfrak{f}_{,,}(r_x) = o.$$

Setzt man ferner der Kürze willen:

*) O. J. Broch Forhandlinger ved de Skandinaviske Naturforskeres Möde. pag.

(263) $\mathfrak{r}_\infty^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_\infty) = \mathfrak{c}$; $\mathfrak{r}_0^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_0) = -\mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0)$; $\mathfrak{r}_0'^4\mathfrak{f}_{,,}(\mathfrak{r}_0') = -\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'$

so geben die Gleichungen (253):

$$
(264)\quad
\begin{aligned}
\mathfrak{E} &= -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}k^2\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\Big(\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')\Big),\\
\mathfrak{E}_, &= \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0') - 4\pi\mathfrak{D}'\frac{\cos(k\mathfrak{r}_\infty').\mathfrak{c}}{k^2\mathfrak{r}_\infty'^2},\\
{}_,\mathfrak{E} &= \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0) - 4\pi\mathfrak{D}\frac{\cos(k\mathfrak{r}_\infty).\mathfrak{c}}{k^2\mathfrak{r}_\infty^2},\\
\mathfrak{E}_{,,} &= -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}k^2\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0') - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\Big(\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0)\Big).
\end{aligned}
$$

Die Gleichung (236), welche die Fortpflanzungsgeschwi keit der transversalen Vibrationen bestimmt, giebt dann:

$$
(265)\quad
\left[s^2 - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}k^2\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\Big(\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')\Big)\right].\left[s^2 - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}k^2\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0') - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\Big(\mathfrak{c}+\mathfrak{d}
$$
$$
- \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\left[-\mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0') + 3\mathfrak{c}.\frac{\cos(k\mathfrak{r}_\infty')}{k^2\mathfrak{r}_\infty'}\right].\left[-\mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0) + 3\mathfrak{c}.\frac{\cos(k\mathfrak{r}_\infty)}{k^2\mathfrak{r}_\infty^2}\right]
$$

Damit hier $\Omega^2 = \frac{s^2}{k^2}$ einen endlichen positiven Werth e ten kann, ist es nothwendig, dass $\mathfrak{c}$ eine endliche Grösse folglich $\frac{\mathfrak{c}.\cos(k\mathfrak{r}_\infty)}{k^2\mathfrak{r}_\infty^2} = 0$. Damit man ferner nur einen Werth $\frac{s^2}{k^2}$ erhalte, das heisst, damit in isophanen Körpern die tran salen Vibrationen, welche demselben Werth von s, folglich selben Farbe entsprechen, nur eine Fortpflanzungsgeschwi keit haben, oder dass diese Körper einfachbrechend seien, i nothwendig, dass der Coëfficient von k^4 Null, oder doch klein sein muss. Ob er von demselben Grade wie die vorher nachlässigten Grössen, das heisst, wie die höheren Potenzen $\mathfrak{r}_0$ ist, müssen die Beobachtungen über die Geschwindigkeiten verschiedenen Farben entscheiden. Man muss folglich anneh

(266) $\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0') = -\mathfrak{r}_0'^4\mathfrak{f}_{,,}(\mathfrak{r}_0') =$ einer sehr kleinen Grösse.

Setzt man jetzt: (267)

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0) + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0') = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}\mathfrak{r}_0^4\mathfrak{f}(\mathfrak{r}_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}\mathfrak{r}_0'^4\mathfrak{f}_{,,}(\mathfrak{r}_0');\\
\beta &= -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')] - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0)]\\
&= -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}[\mathfrak{r}_\infty^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_\infty) - \mathfrak{r}_0'^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_0')] - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}[\mathfrak{r}_\infty^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_\infty) - \mathfrak{r}_0^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_0)];\\
\gamma &= \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\mathfrak{c}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0) + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')]\\
&= \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\mathfrak{r}_\infty^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_\infty)[\mathfrak{r}_\infty^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_\infty) - \mathfrak{r}_0'^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_0') - \mathfrak{r}_0^2\mathfrak{f}_,(\mathfrak{r}_0)];
\end{aligned}
$$

$$= -\frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{90}\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_o)[c + d(\mathfrak{r}_o)] - \frac{16\pi^2\mathfrak{D}'}{90}\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_o')[c + d(\mathfrak{r}_o')]$$

$$= \frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{90}\mathfrak{r}_o^4\mathfrak{f}(\mathfrak{r}_o)[\mathfrak{r}_\infty^2\mathfrak{f}_1(\mathfrak{r}_\infty) - \mathfrak{r}_o^2\mathfrak{f}_1(\mathfrak{r}_o)]$$
$$+ \frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{90}\mathfrak{r}_o'^4\mathfrak{f}_{\prime}(\mathfrak{r}_o')[\mathfrak{r}_\infty^2\mathfrak{f}_1(\mathfrak{r}_\infty) - \mathfrak{r}_o'^2\mathfrak{f}_1(\mathfrak{r}_o')];$$

$$= \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{900}\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_o)\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_o') = \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{900}\mathfrak{r}_o^4\mathfrak{f}(\mathfrak{r}_o)\mathfrak{r}_o'^4\mathfrak{f}_{\prime}(\mathfrak{r}_o');$$

wird die Gleichung (265):

268) $$s^4 - \alpha s^2 k^2 + \beta s^2 + \gamma - \delta k^2 + \lambda k^4 = o,$$

λ eine sehr kleine Grösse ist. Die Geschwindigkeit des Lichts in isophanen durchsichtigen Körpern wird folglich bestimmt ch die Gleichung:

$$\Omega^2 = \frac{-2s^2\lambda}{-(\alpha s^2+\delta) + \sqrt{(\alpha s^2+\delta)^2 - 4(s^4+\beta s^2+\gamma)\lambda}},$$

r, wenn man die höheren Potenzen von λ vernachlässigt:

269) $$\Omega^2 = \alpha + \frac{(\delta-\alpha\beta)s^2 - \alpha\gamma}{s^4+\beta s^2+\gamma} - \frac{\lambda s^2}{\alpha s^2+\delta}.$$

§. 10. Theorie der Dispersion des Lichts.

Substituirt man in den Gleichungen (269) oder (268) die den Beobachtungen erhaltenen Werthe von $s = \frac{2\pi}{T}$ und von $\frac{2\pi}{l}$, welche den verschiedenen Farben entsprechen, so kann mittelst der Wahrscheinlichkeitsrechnung die wahrscheinsten Werthe von α, β, γ, δ, λ finden. Ich habe dies für et-e Körper mittelst der Theorie der kleinsten Quadrate gethan, gefunden, dass β, δ und λ stets sehr unsicher gefunden wer-; α und γ dagegen mit grosser Genauigkeit als Funktionen diesen. Einer der Coëfficienten β und δ kann auch mit ziem-er Genauigkeit als Funktion des zweiten und λ gefunden wer-. Ich werde in einer anderen Abhandlung die auf diese Weise ndenen Zahlenwerthe von α, β, γ, δ und λ mittheilen und en, dass die hieraus berechneten Werthe von Ω mit denen h die Beobachtungen gegebenen mit hinreichender Genauig-übereinstimmen. Hieraus kann indessen kein Beweis der Richeit der Formel (268) gefolgert werden. Da man nämlich bei genauesten Untersuchungen über die Werthe von s und k, den nenhofer'schen, nur sieben Gleichungen bekommt, so wird ahe jede Gleichung, welche 3 oder 4 willkürliche Grössen ent-

hält, welche Form sie auch haben möchte, diesen Observationen entsprechen. Die verschiedenen Formeln, welche man bisher für die Dispersion des Lichts gegeben hat, und deren Richtigkeit nur durch die Uebereinstimmung mit den Observationen bewiesen ist, können daher nur als Interpolationsformeln betrachtet werden.

Insbesondere sind die hier von **Cauchy** und **Powell** gegebenen zu bemerken. Der Erstere, dem die mathematische Optik beinahe Alles verdankt, hat, wie mir unläugbar scheint, bei der Erklärung der Dispersion des Lichts eine unhaltbare Theorie aufgestellt. In seinem „Mémoire sur la dispersion de la lumière" hat er nämlich nur ein System Molekülen betrachtet. Um die gleiche Geschwindigkeit der verschiedenen Farben im leeren Raum zu erhalten, nimmt er die im vorigen Paragraphen entwickelten Bedingungsgleichungen (257) und (258) der Molekülarkräfte an. Um aber durch dieselben Gleichungen der unendlich kleinen Bewegungen eines Systems von Molekülen auch die Dispersion in den Körpern zu erklären, muss er entweder annehmen: die Molekülarkräfte der Aethermolekülen, wenn diese sich in einem Körper befinden, wirken anders, als wenn sie im leeren Raum sich befinden, was dasselbe ist, als eine Art von Aether im leeren Raum und eine andere in den Körpern anzunehmen; oder auch, dass die Distanz der Molekülen, wenn diese sich in einem dispersirenden Medium befinden, viel grösser ist als im leeren Raum, und nicht länger in Bezug auf die Wellenlänge vernachlässigt werden kann. Nun ist aber annäherungsweise, wenn man die Dispersion vernachlässigt:

$$\text{im leeren Himmelsraume } \Omega^2 = \frac{2\pi\mathfrak{D}}{15}h(r_o),$$

$$\text{und im Körper } \Omega''^2 = \frac{2\pi\mathfrak{D}''}{15}h(r_o''),$$

wo Ω und Ω'' die Geschwindigkeiten des Lichts, $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{D}''$ die Dichtigkeiten des Aethers, r_o und r_o'' den kleinsten Abstand der Aethermolekülen, respective im Himmelsraume und im Körper bezeichnen. Bezeichnet man durch n den Refractionscoëfficienten des Körpers, so ist:

$$\Omega^2 = n^2\Omega''^2.$$

$$\text{oder: } \mathfrak{D}h(r_o) = n^2\mathfrak{D}''h(r_o'').$$

Substituirt man die Werthe $h(r_o)$ und $h(r_o'')$ und bemerkt, dass:

$$\mathfrak{D}:\mathfrak{D}'' = r_o''^3 : r_o^3 = \frac{1}{r_o^3} : \frac{1}{r_o''^3},$$

erhält man:

$$-r_0 f(r_0) = -n^2 r_0'' f(r_0'').$$

a wegen (257) $r_\infty^2 f(r_\infty)$ gleich Null ist, muss man annehmen, die stossende Kraft $f(r_0)$ nimmt geschwinder ab wie das Quadrat es Abstandes zunimmt, also ist, weil $r_0'' > r_0$:

$$-r_0^2 f(r_0) > -r_0''^2 f(r_0''),$$

ad folglich durch Division:

$$\frac{1}{r_0} < \frac{n^2}{r_0''}, \text{ oder } r_0'' < n^2 r_0.$$

s ist aber $l = \Omega T$, folglich $l_0'' = \frac{l_0}{n}$, und hieraus:

$$(269') \qquad \frac{r_0''}{l_0''} < n^3 \frac{r_0}{l_0}.$$

Setzt man den Brechungscoëfficienten $n = 1{,}5$, wie er ungefähr bei Glas ist, so erhält man:

$$\frac{r_0''}{l_0''} < 3{,}4 \frac{r_0}{l_0}.$$

ann man jetzt im Himmelsraume die Grösse $\frac{r_0}{l_0}$ als eine sehr leine Grösse vernachlässigen, so kann man auch in den Körpern e höchstens 3- bis 4mal so grosse Grösse $\frac{r_0''}{l_0''}$ vernachlässigen.

Die Wirkung der Molekülarkräfte der Körpermolekülen auf e Aethermolekülen können aber in jedem Falle nicht vernachssigt werden. Sie sind es nämlich, welche die veränderte ichtigkeit des Aethers in den verschiedenen Körpern hervoringen; und wenn man diese Wirkung von ihnen in Betracht ehen muss, so müssen ihre Wirkungen auf die Vibrationen der ethermolekülen auch in Betracht gezogen werden. Cauchy t der erste der dies gethan hat, indem er in den „Exercices Analyse et de Physique mathématique" zuerst die in meiner nigen, so wie in dieser Abhandlung entwickelten Gleichungen r Bewegung zweier Systeme von Molekülen gegeben hat.

Cauchy's Formeln für die Dispersion des Lichts sind inssen als Interpolationsformeln sehr anwendbar. Er hat zwei lcher Formeln gegeben; die eine nach den Potenzen von s^2, e andere nach den Potenzen von k^2 entwickelt. Beide beziem sich auf Frauenhofer's Beobachtungen.*) Bezeichnet man rch Θ den Brechungscoëfficienten eines Körpers, das heisst das

*) Siehe diese Zeitschrift Bd. III. S. 166.

Verhältniss zwischen der Geschwindigkeit des Lichts im Raume und im Körper, und nimmt als Einheit der Ze $\frac{1}{10^{15}}$ Theil einer Secunde an, so ist nach der ersten Forme

für Wasser, erste Reihe... $\Theta^2 = 1,751609 + 0,0025994 s^2 - 0,00001$
- — zweite Reihe . $\Theta^2 = 1,751950 + 0,0025581 s^2 - 0,00001$
- Kalilösung........... $\Theta^2 = 1,934311 + 0,0031664 s^2 - 0,00001$
- Kronglas No. 13...... $\Theta^2 = 2,292959 + 0,0038288 s^2 - 0,0000$
- — No. 9...... $\Theta^2 = 2,297191 + 0,0038803 s^2 - 0,0000$
- — Litt. M...... $\Theta^2 = 2,381364 + 0,0044226 s^2 + 0,0000$
- Flintglas No. 3...... $\Theta^2 = 2,514461 + 0,0061934 s^2 + 0,0000$
- — No. 30...... $\Theta^2 = 2,578081 + 0,0068299 s^2 + 0,0000$
- — No.23,1.Reihe $\Theta^2 = 2,586562 + 0,0069734 s^2 + 0,00004$
- — No.23,2.Reihe $\Theta^2 = 2,587096 + 0,0068962 s^2 + 0,00005$
- — No.13....... $\Theta^2 = 2,588160 + 0,0073467 s^2 + 0,00003$

Nach der zweiten Formel**) ist, wenn fortwährend a heit der Zeit der $\frac{1}{10^{15}}$ Theil einer Secunde angenommen wi als Einheit des Längenmaasses der $\frac{1}{10^4}$ Theil eines Millimet

für Wasser....... $\Omega^2 = 5,4890(1 - 0,00808k^2 + 0,0003$
- Kalilösung..... $\Omega^2 = 4,9712(1 - 0,00815k^2 + 0,0002$
- Kronglas No. 13. $\Omega^2 = 4,1935(1 - 0,00700k^2 + 0,0001$
- — No. 9. $\Omega^2 = 4,1858(1 - 0,00707k^2 + 0,0001$
- — Litt. M. $\Omega^2 = 4,0378(1 - 0,00749k^2 + 0,0000$
- Flintglas No. 3. $\Omega^2 = 3,8241(1 - 0,00941k^2 - 0,0000$
- — No. 30. $\Omega^2 = 3,7298(1 - 0,00988k^2 - 0,0000$
- — No. 23. $\Omega^2 = 3,7172(1 - 0,00996k^2 - 0,0000$
- — No. 13. $\Omega^2 = 3,7152(1 - 0,01055k^2 + 0,0000$

In mehreren Artikeln der „Philosophical Transactions" des „Philosophical Magazine" und später in einem beson Werke: „A general and elementary view of the undulatory t as applied to the dispersion of light and some others subj hat Baden Powell die folgende Formel entwickelt und Uebereinstimmung mit der Observation zu zeigen sich bem

$$\Omega^2 = \Sigma \left\{ H^2 \frac{\sin^2\left(\frac{kr_0}{2}\right)}{\left(\frac{kr_0}{2}\right)^2} \right\}$$
$$= \Sigma H^2 - \tfrac{1}{12}k^2\Sigma(H^2 r_0^2) + \tfrac{1}{360}k^4\Sigma[H^2 r_0^4] - \ldots$$
$$= a + bk^2 + ck^4 + \ldots$$

*) Cauchy, Mémoire sur la dispersion de la lumière pag.
**) Compt. rend. Tome 15. pag. 1094.

Diese Formel stimmt mit der vorherstehenden zweiten Formel von Cauchy überein, weil die Coëfficienten ΣH^2, $\Sigma H^2 r_0^2$, $H^2 r_0^4$, ... ganz unabhängig von einander sind. Diese Formel setzt voraus, wie auch Cauchy's Formel, dass r_0 nicht sehr klein in Bezug auf die Wellenlänge $l = \frac{2\pi}{k}$ ist, in welchem Falle die Grösse $\frac{\sin\left(\frac{kr_0}{2}\right)}{\left(\frac{kr_0}{2}\right)}$ sich der Einheit nähern würde. Man erhält die Formel Powell's, wenn man im vorhergehenden Paragraphen bei Entwickelung der Werthe von $\mathfrak{C}$ aus den Gleichungen (52) nicht annimmt, dass der Ausdruck:

$$\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3}k^2 r^2 = \tfrac{1}{5}\frac{k^4 r^4}{1.2.3} - \tfrac{1}{7}\frac{k^6 r^6}{1.2.3.4.5} \dots$$

für $r = r_0$ sich auf sein erstes Glied $\frac{1}{30}k^4 r_0^4$ reducirt, sondern dass die übrigen Glieder auch einen merklichen Werth haben. Ich habe indessen zu beweisen gesucht, dass r_0 sowohl in den Körpern wie im leeren Himmelsraume als eine sehr kleine Grösse in Bezug auf die Wellenlänge angesehen werden muss, und dass folglich auch die Formel Powell's, als eine theoretische Formel betrachtet, zu verwerfen sei.

Cap. II.

Gesetze der Fortpflanzung des Lichts bei Körpern, die durch äusseren Druck oder durch Erwärmung zu einaxigen Krystallen gemacht worden sind.

§. 1. Gleichungen der unendlich kleinen Bewegungen zweier Systeme von Molekülen.

Man nennt in optischer Beziehung einen Körper oder ein System von Molekülen einaxig krystallisirt, wenn die Fortpflanzung des Lichts in ihm in allen Richtungen, welche denselben Winkel mit einer Axe, deren Richtung fest ist, machen, nach denselben Gesetzen stattfindet, aber nach verschiedenen Gesetzen, wenn dieser Winkel sich ändert. Nehmen wir an, die xAxe sei dieser Axe des Körpers parallel. Man wird dann leicht auf dieselbe Weise, wie im vorigen Capitel geschehen ist, einsehen, dass, wenn die Coëfficienten der Gleichungen [(21)] nicht ihre Form ändern sollen, wenn man das System der Coordinataxen um

die xAxe herumdreht, es nothwendig und hinreichend sein ·
dass die charakteristischen Funktionen, welche man erhält, '
man in den Funktionen $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,}$, $_{,}\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,,}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, $_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$
u, v, w die Zeichen d_x, d_y, d_z setzt, ganze Funktionen v
und $d_y^2 + d_z^2$ seien. Wenn ferner die Gesetze der Fortpfla
eines Lichtstrahls nicht verändert werden, wenn der Wi
welchen der Strahl mit der Axe macht, von der einen ode
der anderen Seite gerechnet wird, so müssen jene Funkt
noch charakteristische Funktionen von d_x^2 und $d_y^2 + d_z^2$ sein.
Grössen $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,}$, $_{,}\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,,}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, $_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ werden im ersten
Funktionen von u und von $v^2 + w^2$, im zweiten Falle vo
und $v^2 + w^2$. Setzt man jetzt:

$$v^2 + w^2 = k^2,$$

(270)

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{G} + \frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \mathfrak{H}, \quad \mathfrak{S} = \frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \left(\frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \mathfrak{H}\right), \quad \mathfrak{J} = \frac{1}{u} d_u \left(\frac{1}{k_{,}} d_k \right.$$

$$\mathfrak{L}_{,} = \mathfrak{G}_{,} + \frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \mathfrak{H}_{,}, \quad \mathfrak{S}_{,} = \frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \left(\frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \mathfrak{H}_{,}\right), \quad \mathfrak{J}_{,} = \frac{1}{u} d_u \left(\frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \right.$$

$$_{,}\mathfrak{L} = {}_{,}\mathfrak{G} + \frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} {}_{,}\mathfrak{H}, \quad {}_{,}\mathfrak{S} = \frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \left(\frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} {}_{,}\mathfrak{H}\right), \quad {}_{,}\mathfrak{J} = \frac{1}{u} d_u \left(\frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \right.$$

$$\mathfrak{L}_{,,} = \mathfrak{G}_{,,} + \frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \mathfrak{H}_{,,}, \quad \mathfrak{S}_{,,} = \frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \left(\frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \mathfrak{H}_{,,}\right), \quad \mathfrak{J}_{,,} = \frac{1}{u} d_u \left(\frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \right.$$

und bezeichnet durch E, $E_{,}$, $_{,}E$, $E_{,,}$, F, $F_{,}$, $_{,}F$, $F_{,,}$, I, $I_{,}$, $_{,}I$, $I_{,,}$
entsprechenden charakteristischen Funktionen von d_x und $d_y^2 +$
welche man erhält, wenn man in den Grössen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,}$ ....
statt u, v, w die Charakteristiken d_x, d_y, d_z setzt, so können
Gleichungen [(21)] unter folgender Form geschrieben werde

(271)

$$(L - d_t^2)\xi + d_x I(d_y v + d_z\zeta) + L_{,}\xi' + d_x I_{,}(d_y v' + d_z\zeta') = o,$$

$$_{,}L\xi + d_x {}_{,}I(d_y v + d_z\zeta) + (L_{,,} - d_t^2)\xi' + d_x I_{,,}(d_y v' + d_z\zeta') = o,$$

$$(E - d_t^2)v + d_y[I d_x\xi + F(d_y v + d_z\zeta)] + E_{,}v' + d_y[I_{,}d_x\xi' + F_{,}(d_y v' + d_z\zeta')]$$

$$_{,}Ev + d_y[{}_{,}I d_x\xi + {}_{,}F(d_y v + d_z\zeta)] + (E_{,,} - d_t^2)v' + d_y[I_{,,}d_x\xi' + F_{,,}(d_y v' + d_z\zeta')]$$

$$(E - d_t^2)\zeta + d_y[I d_x\xi + F(d_y v + d_z\zeta)] + E_{,}v' + d_z[I_{,}d_x\xi' + F_{,}(d_y v' + d_z\zeta')]$$

$$_{,}E\zeta + d_z[{}_{,}I d_x\xi + {}_{,}F(d_y v + d_z\zeta)] + (E_{,,} - d_t^2)v' + d_z[I_{,,}d_x\xi' + F_{,,}(d_y v' + d_z\zeta')]$$

Die Grössen $d_y v + d_z\zeta$ und $d_y v' + d_z\zeta'$ stellen die Fläch
erweiterung in jedem der zwei Systeme von Molekülen perp
dicular auf die Krystallaxe dar. Setzen wir der Kürze wille

$$(272) \qquad d_y v + d_z\zeta = f, \quad d_y v' + d_z\zeta' = f',$$

so erhält man aus den Gleichungen (271) die vier Gleichunge

$$(L - d_t^2)\xi + d_x I f + L_{,}\xi' + d_x I_{,} f' = 0,$$
$$ {}_{,}L\xi + d_x {}_{,}I f + (L_{,,} - d_t^2)\xi' + d_x I_{,,} f' = 0,$$
$$(273)\quad d_x I(d_y^2 + d_z^2)\xi + [E - d_t^2 + F(d_y^2 + d_z^2)]f + d_x I_{,}(d_y^2 + d_z^2)\xi' + [E_{,} + F_{,}(d_y^2 + d_z^2)]f' = 0,$$
$$d_x {}_{,}I(d_y^2 + d_z^2)\xi + [{}_{,}E + {}_{,}F(d_y^2 + d_z^2)]f + d_x I_{,,}(d_y^2 + d_z^2)\xi' + [E_{,,} - d_t^2 + F_{,,}(d_y^2 + d_z^2)]f' = 0.$$

zwischen den vier Grössen ξ, ξ', f, f'; und ferner die zwei Gleichungen:

$$(274)\quad (E - d_t^2)(d_z v - d_y \zeta) + E_{,}(d_z v' - d_y \zeta') = 0,$$
$$ {}_{,}E(d_z v - d_y \zeta) + (E_{,,} - d_t^2)(d_z v' - d_y \zeta') = 0,$$

zwischen den zwei Grössen $(d_z v - d_y \zeta)$ und $(d_z v' - d_y \zeta')$.

§. 2. Allgemeine Integrale der Differentialgleichungen der unendlich kleinen Bewegungen zweier Systeme von Molekülen.

Eliminirt man die Grössen ξ, v, ζ, ξ', v', ζ' aus den Gleichungen (271), so erhält man die folgende charakteristische Gleichung:

$$(275)\qquad \nabla = \nabla'\nabla'' = 0,$$

wo:

$$\nabla' = 0$$

die charakteristische Gleichung ist, welche aus den Gleichungen (274) durch Elimination der Grössen $(d_z v - d_y \zeta)$ und $(d_z v' - d_y \zeta')$ gefunden wird, und

$$\nabla'' = 0$$

die charakteristische Gleichung, welche aus den Gleichungen (273) durch Elimination der Grössen ξ, ξ', f, f' gefunden wird. Es ist nämlich:

$$(276)\qquad \nabla' = (d_t^2 - E)(d_t^2 - E_{,,}) - E_{,}\,{}_{,}E;$$

$$(277)$$

$$\begin{aligned}
\nabla'' = {} & [d_t^2 - E - F(d_y^2 + d_z^2)][d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}(d_y^2 + d_z^2)](d_t^2 - L)(d_t^2 - L_{,,}) \\
& - [d_t^2 - E - F(d_y^2 + d_z^2)][d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}(d_y^2 + d_z^2)]L_{,}\,{}_{,}L \\
& - [d_t^2 - E - F(d_y^2 + d_z^2)](d_t^2 - L)\,d_x^2 I_{,,}^2 (d_y^2 + d_z^2) \\
& - [d_t^2 - E - F(d_y^2 + d_z^2)](d_t^2 - L_{,,})\,d_x I_{,}\,d_x\,{}_{,}I(d_y^2 + d_z^2) \\
& - [d_t^2 - E_{,} - F_{,,}(d_y^2 + d_z^2)](d_t^2 - L)\,d_x\,{}_{,}I\,d_x I_{,}(d_y^2 + d_z^2) \\
& - [d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}(d_y^2 + d_z^2)](d_t^2 - L_{,,})\,d_x^2 I^2 (d_y^2 + d_z^2) \\
& - (d_t^2 - L)[d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}(d_y^2 + d_z^2)][E_{,} + F_{,}(d_y^2 + d_z^2)][{}_{,}E + {}_{,}F(d_y^2 + d_z^2)] \\
& - [d_t^2 - E - F(d_y^2 + d_z^2)][L_{,}\,d_x I\,d_x\,{}_{,}I(d_y^2 + d_z^2) + {}_{,}L\,d_x I_{,}\,d_x I_{,,}(d_y^2 + d_z^2)]
\end{aligned}$$

$$-[\mathrm{d}_t^2-\mathrm{E}_{,,}-\mathrm{F}_{,,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)][{}_{,}\mathrm{L}\mathrm{d}_x\mathrm{I}\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)+\mathrm{L}_{,}\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}\mathrm{d}_x\mathrm{I}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]$$
$$-(\mathrm{d}_t^2-\mathrm{L})\Big([{}_{,}\mathrm{E}+{}_{,}\mathrm{F}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,,}\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)$$
$$+[\mathrm{E}_{,}+\mathrm{F}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)\Big)$$
$$-(\mathrm{d}_t^2-\mathrm{L}_{,,})\Big([\mathrm{E}_{,}+\mathrm{F}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]\mathrm{d}_x\mathrm{I}\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)$$
$$+[{}_{,}\mathrm{E}+{}_{,}\mathrm{F}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}\,\mathrm{d}_x\mathrm{I}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)\Big)$$
$$+\mathrm{L}_{,,}{}_{,}\mathrm{L}[\mathrm{E}_{,}+\mathrm{F}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)][{}_{,}\mathrm{E}+{}_{,}\mathrm{F}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]$$
$$-\mathrm{L}_{,}[\mathrm{E}_{,}+\mathrm{F}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}\,\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)$$
$$+\mathrm{L}_{,}[{}_{,}\mathrm{E}+{}_{,}\mathrm{F}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,,}\mathrm{d}_x\mathrm{I}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)$$
$$-{}_{,}\mathrm{L}[\mathrm{E}_{,}+\mathrm{F}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]\mathrm{d}_x\mathrm{I}\,\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)$$
$$-{}_{,}\mathrm{L}[{}_{,}\mathrm{E}+{}_{,}\mathrm{F}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,}\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)+\mathrm{d}_x^2\mathrm{I}^2(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)\mathrm{d}_x^2\mathrm{I}_{,,}^2(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)$$
$$-\mathrm{d}_x\mathrm{I}\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,,}\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)$$
$$-\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,}\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}\mathrm{d}_x\mathrm{I}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)+\mathrm{d}_x^2\mathrm{I}_{,}^2(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)\mathrm{d}_{x}^2{}_{,}\mathrm{I}^2(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)$$

Um jetzt die vollständigen Integrale der Gleichungen (271) zu erhalten, muss man nach der in der vorigen Abhandlung mitgetheilten Methode Cauchy's in diesen Gleichungen auf der rechten Seite des Gleichheitzeichens statt Null die respectiven Grössen $-\nabla(\Phi+\mathrm{d}_t\varphi)$, $-\nabla(\Phi'+\mathrm{d}_t\varphi')$, $-\nabla(X+\mathrm{d}_t\chi)$, $-\nabla(X'+\mathrm{d}_t\chi')$, $-\nabla(\Psi+\mathrm{d}_t\psi)$, $-\nabla(\Psi'+\mathrm{d}_t\psi')$ setzen, und die Gleichungen dann in Bezug auf die Grössen ξ, v, ζ, ξ', v', ζ' auflösen, indem man die Zeichen d_x, d_y, d_z so, als wären sie Grössen, behandelt. Dies wird aber dasselbe sein, als in den Gleichungen (273) und (274) statt der zweiten Seite derselben respective die Grössen:

$$-\nabla(\Phi+\mathrm{d}_t\varphi),\quad -\nabla(\Phi'+\mathrm{d}_t\varphi'),$$
$$-\nabla[\mathrm{d}_y(X+\mathrm{d}_t\chi)+\mathrm{d}_z(\Psi+\mathrm{d}_t\psi)],\quad -\nabla[\mathrm{d}_y(X'+\mathrm{d}_t\chi')+\mathrm{d}_z(\Psi'+\mathrm{d}_t\psi')],$$
$$-\nabla[\mathrm{d}_z(X+\mathrm{d}_t\chi)-\mathrm{d}_y(\Psi+\mathrm{d}_t\psi)],\quad -\nabla[\mathrm{d}_z(X'+\mathrm{d}_t\chi')-\mathrm{d}_y(\Psi'+\mathrm{d}_t\psi')]$$

zu setzen, und dann die Gleichungen (273) in Bezug auf ξ, ξ', ζ, ζ', die Gleichungen (274) in Bezug auf $(\mathrm{d}_z v-\mathrm{d}_y\zeta)$ und $(\mathrm{d}_z v'-\mathrm{d}_y\zeta')$ aufzulösen.

Bezeichnet man jetzt um der Kürze willen durch α, β, γ, δ, $\alpha_{,}$, $\beta_{,}$, $\gamma_{,}$, $\delta_{,}$, ${}_{,}\alpha$, ${}_{,}\beta$, ${}_{,}\gamma$, ${}_{,}\delta$, $\alpha_{,,}$, $\beta_{,,}$, $\gamma_{,,}$, $\delta_{,,}$ charakteristische Funktionen der Art, dass der in (277) gegebene Werth von ∇'' unter die folgenden Formen gesetzt werden kann:

(278)

$$\nabla''=\alpha(\mathrm{L}-\mathrm{d}_t^2)+\beta\,{}_{,}\mathrm{L}+\gamma\mathrm{d}_x\mathrm{I}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)+\delta\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2),$$
$$=\alpha_{,}\mathrm{d}_x\mathrm{I}+\beta_{,}\mathrm{d}_{x}{}_{,}\mathrm{I}+\gamma_{,}[\mathrm{E}-\mathrm{d}_t^2+\mathrm{F}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]+\delta_{,}[{}_{,}\mathrm{E}+{}_{,}\mathrm{F}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)],$$
$$={}_{,}\alpha\mathrm{L}_{,}+{}_{,}\beta(\mathrm{L}_{,,}-\mathrm{d}_t^2)+{}_{,}\gamma\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)+{}_{,}\delta\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,,}(\mathrm{d}_x^2+\mathrm{d}_y^2),$$
$$=\alpha_{,,}\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,}+\beta_{,,}\mathrm{d}_x\mathrm{I}_{,,}+\gamma_{,,}[\mathrm{E}_{,}+\mathrm{F}_{,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)]+\delta_{,,}[\mathrm{E}_{,,}-\mathrm{d}_t^2+\mathrm{F}_{,,}(\mathrm{d}_y^2+\mathrm{d}_z^2)],$$

findet man auf diese Weise:

(279)

$$= -\alpha\nabla'(\Phi+d_t\varphi)-\beta\nabla'(\Phi'+d_t\varphi')-\gamma\nabla'[d_y(X+d_t\chi)+d_z(\Psi+d_t\psi)]$$
$$-\delta\nabla'[d_y(X'+d_t\chi')+d_z(\Psi'+d_t\psi')].$$
$$= -\alpha_,\nabla'(\Phi+d_t\varphi)-\beta_,\nabla'(\Phi'+d_t\varphi')-\gamma'\nabla'[d_y(X+d_t\chi)+d_z(\Psi+d_t\psi)]$$
$$-\delta'\nabla'[d_y(X'+d_t\chi')+d_z(\Psi'+d_t\psi')],$$
$$= -{}_,\alpha\nabla'(\Phi+d_t\varphi)-{}_,\beta\nabla'(\Phi'+d_t\varphi')-{}_,\gamma\nabla'[d_y(X+d_t\chi)+d_z(\Psi+d_t\psi)]$$
$$-{}_,\delta\nabla'[d_y(X'+d_t\chi')+d_z(\Psi'+d_t\psi')],$$
$$= -\alpha_{,,}\nabla'(\Phi+d_t\varphi)-\beta_{,,}\nabla'(\Phi'+d_t\varphi')-\gamma_{,,}\nabla'[d_y(X+d_t\chi)+d_z(\Psi+d_t\psi)]$$
$$-\delta_{,,}\nabla'[d_y(X'+d_t\chi')+d_z(\Psi'+d_t\psi')].$$

(280)

$$d_z v - d_y\zeta = (d_t^2-\mathfrak{E}_{,,})\nabla''[d_z(X+d_t\chi)-d_y(\Psi+d_t\psi)]$$
$$+\mathfrak{E}_,\nabla''[d_z(X'+d_t\chi')-d_y(\Psi'+d_t\psi')],$$
$$d_z v' - d_y\zeta' = {}_,\mathfrak{E}\nabla''[d_z(X+d_t\chi)-d_y(\Psi+d_t\psi)]$$
$$+(d_t^2-\mathfrak{E})\nabla''[d_z(X+d_t\chi)-d_y(\Psi+d_t\psi)].$$

Hieraus findet man ferner:

(281)

$$= -\frac{d_y\alpha_,}{d_y^2+d_z^2}\nabla'(\Phi+d_t\varphi)-\frac{d_y\beta_,}{d_y^2+d_z^2}\nabla'(\Phi'+d_t\varphi')$$
$$+\frac{(d_t^2-\mathfrak{E}_{,,})\nabla''d_z^2-\gamma_,\nabla'd_y^2}{d_y^2+d_z^2}(X+d_t\chi)$$
$$-\frac{(d_t^2-\mathfrak{E}_{,,})\nabla''+\gamma_,\nabla'}{d_y^2+d_z^2}d_yd_z(\Psi+d_t\psi)$$
$$+\frac{\mathfrak{E}_,\nabla''d_z^2-\delta_,\nabla'd_y^2}{d_y^2+d_z^2}(X'+d_t\chi')-\frac{\mathfrak{E}_,\nabla''+\delta_,\nabla'}{d_y^2+d_z^2}d_yd_z(\Psi'+d_t\psi'),$$
$$= -\frac{d_z\alpha_,}{d_y^2+d_z^2}\nabla'(\Phi+d_t\varphi)-\frac{d_z\beta_,}{d_y^2+d_z^2}\nabla'(\Phi'+d_t\varphi')$$
$$-\frac{(d_t^2-\mathfrak{E})\nabla''+\gamma_,\nabla'}{d_y^2+d_z^2}d_yd_z(X+d_t\chi)$$
$$+\frac{(d_t^2-\mathfrak{E}_{,,})\nabla''d_y^2-\gamma_,\nabla'd_z^2}{d_y^2+d_z^2}(\Psi+d_t\psi)$$
$$-\frac{\mathfrak{E}_,\nabla''+\delta_,\nabla'}{d_y^2+d_z^2}d_yd_z(X'+d_t\chi')+\frac{\mathfrak{E}_,\nabla''d_y^2-\delta_,\nabla'd_z^2}{d_y^2+d_z^2}(\Psi'+d_t\psi'),$$
$$= -\frac{d_y\alpha_{,,}}{d_y^2+d_z^2}\nabla'(\Phi+d_t\varphi)-\frac{d_y\beta_{,,}}{d_y^2+d_z^2}\nabla'(\Phi'+d_t\varphi')$$
$$+\frac{{}_,\mathfrak{E}\nabla''d_z^2-\gamma_{,,}\nabla'd_y^2}{d_y^2+d_z^2}(X+d_t\chi)-\frac{{}_,\mathfrak{E}\nabla''+\gamma_{,,}\nabla'}{d_y^2+d_z^2}d_yd_z(\Psi+d_t\psi)$$

$$+ \frac{(d_t^2 - \mathfrak{E})\nabla'' d_z^2 - \delta_{,,}\nabla' d_y^2}{d_y^2 + d_z^2}(X' + d_t\chi')$$

$$- \frac{(d_t^2 - \mathfrak{E})\nabla'' + \delta_{,,}\nabla'}{d_y^2 + d_z^2} d_y d_z(\Psi' + d_t\psi')$$

$$\zeta' = - \frac{d_z\alpha_{,,}}{d_y^2 + d_z^2}\nabla'(\Phi + d_t\varphi) - \frac{d_z\beta_{,,}}{d_y^2 + d_z^2}\nabla'(\Phi' + d_t\varphi')$$

$$- \frac{{}_{,}\mathfrak{E}\nabla'' + \gamma_{,,}\nabla'}{d_y^2 + d_z^2} d_y d_z(X + d_t\chi) + \frac{{}_{,}\mathfrak{E}\nabla'' d_y^2 - \gamma_{,,}\nabla' d_z^2}{d_y^2 + d_z^2}(\Psi + d_t\psi)$$

$$- \frac{(d_t^2 - \mathfrak{E})\nabla'' + \delta_{,,}\nabla'}{d_y^2 + d_z^2} d_y d_z(X' + d_t\chi')$$

$$+ \frac{(d_t^2 - \mathfrak{E})\nabla'' d_y^2 - \delta_{,,}\nabla' d_z^2}{d_y^2 + d_z^2}(\Psi' + d_t\psi')$$

Bezeichnet man jetzt durch w_1 und w_2 die principalen Funktionen welche respective den charakteristischen Differentialgleichungen

$$\nabla' = 0 \text{ und } \nabla'' = 0$$

entsprechen, so hat man:

$$\nabla' w = w_2, \quad \nabla'' w = w_1.$$

Bezeichnet man durch $\Phi_1, \varphi_1, \ldots \Phi'_1, \varphi'_1, \ldots \Phi_2, \varphi_2, \ldots \Phi'_2$, $\varphi'_2, \ldots$ die Werthe von w_1 und w_2, welche man erhält, wenn man statt $w(x, y, z)$ successive die Funktionen [(32)] $\Phi(x, y, z)$, $\varphi(x, y, z) \ldots \Phi'(x, y, z), \varphi'(x, y, z) \ldots$ setzt, so werden:

$$(282) \quad \begin{aligned} &\nabla'\Phi = \Phi_2, \quad \nabla'\varphi = \varphi_2, \quad \nabla'\Phi' = \Phi'_2, \quad \nabla'\varphi' = \varphi'_2, \\ &\nabla''\Phi = \Phi_1, \quad \nabla''\varphi = \varphi_1, \quad \nabla''\Phi' = \Phi'_1, \quad \nabla''\varphi' = \varphi'_1, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Wären $\mathfrak{f} = 0$, $\mathfrak{f}' = 0$, $\mathfrak{x} = 0$, $\mathfrak{x}' = 0$, so würden die vier letzten der Gleichungen (271) geben:

$$(283) \quad \begin{aligned} \eta &= (d_t^2 - \mathfrak{E}_{,,})(X_1 + d_t\chi_1) + \mathfrak{E}_{,}(X'_1 + d_t\chi'_1), \\ \eta' &= {}_{,}\mathfrak{E}(X_1 + d_t\chi_1) + (d_t^2 - \mathfrak{E})(X'_1 + d_t\chi'_1), \\ \zeta &= (d_t^2 - \mathfrak{E}_{,,})(\Psi_1 + d_t\psi_1) + \mathfrak{E}_{,}(\Psi'_1 + d_t\psi'_1), \\ \zeta' &= {}_{,}\mathfrak{E}(\Psi_1 + d_t\psi_1) + (d_t^2 - \mathfrak{E})(\Psi'_1 + d_t\psi'_1). \end{aligned}$$

§. 3. Particuläre Integrale, die einfache Bewegung zweier Systeme von Molekülen darstellend.

Betrachtet man nur die einfache Bewegung, so wird man den Gleichungen (271) durch die folgenden Werthe entsprechen

$$[(141)]$$

$$\xi = Ae^{ux+vy+wz-st},\quad \upsilon = Be^{ux+vy+wz-st},\quad \zeta = Ce^{ux+vy+wz-st},$$

$$\xi' = A'e^{ux+vy+wz-st},\quad \upsilon' = B'e^{ux+vy+wz-st},\quad \zeta' = C'e^{ux+vy+wz-st},$$

wo s durch eine der Gleichungen:

$$(284)\qquad S' = (s^2 - \mathfrak{M})(s^2 - \mathfrak{M}_{,,}) - \mathfrak{M}_{,}\,{}_{,}\mathfrak{M} = o,$$

oder:

$$(285)\qquad S'' = o,$$

bestimmt wird, wenn man durch S', S'' die Grössen bezeichnet, welche hervorgehen, wenn man in den charakteristischen Funktionen ∇', ∇'' die Grössen u, v, w, s statt der Zeichen d_x, d_y, d_z, d_t setzt. Die Coëfficienten A, B, C, A', B', C' sind durch die Gleichungen:

(286)

$$(\mathfrak{L} - s^2)A + u\mathfrak{J}(vB + wC) + \mathfrak{L}_{,}A' + u\mathfrak{J}_{,}(vB' + wC') = o,$$

$${}_{,}\mathfrak{L}A + u\,{}_{,}\mathfrak{J}(vB + wC) + (\mathfrak{L}_{,,} - s^2)A' + u\mathfrak{J}_{,,}(vB' + wC') = o,$$

$$u\mathfrak{J}(v^2+w^2)A + [\mathfrak{M} - s^2 + \mathfrak{H}(v^2+w^2)](vB + wC) + u\mathfrak{J}_{,}(v^2+w^2)A'$$
$$+ [\mathfrak{M}_{,} + \mathfrak{H}_{,}(v^2 + w^2)](vB' + wC') = o,$$

$$u\,{}_{,}\mathfrak{J}(v^2+w^2)A + [{}_{,}\mathfrak{M} + {}_{,}\mathfrak{H}(v^2+w^2)](vB + wC) + u\mathfrak{J}_{,,}(v^2+w^2)A'$$
$$+ [\mathfrak{M}_{,,} - s^2 + \mathfrak{H}_{,,}(v^2 + w^2)](vB' + wC') = o,$$

$$(\mathfrak{M} - s^2)(wB - vC) + \mathfrak{M}_{,}(wB' - vC') = o,$$

$${}_{,}\mathfrak{M}(wB - vC) + (\mathfrak{M}_{,,} - s^2)(wB' - vC') = o,$$

bestimmt.

Wenn s der Gleichung (284) entspricht, können zwei Fälle stattfinden: entweder entsprechen die Grössen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,}$, ... $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}_{,}$, ... $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, ... ${}_{,}\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_{,,}$ den zwei Gleichungen:

$$\mathfrak{L} - \frac{u^2\mathfrak{J}^2}{\mathfrak{F}} + \mathfrak{L}_{,,} - \frac{u^2\mathfrak{J}_{,}\mathfrak{J}_{,,}}{\mathfrak{F}_{,}} = \mathfrak{M} + \mathfrak{M}_{,,},$$

$$(287)\qquad \left(\mathfrak{L}_{,} - \frac{u^2\mathfrak{J}^2}{\mathfrak{F}}\right)\left(\mathfrak{L}_{,,} - \frac{u^2\mathfrak{J}_{,}\mathfrak{J}_{,,}}{\mathfrak{F}_{,}}\right)$$
$$- \left(\mathfrak{L}_{,} - \frac{u^2\mathfrak{J}_{,}^2}{\mathfrak{F}_{,}}\right)\left({}_{,}\mathfrak{L} - \frac{u^2\mathfrak{J}_{,}\mathfrak{J}}{\mathfrak{F}}\right) = \mathfrak{M}\mathfrak{M}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{M}\mathfrak{M}_{,},$$

und dann werden die Coëfficienten A, B, C, A', B', C' durch die folgenden Gleichungen bestimmt:

$$u\mathfrak{J}A + \mathfrak{H}(vB + wC) = o,$$

$$(288)\qquad u\mathfrak{J}_{,}A' + \mathfrak{H}_{,}(vB' + wC') = o,$$

$$u\,{}_{,}\mathfrak{J}A + u\mathfrak{J}_{,,}A' + {}_{,}\mathfrak{H}(vB + wC) + \mathfrak{H}_{,,}(vB' + wC') = o,$$

oder auch es sind A, B, C, A', B', C' durch die Gleichungen:

$$(289)\qquad A = o,\quad vB + wC = o,\quad A' = o,\quad vB' + wC' = o,$$

bestimmt.

Wir werden später sehen, dass die Bedingungen (287) nicht

erfüllt sind, und dass man folglich die Gleichungen (289) nehmen muss.

Wenn s der Gleichung (285) entspräche, so würde ma Gleichungen:

(290) $$\frac{B}{v} = \frac{C}{w}, \quad \frac{B'}{v} = \frac{C'}{w}$$

bekommen, und die vier ersten der Gleichungen (286) wi unter der Form:

(291)

$$(\mathfrak{L} - s^2)A + \frac{u}{v}(v^2 + w^2)\mathfrak{J}B + \mathfrak{L}_{,}A' + \frac{u}{v}(v^2 + w^2)\mathfrak{J}_{,}B' = o,$$

$$_{,}\mathfrak{L}A + \frac{u}{v}(v^2 + w^2)_{,}\mathfrak{J}B + (\mathfrak{L}_{,,} - s^2)A' + \frac{u}{v}(v^2 + w^2)\mathfrak{J}_{,,}B' = o,$$

$$uv\mathfrak{J}A + [\mathfrak{L} - s^2 + \mathfrak{F}(v^2 + w^2)]B + uv\mathfrak{J}_{,}A' + [\mathfrak{L}_{,} + \mathfrak{F}_{,}(v^2 + w^2)]B'$$

$$uv_{,}\mathfrak{J}A + [_{,}\mathfrak{L} + _{,}\mathfrak{F}(v^2 + w^2)]B + uv\mathfrak{J}_{,,}A' + [\mathfrak{L}_{,,} - s^2 + \mathfrak{F}_{,,}(v^2 + w^2)]B'$$

gesetzt werden können.

Setzt man wie im vorigen Capitel:

[(153)]

$$u = U + u\sqrt{-1}, \quad v = V + v\sqrt{-1}, \quad w = W + w\sqrt{-1}, \quad s = S + s\sqrt{}$$

so werden die reellen Theile von ξ, v, ζ, ξ', v', ζ' noch den ferentialgleichungen (271) Genüge thun, und folglich die schiebungen der Molekülen darstellen. Die Gleichung (284)

(292) $$(s^2 + \mathfrak{L})(s^2 + \mathfrak{L}_{,,}) - \mathfrak{L}_{,}\cdot{}_{,}\mathfrak{L} = o$$

wird dann das Fortpflanzungsgesetz eines Strahls bestimme welchem die Verschiebungen den Gleichungen:

(293) $$\xi = o, \quad \xi' = o, \quad vv + w\zeta = o, \quad vv' + w\zeta' = o$$

entsprechen. Die Vibrationen werden folglich in diesem S senkrecht auf der Axe des Krystalls und im Wellenplan stattfi

Die Gleichungen (291) werden die Fortpflanzungsg eines zweiten Strahls bestimmen, in welchem die Verschieb den Gleichungen:

(294) $$\frac{v}{v} = \frac{\zeta}{w}, \quad \frac{v'}{v} = \frac{\zeta'}{w}$$

entsprechen, und ferner, damit die Dilatation des Körpers sei, der Gleichung:

(295) $$u\xi' + vv' + w\zeta' = o \quad \text{oder} \quad \frac{v'}{v} = \frac{\zeta'}{w} = -\frac{u\xi'}{v^2 + w^2},$$

und damit die Schwingungen des ersten Systems von Mole transversal oder doch beinahe transversal seien, der Gleich

(296) $$\frac{v}{v} = \frac{\zeta}{w} = -\frac{(1-\mu)u\xi}{v^2 + w^2},$$

wo μ eine sehr kleine Grösse vorstellt.

Substituirt man diese Werthe von v, ζ, v', ζ' in den Gleichungen (291), so erhält man:

$$(297)\quad \begin{array}{l} [\mathfrak{L} + s^2 + (1-\mu)u^2\mathfrak{J}]\xi + (\mathfrak{L}_{,} + u^2\mathfrak{J}_{,})\xi' = o. \\ [{}_{,}\mathfrak{L} + (1-\mu)u^2{}_{,}\mathfrak{J}]\xi + (\mathfrak{L}_{,,} + s^2 + u^2\mathfrak{J}_{,,})\xi' = o, \end{array}$$

und:

$$(298)\quad \begin{array}{l} \left(\mathfrak{E} + s^2 - \mathfrak{H}(v^2 + w^2) + \frac{v^2 + w^2}{1-\mu}\mathfrak{J}\right)\xi \\ \qquad + \left(\frac{\mathfrak{E}_{,} - \mathfrak{H}_{,}(v^2 + w^2) + (v^2 + w^2)\mathfrak{J}_{,}}{1-\mu}\right)\xi' = o. \\ (1-\mu)\left({}_{,}\mathfrak{E} - {}_{,}\mathfrak{H}(v^2 + w^2) + \frac{v^2 + w^2}{1-\mu}{}_{,}\mathfrak{J}\right)\xi \\ \qquad + [\mathfrak{E}_{,,} + s^2 - \mathfrak{H}_{,,}(v^2 + w^2) + (v^2 + w^2)\mathfrak{J}_{,,}]\xi' = o. \end{array}$$

Diese zwei Paare von Gleichungen müssen nothwendiger Weise identisch sein, und man hat in Folge dessen die Bedingungsgleichungen:

$$(299)$$

$$\begin{array}{l} \mathfrak{L} + (1-\mu)u^2\mathfrak{J} + \mathfrak{L}_{,,} + u^2\mathfrak{J}_{,,} = \mathfrak{E} - \mathfrak{H}(v^2 + w^2) \\ \qquad + \frac{v^2 + w^2}{1-\mu}\mathfrak{J} + \mathfrak{E}_{,,} - \mathfrak{H}_{,,}(v^2 + w^2) + \mathfrak{J}_{,,}(v^2 + w^2); \\ [\mathfrak{L} + (1-\mu)u^2\mathfrak{J}](\mathfrak{L}_{,,} + u^2\mathfrak{J}_{,,}) - (\mathfrak{L}_{,} + u^2\mathfrak{J}_{,})[{}_{,}\mathfrak{L} + (1-\mu)u^2{}_{,}\mathfrak{J}] \\ = \left(\mathfrak{E} - \mathfrak{H}(v^2+w^2) + \frac{v^2+w^2}{1-\mu}\mathfrak{J}\right)[\mathfrak{E}_{,,} - \mathfrak{H}_{,,}(v^2+w^2) + \mathfrak{J}_{,,}(v^2+w^2)] \\ - [\mathfrak{E}_{,} - \mathfrak{H}_{,}(v^2+w^2) + \mathfrak{J}_{,}(v^2+w^2)]\left({}_{,}\mathfrak{E} - {}_{,}\mathfrak{H}(v^2+w^2) + {}_{,}\mathfrak{J}\frac{v^2+w^2}{1-\mu}\right). \end{array}$$

Wegen der Gleichungen (295) und (296) werden die Schwingungen in diesem Strahle im Plane stattfinden, welcher durch die Richtung des Strahls und die Axe des Krystalls geht, das ist im Hauptschnitte. Die Vibrationen des ersten Systems von Molekülen werden mit dem Wellenplane einen Winkel φ bilden, dessen Sinus $\frac{\mu u\sqrt{v^2 + w^2}}{u^2 + v^2 + w^2}$ ist. Bezeichnet man durch φ diesen Winkel, und durch α den Winkel, welchen der Strahl mit der Axe des Krystalls macht, so wird:

$$(300)\quad \begin{array}{l} \cos\alpha = \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}; \\ \sin\varphi = \frac{\mu}{2}\cdot\sin 2\alpha. \end{array}$$

Wir werden später den Werth von μ bestimmen und sehen, dass dieser von dem Verhältniss des Abstandes der Molekülen in der Axe und senkrecht auf derselben abhängt.

§. 4. Entwickelung der Funktionen $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,,}$ $_{,}\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,,,}$ $_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$, $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_{,,}$, $_{,}\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_{,,,}$ $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,,}$ $_{,}\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,,}$.

Wenn ein fester isophaner Körper senkrecht auf der Ri zweier parallelen Pläne comprimirt oder dilatirt wird, so er alle Eigenschaften eines einaxigen Krystalls annehmen, Axen senkrecht auf diesen Plänen sind. Nehmen wir an Axe wäre die xAxe des Coordinatensystems und der I wäre im Verhältniss $1:1-\mathrm{e}'$ längs dieser Axe zusammenge Der Körper wird dann parallel mit den zwei andern Coo tenaxen im Verhältniss $1:1+\frac{1}{4}\mathrm{e}'$ erweitert werden. Aeh wird mit den Aethermolekülen stattfinden. Diese werden der Axe im Verhältniss $1:1-\mathrm{e}$ zusammengedrückt, oder e negativ sein sollte, ausgedehnt werden, und längs den andern Axen im Verhältniss $1:1+\mathrm{me}$ ausgedehnt werden, eine constante Grösse ist. Bezeichnet man durch $\mathfrak{x}'$, $\mathfrak{y}'$, Coordinaten einer Aethermoleküle und durch $\mathfrak{x}''$, $\mathfrak{y}''$, $\mathfrak{z}''$ die Körpermoleküle vor dem Drucke, durch x, y, z die beide lekülen nach demselben, so wird folglich:

$$x = (1-\mathrm{e})\mathfrak{x}' = (1-\mathrm{e}')\mathfrak{x}'',$$
$$y = (1+\mathrm{me})\mathfrak{y}' = (1+\tfrac{1}{4}\mathrm{e}')\mathfrak{y}'',$$
$$z = (1+\mathrm{me})\mathfrak{z}' = (1+\tfrac{1}{4}\mathrm{e}')\mathfrak{z}''.$$

Setzt man jetzt:

$$x' = (1+\mathrm{me})\mathfrak{x}',\quad x'' = (1+\tfrac{1}{4}\mathrm{e}')\mathfrak{x}'',$$
$$(\mathrm{m}+1)\mathrm{e} = \varepsilon,\quad \tfrac{5}{4}\mathrm{e}' = \varepsilon', \tag{300'}$$

so wird:

$$x = (1-\varepsilon)x' = (1-\varepsilon')x'', \tag{301}$$

wo die Aethermoleküle, deren Coordinaten x', y, z, und die permoleküle, deren Coordinaten x'', y, z wären, einen isopl Körper K bilden werden; die Dichtigkeit der Aethermol dieses Körpers K wird zur Dichtigkeit des Aethers de sprünglichen uncomprimirten Körpers im Verhältniss $1:1+$ $= 1:1+\frac{3\mathrm{m}}{\mathrm{m}+1}\varepsilon$ stehen, und die Dichtigkeit der Körpermol des Körpers K zu derjenigen des ursprünglichen Körpers im hältniss $1:1+\frac{3}{4}\mathrm{e}' = 1:1+\frac{3}{5}\varepsilon'$. Es seien ferner $x'+\mathrm{x}$ Coordinaten einer zweiten Aethermoleküle und $x''+\mathrm{x}''$ diej einer zweiten Körpermoleküle des Körpers K, und $x+\mathrm{x}$ jenige beider Molekülen des Körpers nach dem Drucke, so we

$$\mathrm{x} = (1-\varepsilon)\mathrm{x}' = (1-\varepsilon')\mathrm{x}''. \tag{302}$$

Setzt man ferner:

$$(303)\quad \begin{aligned} r'^2 &= x'^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{x}{1-\varepsilon}\right)^2 + y^2 + z^2, \\ r''^2 &= x''^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{x}{1-\varepsilon'}\right)^2 + y^2 + z^2, \end{aligned}$$

wird, wenn man die höheren Potenzen von ε und ε' vernachlässigt:

(304)

$$= r'^2 - 2\varepsilon x'^2 = r''^2 - 2\varepsilon' x''^2,\quad r = r' - \frac{\varepsilon x'^2}{r'} = r'' - \frac{\varepsilon' x''^2}{r''}.$$

t man:

$$\begin{aligned} r'^2 &= x'^2 + y'^2 + z'^2, \\ r''^2 &= x''^2 + y''^2 + z''^2, \end{aligned}$$

wird:

$$(304')\qquad r' = (1 + me)r',\quad r'' = (1 + \tfrac{1}{4}e')r''.$$

Sei jetzt die schwingende Bewegung eine derjenigen, die sich e Verminderung der Intensität fortpflanzen, folglich:

$$u = u\sqrt{-1},\quad v = v\sqrt{-1},\quad w = w\sqrt{-1}.$$

Sei ferner der Kürze willen:

$$(46)\quad u^2 + v^2 + w^2 = k^2 = -(u^2 + v^2 + w^2) = -k^2,$$

$$(305)\qquad v^2 + w^2 = k_r^2 = -(v^2 + w^2) = -k_r^2,$$

$$(306)\quad \begin{aligned} u' &= u(1-\varepsilon) = u'\sqrt{-1},\quad k'^2 = u'^2 + v^2 + w^2, \\ u'' &= u(1-\varepsilon') = u''\sqrt{-1},\quad k''^2 = u''^2 + v^2 + w^2, \end{aligned}$$

werden, wenn die höheren Potenzen von ε und ε' vernachlässigt werden:

$$(307)\quad \begin{aligned} &ux = u'x' = u''x'', \\ &k'^2 = k^2 - 2\varepsilon u^2,\quad k''^2 = k^2 - 2\varepsilon' u^2. \end{aligned}$$

Gleichungen [(143)] geben dann:

$$\mathfrak{G} = S\left\{m f(r)[e^{u'x'+vy+wz} - 1]\right\} - S\left\{m' f_r(r)\right\},$$

$$\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r} d_r f(r)\left(e^{u'x'+vy+wz} - 1 - (u'x' + vy + wz) - \frac{(u'x'+vy+wz)^2}{2}\right)\right\} - S\left\{\frac{m}{r} d_r f_r(r) \frac{(u''x''+vy+wz)^2}{2}\right\};$$

$$(308)\quad \mathfrak{G}_r = S\left\{m' f_r(r) e^{u''x''+vy+wz}\right\},$$

$$\mathfrak{H}_r = S\left\{\frac{m'}{r} d_r f_r(r)[e^{u''x''+vy+wz} - 1 - (u''x''+vy+wz)]\right\}.$$

$$,\mathfrak{G} = S\left\{m\, f_r(r)\, e^{u'x'+vy+wz}\right\},$$

$$,\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r} d_r f_r(r)[e^{u''x''+vy+wz} - 1 - (u'x' + vy + wz)]\right\}.$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = S\left\{m'f_{,,}(r)[e^{u''x''+vy+wz}-1]\right\} - S\left\{mf_{,}(r)\right\},$$

(308) $$\mathfrak{H}_{,,} = S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{,,}(r)\left(e^{u''x''+vy+wz}-1-(u''x''+vy+w\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{(u''x''+vy+wz)^2}{2}\right)\right\} - S\left\{\frac{m}{r}d_r f_{,}(r)\frac{(u''x''+vy+wz}{2}\right.$$

Bemerkt man jetzt, dass:

(309)
$$f(r) = f\left(r' - \frac{\varepsilon x'^2}{r'}\right) = f(r') - \frac{\varepsilon x'^2}{r'}d_{r'}f(r'),$$
$$= f\left(r'' - \frac{\varepsilon' x''^2}{r''}\right) = f(r'') - \frac{\varepsilon' x''^2}{r''}d_{r''}f(r''),$$ und

zeichnet der Kürze willen die Theile der Gleichungen (308) rech Seits des Gleichheitszeichens, als Funktionen von r betrachtet, du

$\mathfrak{G}[f(r) - \mathfrak{G}[f_{,}(r)]$, $\mathfrak{H}\left(\frac{d_r f(r)}{r}\right) - \mathfrak{H}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right)$, $\mathfrak{G}_{,}[f_{,}(r)]$, $\mathfrak{H}_{,}\left(\frac{d_r f_{,}(}{r}\right.$

$_{,}\mathfrak{G}[f_{,}(r)]$, $_{,}\mathfrak{H}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right)$, $\mathfrak{G}_{,,}[f_{,,}(r)] - \mathfrak{G}_{,,}[f_{,}(r)]$,

$$\mathfrak{H}_{,,}\left(\frac{d_r f_{,,}(r)}{r}\right) - \mathfrak{H}_{,,}\left(\frac{d_r f_{,}(r}{r}\right.$$

so erhält man:

(310)

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{G}[f(r)] - \mathfrak{G}[f_{,}(r)]$$
$$= \mathfrak{G}[f(r')] - \varepsilon\mathfrak{G}\left(\frac{x'^2}{r'}d_{r'}f(r')\right) - \mathfrak{G}[f_{,}(r'')] + \varepsilon'\mathfrak{G}\left(\frac{x''^2}{r''}d_{r''}f_{,}(r''\right.$$

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}\left(\frac{d_r f(r)}{r}\right) - \mathfrak{H}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right) = \mathfrak{H}\left(\frac{d_{r'}f(r')}{r'}\right)$$
$$-\varepsilon\mathfrak{H}\left[\frac{x'^2}{r'}d_{r'}\left(\frac{d_{r'}f(r')}{r'}\right)\right] - \mathfrak{H}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right) + \varepsilon'\mathfrak{H}\left[\frac{x''^2}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right)\right.$$

$$\mathfrak{G}_{,} = \mathfrak{G}_{,}[f_{,}(r)] = \mathfrak{G}_{,}[f_{,}(r'')] - \varepsilon'\mathfrak{G}_{,}\left(\frac{x''^2}{r''}d_{r''}f_{,}(r'')\right),$$

$$\mathfrak{H}_{,} = \mathfrak{H}_{,}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right) = \mathfrak{H}_{,}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right) - \varepsilon'\mathfrak{H}_{,}\left[\frac{x''^2}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right)\right],$$

$$_{,}\mathfrak{G} = {}_{,}\mathfrak{G}[f_{,}(r)] = {}_{,}\mathfrak{G}[f_{,}(r')] - \varepsilon{}_{,}\mathfrak{G}\left(\frac{x'^2}{r'}d_{r'}f_{,}(r')\right),$$

$$_{,}\mathfrak{H} = {}_{,}\mathfrak{H}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right) = {}_{,}\mathfrak{H}\left(\frac{d_{r'}f_{,}(r')}{r'}\right) - \varepsilon{}_{,}\mathfrak{H}\left[\frac{x'^2}{r'}d_{r'}\left(\frac{d_{r'}f_{,}(r')}{r'}\right)\right].$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = \mathfrak{G}_{,,}[f_{,,}(r)] - \mathfrak{G}_{,,}[f_{,}(r)] = \mathfrak{G}_{,,}[f_{,,}(r'')]$$
$$-\varepsilon'\mathfrak{G}_{,,}\left(\frac{x''^2}{r''}d_{r''}f(r'')\right) - \mathfrak{G}_{,,}[f_{,}(r')] - \varepsilon\mathfrak{G}_{,,}\left(\frac{x'^2}{r'}d_{r'}f_{,}(r')\right.$$

$$\mathfrak{H}_{,,} = \mathfrak{H}_{,,}\left(\frac{d_r f_{,,}(r)}{r}\right) - \mathfrak{H}_{,,}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right) = \mathfrak{H}_{,,}\left(\frac{d_{r''}f_{,,}(r'')}{r''}\right)$$
$$-\varepsilon'\mathfrak{H}_{,,}\left[\frac{x''^2}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_{,,}(r'')}{r''}\right)\right] - \mathfrak{H}_{,,}\left(\frac{d_{r'}f_{,}(r')}{r'}\right) + \varepsilon\mathfrak{H}_{,,}\left[\frac{x'^2}{r'}d_{r'}\left(\frac{d_{r'}f_{,}(r')}{r'}\right)\right.$$

Nun ist aber:

(311)

$$\left(\frac{x'^2}{r'}d_{r'}f(r')\right) = d_{u'}^2\mathfrak{S}\left(\frac{d_{r'}f(r')}{r'}\right),\ \mathfrak{S}\left(\frac{x''^2}{r''}d_{r''}f_{,}(r'')\right) = d_{u''}^2\mathfrak{S}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right),$$

$$\left[\frac{x'^2}{r'}d_{r'}\left(\frac{d_{r'}f(r')}{r'}\right)\right] = d_{u'}^2\Big\{\mathfrak{S}\left[\frac{1}{r'}d_{r'}\left(\frac{d_{r'}f(r')}{r'}\right)\right]$$

$$-\,S\left[\frac{m}{r'}d_{r'}\left(\frac{d_{r'}f(r')}{r'}\right)\left(\frac{(u'x'+vy+wz)^3}{1.2.3}+\frac{(u'x'+vy+wz)^4}{1.2.3.4}\right)\right]\Big\}.$$

$$\left[\frac{x''^2}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right)\right] = d_{u''}^2 S\left[\frac{m_{,}}{r''}d_{r'}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right)\left(\frac{(u'x'+vy+wz)^4}{1.2.3.4}\right)\right].$$

$$\left(\frac{x''^2}{r''}d_{r''}f_{,}(r')\right) = d_{u''}^2\mathfrak{S}_{,}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right),$$

$$\left[\frac{x''^2}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right)\right] = d_{u''}^2\Big\{\mathfrak{S}_{,}\left[\frac{1}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right)\right]$$

$$-\,S\left[\frac{m_{,}}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right)\left(\frac{(u'x'+vy+wz)^2}{1.2}+\frac{(u'x'+vy+wz)^3}{1.2.3.}\right)\right]\Big\}.$$

. . . .

bstituirt man diese Werthe und bemerkt, dass die Summation n in Bezug auf die Variabeln x', y, z, r', x'', y, z, r'', folglich Bezug auf die Coordinaten der Molekülen eines isophanen stems K stattfinden, so können hier die im vorigen Capitel wickelten Regeln der Summation angewendet werden, und n erhält dann:

(312)

$$= S\Big\{m f(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1\right)\Big\} - S[m' f_{,}(r'')]$$

$$-\,\varepsilon d_{u'}^2 S\Big\{\frac{m}{r'}d_{r'}f(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1+\frac{k'^2r'^2}{6}\right)\Big\}$$

$$+\,\varepsilon' d_{u''}^2 S\Big\{\frac{m'}{r''}d_{r''}f_{,}(r'')\frac{k''^2r''^2}{6}\Big\},$$

$$= S\Big\{m' f_{,}(r'')\frac{\sin k''r''}{k''r''}\Big\} - \varepsilon' d_{u''}^2 S\Big\{\frac{m}{r''}d_{r''}f_{,}(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1\right)\Big\},$$

$$= S\Big\{m f_{,}(r')\frac{\sin k'r'}{k'r'}\Big\} - \varepsilon d_{u'}^2 S\Big\{\frac{m}{r'}d_{r'}f_{,}(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1\right)\Big\},$$

$$= S\Big\{m_{,}f_{,,}(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1\right)\Big\} - S[m f_{,}(r')]$$

$$-\,\varepsilon' d_{u''}^2 S\Big\{\frac{m_{,}}{r_{,,}}d_{r''}f_{,,}(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\frac{k''^2r''^2}{6}\right)\Big\}$$

$$+\,\varepsilon d_{u'}^2 S\Big\{\frac{m}{r'}d_{r'}f_{,}(r')\frac{k'^2r'^2}{6}\Big\},$$

$$= S\Big\{\frac{m}{r'}d_{r'}f(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1+\frac{k'^2r'^2}{6}\right)\Big\} + S\Big\{\frac{m'}{r''}d_{r''}f_{,}(r'')\frac{k''^2r''^2}{6}\Big\}$$

$$- \varepsilon d_{u'}^2 S \left\{ \frac{m}{r'} d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f(r')}{r'} \right) \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \frac{k'^2 r'^2}{6} - \frac{k'^4 r'^4}{120} \right) \right\}$$

$$+ \varepsilon' d_{u''}^2 S \left\{ \frac{m'}{r''} d_{r''} \left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \right) \frac{k''^4 r''^4}{120} \right\}$$

$$\mathfrak{H}_{,} = S \left\{ \frac{m'}{r''} d_{r''} f_{,}(r'') \left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 \right) \right\}$$

$$- \varepsilon' d_{u''}^2 S \left\{ \frac{m'}{r''} d_{r''} \left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \right) \left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 + \frac{k''^2 r''^2}{6} \right) \right\}$$

$${}_{,}\mathfrak{H} = S \left\{ \frac{m}{r'} d_{r'} f_{,}(r') \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 \right) \right\}$$

$$- \varepsilon d_{u'}^2 S \left\{ \frac{m}{r'} d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right) \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \frac{k'^2 r'^2}{6} \right) \right\}$$

$$\mathfrak{H}_{,,} = S \left\{ \frac{m'}{r''} d_{r''} f_{,,}(r'') \left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 + \frac{k''^2 r''^2}{6} \right) \right\} + S \left\{ \frac{m}{r'} d_{r'} f_{,}(r') \frac{k'^2 r'^2}{6} \right\}$$

$$- \varepsilon' d_{u''}^2 S \left\{ \frac{m'}{r''} d_{r''} \left(\frac{d_{r''} f_{,,}(r'')}{r''} \right) \left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 + \frac{k''^2 r''^2}{6} - \frac{k''^4 r''^4}{120} \right) \right\}$$

$$+ \varepsilon d_{u'}^2 S \left\{ \frac{m}{r'} d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right) \frac{k'^4 r'^4}{120} \right\}$$

Aus diesen Gleichungen findet man jetzt, indem man bemerkt, dass

$$\frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \mathfrak{F}(k') = \frac{1}{k'} d_{k'} \mathfrak{F}(k') = \frac{1}{k''} d_{k''} \mathfrak{F}(k''),$$

(313)

$$\mathfrak{L} = - S \left\{ \frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'} \left[\left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'} + \tfrac{1}{3} k'^2 r'^2 \right) r' f(r') \right] \right\}$$

$$- \tfrac{1}{3} S \left\{ \frac{m'}{r''^2} d_{r''} [r''^3 f_{,}(r'')] \right\} + \varepsilon d_{u'}^2 S \left\{ \frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'} \left[\left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'} \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. + \tfrac{1}{3} k'^2 r'^2 - \tfrac{1}{30} k'^4 r'^4 \right) \frac{r' d_{r'} f(r')}{r'} \right] \right\} + \frac{\varepsilon'}{30} d_{u''}^2 S \left\{ \frac{m' k''}{r''^2} d_{r''} \left(r''^3 \frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \right) \right\}$$

$$\mathfrak{L}_{,} = - S \left\{ \frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''} \left[\left(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''} \right) r'' f_{,}(r'') \right] \right\}$$

$$+ \varepsilon' d_{u''}^2 S \left\{ \frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''} \left[\left(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''} + \tfrac{1}{3} k''^2 r''^2 \right) r'' \frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \right] \right\}$$

$${}_{,}\mathfrak{L} = - S \left\{ \frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'} \left[\left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'} \right) r' f_{,}(r') \right] \right\}$$

$$+ \varepsilon d_{u'}^2 S \left\{ \frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'} \left[\left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'} + \tfrac{1}{3} k'^2 r'^2 \right) r' \frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right] \right\}$$

$$\mathfrak{L}_{,,} = - S \left\{ \frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''} \left[\left(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''} + \tfrac{1}{3} k''^2 r''^2 \right) r'' f_{,,}(r'') \right] \right\}$$

$$- \tfrac{1}{3} S \left\{ \frac{m}{r'^2} d_{r'} [r'^3 f_{,}(r')] \right\} + \varepsilon' d_{u''}^2 S \left\{ \frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''} \left[\left(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''} \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. + \tfrac{1}{3} k''^2 r''^2 - \tfrac{1}{30} k''^4 r''^4 \right) r'' \frac{d_{r''} f_{,,}(r'')}{r''} \right] \right\} + \frac{\varepsilon}{30} d_{u'}^2 S \left\{ \frac{m k'^2}{r'^2} d_{r'} \left(r'^3 \frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right) \right\}$$

(314)

$$= - S \left\{ \frac{m' r' d_{r'} f(r')}{k'^2} \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2 r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3 r'^3} \right) \right\}$$

$$\varepsilon' d^2_{s''} S \left\{ \frac{m' r''^3}{15} d_{r''} \left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \right) \right\}$$

$$\varepsilon d^2_{s'} S \left\{ \frac{m r' d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f(r)}{r'} \right)}{k'^2} \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2 r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3 r'^3} + \frac{k'^2 r'^2}{15} \right) \right\};$$

$$= - S \left\{ \frac{m' r'' d_{r''} f_{,}(r'')}{k''^2} \left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} + 3\frac{\cos k''r''}{k''^2 r''^2} - 3\frac{\sin k''r''}{k''^3 r''^3} \right) \right\}$$

$$\varepsilon' d^2_{s''} S \left\{ \frac{m' r'' d_{r''} \left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \right)}{k''^2} \left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} + 3\frac{\cos k''r''}{k''^2 r''^2} - 3\frac{\sin k''r''}{k''^3 r''^3} \right) \right\},$$

$$= - S \left\{ \frac{m r' d_{r'} f_{,}(r')}{k'^2} \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2 r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3 r'^3} \right) \right\}$$

$$\varepsilon d^2_{s'} S \left\{ \frac{m r' d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right)}{k'^2} \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2 r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3 r'^3} \right) \right\}.$$

$$= - S \left\{ \frac{m' r'' d_{r''} f_{,,}(r'')}{k''^2} \left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} + 3\frac{\cos k''r''}{k''^2 r''^2} - 3\frac{\sin k''r''}{k''^3 r''^3} \right) \right\}$$

$$\varepsilon d^2_{s'} S \left\{ \frac{m r'^3}{15} d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right) \right\}$$

$$\varepsilon' d^2_{s''} S \left\{ \frac{m' r'' d_{r''} \left(\frac{d_{r'} f_{,,}(r'')}{r'} \right)}{k''^2} \left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} + 3\frac{\cos k''r''}{k''^2 r''^2} - 3\frac{\sin k''r''}{k''^3 r''^3} + \frac{k''^2 r''^2}{15} \right) \right\}.$$

(315)

$$=(1-2\varepsilon)\mathfrak{S}, \quad \mathfrak{J}_{,} = (1-2\varepsilon')\mathfrak{S}_{,}, \quad {}_{,}\mathfrak{J} = (1-2\varepsilon)_{,}\mathfrak{S}. \quad \mathfrak{J}_{,,} = (1-2\varepsilon')\mathfrak{S}_{,,}.$$

(316)

$$= \mathfrak{E} - (1-2\varepsilon) u'^2 \mathfrak{F} + 2\varepsilon S \left\{ \frac{m}{k'^2} \frac{d_{r'} f(r')}{r'} \left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'} + \frac{k'^2 r'^2}{3} \right) \right\}$$

$$+ 2\varepsilon' S \left\{ \frac{m'}{k''^2} \frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \cdot \frac{k''^2 r''^2}{3} \right\},$$

$$= \mathfrak{E}_{,} - (1-2\varepsilon') u''^2 \mathfrak{F}_{,} + 2\varepsilon' S \left\{ \frac{m'}{k''^2} \frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \left(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''} \right) \right\};$$

$$= {}_{,}\mathfrak{E} - (1-2\varepsilon) u'^2 {}_{,}\mathfrak{F} + 2\varepsilon S \left\{ \frac{m}{k'^2} \frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'} \right) \right\},$$

$$\mathfrak{L}_{,,}=\mathfrak{L}_{,,}-(1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{F}_{,,}+2\varepsilon' S\left\{\frac{m'}{k''^2}\frac{d_{r''}f_{,,}(r'')}{r''}\left(\cos k''r''-\frac{\sin k''r''}{k''r''}+\frac{k''^2r}{3}\right.\right.$$

$$+2\varepsilon S\left\{\frac{m}{k'^2}\frac{d_{r'}f_{,}(r')}{r'}\cdot\frac{k'}{}\right.$$

Bezeichnet man jetzt durch $\mathfrak{D}$ die Dichtigkeit des Aethers durch $\mathfrak{D}'$ diejenige des Körpers, und bemerkt, dass fol wenn der Abstand der Molekülen überall derselbe wäre, wi es jetzt ist in einem auf der Axe senkrechten Plan, die Dic keit des Aethers $\mathfrak{D}(1-\varepsilon)$ und diejenige des Körpers $\mathfrak{D}'(1$- wäre, so wird man auf dieselbe Weise, wie im vorigen Ca finden, dass die vorhergehenden Ausdrücke, vorausgesetzt, Abstände der Molekülen wären immer sehr klein in Bezug die Wellenlänge, unter den folgenden Formen gesetzt we können, wo r'_0 den kleinsten, r'_∞ den grössten Abstand zw Aethermolekülen, r''_0 den kleinsten, r''_∞ den grössten Abs zweier Körpermolekülen des Systems K bezeichnet:

(317)

$$\begin{aligned}
\mathfrak{L} = &-\frac{4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)}{3}[r'^2_\infty f(r'_\infty)-\tfrac{1}{10}k'^2r'^4_0 f(r'_0)]\\
&-\frac{4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')}{3}[r''^2_\infty f_{,}(r''_\infty)-r''^2_0 f_{,}(r''_0)]\\
&-\varepsilon.\frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}d^2_{u'}[k'^2r'^4_\infty d_{r'}f(r'_\infty)-\tfrac{1}{21}k'^4r'^6_0 d_{r'}f(r'_0)]\\
&-\varepsilon'.\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}d^2_{u''}[k''^2r''^4_\infty d_{r''}f_{,}(r''_\infty)-k''^2r''^4_0 d_{r''}f_{,}(r''_0)],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{L}_{,} = &-4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')\left(\frac{\cos(k''r''_\infty)}{k''^2}f_{,}(r''_\infty)+\tfrac{1}{3}r''^2_0 f_{,}(r''_0)\right)\\
&+\varepsilon'.\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}.d^2_{u''}[r''^2_\infty d_{r''}f_{,}(r''_\infty)-\tfrac{1}{10}k''^2r''^4_0 d_{r''}f_{,}(r''_0)],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_{,}\mathfrak{L} = &-4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)\left(\frac{\cos(k'r'_\infty)}{k'^2}f_{,}(r'_\infty)+\tfrac{1}{3}r'^2_0 f_{,}(r'_0)\right)\\
&+\varepsilon.\frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}d^2_{u'}[r'^2_\infty d_{r'}f_{,}(r'_\infty)-\tfrac{1}{10}k'^2r'^4_0 d_{r'}f_{,}(r'_0)],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{L}_{,,} = &-\frac{4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')}{3}[r''^2_\infty f_{,,}(r''_\infty)-\tfrac{1}{10}k''^2r''^4_0 f_{,,}(r''_0)]\\
&-\frac{4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)}{3}[r'^2_\infty f_{,}(r'_\infty)-r'^2_0 f_{,}(r'_0)]\\
&-\varepsilon'.\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}d^2_{u''}[k''^2r''^4_\infty d_{r''}f_{,,}(r''_\infty)-\tfrac{1}{21}k''^4r''^6_0 d_{r''}f_{,,}(r''_0)]\\
&-\varepsilon.\frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}d^2_{u'}[k'^2r'^4_\infty d_{r'}f_{,}(r'_\infty)-k'^2r'^4_0 d_{r'}f_{,}(r'_0)].
\end{aligned}$$

(318)

$$= -4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)\left(\frac{\mathrm{r}'_x\,\mathfrak{f}(\mathrm{r}'_x)\sin(k'\mathrm{r}'_\infty)}{k'^3} + \tfrac{1}{15}\mathrm{r}'^{\,4}_0\,\mathfrak{f}(\mathrm{r}'_0)\right)$$

$$+ \frac{4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)}{k'^2}\int_{\mathrm{r}'_0}^{\mathrm{r}'_\infty}\mathrm{r}'^2\,\mathfrak{f}(\mathrm{r}')\,\mathrm{d}_{\mathrm{r}'}\left(\frac{\sin k'\mathrm{r}'}{k'\mathrm{r}'}\right)\mathrm{dr}'$$

$$+ \varepsilon\,.\,\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\mathrm{d}^2_{\mathrm{u}'}\left[\mathrm{r}'^{\,4}_\infty\mathrm{d}_{\mathrm{r}'}f(\mathrm{r}'_x) - \tfrac{1}{14}k'^2\mathrm{r}'^{\,6}_0\mathrm{d}_{\mathrm{r}'}f(\mathrm{r}'_0)\right]$$

$$- \varepsilon\,.\,4\pi\mathfrak{D}\,\mathrm{d}^2_{\mathrm{u}'}\int_{\mathrm{r}'_0}^{\mathrm{r}'_x}\frac{\mathrm{r}'^2}{k'^2}\mathrm{d}_{\mathrm{r}'}f(\mathrm{r}')\left(\frac{\sin k'\mathrm{r}'}{k'\mathrm{r}'} - 1 + \tfrac{1}{6}k'^2\mathrm{r}'^2\right)\mathrm{dr}'$$

$$+ \varepsilon'\,.\,\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}\mathrm{d}^2_{\mathrm{u}''}\left[\mathrm{r}''^{\,4}_\infty\mathrm{d}_{\mathrm{r}''}f_{,}(\mathrm{r}''_\infty) - \mathrm{r}''^{\,4}_0\mathrm{d}_{\mathrm{r}''}f_{,}(\mathrm{r}''_0)\right]$$

$$- \varepsilon'\,.\,4\pi\mathfrak{D}'\mathrm{d}^2_{\mathrm{u}''}\int_{\mathrm{r}''_0}^{\mathrm{r}''_\infty}\frac{\mathrm{r}''^2}{k''^2}\mathrm{d}_{\mathrm{r}''}f_{,}(\mathrm{r}'')\,.\,\frac{k''^2\mathrm{r}''^2}{6}\mathrm{dr}'',$$

$$= -4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')\left(\frac{\mathrm{r}''_x\mathfrak{f}_{,}(\mathrm{r}''_\infty)\sin(k''\mathrm{r}''_x)}{k''^3} + \tfrac{1}{15}\mathrm{r}''^{\,4}_0\,\mathfrak{f}_{,}(\mathrm{r}''_0)\right)$$

$$+ \frac{4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')}{k''^2}\int_{\mathrm{r}''_0}^{\mathrm{r}''_\infty}\mathrm{r}''^2\mathfrak{f}_{,}(\mathrm{r}'')\mathrm{d}_{\mathrm{r}''}\left(\frac{\sin k''\mathrm{r}''}{k''\mathrm{r}''}\right)\mathrm{dr}''$$

$$+ \varepsilon'\,.\,4\pi\mathfrak{D}'\mathrm{d}^2_{\mathrm{u}''}\left(\frac{\mathrm{r}''_\infty\mathrm{d}_{\mathrm{r}''}f_{,}(\mathrm{r}''_x)\sin(k''\mathrm{r}''_x)}{k''^3} + \tfrac{1}{15}\mathrm{r}''^{\,4}_0\mathrm{d}_{\mathrm{r}''}f_{,}(\mathrm{r}''_0)\right)$$

$$- \varepsilon'\,.\,4\pi\mathfrak{D}'\mathrm{d}^2_{\mathrm{u}''}\int_{\mathrm{r}''_0}^{\mathrm{r}''_x}\frac{\mathrm{r}''^2}{k''^2}\mathrm{d}_{\mathrm{r}''}f_{,}(\mathrm{r}'')\mathrm{d}_{\mathrm{r}''}\left(\frac{\sin k''\mathrm{r}''}{k''\mathrm{r}''}\right)\mathrm{dr}'',$$

$$= -4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)\left(\frac{\mathrm{r}'_\infty\mathfrak{f}_{,}(\mathrm{r}'_x)\sin(k'\mathrm{r}'_\infty)}{k'^3} + \tfrac{1}{15}\mathrm{r}'^{\,4}_0\,\mathfrak{f}_{,}(\mathrm{r}'_0)\right)$$

$$+ \frac{4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)}{k'^2}\int_{\mathrm{r}'_0}^{\mathrm{r}'_x}\mathrm{r}'^2\,\mathfrak{f}_{,}(\mathrm{r}')\,\mathrm{d}_{\mathrm{r}'}\left(\frac{\sin k'\mathrm{r}'}{k'\mathrm{r}'}\right)\mathrm{dr}'$$

$$+ \varepsilon\,.\,4\pi\mathfrak{D}\,\mathrm{d}^2_{\mathrm{u}'}\left(\frac{\mathrm{r}'_x\mathrm{d}_{\mathrm{r}'}f_{,}(\mathrm{r}'_x)\sin(k'\mathrm{r}'_x)}{k'^3} + \tfrac{1}{15}\mathrm{r}'^{\,4}_0\mathrm{d}_{\mathrm{r}'}f_{,}(\mathrm{r}'_0)\right)$$

$$- \varepsilon\,.\,4\pi\mathfrak{D}\,\mathrm{d}^2_{\mathrm{u}'}\int_{\mathrm{r}'_0}^{\mathrm{r}'_\infty}\frac{\mathrm{r}'^2}{k'^2}\mathrm{d}_{\mathrm{r}'}f_{,}(\mathrm{r}')\,\mathrm{d}_{\mathrm{r}'}\left(\frac{\sin k'\mathrm{r}'}{k'\mathrm{r}'}\right)\mathrm{dr}';$$

$$= -4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')\left(\frac{\mathrm{r}''_\infty\mathfrak{f}_{,,}(\mathrm{r}''_\infty)\sin(k''\mathrm{r}''_x)}{k''^3} + \tfrac{1}{15}\mathrm{r}''^{\,4}_0\,\mathfrak{f}_{,,}(\mathrm{r}''_0)\right)$$

$$+ \frac{4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')}{k''^2}\int_{r_0''}^{r_\infty''} r''^2\,\mathfrak{f}_{,,}(r'')\,d_{r''}\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right)dr''$$

$$+ \varepsilon'\cdot\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}\,d_{u''}^2\,[r_\infty''^4 d_{r''}f_{,,}(r_\infty'') - \tfrac{1}{14}k''^2 r_0''^6 d_{r''}f_{,,}(r_0'')]$$

$$- \varepsilon'\cdot 4\pi\mathfrak{D}'d_{u''}^2\int_{r_0''}^{r_\infty''}\frac{r''^2}{k''^2}\,d_{r''}f_{,,}(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 + \frac{k''^2r''^2}{6}\right)d$$

$$+ \varepsilon\cdot\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\,d_{u'}^2\,[r_\infty'^4 d_{r'}f_{,}(r_\infty') - r_0'^4 d_{r'}f_{,}(r_0')]$$

$$- \varepsilon\cdot 4\pi\mathfrak{D}\,d_{u'}^2\int_{r_0'}^{r_\infty'}\frac{r'^2}{k'^2}\,d_{r'}f_{,}(r')\cdot\frac{k'^2r'^2}{6}\,dr'.$$

(319)

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{E} - (1-2\varepsilon)u'^2\mathfrak{H} + \frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon[r_\infty'^2\mathfrak{f}(r_\infty') - \tfrac{1}{10}k'^2r_0'^4\mathfrak{f}(r_0')]$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r_0'}^{r_\infty'} r'\,\mathfrak{f}(r')\left(\frac{\sin(k'r')}{k'r'} - 1\right)dr'$$

$$+ \frac{8\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'[r_\infty''^2\mathfrak{f}_{,}(r_\infty'') - r_0''^2\mathfrak{f}_{,}(r_0'')] - 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r_0''}^{r_\infty''} r''\,\mathfrak{f}_{,}(r'')dr'',$$

$$\mathfrak{L}_{,} = \mathfrak{E}_{,} - (1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{H}_{,} + 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\left(\frac{\cos(k''r_\infty'')}{k''^2}\,\mathfrak{f}_{,}(r_\infty'') + \tfrac{1}{3}r_0''^2\mathfrak{f}_{,}(\right.$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r_0''}^{r_\infty''} r''\,\mathfrak{f}_{,}(r'')\frac{\sin(k''r'')}{k''r''}\,dr''.$$

$${}_{,}\mathfrak{L} = {}_{,}\mathfrak{E} - (1-2\varepsilon)u'^2{}_{,}\mathfrak{H} + 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\left(\frac{\cos(k'r_\infty')}{k'^2}\,\mathfrak{f}_{,}(r_\infty') + \tfrac{1}{3}r_0'^2\mathfrak{f}_{,}(r_0'\right.$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r_0'}^{r_\infty'} r'\,\mathfrak{f}_{,}(r')\frac{\sin(k'r')}{k'r'}\,dr',$$

$$\mathfrak{L}_{,,} = \mathfrak{E}_{,,} - (1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{H}_{,,} + \frac{8\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'[r_\infty''^2\mathfrak{f}_{,,}(r_\infty'') - \tfrac{1}{10}k''^2r_0''^4\mathfrak{f}_{,,}(r$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r_0''}^{r_\infty''} r''\,\mathfrak{f}_{,,}(r'')\left(\frac{\sin(k''r'')}{k''r''} - 1\right)dr''$$

$$+ \frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon[r_\infty'^2\mathfrak{f}_{,}(r_\infty') - r_0'^2\mathfrak{f}_{,}(r_0')] - 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r_0'}^{r_\infty'} r'\,\mathfrak{f}_{,}(r')dr'.$$

. **Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und Polarisa- on des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls bei künstlichen einaxigen Krystallen.**

Da die Gesetze der Wirkungen der Molekülarkräfte durch Zusammendrücken des Körpers nicht verändert werden kön- , so muss man dieselben Voraussetzungen von den Molekülar- ten $f(r)$, $f_{,}(r)$, $f_{,,}(r)$ wie im vorigen Capitel machen, nämlich:

57) (258) $\quad r_\infty^2 f(r_\infty) = o, \; r_0^4 f(r_0) = -h(r_0).$

62) (263) (266) $\quad r_\infty^2 f_{,}(r_\infty) = c, \; r_0^2 f_{,}(r_0) = -d(r_0), \; r_\infty^2 f_{,,}(r_\infty) = o,$

$r_0^4 f_{,,}(r_0) = \div g(r_0) =$ einer sehr kleinen Grösse.

Damit ferner die durch die Gleichungen (292) und (291) be- mten Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Strahlen einen endlichen reellen Werth bekomme, ist es ferner noth- idig anzunehmen:

$$r_\infty^4 d_r f(r_\infty) = e, \quad r_0^6 d_r f(r_0) = m(r_0),$$

20) $$r_\infty^4 d_r f_{,}(r_\infty) = g, \quad r_0^4 d_r f_{,}(r_0) = l(r_0),$$

$$r_\infty^4 d_r f_{,,}(r_\infty) = i, \quad r_0^6 d_r f_{,,}(r_0) = o,$$ oder gleich einer kleinen Grösse $n(r_0)$, und die Gleichungen (317) geben dann, n man bemerkt, dass:

$$u' = u'\sqrt{-1}, \quad u'' = u''\sqrt{-1},$$
$$d_{u'}^2 = -d_{u'}^2, \quad d_{u''}^2 = -d_{u''}^2.$$

(321)

$$= -\frac{4\pi\mathfrak{T}}{30}k^2 h(r_c') - \frac{4\pi\mathfrak{T}'}{3}[c + d(r_c'')]$$
$$+ \frac{4\pi\mathfrak{T}}{30}\varepsilon([k^2 + 2u^2][h(r_0') - \tfrac{1}{7}m(r_0')] + 2e)$$
$$+ \frac{4\pi\mathfrak{T}'}{3}\varepsilon'\left(c + d(r_c'') + \frac{g - l(r_c'')}{5}\right),$$
$$= \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}d(r_c'') + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'\left(\frac{l(r_0'')}{5} - d(r_c'')\right),$$
$$= \frac{4\pi\mathfrak{T}}{3}d(r_c') + \frac{4\pi\mathfrak{T}}{3}\varepsilon\left(\frac{l(r_c)}{5} - d(r_0')\right),$$
$$= -\frac{4\pi\mathfrak{T}'}{30}k^2 g(r_0'') - \frac{4\pi\mathfrak{T}}{3}[c + d(r_0')]$$
$$+ \frac{4\pi\mathfrak{T}'}{30}\varepsilon'([k^2 + 2u^2][g(r_c'') - \tfrac{1}{7}n(r_0'')] - \tfrac{1}{7}n(r_c'') + 2i)$$
$$+ \frac{4\pi\mathfrak{T}}{3}\varepsilon\left(c + d(r_0') + \frac{g - l(r_0')}{5}\right).$$

Die Gleichung (292) wird dann, wenn diese Werthe sub- iirt werden, geben:

$$(322)$$

$$s^4 - \alpha_{,} k^2 s^2 + \beta_{,} s^2 + \gamma_{,} - \delta_{,} k^2 + \lambda_{,} k^4 + (\alpha_{,,}\varepsilon + \alpha_{,,,}\varepsilon')s^2 u^2 + (\delta_{,,}\varepsilon + \delta_{,,,}\varepsilon')u^2 - (\lambda_{,,}\varepsilon + \lambda_{,,,}\varepsilon')k^2 u^2 =$$

wo:

$$(323)$$

$$\alpha_{,} = \frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0') - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}\varepsilon[\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0') - \tfrac{1}{7}\mathfrak{m}(\mathfrak{r}_0')] + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'') - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}\varepsilon'[\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'') - \tfrac{1}{7}\mathfrak{m}($$

$$\beta_{,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'')] - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')] + \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon\left(\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0') + \frac{\mathfrak{g} - \mathfrak{l}(\mathfrak{r}_0') + \mathfrak{e}}{5}\right) + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'\left(\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'') + \frac{\mathfrak{g} - \mathfrak{l}(\mathfrak{r}_0'') +}{5}\right.$$

$$\gamma_{,} = \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\mathfrak{c}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0') + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'')]$$
$$- \varepsilon\left\{\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'')]\left(\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0') + \frac{\mathfrak{g} - \mathfrak{l}(\mathfrak{r}_0')}{5}\right) + \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'')\left(\frac{\mathfrak{l}(\mathfrak{r}_0')}{5} - \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')\right) + \frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{45}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')\right.$$
$$- \varepsilon'\left\{\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')]\left(\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'') + \frac{\mathfrak{g} - \mathfrak{l}(\mathfrak{r}_0'')}{5}\right) + \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')\left(\frac{\mathfrak{l}(\mathfrak{r}_0'')}{5} - \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'')\right) + \frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{45}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'')\right.$$

$$\delta_{,} = -\frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{90}\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0')[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')] - \frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{90}\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'')[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'')]$$
$$+ \frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{45}\varepsilon\left[\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0')\left(\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0') + \frac{\mathfrak{g} - \mathfrak{l}(\mathfrak{r}_0')}{5}\right) - \tfrac{1}{7}\mathfrak{m}(\mathfrak{r}_0')[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'\right.$$
$$+ \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{450}\varepsilon\,\mathfrak{e}\,\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'') + \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{450}\varepsilon'\,\mathfrak{i}\,\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0')$$
$$+ \frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{45}\varepsilon'\left[\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'')\left(\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'') + \frac{\mathfrak{g} - \mathfrak{l}(\mathfrak{r}_0'')}{5}\right) - \tfrac{1}{7}\mathfrak{n}(\mathfrak{r}_0'')[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'')\right.$$

$$\alpha_{,,} = \frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}[\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0') - \tfrac{1}{7}\mathfrak{m}(\mathfrak{r}_0')].$$

$$\alpha_{,,,} = \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}[\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'') - \tfrac{1}{7}\mathfrak{n}(\mathfrak{r}_0'')],$$

$$\delta_{,,} = -\frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{45}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0')][\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0') - \tfrac{1}{7}\mathfrak{m}(\mathfrak{r}_0')],$$

$$\delta_{,,,} = -\frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{45}[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(\mathfrak{r}_0'')][\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'') - \tfrac{1}{7}\mathfrak{n}(\mathfrak{r}_0'')].$$

$$\lambda_{,,} = \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{450}\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'')[\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0') - \tfrac{1}{7}\mathfrak{m}(\mathfrak{r}_0')],$$

$$\lambda_{,,,} = \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{450}\mathfrak{h}(\mathfrak{r}_0')[\mathfrak{g}(\mathfrak{r}_0'') - \tfrac{1}{7}\mathfrak{n}(\mathfrak{r}_0'')].$$

Man sieht jetzt leicht ein, dass wenn der den Grössen $\alpha_{,,}$, und $\lambda_{,,}$ gemeinschaftliche Factor $[\mathfrak{h}(r_0')-\frac{1}{7}\mathfrak{m}(r_0')]$ für jeden Werth n r_0' gleich Null sein sollte, so würden die Voraussetzungen (320) :ht stattfinden können; $\alpha_{,,}$, $\delta_{,,}$ und, wenn nicht $\mathfrak{g}(r_0'') = 0$, ch $\lambda_{,,}$ werden folglich nicht Null sein können. Das Quadrat r Fortpflanzungsgeschwindigkeit des durch die Gleichung (322) stimmten Strahls wird sich folglich mit dem Quadrate von u, er für dieselbe Farbe mit dem Quadrate der Cosinus des Winls, welchen der Strahl mit der Krystallaxe macht, ändern. eser Strahl ist folglich der ungewöhnliche Strahl, und weil, ie wir gleich sehen werden, die Gleichungen (287) nicht stattden, so werden die Schwingungen in diesem Strahle nkrecht auf der Axe stattfinden, oder im sogenannn Polarisationsplan des Strahls. Die Fortpflanzungsschwindigkeit des zweiten Strahls ist durch die Gleichungen 97) und (298) bestimmt. Die Grösse μ kann als eine sehr eine Grösse derselben Ordnung wie ε und ε' angesehen wern. Man kann folglich setzen:

$$\mu = p\varepsilon + q\varepsilon',$$

d die Gleichungen (297) und (298) werden dann:

$$(324)\quad \begin{aligned} &[s^2 + \mathfrak{L} + u^2\mathfrak{J}(1 - \varepsilon p - \varepsilon' q)]\xi + (\mathfrak{L}_, + u^2\mathfrak{J}_,)\xi' = 0,\\ &[{}_,\mathfrak{L} + u^2\,{}_,\mathfrak{J}(1 - \varepsilon p - \varepsilon' q)]\xi + (s^2 + \mathfrak{L}_{,,} + u^2\mathfrak{J}_{,,})\xi' = 0. \end{aligned}$$

(325)

$$\begin{aligned} &{}^2 + \mathfrak{E} - \mathfrak{H}(u^2 + \mathfrak{w}^2) + \mathfrak{J}(1 + \varepsilon p + \varepsilon' q)(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2)]\xi \\ &\quad + [\mathfrak{E}_, - \mathfrak{H}_,(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2) + \mathfrak{J}_,(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2)(1 + \varepsilon p + \varepsilon' q)]\xi' = 0,\\ &{}_,\mathfrak{E} - {}_,\mathfrak{H}(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2)](1 - \varepsilon p - \varepsilon' q) + {}_,\mathfrak{J}(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2))\xi \\ &\quad + [s^2 + \mathfrak{E}_{,,} - \mathfrak{H}_{,,}(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2) + \mathfrak{J}_{,,}(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2)]\xi' = 0. \end{aligned}$$

Substituirt man die in den Gleichungen (315) und (319) gebenen Werthe von $\mathfrak{J}, \mathfrak{J}_,, {}_,\mathfrak{J}, \mathfrak{J}_{,,}, \mathfrak{L}, \mathfrak{L}_,, {}_,\mathfrak{L}, \mathfrak{L}_{,,}$, so findet man:

(326)

$$\begin{aligned} &+ u^2\mathfrak{J}(1 - \varepsilon p - \varepsilon' q) = \mathfrak{E} + u^2\varepsilon(2 - p)\mathfrak{H} - q\varepsilon' u^2\mathfrak{H} \\ &+ \frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\varepsilon k^2\mathfrak{h}(r_0') + \frac{8\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'[\mathfrak{c} + \mathfrak{d}(r_0'')] \\ &+ 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r_0'}^{r_\infty'} r\,\mathfrak{f}(r)\left(\frac{\sin(kr)}{kr} - 1\right)dr - 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r_0''}^{r_\infty''} r\,\mathfrak{f}_,(r)\,dr, \end{aligned}$$

$$+ u^2\mathfrak{J}_, = \mathfrak{E}_, + 2\varepsilon^2\mathfrak{H}_, - \frac{8\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'\mathfrak{d}(r_0'') + 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r_0''}^{r_\infty''} r\,\mathfrak{f}_,(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr,$$

$$,\mathfrak{L} + u^2 ,\mathfrak{J}(1 - \varepsilon p - \varepsilon' q) = ,\mathfrak{E} + u^2\varepsilon'(2 - p),\mathfrak{H} - q\varepsilon' u^2 ,\mathfrak{H}$$

$$- \frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon d(r_0') + 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r_0'}^{r_\infty'} r\,\mathfrak{f}_,(r)\frac{\sin kr}{kr}dr,$$

$$\mathfrak{L}_{,,} + u^2\mathfrak{J}_{,,} = \mathfrak{E}_{,,} + 2\varepsilon' u^2\mathfrak{H}_{,,} + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}\varepsilon' k^2 g(r_0'') + \frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon[c + d($$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r_0''}^{r_\infty''} r\,\mathfrak{f}_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr - 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r_0'}^{r_\infty'} r\,\mathfrak{f}_,(r)dr.$$

Da nun die Phänomene der doppelten Brechung bei axigen Krystallen beweisen, dass der eine der beiden Stra eine von der Richtung des Strahls unabhängige Geschwindi hat, und dieser Strahl, wie wir eben gesehen haben, nicht vorher durch die Gleichung (322) bestimmte sein kann, so es nothwendig der durch die Gleichungen (324) bestimmte und die Grössen (326) müssen folglich von u unabhängig Man wird folglich die Bedingungen annehmen müssen:

$$q = o, \quad p = 2 + \frac{h(r_0') - \frac{1}{7}m(r_0')}{h(r_0') + \frac{15}{k^2}\int_{r_0'}^{r_\infty'} r^2 \mathfrak{f}(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr;}$$

(327)
$$\int_{r_0}^{r_\infty} r^2\mathfrak{f}_,(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = o.$$

$$\int_{r_0''}^{r_\infty''} r^2\mathfrak{f}_{,,}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = \div \frac{k^2}{30}[3g(r_0'') - \frac{1}{7}n(r_0'')].$$

Substituirt man diese Werthe, so findet man:

(328)

$$\mathfrak{E} - \mathfrak{H}(v^2 + w^2) + \mathfrak{J}(1 + \varepsilon p + \varepsilon' q)(v^2 + w^2)$$
$$= \mathfrak{E} + \varepsilon\mathfrak{H}(k^2 - u^2)(p -$$
$$[\mathfrak{E}_, - \mathfrak{H}_,(v^2 + w^2) + \mathfrak{J}_,(v^2 + w^2)](1 + \varepsilon p + \varepsilon' q) = \mathfrak{E}_, + \varepsilon p$$
$$[,\mathfrak{E} - ,\mathfrak{H}(v^2 + w^2)](1 - \varepsilon p - \varepsilon' q) + ,\mathfrak{J}(v^2 + w^2) = ,\mathfrak{E} - \varepsilon p$$
$$\mathfrak{E}_{,,} - \mathfrak{H}_{,,}(v^2 + w^2) + \mathfrak{J}_{,,}(v^2 + w^2)$$
$$= \mathfrak{E}_{,,} + \varepsilon' \cdot \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}[g(r_0'') - \frac{1}{7}n(r_0'')](k^2 -$$

Damit jetzt die Gleichungen (299) stattfinden können, das heis damit die Gleichungen (324) und (325) identisch seien, muss m nothwendig annehmen:

(329)

$$\ldots)] - 3\int_{r_0'}^{r_\infty'} r\,f_{\prime}(r)dr = o,$$

$$\ldots)(3-p) + \int_{r_0'}^{r_\infty'} r f(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr + \frac{2-p}{2}\int_{r_0'}^{r_\infty'} r^2 f(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = o,$$

$$\ldots(r)\frac{\sin kr}{kr}dr - \frac{d(r_0')}{3} = o,$$

$$\ldots)\int_{r_0''}^{r_\infty''} r f_{\prime\prime}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr + \int_{r_0''}^{r_\infty''} r f_{\prime\prime}(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = o.$$

Um die zweite dieser Bedingungsgleichungen zu entwickeln, … **man:**

$$\ldots r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr = A_1(r_0)k^2 + A_2(r_0)k^4 + A_3(r_0)k^6 + \ldots.$$

…ird, weil $r d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) = k d_k\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)$:

$$\ldots f(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = k d_k \int_{r_0}^{r_\infty} r f(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr$$
$$= 2A_1(r_0)k^2 + 4A_2(r_0)k^4 + 6A_3(r_0)k^6 + \ldots$$

…zweite der Gleichungen (329) wird folglich:

$$\ldots 3 - p)\left(A_1(r_0') + \frac{h(r_0')}{30}\right) + (5-2p)A_2(r_0')k^2$$
$$+ (7-3p)A_3(r_0')k^4 + \ldots = o,$$

…aus hervorgeht:

$$(3-p)\left(A_1(r_0') + \frac{h(r_0')}{30}\right) = o,$$
$$(5-2p)A_2(r_0') = o,\quad (7-3p)A_3(r_0') = o, \ldots.$$

…der letzten dieser Gleichungen geht hervor, dass:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r^2 f(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = 2A_1(r_0)k^2.$$

…erste Gleichung giebt ferner entweder:

$$A_1(r_0') = \frac{1}{2k^2}\int_{r'}^{r_\infty'} r^2 f(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = -\frac{h(r_0')}{30},$$

folglich wegen der Gleichungen (327) und weil, wie vorhe zeigt, nicht $h(r_0') - \frac{1}{7}m(r_0')$ gleich Null sein kann: $p = \infty$, unmöglich ist, oder:

$$3 - p = o,$$

$$p = 3. \tag{330}$$

Nun ist aber:

$$p = 2 + \frac{h(r_0') - \frac{1}{7}m(r_0')}{h(r_0') + \frac{15}{k^2}\int_{r_0'}^{r_\infty'} r^2 f(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr}, \tag{327}$$

woraus folgt, dass:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r^2 f(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) = -\frac{k^2}{105}m(r_0), \tag{331}$$

und folglich:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r f(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr = -\frac{k^2}{210}m(r_0). \tag{331'}$$

Die letzte der Gleichungen (329) mit der letzten der Gleichu (327) verglichen, giebt ferner auf dieselbe Weise:

$$\begin{aligned} &\int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,,}(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = -\frac{k^2 g(r_0)}{15} = -\frac{k^2}{105}n(r_0), \\ &g(r_0) - \frac{1}{7}n(r_0) = o, \\ &\int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr = -\frac{k^2 g(r_0)}{30} = -\frac{k^2}{210}n(r_0). \end{aligned} \tag{332}$$

Die übrigen der Gleichungen (329) geben:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,}(r) dr = \frac{1}{3}[c + d(r_0)], \quad \int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr = \frac{1}{3}d(r_0) \tag{332'}$$

Wegen der Gleichungen (332) werden:

$$\alpha_{,,,} = \delta_{,,,} = \lambda_{,,,} = o.$$

und die Gleichung (322) der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ausserordentlichen Strahls wird folglich:

$$s^4 - \alpha_{,}k^2s^2 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,} - \delta_{,}k^2 + \lambda_{,}k^4 + \alpha_{,,}\varepsilon s^2 u^2 + \delta_{,,}\varepsilon u^2 - \lambda_{,,}\varepsilon k^2 u^2 \tag{333}$$

woraus:

(333′)

$$_{,}^{2} = \alpha - \varepsilon\alpha_{,,}\cos^2\alpha + \frac{[\delta_{,} - \alpha_{,}\beta_{,} - \varepsilon(\delta_{,,} - \alpha_{,,}\beta_{,})\cos^2\alpha]s^2 - \gamma_{,}[\alpha_{,} - \varepsilon\alpha_{,,}\cos^2\alpha]}{s^4 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,}}$$
$$- \frac{(\lambda_{,} - \varepsilon\lambda_{,,}\cos^2\alpha)s^2}{(\alpha_{,} - \varepsilon\alpha_{,,}\cos^2\alpha)s^2 + (\delta_{,} - \varepsilon\delta_{,,}\cos^2\alpha)},$$

o α den Winkel bezeichnet, welchen der Strahl mit der Axe bildet.

Die Gleichungen (324) und (325) geben die Fortpflanzungsschwindigkeit des ordentlichen Strahls durch die Gleichung:

(334)

$$-(\alpha_{,} - \alpha_{,,}\varepsilon)s^2k^2 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,} - (\delta_{,} - \varepsilon\delta_{,,})k^2 + (\lambda_{,} - \varepsilon\lambda_{,,})k^4 = 0$$

stimmt, woraus: (334′)

$$\Omega_o^2 = \alpha - \varepsilon\alpha_{,,} + \frac{[\delta_{,} - \alpha_{,}\beta_{,} - \varepsilon(\delta_{,,} - \alpha_{,,}\beta_{,})]s^2 - \gamma_{,}(\alpha_{,} - \varepsilon\alpha_{,,})}{s^4 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,}}$$
$$- \frac{(\lambda_{,} - \varepsilon\lambda_{,,})s^2}{(\alpha_{,} - \varepsilon\alpha_{,,})s^2 + \delta_{,} - \varepsilon\delta_{,,}}.$$

Untersuchen wir jetzt, ob die Gleichungen (287) stattfinden er nicht. Die erste dieser Gleichungen wird:

$$\mathfrak{L} + u^2(1 - 4\varepsilon)\mathfrak{H} + \mathfrak{L}_{,,} + u^2(1 - 4\varepsilon')\mathfrak{H}_{,,} = \mathfrak{E} + \mathfrak{E}_{,,},$$

er:

$$\mathfrak{E} + \frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\varepsilon h(r_o')k^2 + 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r_o'}^{r_x'} r\mathfrak{f}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr$$
$$+ \frac{8\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'[c + d(r_o'')] - 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r_o''}^{r_x''} r\mathfrak{f}_{,}(r)dr$$
$$+ \mathfrak{E}_{,,} + 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r_o''}^{r_x''} r\mathfrak{f}_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr$$
$$+ \frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon[c + d(r_o')] - 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r_o'}^{r_\infty'} r\mathfrak{f}_{,}(r)dr = \mathfrak{E} + \mathfrak{E}_{,,},$$

oraus hervorgeht:

(335) $$h(r_o') - \tfrac{1}{7}m(r_o') = 0,$$

elche Gleichung, wie vorher bewiesen, unmöglich ist. Die weite der Gleichungen (287) würde dieselbe Bedingungsgleichung $(r_o'') - \frac{1}{7}m(r_o'') = 0$ geben. Die Supposition der Gleichungen (287) erst von Cauchy*) aufgestellt worden, um die Bedingungs-

*) Eine im August 1836 lithographirte Abhandlung, welche 1841 n Xaver Moth in Linz herausgegeben worden ist, auch früher einem Briefe an Libri, Pogg. Ann. 39.

gleichungen (289) nicht annehmen zu brauchen, und folg
Fresnel'schen Satz, dass die Schwingungen im ungewö
Strahl (284) oder (322) im Hauptschnitte stattfinden, z
ten. Diese Annahme der Gleichungen (287) ist aber ni
wie ich eben gezeigt habe, unmöglich, sondern sie wür
einmal ihren Zweck, den Beweis des Fresnel'schen Sa
reichen. Nimmt man nämlich an, dass die Gleichung (23
finde, so würden in den Gleichungen (323) $\alpha'' = o$,
folglich der Strahl (322) der gewöhnliche Strahl werde
würde also erhalten, dass die Schwingungen beim gev
chen Strahle im Hauptschnitte stattfinden, nicht ab
bezweckt war, beim ungewöhnlichen. Man muss
nothwendiger Weise annehmen, dass die Vibra
eines polarisirten Strahls im Polarisationsplan
finden. Diese Meinung ist auch von Cauchy in sei
heren Werken angenommen worden, und überhaupt v
meisten Mathematico-Physikern, während die meisten I
die Fresnel'sche Definition angenommen haben. Die d
Erfahrung bestätigten Formeln der Intensität des reflectir
gebrochenen Strahls, welche Fresnel erst aus seiner D
des Polarisationsplans entwickelte, können in dieser Sach
entscheiden, weil sie ebenso gut aus der anderen De
deren Richtigkeit ich hier in aller Strenge bewiesen zu
glaube, hergeleitet werden können, wie Neumann es i
Abhandlung: „Ueber den Einfluss der Krystallflächen
Reflexion des Lichts, und über die Intensität des gewöh
und ungewöhnlichen Strahls“, gezeigt hat.

Die Schwingungen im gewöhnlichen Strahl (333) find
lich im Hauptschnitte statt, und bilden mit dem Well
einen kleinen Winkel φ, der durch die Gleichung (300
weil $\mu = 3\varepsilon$, durch die Gleichung:

$$\sin\varphi = \frac{3\varepsilon}{2}\sin 2\alpha \tag{336}$$

bestimmt wird, wo α den Winkel bezeichnet, welchen der
mit der Krystallaxe macht. Construirt man folglich in den
den Strahl gehenden Hauptschnitt eine Ellipse, deren C
im Strahl ist, deren eine Axe der Krystallaxe parallel i
die andere folglich senkrecht auf dieselbe, und bestimmt d
gen dieser Axen so, dass das Verhältniss der Quadrate de

gleich ist dem Verhältniss der Kuben des lineären Abstands der Aethermolekülen in den Richtungen der Axen, so werden die Schwingungen im Strahl der Tangente des Punkts, wo der Strahl die Ellipse schneidet, parallel sein.

Die Bedingungsgleichungen, welche für die Molekülarkräfte $f(r)$, $f_{\prime}(r)$, $f_{\prime\prime}(r)$ gefunden sind, werde ich jetzt hier zusammenstellen:

(337)

$$f(r_\infty) = o, \qquad r_\infty^4 d_{r_\infty}\left(\frac{f(r_\infty)}{r_\infty}\right) = \text{einer endlichen Grösse } e \text{ oder } = o,$$

$$f(r_0) = -h(r_0), \quad r_0^6 d_{r_0}\left(\frac{f(r_0)}{r_0}\right) = \text{einer endlichen Grösse } m(r_0) \text{ oder } = o,$$

$$\int^{r_\infty} r f(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr = -\tfrac{1}{210}k^2 r_0^6 d_{r_0}\left(\frac{f(r_0)}{r_0}\right).$$

(338)

$$f_{\prime}(r_\infty) = c, \text{ von Null verschieden}, \qquad r_\infty^4 d_{r_\infty}\left(\frac{f_{\prime}(r_\infty)}{r_\infty}\right) = \text{einer endlichen Grösse } q \text{ oder } = o,$$

$$f_{\prime}(r_0) = -d(r_0), \text{ von Null verschieden}, \quad r_0^4 d_{r_0}\left(\frac{f_{\prime}(r_0)}{r_0}\right) = \text{einer endlichen Grösse } l(r_0) \text{ oder } = o,$$

$$\int^{r_\infty} r f_{\prime}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr = -\tfrac{1}{3}r_0^2 f_{\prime}(r_0), \quad \int_{r_0}^{r_\infty} r f_{\prime}(r)dr = \tfrac{1}{3}r_\infty^2 f_{\prime}(r_\infty) - \tfrac{1}{3}r_0^2 f_{\prime}(r_0).$$

(339)

$$f_{\prime\prime}(r_\infty) = o, \quad r_\infty^4 d_{r_\infty}\left(\frac{f_{\prime\prime}(r_\infty)}{r_\infty}\right) = \text{einer endlichen Grösse } i \text{ oder } = o,$$

$$d_{r_0}\left(\frac{f_{\prime\prime}(r_0)}{r_0}\right) = o, \quad \int_{r_0}^{r_\infty} r f_{\prime\prime}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)dr = -\tfrac{1}{210}k^2 r_0^6 d_{r_0}\left(\frac{f_{\prime\prime}(r_0)}{r_0}\right),$$

$$f_{\prime\prime}(r_0) = -g(r_0) = \text{einer sehr kleinen Grösse oder gleich Null.}$$

$$d_{r_0}\left(\frac{f_{\prime\prime}(r_0)}{r_0}\right) = n(r_0) = \text{einer sehr kleinen Grösse oder gleich Null.}$$

§. 6. Bestimmung des Verhältnisses $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$.

Subtrahirt man die Gleichungen (333′) und (334′) von einander, so erhält man:

$$\Omega_e^2 - \Omega_o^2 = \varepsilon \left\{ \alpha_{,,} + \frac{(\delta_{,,} - \alpha_{,,}\beta_{,})s^2 - \alpha_{,,}\gamma_{,}}{s^4 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,}} - \frac{\lambda_{,,}(\alpha_{,}s^2 + \delta_{,}) - \lambda_{,}(\alpha_{,,}s^2 + \delta_{,,})}{(\alpha_{,}s^2 + \delta_{,})^2} \right\} \sin^2\alpha.$$

Senkrecht auf der Axe ist $\alpha = 90°$, folglich:

$$\Omega_e^2 - \Omega_o^2 = \varepsilon \left\{ \alpha_{,,} + \frac{(\delta_{,,} - \alpha_{,,}\beta_{,})s^2 - \alpha_{,,}\gamma_{,}}{s^4 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,}} - \frac{\lambda_{,,}(\alpha_{,}s^2 + \delta_{,}) - \lambda_{,}(\alpha_{,,}s^2 + \delta_{,,})}{(\alpha_{,}s^2 + \delta_{,})^2} \right\} = \varepsilon C_{,} \tag{339'}$$

und hieraus ferner:

$$\Omega_e^2 = \Omega_o^2 + \varepsilon C,$$

$$\Omega_e = \Omega_o + \frac{\varepsilon C}{2\Omega_o}, \quad \frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e} = \frac{\varepsilon C}{2\Omega_o^3},$$

wenn man die höheren Potenzen von ε vernachlässigt.

Die Grösse $\frac{\varepsilon C}{2\Omega_o^3}$ kann durch Beobachtungen als eine Funktion von der Compression des Körpers bestimmt werden, und wird dann dem Compressionscoëfficienten e' proportional gefunden. Der Zahlenwerth dieses Verhältnisses ist von **Neumann***) für Spiegelglas folgender Weise bestimmt worden.

Nimmt man an, der Körper wäre ein rechtwinkliges Parallelepipedon, dessen Dimensionen wir durch H, B, D bezeichnen werden, und wird dieser Körper in der Richtung von H um die Grösse $e'H$ zusammengedrückt, so werden die Dimensionen des Körpers nach dem Drucke $(1 - e')H$, $(1 + \frac{1}{4}e')B$, $(1 + \frac{1}{4}e')D$. Lässt man senkrecht durch dieses Parallelepipedon in der Richtung von D einen homogenen Lichtstrahl von der Undulationsdauer T hindurchgehen, dessen Polarisationsebene mit H den Winkel $+ 45°$ bildet und analysirt man denselben nach seinem Durchgange mittelst eines Turmalins, dessen Polarisationsebene mit H den Winkel $- 45°$ bildet, so ist die Intensität des durch den Turmalin durchgehenden Lichtes proportional mit:

$$\sin^2 \left\{ \frac{D(1 + \frac{1}{4}e')}{T} \left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e} \right) \pi \right\}.$$

In der That, bezeichnen wir durch α die halbe Amplitude der Schwingungen im ursprünglichen Polarisationsplane des Strahls, so wird die Verrückung in diesem Plane:

---

*) **Neumann**, die Gesetze der Doppelbrechung des Lichts in comprimirten oder ungleichförmig erwärmten unkrystallinischen Körpern pag. 40—50.

$$[(175)] \qquad \vartheta = \alpha \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}.$$

erlegen wir diese nach der Richtung der x- und yAxe, welche wir s den Dimensionen H und B parallel annehmen, so werden:

$$\xi = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}, \quad v = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}.$$

ie erste dieser Schwingungen pflanzt sich mit der Geschwingkeit Ω_o fort, und dieser Strahl durchläuft folglich den Körper, ssen Dimension in der Richtung des Strahls $D(1+\frac{1}{4}e')$ ist, in r Zeit $\frac{D(1+\frac{1}{4}e')}{\Omega_o}$. Die zweite Vibration pflanzt sich mit der eschwindigkeit Ω_e fort, und dieser Strahl durchläuft folglich den örper in der Zeit $\frac{D(1+\frac{1}{4}e')}{\Omega_e}$. Der letzte Strahl wird folglich n die Zeit $D(1+\frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e}\right)$ früher aus dem Körper herstreten, als der erste Strahl, und wird während dieses Zeitums das Stück $\delta = D(1+\frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e}\right)O$ durchlaufen, wo die Geschwindigkeit des Lichts in der Luft ist. Nach dem itraum $\frac{D(1+\frac{1}{4}e')}{\Omega_o}$ werden folglich die Verrückungen in beiden rahlen:

$$\xi = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e')}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\},$$

$$v = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e') - \delta}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}.$$

enn diese beiden Verrückungen nach dem zweiten analysiren n Polarisationsplane zerlegt werden, so findet man die Verckungen in diesem Plane:

$$' = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\left[\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e')}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\} - \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e') - \delta}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}\right]$$

$$= \alpha \sin\left\{\frac{\pi D\left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e}\right)(1+\frac{1}{4}e')}{T}\right\}\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e') - p}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\},$$

o:

$$\cos\left\{\frac{\pi D\left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e}\right)(1+\frac{1}{4}e')}{T}\right\} = \sin\left\{\frac{2\pi p}{l}\right\}.$$

Die halbe Amplitude der Schwingungen nach dem Durch
durch den analysirenden Turmalin wird folglich:

$$\alpha . \sin \left\{ \frac{\pi D(1 + \frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e}\right)}{T} \right\}.$$

Die Intensität des Lichts ist dem Quadrate der Amplitu
Schwingungen proportional; setzt man daher die Intensit
einfallenden Lichtes gleich 1, so wird die Intensität des
gegangenen Lichtes:

$$\sin^2 \left\{ \frac{\pi D(1 + \frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e}\right)}{T} \right\}.$$

Wenn das durch das Parallelepipedon gehende Licht nicht l
gen, sondern weisses Licht ist, so wird die Intensität und
des durch den Turmalin gegangenen Lichtes proportional sei

$$\Sigma \sin^2 \left\{ \frac{\pi D(1 + \frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e}\right)}{T} \right\},$$

worin das Σ sich auf alle T bezieht, die den im weissen
enthaltenen homogenen Strahlen angehören, und worin da
chen Σ die Operation bedeutet, durch welche man nac
Newton'schen Regel die Farbe erhält, welche aus mel
einfachen Farben resultirt.

Die Farbe, welche eine dünne Luftlamelle der Dicke Θ
wöhnlichen weissen Licht senkrecht reflectirt, ist proportion

$$\Sigma \sin^2\left(\frac{2\pi\Theta}{TO}\right).$$

Wenn also die dünne Luftlamelle Licht von derselben
welche das durch das comprimirte Glasparallelepipedon g
gene Licht besitzt, senkrecht reflectirt, so wird:

$$\frac{2\Theta}{O} = D(1 + \tfrac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e}\right).$$

Nun ist aber:

$$\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_e} = \frac{\varepsilon C}{2\Omega_o^3},$$

folglich, wenn man das Produkt $\varepsilon e'$ vernachlässigt:

$$(339'') \qquad \frac{2\Theta}{O} = \frac{\varepsilon DC}{2\Omega_o^3}, \quad \varepsilon C = \frac{4\Theta\Omega^3}{OD}.$$

Um die directe Messung einer so kleinen Grösse, als e′ ist,
cht ausführen zu brauchen, hat Neumann folgendes Mittel
gewandt. Ein gerader Glasstreifen, dessen Querschnitt ein Recht-
k ist, wurde an seinen beiden Enden auf feste Unterlagen ge-
;t und der mittlere Querschnitt dieses Streifens von beiden Un-
lagen gleichweit entfernt um eine Grösse f, die direct gemes-
a wurde, heruntergedrückt. Denkt man sich die Unterlagen,
i die Vorstellung zu fixiren, in einer horizontalen Ebene ge-
en, so wird der untere Theil des Glasstreifens ausgedehnt, der
ere Theil comprimirt werden. Die Theile, welche die Grenzen
ser beiden Hälften bilden, werden ihre ursprüngliche Entfernung
n einander nicht ändern; sie werden eine cylindrische Fläche
den, deren Gleichung, wenn der Anfangspunkt der Coordinaten
der Mitte des mittleren Querschnittes des Glasstreifens genom-
n wird, die xAxe horizontal, und den verticalen Seitenflächen
s Glasstreifens parallel die yAxe vertical angenommen wird:

$$y = \tfrac{3}{2}f\left\{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \tfrac{1}{3}\left(\frac{x}{a}\right)^3\right\},$$

o a den halben Abstand der Unterlagen bezeichnet. In einem
nkt des Glasstreifens, dessen Abscisse x und dessen Ordinate
' ist, wird folglich die Ausdehnung in der Richtung der Länge
s Streifens:

$$e' = -\frac{y'}{R},$$

o R den Krümmungsradius des Punktes in der cylindrischen
äche, dessen Abscisse x ist, bezeichnet. Man hat jetzt:

$$R = \frac{\left\{4a^2 + 9f^2\left[2\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right]^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{24f(a-x)},$$

iglich wenn man die höheren Potenzen von $\frac{x}{a}$ vernachlässigt:

$$e' = -\frac{3fy'}{a^2}\left(1 - \frac{x}{a}\right).$$

Wenn $x = o$, erhält man im mittleren Querschnitte:

$$e' = -\frac{3fy'}{a^2},$$

nd folglich:

$$\frac{\varepsilon C}{e'} = -\frac{4\Omega^2}{3OD}\cdot\frac{\Theta a^2}{fy'}.$$

i dem von Neumann angewandten Glasstreifen war:

$$\Omega = 0{,}654\,O,\quad D = 8''',53,$$

nd nach 12 besonderen Beobachtungen:

Nummer der Beobachtung.	a	f	Θ	$-y'$	Woraus gefunden wird $\frac{\varepsilon C}{\varepsilon O^2}$.
1.	33	0,157	0,000126	0,419	0,0912
2.	33	0,157	0,000183	0,656	0,0842
3.	33	0,136	0,000126	0,463	0,0953
4.	28,12	0,136	0,000183	0,757	0,0846
5.	28,12	0,0675	0,000158	0,9795	0,0826
6.	28,12	0,0857	0,000183	0,9795	0,0754
7.	28,12	0,1146	0,000263	0,9795	0,0810
8.	28,12	0,1403	0,000305	0,9795	0,0767
9.	28,12	0,0516	0,000158	1,027	0,1031
10.	28,12	0,0623	0,000183	1,027	0,0989
11.	28,12	0,0873	0,000263	1,027	0,1014
12.	28,12	0,1069	0,000305	1,027	0,0961

wo alle Maassangaben in Pariser Linien angegeben sind. Als Mittel dieser 12 Beobachtungen erhält man:

$$(339''') \qquad \frac{\varepsilon C}{e'} = 0{,}0892 \,.\, O^2,$$

wo O die Geschwindigkeit des Lichts in der Luft bezeichnet.

Cap. III.

Gesetze der Fortpflanzung des Lichts bei natürlich einaxig krystallisirten Körpern.

§. 1. Gleichungen der unendlich kleinen Bewegungen zweier Systeme von Molekülen.

Wir haben bisher vorausgesetzt, die Molekülarkräfte $\mathfrak{f}(r)$, $\mathfrak{f}_{,}(r)$, $\mathfrak{f}_{,,}(r)$ wären nur Funktionen des Abstandes r und unabhängig von der Richtung dieses Radius vector r. Dies kann man auch bei isophanen Körpern voraussetzen und folglich auch bei Körpern, die ursprünglich isophan durch Druck oder Erwärmung die Eigenschaften eines Krystalls erhalten haben. Bei den natürlichen Krystallen kann man dagegen nicht voraussetzen, dass die Kräfte $\mathfrak{f}_{,,}(r)$ und $\mathfrak{f}_{,}(r)$ blosse Funktionen von r seien, und der Allgemeinheit willen werden wir es auch nicht von der Molekülarkraft $\mathfrak{f}(r)$ annehmen. Bei einaxigen Krystallen muss man dann annehmen, die Kräfte $\mathfrak{f}(r)$, $\mathfrak{f}_{,}(r)$, $\mathfrak{f}_{,,}(r)$ seien Funktionen

it allein des Abstandes r, sondern auch des Winkels, welchen
er Radius vector r mit der Axe des Krystalls bildet. Neh-
wir, wie vorher, die xAxe als der Krystallaxe parallel an,
können diese drei Funktionen unter den folgenden Formen
tzt werden:

(340)

$$) = \mathfrak{f}(r,x) = \Sigma x^n \Phi_n(r),\quad f(r) = f(r,x) = \Sigma \frac{x^n}{r} \Phi_n(r) = \Sigma x^n \varphi_n(r),$$

$$= \mathfrak{f}_{,}(r,x) = \Sigma x^n \Phi'_n(r),\quad f_{,}(r) = f_{,}(r,x) = \Sigma \frac{x^n}{r} \Phi'_n(r) = \Sigma x^n \varphi'_n(r),$$

$$) = \mathfrak{f}_{,,}(r,x) = \Sigma x^n \Phi''_n(r),\quad f_{,,}(r) = f_{,,}(r,x) = \Sigma \frac{x^n}{r} \Phi''_n(r) = \Sigma x^n \varphi''_n(r).$$

t der Gleichungen [(17)] wird man dann die folgenden erhalten:

(341)

$$+ \varrho, x + \Delta\xi) = \Sigma x^n \varphi_n(r) + \varrho \Sigma x^n d_r \varphi_n(r) + \Delta\xi \Sigma n x^{n-1} \varphi_n(r),$$

$$+ \varrho_{,} x + \xi' - \xi + \Delta\xi') = \Sigma x^n \varphi'_n(r) + \varrho \Sigma x^n d_r \varphi'_n(r) + (\xi' - \xi + \Delta\xi) \Sigma n x^{n-1} \varphi'_n(r), \text{ etc.}$$

stituirt man diese Werthe in den Gleichungen [(8)], so er
man statt der Gleichungen [(18)] die folgenden:

(342)

$$= S[m\Sigma[x^n\varphi_n(r)]\Delta\xi] + S[m\Sigma[x^n d_r\varphi_n(r)]x\varrho]$$
$$+ S[m\Sigma[nx^{n-1}\varphi_n(r)]x\Delta\xi] + S[m'\Sigma[x^n\varphi'_n(r)](\xi' - \xi + \Delta\xi')]$$
$$+ S[m'\Sigma[x^n d_r\varphi'_n(r)]x\varrho_{,}] + S[m'\Sigma[nx^{n-1}\varphi'_n(r)]x(\xi' - \xi + \Delta\xi')],$$

$$= S[m\Sigma[x^n\varphi_n(r)]\Delta v] + S[m\Sigma[x^n d_r\varphi_n(r)]y\varrho]$$
$$+ S[m\Sigma[nx^{n-1}\varphi_n(r)]y\Delta\xi] + S[m'\Sigma[x^n\varphi'_n(r)](v' - v + \Delta v')]$$
$$+ S[m'\Sigma[x^n d_r\varphi'_n(r)]y\varrho_{,}] + S[m'\Sigma[nx^{n-1}\varphi'_n(r)]y(\xi' - \xi + \Delta\xi')],$$

$$= S[m\Sigma[x^n\varphi_n(r)]\Delta\zeta] + S[m\Sigma[x^n d_r\varphi_n(r)]z\varrho]$$
$$+ S[m\Sigma[nx^{n-1}\varphi_n(r)]z\Delta\xi] + S[m'\Sigma[x^n\varphi'_n(r)](\zeta' - \zeta + \Delta\zeta')]$$
$$+ S[m'\Sigma[x^n d_r\varphi'_n(r)]z\varrho_{,}] + S[m'\Sigma[nx^{n-1}\varphi'_n(r)]z(\xi' - \xi + \Delta\xi')],$$

$$'= S[m\Sigma[x^n\varphi'_n(r)](\xi - \xi' + \Delta\xi)] + S[m\Sigma[x^n d_r\varphi'_n(r)]x\varrho]$$
$$+ S[m\Sigma[nx^{n-1}\varphi'_n(r)]x(\xi - \xi' + \Delta\xi)] + S[m'\Sigma[x^n\varphi''_n(r)]\Delta\xi']$$
$$+ S[m'\Sigma[x^n d_r\varphi''_n(r)]x\varrho_{,,}] + S[m'\Sigma[nx^{n-1}\varphi''_n(r)]x\Delta\xi'],$$

$$'= S[m\Sigma[x^n\varphi'_n(r)](v - v' + \Delta v)] + S[m\Sigma[x^n d_r\varphi'_n(r)]y\varrho]$$
$$+ S[m\Sigma[nx^{n-1}\varphi'_n(r)]y(\xi - \xi' + \Delta\xi)] + S[m'\Sigma[x^n\varphi''_n(r)]\Delta v']$$
$$+ S[m'\Sigma[x^n d_r\varphi''_n(r)]y\varrho_{,,}] + S[m'\Sigma[nx^{n-1}\varphi''_n(r)]y\Delta\xi'],$$

$$d_t^2\zeta' = S[m\Sigma[x^n\varphi'_n(r)](\zeta-\zeta'+\Delta\zeta)] + S[m\Sigma[x^n d_r\varphi'_n(r)]z,\varrho]$$
$$+ S[m\Sigma[nx^{n-1}\varphi'_n(r)](\xi-\xi'+\Delta\xi)] + S[m'\Sigma[x^n\varphi''_n(r)]\Delta\zeta']$$
$$+ S[m'\Sigma[x^n d_r\varphi''_n(r)]z\varrho_{,,}] + S[m'\Sigma[nx^{n-1}\varphi''_n(r)]z\Delta\xi'].$$

Betrachtet man in den Funktionen (340) der Kürze des Ausdruckes willen, r und x als unabhängige Variabeln, und setzt

(343)

$$\mathfrak{h} = S\left\{\frac{m}{x}d_x f(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)-\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right.$$
$$\left.- S\left\{\frac{m'}{x}d_x f_,(r)\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right\}\right. = \mathfrak{h}\left(\frac{d_x f(r)}{x}\right) - \mathfrak{h}\left(\frac{d_x f_,(r)}{x}\right),$$
$$\mathfrak{h}_, = S\left\{\frac{m'}{x}d_x f_,(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)\right)\right\} = \mathfrak{h}_,\left(\frac{d_x f_,(r)}{x}\right)$$
$$,\mathfrak{h} = S\left\{\frac{m}{x}d_x f_,(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)\right)\right\} = ,\mathfrak{h}\left(\frac{d_x f_,(r)}{x}\right)$$
$$\mathfrak{h}_{,,} = S\left\{\frac{m'}{x}d_x f_{,,}(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)-\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right.$$
$$\left.- S\left\{\frac{m}{x}d_x f_,(r)\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right\}\right. = \mathfrak{h}_{,,}\left(\frac{d_x f_{,,}(r)}{x}\right) - \mathfrak{h}_{,,}\left(\frac{d_x f(r)}{x}\right),$$

(344)

$$\mathfrak{l} = d_u^2\mathfrak{h}, \quad \mathfrak{l}_, = d_u^2\mathfrak{h}_,, \quad ,\mathfrak{l} = d_u^2\,,\mathfrak{h}, \quad \mathfrak{l}_{,,} = d_u^2\mathfrak{h}_{,,},$$
$$\mathfrak{r} = d_u d_v\mathfrak{h}, \quad \mathfrak{r}_, = d_u d_v\mathfrak{h}_,, \quad ,\mathfrak{r} = d_u d_v\,,\mathfrak{h}, \quad \mathfrak{r}_{,,} = d_u d_v\mathfrak{h}_{,,},$$
$$\mathfrak{q} = d_u d_w\mathfrak{h}, \quad \mathfrak{q}_, = d_u d_w\mathfrak{h}_,, \quad ,\mathfrak{q} = d_u d_v\,,\mathfrak{h}, \quad \mathfrak{q}_{,,} = d_u d_v\mathfrak{h}_{,,},$$

und bezeichnet ferner durch $l, l_,, ,l, l_{,,}, r, r_,, ,r, r_{,,}, q, q_,, ,q,$ die charakteristischen Funktionen, welche hervorgehen, wenn man in den Grössen $\mathfrak{l}, \mathfrak{l}_,, ,\mathfrak{l}, \mathfrak{l}_{,,}, \mathfrak{r}, \mathfrak{r}_,$ etc. d_x, d_y, d_z statt $u, v,$ setzt, so werden die Gleichungen (342) statt unter den Formeln [(21)], unter den folgenden gesetzt werden können:

(345)

$$(L + l - d_t^2)\xi + Rv + Q\zeta + (L_, + l_,)\xi' + R_,v' + Q_,\zeta' = 0$$
$$(R + r)\xi + (M - d_t^2)v + P\zeta + (R_, + r_,)\xi' + M_,v' + P_,\zeta' = 0$$
$$(Q + q)\xi + Pv + (N - d_t^2)\zeta + (Q_, + q_,)\xi' + P_,v' + N_,\zeta' = 0$$
$$(,L + ,l)\xi + ,Rv + ,Q\zeta + (L_{,,} + l_{,,} - d_t^2)\xi' + R_{,,}v' + Q_{,,}\zeta' = 0$$
$$(,R + ,r)\xi + ,Mv + ,P\zeta + (R_{,,} + r_{,,})\xi' + (M_{,,} - d_t^2)v' + P_{,,}\zeta' = 0$$
$$(,Q + ,q)\xi + ,Pv + ,N\zeta + (Q_{,,} + q_{,,})\xi' + P_{,,}v + (N_{,,} - d_t^2)\zeta' = 0$$

wo $L, L_,$ etc. durch die Gleichungen [(19)], und $f(r), f_,(r), f_{,,}(r)$ durch die Gleichungen (340) bestimmt sind.

Bei einaxigen Krystallen müssen die Grössen $l, r, q, l_,, r_,, q_,$ etc. charakteristische Funktionen von d_x und $d_y^2 + d_z^2$ sein

nd folglich $\mathfrak{h}$, $\mathfrak{h}_,$, $_,\mathfrak{h}$, $\mathfrak{h}_{,,}$ Funktionen von u und $k_,$. Setzt an jetzt:

$$
(346)\qquad
\begin{aligned}
i &= \frac{1}{u} d_u\left(\frac{1}{k_,} d_{k,} \mathfrak{h}\right), & i_, &= \frac{1}{u} d_u\left(\frac{1}{k_,} d_{k,} \mathfrak{h}_,\right), \\
{}_,i &= \frac{1}{u} d_u\left(\frac{1}{k_,} d_{k,} {}_,\mathfrak{h}\right), & i_{,,} &= \frac{1}{u} d_u\left(\frac{1}{k_,} d_{k,} \mathfrak{h}_{,,}\right),
\end{aligned}
$$

nd bezeichnet durch i, $i_,$, $_,i$, $i_{,,}$ die entsprechenden charakteri-ischen Funktionen, wenn man d_x, d_y, d_z statt u, v, w setzt, wird:

(347)

$$
\begin{aligned}
r &= d_x d_y i, & r_, &= d_x d_y i_,, & {}_,r &= d_x d_y {}_,i, & r_{,,} &= d_x d_y i_{,,}, \\
q &= d_x d_z i, & q_, &= d_x d_z i_,, & {}_,q &= d_x d_z {}_,i, & q_{,,} &= d_x d_z i_{,,}.
\end{aligned}
$$

ie Gleichungen (345) können folglich statt unter den Formen 71) unter den folgenden gesetzt werden:

(348)

$$
\begin{aligned}
&L + l - d_t^2)\xi + d_x l(d_y v + d_z \zeta) + (L_, + l_,)\xi' + d_x l_,(d_y v' + d_z \zeta') = 0, \\
&L + {}_,l)\xi + d_x {}_,l(d_y v + d_z \zeta) + (L_{,,} + l_{,,} - d_t^2)\xi' + d_x l_{,,}(d_y v' + d_z \zeta') = 0, \\
&E - d_t^2)v + d_y[(I + i)d_x \xi + F(d_y v + d_z \zeta)] + E_, v' \\
&\qquad + d_y[(I_, + i_,)d_x \xi' + F_,(d_y v' + d_z \zeta')] = 0. \\
&v + d_y[({}_,I + {}_,i)d_x \xi + {}_,F(d_y v + d_z \zeta)] + (E_{,,} - d_t^2)v' \\
&\qquad + d_y[(I_{,,} + i_{,,})d_x \xi' + F_{,,}(d_y v' + d_z \zeta')] = 0. \\
&E - d_t^2)\zeta + d_z[(I + i)d_x \xi + F(d_y v + d_z \zeta)] + E_, v' \\
&\qquad + d_z[(I_, + i_,)d_x \xi' + F_,(d_y v' + d_z \zeta')] = 0, \\
&\zeta + d_z[({}_,I + {}_,i)d_x \xi + {}_,F(d_y v + d_z \zeta)] + (E_{,,} - d_t^2)v' \\
&\qquad + d_z[(I_{,,} + i_{,,})d_x \xi' + F_{,,}(d_y v' + d_z \zeta')] = 0.
\end{aligned}
$$

etzt man wie vorher:

$$
(272)\qquad d_y v + d_z \zeta = f, \quad d_y v' + d_z \zeta' = f',
$$

o erhält man zwischen den Grössen ξ, ξ', f, f' die vier Gleichungen:

(349)

$$
\begin{aligned}
&+ l - d_t^2)\xi + d_x l f + (L_, + l_,)\xi' + d_x l_, f' = 0. \\
&L + {}_,l)\xi + d_x {}_,l f + (L_{,,} + l_{,,} - d_t^2)\xi' + d_x l_{,,} f' = 0. \\
&(I + i)(d_y^2 + d_z^2)\xi + [E - d_t^2 + F(d_y^2 + d_z^2)]f \\
&\qquad + d_x(I_, + i_,)(d_y^2 + d_z^2)\xi' + [E_, + F_,(d_y^2 + d_z^2)]f' = 0. \\
&({}_,I + {}_,i)(d_y^2 + d_z^2)\xi + [{}_,E + {}_,F(d_y^2 + d_z^2)]f \\
&\qquad + d_x(I_{,,} + i_{,,})(d_y^2 + d_z^2)\xi' + [E_{,,} - d_t^2 + F_{,,}(d_y^2 + d_z^2)]f' = 0.
\end{aligned}
$$

und zwischen den Grössen $(d_z v - d_y \zeta)$ und $(d_z v' - d_y \zeta')$ die zwe[i] Gleichungen:

$$(274)\quad \begin{aligned} (E - d_t^2)(d_z v - d_y \zeta) + E_,(d_z v' - d_y \zeta') &= o, \\ {}_,E(d_z v - d_y \zeta) + (E_{,,} - d_t^2)(d_z v' - d_y \zeta') &= o. \end{aligned}$$

§. 2. Allgemeine und particuläre Integrale der Differentialgleichungen der unendlich kleinen Bewegungen zweier einaxig krystallisirten Systeme von Molekülen.

Die allgemeinen Integrale der Differentialgleichungen (349) werden dieselbe Form haben, wie die im vorigen Capitel entwickelten allgemeinen Integrale (279), wenn man statt ∇'' den Ausdruck $\nabla_,''$ setzt, wo $\nabla_,'' = o$ die charakteristische Gleichung ist, welche aus den Gleichungen (349) durch die Elimination der Grössen ξ, ξ', f, f' hervorgeht, und statt α, β, γ, δ, $\alpha_,$, $\beta_,$ etc. die Coëfficienten α', β', γ', δ', $\alpha_,'$, $\beta_,'$ etc., wenn diese so bestimmt sind, dass der Ausdruck $\nabla_,''$ unter den folgenden Formen gesetzt werden kann:

(350)

$$\begin{aligned} \nabla_,'' &= \alpha'(L + l - d_t^2)\xi + \beta'({}_,L + {}_,l) + \gamma' d_x(I + i)(d_y^2 + d_z^2) + \delta' d_x({}_,I + {}_,i)(d_y^2 + d_z^2) \\ &= \alpha_,' d_x I + \beta' d_x {}_,I + \gamma_,'[E - d_t^2 + F(d_y^2 + d_z^2)] + \delta_,'[{}_,E + {}_,F(d_y^2 + d_z^2)] \\ &= \alpha_{,}(I + i) + \beta'(L + L_{,,} - d_t^2) + {}_,\gamma' d_x(I_, + i_,)(d_y^2 + d_z^2) \\ &\qquad + {}_,\delta' d_x(I_{,,} + i_{,,})(d_y^2 + d_z^2) \\ &= \alpha_{,,} d_x I + \beta d_x I_, + \gamma[E_, + F_,(d_y^2 + d_z^2)] + \delta_{,,}[E_{,,} - d_t^2 + F_{,,}(d_y^2 + d_z^2)]. \end{aligned}$$

Die particulären Integrale der Gleichungen (348) sind von der Form [(141)], wo s durch eine der Gleichungen:

$$(281)\qquad S = (s^2 - \mathfrak{E})(s^2 - \mathfrak{E}_,) - \mathfrak{E}_, {}_,\mathfrak{E} = o.$$

oder

$$(351)\qquad S_, = o$$

bestimmt ist, wo $S_,$ die Grösse bezeichnet, welche man aus der charakteristischen Function $\nabla_,''$ erhält, wenn man statt der Zeichen d_x, d_y, d_z, d_t die Grössen u, v, w, s setzt. Die Coëfficienten A, B, C, A, B, C [illegible] durch die folgenden Gleichungen bestimmt:

(352)

[illegible] $B' - wC') = o$,

[illegible] $B - wC) = o$,

[illegible] $B + wC)$

[illegible] $B + wC) = o$.

(357)

$$\mathfrak{f}(r, x) = \Sigma[x^n \varphi_n(r)] = \Sigma(1 - n\varepsilon) x'^n \varphi_n\left(r' - \frac{\varepsilon x'^2}{r'}\right)$$

$$= \Sigma[x'^n \varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma[n x'^n \varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma\left(\frac{x'^{n+2}}{r'} d_{r'} \varphi_n(r')\right)$$

$$= \Sigma[x''^n \varphi_n(r'')] - \varepsilon\Sigma[n x''^n \varphi_n(r'')] - \varepsilon\Sigma\left(\frac{x''^{n+2}}{r''} d_{r''} \varphi_n(r'')\right).$$

Man erhält folglich:

(358)

$$\mathfrak{s} = \Sigma\mathfrak{S}[x'^n \varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma n\mathfrak{S}[x'^n \varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma\mathfrak{S}\left(\frac{x'^{n+2}}{r'} d_{r'} \varphi_n(r')\right)$$

$$-\Sigma\mathfrak{S}[x''^n \varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{S}[x''^n \varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma\mathfrak{S}\left(\frac{x''^{n+2}}{r''} d_{r''} \varphi'_n(r'')\right),$$

$$\mathfrak{s}_{,} = \Sigma\mathfrak{S}_{,}[x''^n \varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{S}_{,}[x''^n \varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma\mathfrak{S}_{,}\left(\frac{x''^{n+2}}{r''} d_{r''} \varphi_n(r'')\right),$$

. . . .

$$\mathfrak{h} = \Sigma\mathfrak{H}\left(\frac{x'^n}{r'} d_{r'} \varphi_n(r')\right) - \varepsilon\Sigma n\mathfrak{H}\left(\frac{x'^n}{r'} d_{r'} \varphi_n(r')\right)$$

$$-\varepsilon\Sigma\mathfrak{H}\left[\frac{x'^{n+2}}{r'} d_{r'}\left(\frac{d_{r'} \varphi_n(r')}{r'}\right)\right] - \Sigma\mathfrak{H}\left(\frac{x''^n}{r''} d_{r''} \varphi'_n(r'')\right)$$

$$-\varepsilon'\Sigma n\mathfrak{H}\left(\frac{x''^n}{r''} d_{r''} \varphi_n(r'')\right) - \varepsilon'\Sigma\mathfrak{H}\left[\frac{x''^{n+2}}{r''} d_{r''}\left(\frac{d_{r''} \varphi_n(r'')}{r''}\right)\right].$$

$$\mathfrak{h}_{,} = \Sigma\mathfrak{H}_{,}\left(\frac{x''^n}{r''} d_{r''} \varphi'_n(r'')\right) - \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{H}_{,}\left(\frac{x''^n}{r''} d_{r''} \varphi'_n(r'')\right)$$

$$-\varepsilon'\Sigma\mathfrak{H}_{,}\left[\frac{x''^{n+2}}{r''} d_{r''}\left(\frac{d_{r''} \varphi'_n(r'')}{r''}\right)\right];$$

. . . .

$$\mathfrak{k} = \Sigma n\mathfrak{h}[x'^{n-2} \varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma n(n-2)\mathfrak{h}[x'^{n-2} \varphi_n(r')]$$

$$-\varepsilon\Sigma n\mathfrak{h}\left(\frac{x'^n}{r'} d_{r'} \varphi_n(r')\right) - \Sigma n\mathfrak{h}[x''^{n-2} \varphi'_n(r'')]$$

$$-\varepsilon'\Sigma n(n-2)\mathfrak{h}[x''^{n-2} \varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{h}\left(\frac{x''^n}{r''} d_{r''} \varphi_n(r'')\right),$$

$$\mathfrak{k}_{,} = \Sigma n\mathfrak{h}_{,}[x''^{n-2} \varphi'_n(r'')] - \varepsilon\Sigma n(n-2)\mathfrak{h}_{,}[x''^{n-2} \varphi'_n(r')]$$

$$-\varepsilon\Sigma n\mathfrak{h}_{,}\left(\frac{x''^n}{r''} d_{r''} \varphi_n(r'')\right);$$

. . . .

Führt man hier die Summationen auf dieselbe Weise aus, wie im vorigen Capitel, so erhält man:

so wird, wie im vorigen Capitel, die Gleichung (284) das Fortpflanzungsgesetz eines Strahls bestimmen, und, wenn die Gleichungen (353) nicht stattfinden, werden die Schwingungen in diesem Strahle senkrecht auf der Axe des Krystalls und im Wellenplane stattfinden. Die Gleichungen (355) werden das Fortpflanzungsgesetz eines zweiten Strahls bestimmen, in welchem die Verschiebungen im Hauptschnitte stattfinden werden, die, was die Molekülen des Aethers betrifft, einen kleinen Winkel φ mit der Axe machen, wo: $\sin\varphi = \frac{\mu}{2}\sin 2\alpha$, wenn α den Winkel, welchen der Strahl mit der Axe des Krystalls bildet, und μ eine sehr kleine Grösse bezeichnet, die so bestimmt werden muss, dass die Gleichungen:

(356)

$$\mathfrak{L} + \mathfrak{l} + (1-\mu)u^2\mathfrak{J} + \mathfrak{L}_{,,} + \mathfrak{l}_{,,} + u^2\mathfrak{J}_{,,} = \mathfrak{E} - \mathfrak{F}(v^2 + w^2) + \frac{v^2+w^2}{1-\mu}(\mathfrak{J} + \mathfrak{i}) + \mathfrak{E}_{,,} - \mathfrak{F}_{,,}(v^2+w^2) + (v^2+w^2)(\mathfrak{J}_{,,} + \ldots$$

$$[\mathfrak{L} + \mathfrak{l} + (1-\mu)u^2\mathfrak{J}](\mathfrak{L}_{,,} + \mathfrak{l}_{,,} + u^2\mathfrak{J}_{,,}) - (\mathfrak{L}_{,} + \mathfrak{l}_{,} + u^2\mathfrak{J}_{,})[{}_{,}\mathfrak{L} + {}_{,}\mathfrak{l} + (1-\mu)u^2 \ldots$$
$$= \left(\mathfrak{E} - \mathfrak{F}(v^2+w^2) + \frac{v^2+w^2}{1-\mu}(\mathfrak{J}+\mathfrak{i})\right)[\mathfrak{E}_{,,} - \mathfrak{F}_{,,}(v^2 + \ldots$$
$$+ (v^2+w^2)(\mathfrak{J}_{,,} + \mathfrak{i}_{,,})] - [\mathfrak{E}_{,} - \mathfrak{F}_{,}(v^2+w^2) + (\mathfrak{J}_{,} + \mathfrak{i}_{,})(v^2+w^2)]\left({}_{,}\mathfrak{E} - {}_{,}\mathfrak{F}(v^2+w^2) + \frac{v^2+w^2}{1-\mu}({}_{,}\mathfrak{J} + {}_{,}\ldots\right.$$

stattfinden.

§. 3. Entwickelung der Funktionen $\mathfrak{E}, \mathfrak{E}_{,}, {}_{,}\mathfrak{E}, \mathfrak{E}_{,,}, \mathfrak{F}, {}_{,}\mathfrak{F}, \mathfrak{F}_{,,}, \mathfrak{J}, \mathfrak{J}_{,}, {}_{,}\mathfrak{J}, \mathfrak{J}_{,,}, \mathfrak{L}, \mathfrak{L}_{,}, {}_{,}\mathfrak{L}, \mathfrak{L}_{,,}, \mathfrak{i}, \mathfrak{i}_{,}, {}_{,}\mathfrak{i}, \mathfrak{i}_{,,}, \mathfrak{l}, \mathfrak{l}_{,}, {}_{,}\mathfrak{l}, \mathfrak{l}_{,,}$

Denken wir uns, wie im vorigen Capitel, die Moleküle der beiden Systeme erst in gleichem Abstande von einander in aequidistante Kugelflächen vertheilt, bezeichnen wir durch x' und x'' ihre mit der Krystallaxe parallelen Coordinaten und denken wir uns, dass diese Coordinaten im Zustande der Krystallisation in einem gewissen Verhältniss vermindert sind, so dass:

$$(301)\qquad x = (1-\varepsilon)x' = (1-\varepsilon')x'',\quad \mathrm{x} = (1-\varepsilon)\mathrm{x}' = (1-\varepsilon')\mathrm{x}'';$$

setzen wir ferner, wie vorher, für durchsichtige Körper:

$$(306)\qquad \mathrm{u}' = \mathrm{u}(1-\varepsilon) = u'\sqrt{-1},\quad \mathrm{u}'' = \mathrm{u}(1-\varepsilon') = u''\sqrt{-1}$$

$$(307)\qquad \mathrm{r} = \mathrm{r}' - \frac{\varepsilon \mathrm{x}'^2}{\mathrm{r}'} = \mathrm{r}'' - \frac{\varepsilon' \mathrm{x}''^2}{\mathrm{r}''},$$ so wird:

(357)

$$\mathfrak{f}(r,x) = \Sigma[x^n \varphi_n(r)] = \Sigma(1-n\varepsilon)x'^n\varphi_n\left(r' - \frac{\varepsilon x'^2}{r'}\right)$$

$$= \Sigma[x'^n\varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma[nx'^n\varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma\left(\frac{x'^{n+2}}{r'}d_{r'}\varphi_n(r')\right)$$

$$= \Sigma[x''^n\varphi_n(r'')] - \varepsilon\Sigma[nx''^n\varphi_n(r'')] - \varepsilon\Sigma\left(\frac{x''^{n+2}}{r''}d_{r''}\varphi_n(r'')\right).$$

Man erhält folglich:

(358)

$$\mathfrak{G} = \Sigma\mathfrak{G}[x'^n\varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma n\mathfrak{G}[x'^n\varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma\mathfrak{G}\left(\frac{x'^{n+2}}{r'}d_{r'}\varphi_n(r')\right)$$

$$-\Sigma\mathfrak{G}[x''^n\varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{G}[x''^n\varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma\mathfrak{G}\left(\frac{x''^{n+2}}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right),$$

$$\mathfrak{G}_, = \Sigma\mathfrak{G}_,[x''^n\varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{G}_,[x''^n\varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma\mathfrak{G}_,\left(\frac{x''^{n+2}}{r''}d_{r''}\varphi_n(r'')\right),$$

. . . .

$$\mathfrak{H} = \Sigma\mathfrak{H}\left(\frac{x'^n}{r'}d_{r'}\varphi_n(r')\right) - \varepsilon\Sigma n\mathfrak{H}\left(\frac{x'^n}{r'}d_{r'}\varphi_n(r')\right)$$

$$-\varepsilon\Sigma\mathfrak{H}\left[\frac{x'^{n+2}}{r'}d_{r'}\left(\frac{d_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\right)\right] - \Sigma\mathfrak{H}\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right)$$

$$-\varepsilon'\Sigma n\mathfrak{H}\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi_n(r'')\right) - \varepsilon'\Sigma\mathfrak{H}\left[\frac{x''^{n+2}}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}\varphi_n(r'')}{r''}\right)\right].$$

$$\mathfrak{H}_, = \Sigma\mathfrak{H}_,\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right) - \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{H}_,\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right)$$

$$-\varepsilon'\Sigma\mathfrak{H}_,\left[\frac{x''^{n+2}}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}\varphi'_n(r'')}{r''}\right)\right];$$

. . . .

$$\mathfrak{h} = \Sigma n\mathfrak{h}[x'^{n-2}\varphi_n(r')] - \varepsilon\Sigma n(n-2)\mathfrak{h}[x'^{n-2}\varphi_n(r')]$$

$$-\varepsilon\Sigma n\mathfrak{h}\left(\frac{x'^n}{r'}d_{r'}\varphi_n(r')\right) - \Sigma n\mathfrak{h}[x''^{n-2}\varphi'_n(r'')]$$

$$-\varepsilon'\Sigma n(n-2)\mathfrak{h}[x''^{n-2}\varphi'_n(r'')] - \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{h}\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi_n(r'')\right),$$

$$\mathfrak{h}_, = \Sigma n\mathfrak{h}_,[x''^{n-2}\varphi'_n(r'')] - \varepsilon\Sigma n(n-2)\mathfrak{h}_,[x''^{n-2}\varphi'_n(r')]$$

$$-\varepsilon\Sigma n\mathfrak{h}_,\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi_n(r'')\right),$$

. . . .

Führt man hier die Summationen auf dieselbe Weise aus, wie im vorigen Capitel, so erhält man:

(359)

$$\begin{aligned}
\mathfrak{G} = & \Sigma \Big\{ d_{u'}^{n} S \Big[m\varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6}k'^2 r'^2 - \dots \\
& \qquad - \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k'^n r'^n}{1.2.3\dots(n+1)}\Big)\Big]\Big\} \\
& - \varepsilon\Sigma \Big\{ d_{u'}^{n+2} S \Big[\frac{m}{r'} d_{r'} \varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6}k'^2 r'^2 - \dots \\
& \qquad + \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k'^{n+2} r'^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big)\Big]\Big\} \\
& - \varepsilon\Sigma \Big\{ n d_{u'}^{n} S \Big[m\varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6}k'^2 r'^2 - \dots \\
& \qquad - \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k'^n r'^n}{1.2.3\dots(n+1)}\Big)\Big]\Big\} \\
& - \Sigma \Big\{ d_{u''}^{n} S \Big[m'\varphi_n'(r'') \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k''^n r''^n}{1.2.3\dots(n+1)}\Big]\Big\} \\
& - \varepsilon'\Sigma \Big\{ d_{u''}^{n+2} S \Big[\frac{m'}{r''} d_{r''} \varphi_n'(r'') \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k''^{n+2} r''^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big]\Big\} \\
& + \varepsilon'\Sigma \Big\{ n d_{u''}^{n} S \Big[m'\varphi_n'(r'') \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k''^n r''^n}{1.2.3\dots(n+1)}\Big]\Big\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{G}_{,} = & \Sigma \Big\{ d_{u''}^{n} S \Big[m'\varphi_n'(r'')\frac{\sin k''r''}{k''r''}\Big]\Big\} - \varepsilon'\Sigma \Big\{ d_{u''}^{n+2} S \Big[\frac{m'}{r''} d_{r''} \varphi_n'(r'')\frac{\sin k''r''}{k''r''}\Big]\Big\} \\
& - \varepsilon'\Sigma \Big\{ n d_{u''}^{n} S \Big[m'\varphi_n'(r'')\frac{\sin k''r''}{k''r''}\Big]\Big\},
\end{aligned}$$

. . . .

$$\begin{aligned}
\mathfrak{H} = & \Sigma \Big\{ d_{u'}^{n} S \Big[\frac{m}{r'} d_{r'} \varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6}k'^2 r'^2 - \dots \\
& \qquad + \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k'^{n+2} r'^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big)\Big]\Big\} \\
& - \varepsilon\Sigma \Big\{ d_{u'}^{n+2} S \Big[\frac{m}{r'} d_{r'} \Big(\frac{d_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\Big)\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6}k'^2 r'^2 - \dots \\
& \qquad - \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k'^{n+4} r'^{n+4}}{1.2.3\dots(n+5)}\Big)\Big]\Big\} \\
& - \varepsilon\Sigma \Big\{ n d_{u'}^{n} S \Big[\frac{m}{r'} d_{r'} \varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6}k'^2 r'^2 - \dots \\
& \qquad + \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k'^{n+2} r'^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big)\Big]\Big\} \\
& + \Sigma \Big\{ d_{u''}^{n} S \Big[\frac{m'}{r''} d_{r''} \varphi_n'(r'') \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k''^{n+2} r''^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big]\Big\} \\
& + \varepsilon'\Sigma \Big\{ d_{u''}^{n+2} S \Big[\frac{m'}{r''} d_{r''} \Big(\frac{d_{r''}\varphi_n'(r'')}{r''}\Big) \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k''^{n+4} r''^{n+4}}{1.2.3\dots(n+5)}\Big]\Big\} \\
& - \varepsilon'\Sigma \Big\{ n d_{u''}^{n} S \Big[\frac{m'}{r''} d_{r''} \varphi_n'(r'') \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^n \frac{k''^{n+2} r''^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big]\Big\},
\end{aligned}$$

$$\Sigma\Big\{d^{n}_{n''}S\Big[\frac{m'}{r''}d_{r''}\varphi'_{n}(r'')\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\tfrac{1}{6}k''^{2}r''^{2}-\dots$$
$$+\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}\sqrt{-1}^{\,n-1}\frac{k''^{n+1}r''^{n+1}}{1.2.3\dots(n+2)}\Big)\Big]\Big\}$$
$$\varepsilon'\Sigma\Big\{d^{n+2}_{n''}\Big[\frac{m'}{r''}d_{r''}\Big(\frac{d_{r''}\varphi_{n}(r'')}{r''}\Big)\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\tfrac{1}{6}k''^{2}r''^{2}-\dots$$
$$-\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}\sqrt{-1}^{\,n-1}\frac{k''^{n+3}r''^{n+3}}{1.2.3\dots(n+4)}\Big)\Big]\Big\}$$
$$-\varepsilon'\Sigma\Big\{nd^{n}_{n''}S\Big[\frac{m'}{r''}d_{r''}\varphi'_{n}(r'')\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\tfrac{1}{6}k''r''+\dots$$
$$+\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}\sqrt{-1}^{\,n-1}\frac{k''^{n+1}r''^{n+1}}{1.2.3..(n+2)}\Big)\Big]\Big\},$$

. . . .

$$=\Sigma\Big\{nd^{n-2}_{n'}S\Big[m\varphi_{n}(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1+\frac{k'^{2}r'^{2}}{6}-\dots$$
$$-\frac{1+(-1)^{n}}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^{n}r'^{n}}{1.2.3\dots(n+1)}\Big)\Big]\Big\}$$
$$-\varepsilon\Sigma\Big\{n(n-2)d^{n-2}_{n'}S\Big[m\varphi_{n}(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1+\frac{k'^{2}r'^{2}}{6}-\dots$$
$$-\frac{1+(-1)^{n}}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^{n}r'^{n}}{1.2.3\dots(n+1)}\Big)\Big]\Big\}$$
$$-\varepsilon\Sigma\Big\{nd^{n}_{n'}S\Big[\frac{md_{r'}\varphi_{n}(r')}{r'}\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1+\frac{k'^{2}r'^{2}}{2}\dots$$
$$+\frac{1+(-1)^{n}}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^{n+2}r'^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big)\Big]\Big\}$$
$$-\Sigma\Big\{nd^{n-2}_{n''}S\Big[m'\varphi'_{n}(r'')\frac{1+(-1)^{n}}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k''^{n}r''^{n}}{1.2.3\dots(n+1)}\Big]\Big\}$$
$$+\varepsilon'\Sigma\Big\{n(n-2)d^{n-2}_{n''}S\Big[m'\varphi'_{n}(r'')\frac{1+(-1)^{n}}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k''^{n}r''^{n}}{1.2.3\dots(n+1)}\Big]\Big\}$$
$$-\Sigma\Big\{nd^{n}_{n''}S\Big[\frac{m'd_{r''}\varphi_{n}(r'')}{r''}\frac{1+(-1)^{n}}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k''^{n+2}r''^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big]\Big\},$$
$$=\Sigma\Big\{nd^{n-2}_{n''}S\Big[m'\varphi'_{n}(r'')\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\frac{k''^{2}r''^{2}}{6}-\dots$$
$$-\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}\sqrt{-1}^{\,n-1}\frac{k''^{n-1}r''^{n-1}}{1.2.3\dots n}\Big)\Big]\Big\}$$
$$-\varepsilon'\Sigma\Big\{n(n-2)d^{n-2}_{n''}S\Big[m'\varphi'_{n}(r'')\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\frac{k''^{2}r''^{2}}{6}-\dots$$
$$-\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}\sqrt{-1}^{\,n-1}\frac{k''^{n-1}r''^{n-1}}{1.2.3\dots n}\Big)\Big]\Big\}$$

$$- \varepsilon' \Sigma \Big\{ n d^n_{u''} S \Big[\frac{m' d_{r''} \varphi'_n(r'')}{r''} \Big(\frac{\sin k'' r''}{k'' r''} - 1 + \frac{k''^2 r''^2}{6} - \dots$$

$$+ \frac{1 + (-1)^{n-1}}{2} \sqrt{-1}^{\,n-1} \frac{k''^{n+1} r''^{n+1}}{1.2.3 \dots n+1}$$

. . . .

Bemerkt man jetzt, dass, wenn n eine gerade Zahl i

$$d^n_{u'} k'^n = \frac{1}{\sqrt{-1}^n} d^n_{u'} k'^n = \frac{1.2.3 \dots n}{\sqrt{-1}^n}, \quad d^n_{u'} k'^{n-2} = d^n_{u'} k'^{n-4} = .$$

und wenn n eine ungerade Zahl ist:

$$d^n_{u'} k'^{n+1} = \frac{1.2.3 \dots n+1}{\sqrt{-1}^n} k' \sqrt{-1}, \quad d^n_{u'} k'^{n-1} = d^n_{u'} k'^{n-3} = ..$$

so findet man:

(360)

$$\mathfrak{L} = - \Sigma \Big\{ d^n_{u'} S \Big[\frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'} \Big(\Big(\cos k' r' - \frac{\sin k' r'}{k' r'}$$

$$+ \frac{1 + (-1)^n}{2} \sqrt{-1}^{\,n} \frac{k'^{n+2} r'^{n+2}}{1.2.3 \dots (n+1)(n+3)} \Big) r' \varphi_n(r$$

$$+ \varepsilon \Sigma \Big\{ d^{n+2}_{u'} S \Big[\frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'} \Big(\Big(\cos k' r' - \frac{\sin k' r'}{k' r'}$$

$$- \frac{1 + (-1)^n}{2} \sqrt{-1}^{\,n} \frac{k'^{n+4} r'^{n+4}}{1.2.3 \dots (n+3)(n+5)} \Big) d_{r'} \varphi_n(r$$

$$+ \varepsilon \Sigma \Big\{ n d^n_{u'} S \Big[\frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'} \Big(\Big(\cos k' r' - \frac{\sin k' r'}{k' r'}$$

$$+ \frac{1 + (-1)^n}{2} \sqrt{-1}^{\,n} \frac{k'^{n+2} r'^{n+2}}{1.2.3 \dots (n+1)(n+3)} \Big) r' \varphi_n(r$$

$$- \Sigma \Big\{ \frac{1 + (-1)^n}{2} S \Big[\frac{m'}{r''^2} d_{r''} \Big(\frac{r''^{n+3} \varphi'_n(r'')}{(n+1)(n+3)} \Big) \Big] \Big\}$$

$$+ \varepsilon' \Sigma \Big\{ \frac{1 + (-1)^n}{2} S \Big[\frac{m'}{r''^2} d_{r''} \Big(\frac{r''^{n+4} d_{r''} \varphi'_n(r'')}{(n+3)(n+5)} \Big) \Big] \Big\}$$

$$+ \varepsilon' \Sigma \Big\{ n \frac{1 + (-1)^n}{2} S \Big[\frac{m'}{r''^2} d_{r''} \Big(\frac{r''^{n+3} \varphi'_n(r'')}{(n+1)(n+3)} \Big) \Big] \Big\};$$

$$\mathfrak{L}_r = - \Sigma \Big\{ d^n_{u''} S \Big[\frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''} \Big(\Big(\cos k'' r'' - \frac{\sin k'' r''}{k'' r''} \Big) r'' \varphi'_n(r'') \Big)$$

$$+ \varepsilon' \Sigma \Big\{ d^{n+2}_{u''} S \Big[\frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''} \Big(\Big(\cos k'' r'' - \frac{\sin k'' r''}{k'' r''} \Big) d_{r''} \varphi'_n(r'') \Big)$$

$$+ \varepsilon' \Sigma \Big\{ n d^n_{u''} S \Big[\frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''} \Big(\Big(\cos k'' r'' - \frac{\sin k'' r''}{k'' r''} \Big) d_{r''} \varphi'_n(r'') \Big)$$

. . . .

(361)

$$= -\ \Sigma\Big\{ d_{u'}^{n}.\,S\Big[\frac{m r' d_{r'}\varphi_n(r')}{k'^2}\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\Big)\Big]\Big\}$$

$$+\ \varepsilon\Sigma\Big\{ d_{u'}^{n+2} S\Big[\frac{m r' d_{r'}\Big(\frac{d_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\Big)}{k'^2}\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\Big)\Big]\Big\}$$

$$+\ \varepsilon\Sigma\Big\{ n d_{u'}^{n}.\,S\Big[\frac{m r' d_{r'}\varphi_n(r')}{k'^2}\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\Big)\Big]\Big\},$$

. . . .

(362) $\mathfrak{J} = (1-2\varepsilon)\mathfrak{S};\ \mathfrak{J}, = (1-2\varepsilon')\mathfrak{S}, \ldots.$

(363)

$$= \mathfrak{L} - (1-2\varepsilon)u'^2\mathfrak{S} + 2\varepsilon\Sigma\Big\{ d_{u'}^{n}.\,S\Big[\frac{m}{k'^2}\frac{d_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\Big(\cos k'r'$$

$$- \frac{\sin k'r'}{k'r'} + \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^{n+2}r'^{n+2}}{1.2.3\ldots(n+1)(n+3)}\Big)\Big]\Big\}$$

$$+\ 2\varepsilon'\Sigma\Big\{\frac{1+(-1)^n}{2}S\Big[m' d_{r''}\varphi_n(r'')\frac{r''^{n+1}}{(n+1)(n+3)}\Big]\Big\},$$

$$= \mathfrak{L}, - (1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{S},$$

$$+\ 2\varepsilon'\Sigma\Big\{ d_{u''}^{n}.\,S\Big[\frac{m'}{k''^2}\frac{d_{r''}\varphi_n(r'')}{r''}\Big(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''}\Big)\Big]\Big\},$$

. . . .

(364)

$$= \Sigma\Big\{ n d_{u'}^{n}.\,S\Big[m\varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^n r'^n}{1.2.3\ldots(n+1)}\Big)\Big]\Big\}$$

$$-\ \varepsilon\Sigma\Big\{ n(n-2) d_{u'}^{n}.\,S\Big[m\varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'}$$

$$- \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^n r'^n}{1.2.3\ldots(n+1)}\Big)\Big]\Big\}$$

$$-\ \varepsilon\Sigma\Big\{ n d_{u'}^{n+2} S\Big[\frac{m d_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + \frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^{n+2}r'^{n+2}}{1.2.3\ldots(n+3)}\Big)\Big]\Big\}$$

$$-\ \Sigma\Big\{ n\frac{1+(-1)^n}{2}S\Big[m'\varphi_n'(r'')\frac{r''^n}{n+1}\Big]\Big\}$$

$$+\ \varepsilon'\Sigma\Big\{ n(n-2)\frac{1+(-1)^n}{2}S\Big[m\varphi_n'(r'')\frac{r''^n}{n+1}\Big]\Big\}$$

$$+\ \varepsilon'\Sigma\Big\{ n\frac{1+(-1)^n}{2}S\Big[m' d_{r''}\varphi_n'(r'')\frac{r''^{n+1}}{n+3}\Big]\Big\}.$$

$$= \Sigma\Big\{ n d_{u''}^{n}.\,S\Big[m'\varphi_n(r'')\frac{\sin k''r''}{k''r''}\Big]\Big\} - \varepsilon'\Sigma\Big\{ n(n-2) d_{u''}^{n}.\,S\Big[m'\varphi_n(r'')\frac{\sin k''r''}{k''r''}\Big]\Big\}$$

$$-\ \varepsilon'\Sigma\Big\{ n d_{u''}^{n+2} S\Big[\frac{m' d_{r''}\varphi_n(r'')}{r''}\frac{\sin k''r''}{k''r''}\Big]\Big\},$$

. . . .

(365)

$$i = -\Sigma \Big\{ n d_{u'}^{n-2} S\Big[\frac{m\varphi_n(r')r'^4}{k'^2}\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\Big)\Big.$$

$$+ \varepsilon\Sigma \Big\{ n(n-2) d_{u'}^{n-2} S\Big[\frac{m\varphi_n(r')r'^2}{k'^2}\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2} - 3\frac{\sin k'r}{k'^3r'^3}$$

$$+ \varepsilon\Sigma \Big\{ n d_{u'}^{n} S\Big[\frac{m\, d_{r'}\varphi_n(r')r'}{k'}\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\Big)\Big.$$

. . . .

Bezeichnen wir jetzt, wie vorher, durch $\mathfrak{D}$ die Dichti[g] des ersten Systems von Molekülen, durch $\mathfrak{D}'$ diejenige des z[weit]ten, durch r_0' und r_0'' die kleinste, durch r_∞' und r_∞'' die grö[sste] Distanz der Molekülen der respectiven Systeme in einem [zu] der Axe senkrechten Plane, so findet man, weil, wie in Ca[p] gezeigt worden ist:

$$\text{(251)}\quad \begin{aligned} S[mF(r')] &= 4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)\int_{r_0'}^{r_\infty'} r^2F(r)dr. \\ S[m'F(r'')] &= 4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')\int_{r_0''}^{r_\infty''} r^2F(r)dr. \end{aligned}$$

(366)

$$\mathfrak{E} = -4\pi\mathfrak{D}\Sigma\Big\{\frac{1+(-1)^n}{2}\Big[\frac{r_\infty'^{n+2}\Phi_n(r_\infty')}{(n+1)(n+3)} - \frac{(k'^2+nu'^2)r_0'^{n+4}\Phi_n(\ldots}{2(n+1)(n+3)(n+\ldots}$$

$$+ \frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'r_0'^{n+3}\Phi_n(r\ldots}{(n+2)(n+\ldots}$$

$$+ 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma(n+1)\Big\{\frac{1+(-1)^n}{2}\Big[\frac{r_\infty'^{n+2}\Phi_n(r_\infty')}{(n+1)(n+3)}$$

$$-\frac{(k'^2+nu'^2)r_0'^{n+4}\Phi_n(r_0')}{2(n+1)(n+3)(n+5)}\Big] + \frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'r_0'^{n+3}\Phi_n(r\ldots}{(n+2)(n+\ldots}$$

$$+ 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\Big\{\frac{1+(-1)^n}{2}\Big[\frac{r_\infty'^{n+4}d_{r_\infty'}\varphi_n(r_\infty')}{(n+3)(n+5)}$$

$$-\frac{(k'^2+(n+2)u'^2)r_0'^{n+6}d_{r_0'}\varphi_n(r_0')}{2(n+3)(n+5)(n+7)}\Big] + \frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'r_0'^{n+5}d_{r_0'}\varphi_n(r\ldots}{(n+4)(n+6)}$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\Big\{\frac{1+(-1)^n}{2}\Big[\frac{r_\infty''^{n+2}\Phi_n'(r_\infty'') - r_0''^{n+2}\Phi_n'(r_0'')}{(n+1)(n+3)}\Big]\Big\}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma(n+1)\Big\{\frac{1+(-1)^n}{2}\Big[\frac{r_\infty''^{n+2}\Phi_n'(r_\infty'') - r_0''^{n+2}\Phi_n'(r_0'')}{(n+1)(n+3)}\Big]\Big\}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\Big\{\frac{1+(-1)^n}{2}\Big[\frac{r_\infty''^{n+4}d_{r_\infty''}\varphi_n'(r_\infty'') - r_0''^{n+4}d_{r_0''}\varphi_n'(r_0'')}{(n+3)(n+5)}\Big]\Big\}.$$

$$= -4\pi\mathfrak{D}'\Sigma_{,}^{\prime}\mathrm{d}_{n''}^{n}\Big(\frac{\cos k''\mathrm{r}_x}{k''^2}\Phi_n'(\mathrm{r}_x'')\Big) + \frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{\mathrm{r}_o''\,\Phi_n'(\mathrm{r}_o'')}{(n+1)(n+3)}$$

$$+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'\mathrm{r}_o''^{\,n+3}\,\Phi_n'(\mathrm{r}_o'')}{(n+2)(n+4)}\Big)$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma(n+1)_{,}^{\prime}\mathrm{d}_{n''}^{n}\Big(\frac{\cos k''\mathrm{r}_x}{k''^2}\Phi_n'(\mathrm{r}_x'')\Big)+\frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{\mathrm{r}_o''\,\Phi_n'(\mathrm{r}_o'')}{(n+1)(n+3)}$$

$$+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'\mathrm{r}_o''^{\,n+3}\,\Phi_n'(\mathrm{r}_o'')}{(n+2)(n+4)}\Big)$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma_{,}^{\prime}\mathrm{d}_{n''}^{n+2}\Big(\frac{\cos k''\mathrm{r}_x}{k''^2}\mathrm{d}_{r}\,\varphi_n'(\mathrm{r}_x'')\Big)$$

$$+\frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{\mathrm{r}_o''^{\,n+1}\mathrm{d}_{r_o}\varphi_n'(\mathrm{r}_o'')}{(n+3)(n+5)}+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'\mathrm{r}_o''^{\,n+5}\mathrm{d}_{r''}\varphi_n'(\mathrm{r}_o'')}{(n+4)(n+6)}\Big).$$

. . . .

(367)

$$= -4\pi\mathfrak{D}\Sigma_{,}^{\prime}\mathrm{d}_{n'}^{n}\Big(\frac{\mathrm{r}_x'\sin k'\mathrm{r}_x}{k'^3}\Phi_n(\mathrm{r}_x')\Big)+\frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{\mathrm{r}_o'^{\,n+1}\Phi_n(\mathrm{r}_o')}{(n+1)(n+3)(n+5)}$$

$$+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'\mathrm{r}_o'^{\,n+5}\Phi_n(\mathrm{r}_o')}{(n+2)(n+4)}\Big)$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma(n+1)_{,}^{\prime}\mathrm{d}_{n'}^{n}\Big(\frac{\mathrm{r}_x'\sin k'\mathrm{r}_x}{k'^3}\Phi_n(\mathrm{r}_x')\Big)+\frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{\mathrm{r}_o'^{\,n+4}\Phi_n(\mathrm{r}_o')}{(n+1)(n+3)(n+5)}$$

$$+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'\mathrm{r}_o'^{\,n+5}\Phi_n(\mathrm{r}_o')}{(n+2)(n+4)(n+6)}\Big)$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma_{,}^{\prime}\mathrm{d}_{n'}^{n+2}\Big(\frac{\mathrm{r}_x'\sin k'\mathrm{r}_x'\,\mathrm{d}_{r_x'}\varphi_n(\mathrm{r}_x')}{k'^3}\Big)+\frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{\mathrm{r}_o'^{\,n+6}\mathrm{d}_{r_o'}\varphi_n(\mathrm{r}_o')}{(n+3)(n+5)(n+7)}$$

$$+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'\mathrm{r}_o'^{\,n+7}\mathrm{d}_{r_o'}\varphi_n(\mathrm{r}_o')}{(n+4)(n+6)(n+8)}\Big)$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\Sigma_{,}^{\prime}\mathrm{d}_{n'}^{n}\Big(\int_{\mathrm{r}_o'}^{\mathrm{r}_x'}\frac{\mathrm{r}^2}{k'^2}\Phi_n(\mathrm{r})\,\mathrm{d}_r\Big(\frac{\sin k'\mathrm{r}}{k'\mathrm{r}}\Big)\mathrm{d}\mathrm{r}\Big)$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma_{,}^{\prime}(n+1)\mathrm{d}_{n'}^{n}\Big(\int_{\mathrm{r}_o'}^{\mathrm{r}_x'}\frac{\mathrm{r}^2}{k'^2}\Phi_n(\mathrm{r})\,\mathrm{d}_r\Big(\frac{\sin k'\mathrm{r}}{k'\mathrm{r}}\Big)\mathrm{d}\mathrm{r}\Big)$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma_{,}^{\prime}\mathrm{d}_{n'}^{n+2}\Big(\int_{\mathrm{r}_o'}^{\mathrm{r}_x'}\frac{\mathrm{r}^2}{k'^2}\mathrm{d}_r\varphi_n(\mathrm{r})\,\mathrm{d}_r\Big(\frac{\sin k'\mathrm{r}}{k'\mathrm{r}}\Big)\mathrm{d}\mathrm{r}\Big);$$

. . . .

(368)

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{E} - (1-2\varepsilon)u'^2\mathfrak{S} + 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\left[\frac{r_\infty'^{n+2}\Phi_n(r_\infty')}{(n+1)(n+3)}\right.\right.$$

$$\left.- \frac{(k'^2+nu'^2)r_0'^{n+4}\Phi_n(r_0')}{2(n+1)(n+3)(n+5)}\right] + \frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'r_0'^{n+3}\Phi_n(r_0' \ldots}{(n+2)(n+ \ldots}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{d_{u'}^n\int_{r_0'}^{r_\infty'} r\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right\}$$

$$- 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2(n+1)}\int_{r_0'}^{r_\infty'} r^{n+1}\Phi_n(r)dr\right\}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{r_\infty''^{n+2}\Phi_n'(r_\infty'') - r_0''^{n+2}\Phi_n'(r_0'')}{(n+1)(n+3)}\right\}$$

$$- 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\int_{r_0''}^{r_\infty''} r^{n+1}\Phi_n'(r)\,dr\right\},$$

$$\mathfrak{L}_{\prime} = \mathfrak{E}_{\prime} - (1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{S}_{\prime} + 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{d_{u''}^n\left(\frac{\cos k''r_\infty''}{k''^2}\Phi_n'(r_\infty'')\right)\right.$$

$$+ \frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{r_0''^{n+2}\Phi_n'(r_0'')}{(n+1)(n+3)} + \frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u''r_0''^{n+3}\Phi_n'(r_0'' \ldots}{(n+2)(n+ \ldots}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{d_{u''}^n\int_{r_0''}^{r_\infty''} r\Phi_n'(r)\frac{\sin k''r}{k''r}dr\right\},$$

. . . .

(369)

$$\mathfrak{l} = 4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{nd_{u'}^n\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)\right.$$

$$\left.- \frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{n}{n+1}\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r^{n+1}\Phi_n(r)dr\right)\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{n(n-1)d_{u'}^n\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)\right.$$

$$\left.- \frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{n(n-1)}{n+1}\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r^{n+1}\Phi_n(r)dr\right)\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\Big\{ n d_{u'}^{n+2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r\, d_r\, \varphi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}\, dr\Big)$$

$$+ \frac{1+(-1)^n}{2} n \int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r^{n+1}\Phi_n(r)\, dr\Big)$$

$$- \frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{n}{n+3}\Big(r'^{n+2}_\infty \Phi_n(r'_\infty) - r'^{n+2}_0 \Phi_n(r'_0)\Big)\Big\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\Big\{\frac{n}{n+1}\,\frac{1+(-1)^n}{2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r^{n+1}\Phi'_n(r)\, dr\Big)\Big\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\Big\{\frac{3n}{n+1}\,\frac{1+(-1)^n}{2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r^{n+1}\Phi'_n(r)\, dr\Big)\Big\}$$

$$+ 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\Big\{\frac{n}{n+3}\,\frac{1+(-1)^n}{2}\Big(r''^{n+2}_\infty \Phi'_n(r''_\infty) - r''^{n+2}_0 \Phi'_n(r''_0)\Big)\Big\},$$

$$= 4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\Big\{ n d_{u''}^{n}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r\,\Phi'_n(r)\frac{\sin k''r}{k''r}\, dr\Big)\Big\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\Big\{ n(n-1) d_{u''}^{n}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r\,\Phi'_n(r)\frac{\sin k''r}{k''r}\, dr\Big)\Big\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\Big\{ n d_{u''}^{n+2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r\, d_r\, \varphi'_n(r)\frac{\sin k''r}{k''r}\, dr\Big)\Big\},$$

. . . .

(370)

$$= 4\pi\mathfrak{D}\Sigma\Big\{ n d_{u'}^{n-2}\Big[\frac{1}{u'^2} d_{u'}^2 \int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r\,\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}\, dr\Big)$$

$$+ \frac{1}{u'^2 k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r^2\,\Phi_n(r)\, d_r\Big(\frac{\sin k'r}{k'r}\Big) dr\Big)\Big]\Big\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\Big\{ n(n+1) d_{u'}^{n-2}\Big[\frac{1}{u'^2} d_{u'}^2 \int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r\,\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}\, dr\Big)$$

$$+ \frac{1}{u'^2 k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r^2\,\Phi_n(r)\, d_r\Big(\frac{\sin k'r}{k'r}\Big) dr\Big)\Big]\Big\}$$

$$\bar{\beta} = -\ 4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)} + \frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')}{(2t+1)(2t+3)}\right\}$$

$$-\ 4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)} + \frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0'')}{(2t+1)(2t+3)}\right\}$$

$$+\ 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{2t+3} + \frac{e_{2t}}{(2t+3)(2t+5)} + \frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l}{(2t+3)(}\right.$$

$$+\ 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{2t+3} + \frac{i_{2t}}{(2t+3)(2t+5)} + \frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0'')}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l}{(2t+3)(}\right.$$

$$\bar{\gamma} = 16\pi^2\mathfrak{D}^2\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')}{(2t+1)(2t+3)}\right\}$$

$$+\ 16\pi^2\mathfrak{D}'^2\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0'')}{(2t+1)(2t+3)}\right\}$$

$$+\ 16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')+d_{2t}(r_0'')}{(2t+1)(2t+3)}\right\}$$

$$-\ 16\pi^2\mathfrak{D}^2\varepsilon\left[\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l_{2t}}{(2t+3)(2}\right.\right.$$

$$+\ \Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{2t+3} + \frac{e_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r}{(2t+1)(2t+}\right.$$

$$-\ 16\pi^2\mathfrak{D}'^2\varepsilon'\left[\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0'')}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l_{2t}}{(2t+3)(2t}\right.\right.$$

$$+\ \Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{2t+3} + \frac{i_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r}{(2t+1)(2t+}\right.$$

$$-\ 16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\varepsilon\left[\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{2t+3} + \frac{e_{2t}}{(2t+3)(2t+}\right.\right.$$

$$+\ \Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l_{2t}(}{(2t+3)(2t}\right.$$

$$+\ \Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r_0'')}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l_{2t}(r_0'}{(st+3)(2t+}\right.$$

$$-\ 16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\varepsilon'\left[\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{2t+3} + \frac{i_{2t}}{(2t+3)(2t+}\right.\right.$$

$$+\ \Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0'')}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l_{2t}(}{(2t+3)(2t}\right.$$

$$+\ \Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r_0')}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l_{2t}(r_0'}{(2t+3)(2t+}\right.$$

$$\bar{\delta} = -\ 8\pi^2\mathfrak{D}^2\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r_0')}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')}{(2t+1)(2t+3}\right.$$

$$-\ 8\pi^2\mathfrak{D}'^2\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r_0'')}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0'')}{(2t+1)(2t+3}\right.$$

$$+\ 8\pi^2\mathfrak{D}^2\varepsilon\left[\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r_0')}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l}{(2t+3)(2}\right.\right.$$

$$+\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\Bigg]$$

$$+8\pi^2\mathfrak{D}'^2\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{2t+3}+\frac{q_{2t}-l_{2t}(r''_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$-8\pi^2\mathfrak{T}\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{h_{2t}}{2t+3}+\frac{i_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$-8\pi^2\mathfrak{T}\mathfrak{D}'\varepsilon\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{g_{2t}}{2t+3}+\frac{e_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\},$$

$$\mathfrak{l}=4\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{T}'\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$-4\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{T}'\varepsilon\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\},$$

$$\overline{\mathfrak{a}}_{,}=2\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{(2t+2)\left(h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\},$$

$$\overline{\mathfrak{d}}_{,}=-8\pi^2\mathfrak{D}^2\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{(2t+2)\left(h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\},$$

$$\mathfrak{T}_{,}=8\pi^2\mathfrak{T}\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{(t+1)\left(h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}.$$

Da hier die Grössen $\overline{\mathfrak{a}}_{,}$ und $\overline{\mathfrak{d}}_{,}$ nicht Null sein können für alle Werthe von r'_0, so muss dieser Strahl der ungewöhnliche sein. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des zweiten Strahls wird durch die Gleichung (355) bestimmt, wo:

(376)

$$\frac{B}{w}=\frac{C}{v}=-\frac{uA(1-\varepsilon p-\varepsilon' q)}{v^2+w^2},\quad\frac{B'}{w}=\frac{C'}{v}=-\frac{uA'}{v^2+w^2}$$

zu setzen ist, weil man $1-\mu=1-\varepsilon p-\varepsilon' q$ annehmen kann. Die Geschwindigkeit dieses zweiten Strahls soll von u unabhängig sein und diese Bedingung, so wie die Bedingungsgleichungen (356) werden jetzt gewisse Bedingungen für die Molekülarkräfte geben. Man hat nämlich:

(377)

$$+\mathfrak{l}+(1-\mu)u^2\mathfrak{J}=\mathfrak{E}-\varepsilon(p-2)u^2\mathfrak{H}-\varepsilon' q u^2\mathfrak{H}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{2t\,d_{2t}^{2t}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)-\frac{2t}{2t+1}\int_{r'_0}^{r'_\infty}[r^{2t-1}\Phi_{2t}(r)dr]\right\}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)} + \frac{(k^2+2t\,u^2)\,h_{2t}(r_0')}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r\,\Phi_{2t}(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right) - \frac{1}{2t+1}\int_{r_0'}^{r_\infty'} r^{2t+1}\,\Phi_{2t}(r)\,dr\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{2t(2t-1)\,d_u^{2t}\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r\,\Phi_{2t}(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right.$$

$$\left. - \frac{2t(2t-1}{2t+1}\int_{r_0'}^{r_\infty'}[r^{2t+1}\,\Phi_{2t}(r)\,dr]\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t+2}\int_{r_0'}^{r_\infty'} r\,d_r\,\varphi_{2t}(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right.$$

$$\left. + 2t\int_{r_0'}^{r_\infty'} r^{2t+1}\,\Phi_{2t}(r)\,dr - \frac{2t}{2t+3}\,a_{2t}\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{2t}{2t+1}\int_{r_0''}^{r_\infty''} r^{2t+1}\,\Phi_{2t}'(r)\,dr\right\}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0'')}{(2t+1)(2t+3)} - \int_{r_0''}^{r_\infty''} r^{2t+1}\,\Phi_{2t}'(r)\,dr\right\}$$

$$+ 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{2t}{2t+3}\,[c_{2t}+d_{2t}(r_0'')] - \frac{6t}{2t+1}\int_{r_0''}^{r_\infty''} r^{2t+1}\,\Phi_{2t}'(r)\,dr\right\},$$

$$\mathfrak{L}_{,} + \mathfrak{l}_{,} + u^2\,\mathfrak{J}_{,} \doteq \mathfrak{E}_{,} + 2\varepsilon' u^2\,\mathfrak{S}_{,} + 4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{2t\,d_{u''}^{2t}\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r\,\Phi_{2t}'(r)\,\frac{\sin k''r}{k''r}\,dr\right)\right\}$$

$$- 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r_0'')}{(2t+1)(2t+3)} - d_{u''}^{2t}\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r\,\Phi_{2t}'(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right.$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{2t(2t-1)\,d_u^{2t}\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r\,\Phi_{2t}'(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right.$$

$$\left. + 2t\,d_u^{2t+2}\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r\,d_r\,\varphi_{2t}'(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\},$$

$$+ {}_{,}\mathfrak{l} + (1-\mu)u^2{}_{,}\mathfrak{J} = {}_{,}\mathfrak{L} - \varepsilon(p-2)u^2{}_{,}\mathfrak{H} - \varepsilon' q{}_{,}\mathfrak{H}$$

$$+ 4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{2t\, d_{n'}^{2t}\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r\Phi_{2t}'(r)\frac{\sin k' r}{k' r}dr\right)\right\}$$

$$- 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r_0')}{(2t+1)(2t+3)} - d_n^{2t}\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r\Phi_{2t}'(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{2t(2t-1)\, d_n^{2t}\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r\Phi_{2t}'(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right.$$

$$\left. + 2t\, d_n^{2t+2}\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r\, d_r\varphi_{2t}'(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\},$$

$$+ \mathfrak{l}_{,,} + u^2\mathfrak{J}_{,,} = \mathfrak{L}_{,,} + 2\varepsilon' u^2\mathfrak{H}_{,,}$$

$$+ 4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{2t\, d_{n''}^{2t}\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r\Phi_{2t}''(r)\frac{\sin k'' r}{k'' r}dr\right) - \frac{2t}{2t+1}\int_{r_0''}^{r_\infty''}[r^{2t+1}\Phi_{2t}''(r)dr]\right\}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)} + \frac{(k^2+2tu^2)g_{2t}(r_0'')}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{d_n^{2t}\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r\Phi_{2t}''(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right) - \frac{1}{2t+1}\int_{r_0''}^{r_\infty''}[r^{2t+1}\Phi_{2t}''(r)dr]\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{2t(2t-1)\, d_n^{2t}\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right.$$

$$\left. - \frac{2t(2t-1)}{2t+1}\int_{r_0''}^{r_\infty''}[r^{2t+1}\Phi_{2t}(r)dr]\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{2t\, d_n^{2t+2}\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r\, d_r\varphi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right) + 2t\int_{r_0''}^{r_\infty''}[r^{2t+1}\Phi_{2t}''(r)dr]\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{2t}{2t+1}\int_{r_0'}^{r_\infty'} r^{2t+1}\Phi_{2t}'(r)dr\right\}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')}{(2t+1)(2t+3)} - \int_{r_0'}^{r_\infty'}[r^{2t+1}\Phi_{2t}'(r)dr]\right\}$$

$$+ 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{2t}{2t+3}[c_{2t}+d_{2t}(r_0')] - \frac{6t}{2t+1}\int_{r_0'}^{r_\infty'}[r^{2t+1}\Phi_{2t}'(r)dr]\right\}.$$

Wegen der Unabhängigkeit dieser Grössen von u erhält man die folgenden Bedingungsgleichungen:

(378)

$$\Sigma\left\{\frac{2t\mathfrak{h}_{2t}(r_o)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\} = o,$$

$$\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t}\int_{r_o}^{r_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\} =$$ einer von u und folglich auch von k unabhängigen Grösse $= p(r_o)$,

$$\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_o}^{r_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\} - \Sigma\left\{t(2t-1)d_u^{2t}\int_{r_o}^{r_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\}$$

$$-\Sigma\left\{t\,d_u^{2t+2}\int_{r_o}^{r_\infty}\left(r d_r\varphi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\} =$$ einer von u und folglich auch, was die Glieder betrifft, wo nicht $t = o$, von k unabhängigen Grösse $= t(r_o) + \int_{r_o}^{r_\infty}\left(r\Phi_o(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)$,

$$p = 2 + \frac{\Sigma\left\{\dfrac{(t+1)\left(\mathfrak{h}_{2t}(r_o) - \dfrac{1}{2t+7}\mathfrak{m}(r_o)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}}{\Sigma\left\{\dfrac{\mathfrak{h}_{2t}(r_o)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\} + \Sigma\left\{d_u^{2t}\displaystyle\int_{r_o}^{r_\infty}\frac{r^2}{k^2}\Phi_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right\}},$$

$$q = o,$$

$$\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t}\int_{r_o}^{r_\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\} =$$ einer von u und folglich auch von k unabhängigen Grösse $= p'(r_o)$,

$$\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_o}^{r_\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\} - \Sigma\left\{t(2t-1)d_u^{2t}\int_{r_o}^{r_\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\}$$

$$-\Sigma\left\{t\,d_u^{2t+2}\int_{r_o}^{r_\infty}\left(r d_r\varphi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\} =$$ einer von u und folglich auch, was die Glieder betrifft, wo nicht $t = o$, von k unabhängigen Grösse $= t'(r_o) + \int_{r_o}^{r_\infty}\left(r\Phi'_o(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)$,

$$\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_o}^{r_\infty}\left[\frac{r^2}{k^2}\Phi''(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right]\right\} = o.$$

$$\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}-\Sigma\left\{t(2t-1)d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}$$

$$\Sigma\left\{td_u^{2t+2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(rd_r\varphi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}=$$ einer von u und folglich auch, was die Glieder betrifft, wo nicht $=0$, von k unabhängigen Grösse $= t''(r_0)+\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_0(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)$,

$$\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}=$$ einer von u und folglich auch von k unabhängigen Grösse $= p''(r_0)$,

$$\Sigma\left\{\frac{2t\,g_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}=0,\quad \Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left[\frac{r^2}{k^2}\Phi''_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right]\right\}$$

$$=-\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}-\tfrac{1}{2}\Sigma\left\{\frac{(t+1)\left(g_{2t}(r_0)-\frac{1}{2t+7}n(r_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}.$$

an erhält folglich auch ferner:

(379)

$$-\mathfrak{S}(v^2+w^2)+\frac{v+w^2}{1-\mu}(\mathfrak{J}+\varepsilon)=\mathfrak{E}+\varepsilon(p-2)\mathfrak{S}k^2-\varepsilon(p-2)u^2\mathfrak{S}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}(k^2-u^2)\Sigma\left\{2t\,d_{u'}^{2t-2}\left[\frac{1}{u'^2}d_{u'}^2\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u'^2k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^2\Phi_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin k'r}{k'r}\right)dr\right)\right]\right\}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}(k^2-u^2)p\varepsilon\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^2\Phi_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}$$

$$-4\pi\mathfrak{D}(k^2-u^2)\varepsilon\Sigma\left\{2t(2t+1)d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^2\Phi_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\},$$

$$\mathfrak{L}_, - \mathfrak{H}_,(v^2 + w^2) + (v^2 + w^2)(\mathfrak{J}_, + \mathrm{i}_,) = \mathfrak{L}_, - 2\varepsilon' \mathfrak{H}_, k^2 + 2\varepsilon' \mathrm{u}^2 \mathfrak{H}_,$$

$$+ 4\pi \mathfrak{D}'(k^2 - \mathrm{u}^2) \Sigma \Big\{ 2\mathrm{t}\, \mathrm{d}_{\mathrm{u}''}^{2\mathrm{t}-2} \Big[\frac{1}{\mathrm{u}''^2} \mathrm{d}_{\mathrm{u}''}^2 \int_{\mathrm{r}_0''}^{\mathrm{r}_\infty''} \Big(\mathrm{r}\, \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r}) \frac{\sin k''\mathrm{r}}{k''\mathrm{r}} \mathrm{dr} \Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathrm{u}''^2 k''^2} \int_{\mathrm{r}_0''}^{\mathrm{r}_\infty''} \Big(\mathrm{r}^2 \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r})\, \mathrm{d}_\mathrm{r} \Big(\frac{\sin k''\mathrm{r}}{k''\mathrm{r}} \Big) \mathrm{dr} \Big) \Big] \Big\}$$

$$- 4\pi \mathfrak{D}'(k^2 - \mathrm{u}^2) \varepsilon' \Sigma \Big\{ 2\mathrm{t}(2\mathrm{t}+1)\, \mathrm{d}_{\mathrm{u}}^{2\mathrm{t}-2} \Big[\frac{1}{\mathrm{u}^2} \mathrm{d}_{\mathrm{u}}^2 \int_{\mathrm{r}_0''}^{\mathrm{r}_\infty''} \Big(\mathrm{r}\, \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r}) \frac{\sin k\mathrm{r}}{k\mathrm{r}} \mathrm{dr} \Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathrm{u}^2 k^2} \int_{\mathrm{r}_0''}^{\mathrm{r}_\infty''} \Big(\mathrm{r}^2 \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r})\, \mathrm{d}_\mathrm{r} \Big(\frac{\sin k\mathrm{r}}{k\mathrm{r}} \Big) \mathrm{dr} \Big) \Big] \Big\},$$

$${}_,\mathfrak{L} - {}_,\mathfrak{H}(v^2 + w^2) + \frac{v^2 + w^2}{1-\mu}({}_,\mathfrak{J} + {}_,\mathrm{i}) = {}_,\mathfrak{L} + \varepsilon k^2 {}_,\mathfrak{H}(\mathrm{p}-2) - \varepsilon(\mathrm{p}-2)\mathrm{u}^2 {}_,\mathfrak{H}$$

$$+ 4\pi \mathfrak{D}(k^2 - \mathrm{u}^2) \Sigma \Big\{ 2\mathrm{t}\, \mathrm{d}_{\mathrm{u}'}^{2\mathrm{t}-2} \Big[\frac{1}{\mathrm{u}'^2} \mathrm{d}_{\mathrm{u}'}^2 \int_{\mathrm{r}_0'}^{\mathrm{r}_\infty'} \Big(\mathrm{r}\, \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r}) \frac{\sin k'\mathrm{r}}{k'\mathrm{r}} \mathrm{dr} \Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathrm{u}'^2 k'^2} \int_{\mathrm{r}_0'}^{\mathrm{r}_\infty'} \Big(\mathrm{r}^2 \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r})\, \mathrm{d}_\mathrm{r} \Big(\frac{\sin k'\mathrm{r}}{k'\mathrm{r}} \Big) \mathrm{dr} \Big) \Big] \Big\}$$

$$+ 4\pi \mathfrak{D}(k^2 - \mathrm{u}^2) \mathrm{p}\varepsilon \Sigma \Big\{ 2\mathrm{t}\, \mathrm{d}_{\mathrm{u}}^{2\mathrm{t}-2} \Big[\frac{1}{\mathrm{u}^2} \mathrm{d}_{\mathrm{u}}^2 \int_{\mathrm{r}_0'}^{\mathrm{r}_\infty'} \Big(\mathrm{r}\, \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r}) \frac{\sin k\mathrm{r}}{k\mathrm{r}} \mathrm{dr} \Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathrm{u}^2 k^2} \int_{\mathrm{r}_0'}^{\mathrm{r}_\infty'} \Big(\mathrm{r}^2 \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r})\, \mathrm{d}_\mathrm{r} \Big(\frac{\sin k\mathrm{r}}{k\mathrm{r}} \Big) \mathrm{dr} \Big) \Big] \Big\}$$

$$- 4\pi \mathfrak{D}(k^2 - \mathrm{u}^2) \varepsilon \Sigma \Big\{ 2\mathrm{t}(2\mathrm{t}+1)\, \mathrm{d}_{\mathrm{u}'}^{2\mathrm{t}-2} \Big[\frac{1}{\mathrm{u}'^2} \mathrm{d}_{\mathrm{u}}^2 \int_{\mathrm{r}_0'}^{\mathrm{r}_\infty'} \Big(\mathrm{r}\, \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r}) \frac{\sin k\mathrm{r}}{k\mathrm{r}} \mathrm{dr} \Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathrm{u}^2 k^2} \int_{\mathrm{r}_0'}^{\mathrm{r}_\infty'} \Big(\mathrm{r}^2 \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r})\, \mathrm{d}_\mathrm{r} \Big(\frac{\sin k\mathrm{r}}{k\mathrm{r}} \Big) \mathrm{dr} \Big) \Big] \Big\},$$

$$\mathfrak{L}_{,,} - \mathfrak{H}_{,,}(v^2 + w^2) + (\mathfrak{J}_{,,} + \mathrm{i}_{,,})(v^2 + w^2) = \mathfrak{L}_{,,} - 2\mathfrak{H}_{,,}(k^2 - \mathrm{u}^2)\varepsilon'$$

$$+ 4\pi \mathfrak{D}'(k^2 - \mathrm{u}^2) \Sigma \Big\{ 2\mathrm{t}\, \mathrm{d}_{\mathrm{u}''}^{2\mathrm{t}-2} \Big[\frac{1}{\mathrm{u}''^2} \int_{\mathrm{r}_0''}^{\mathrm{r}_\infty''} \Big(\mathrm{r}\, \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r}) \frac{\sin k''\mathrm{r}}{k''\mathrm{r}} \mathrm{dr} \Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathrm{u}''^2 k''^2} \int_{\mathrm{r}''}^{\mathrm{r}_\infty''} \Big(\mathrm{r}^2 \Phi_{2\mathrm{t}}'(\mathrm{r})\, \mathrm{d}_\mathrm{r} \Big(\frac{\sin k''\mathrm{r}}{k''\mathrm{r}} \Big) \mathrm{dr} \Big) \Big] \Big\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}'(k^2 - \mathfrak{u}^2)\mathfrak{s}'\Sigma\Big\{2\mathfrak{t}(2\mathfrak{t}+1)\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^{2\mathfrak{t}-2}\Big[\frac{1}{\mathfrak{u}^2}\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^2\int_{\mathfrak{r}_0''}^{\mathfrak{r}_\infty''}\Big(\mathfrak{r}\,\Phi_{2\mathfrak{t}}''(\mathfrak{r})\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\,\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathfrak{u}^2k^2}\int_{\mathfrak{r}_0''}^{\mathfrak{r}_\infty''}\Big(\mathfrak{r}^2\Phi_{2\mathfrak{t}}''(\mathfrak{r})\,\mathrm{d}_{\mathfrak{r}}\Big(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\Big)\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)\Big]\Big\}.$$

e Gleichungen (356) geben ferner die Bedingungsgleichungen:

(380)

$$\Sigma\Big\{\frac{2\mathfrak{t}}{2\mathfrak{t}+1}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}^{2\mathfrak{t}+1}\Phi_{2\mathfrak{t}}(\mathfrak{r})\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)\Big\} = \Sigma\Big\{2\mathfrak{t}\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^{2\mathfrak{t}}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}\Phi_{2\mathfrak{t}}(\mathfrak{r})\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)\Big\} = \mathfrak{p}(\mathfrak{r}_0),$$

$$\Sigma\Big\{2\mathfrak{t}\,\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^{2\mathfrak{t}-2}\Big[\frac{1}{\mathfrak{u}^2}\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^2\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}\,\Phi_{2\mathfrak{t}}(\mathfrak{r})\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\,\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathfrak{u}^2k^2}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}^2\,\Phi_{2\mathfrak{t}}(\mathfrak{r})\mathrm{d}_{\mathfrak{r}}\Big(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\Big)\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)\Big]\Big\} = 0,$$

$$\Sigma\Big\{2\mathfrak{t}(2\mathfrak{t}+1)\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^{2\mathfrak{t}-2}\Big[\frac{1}{\mathfrak{u}^2}\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^2\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}\,\Phi_{2\mathfrak{t}}(\mathfrak{r})\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\,\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathfrak{u}^2k^2}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}^2\Phi_{2\mathfrak{t}}(\mathfrak{r})\,\mathrm{d}_{\mathfrak{r}}\Big(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\Big)\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)\Big]\Big\} = 0,$$

$$\Sigma\Big\{\frac{2\mathfrak{t}}{2\mathfrak{t}+1}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}^{2\mathfrak{t}+1}\Phi_{2\mathfrak{t}}''(\mathfrak{r})\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)\Big\} = \Sigma\Big\{2\mathfrak{t}\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^{2\mathfrak{t}}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}\Phi_{2\mathfrak{t}}''(\mathfrak{r})\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)\Big\} = \mathfrak{p}''(\mathfrak{r}_0),$$

$$\Sigma\Big\{2\mathfrak{t}\,\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^{2\mathfrak{t}-2}\Big[\frac{1}{\mathfrak{u}^2}\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^2\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}\,\Phi_{2\mathfrak{t}}''(\mathfrak{r})\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\,\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathfrak{u}^2k^2}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}\,\Phi_{2\mathfrak{t}}(\mathfrak{r})\mathrm{d}_{\mathfrak{r}}\Big(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\Big)\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)\Big]\Big\} = 0,$$

$$\Sigma\Big\{2\mathfrak{t}(2\mathfrak{t}+1)\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^{2\mathfrak{t}-2}\Big[\frac{1}{\mathfrak{u}^2}\mathrm{d}_{\mathfrak{u}}^2\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}\,\Phi_{2\mathfrak{t}}''(\mathfrak{r})\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\,\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)$$

$$+ \frac{1}{\mathfrak{u}^2k^2}\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_\infty}\Big(\mathfrak{r}^2\,\Phi_{2\mathfrak{t}}''(\mathfrak{r})\,\mathrm{d}_{\mathfrak{r}}\Big(\frac{\sin k\mathfrak{r}}{k\mathfrak{r}}\Big)\mathrm{d}\mathfrak{r}\Big)\Big]\Big\} = 0,$$

$$(3-p)\Sigma\left\{\frac{k^2 h_{2t}(r_0)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+t(r_0)+\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\,\Phi_0(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)$$

$$+\Sigma\left\{\frac{[t(2t+1)+1]\,a_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}-\Sigma\left\{\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^{2t+1}\,\Phi_{2t}(r)\,dr\right)\right\}$$

$$+\frac{2-p}{2}\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\,\Phi_{2t}(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right\}=$$

$$3\,\Sigma\left\{\frac{k^2 g_{2t}(r_0)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+t''(r_0)+\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\,\Phi_0''(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)$$

$$+\Sigma\left\{\frac{t(2t+1)+1}{(2t+1)(2t+3)}\,b_{2t}(r_0)\right\}-\Sigma\left\{\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^{2t+1}\Phi_{2t}''(r)dr\right)\right\}$$

$$+\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\,\Phi_{2t}''(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right\}=0$$

$$\Sigma\left\{\frac{1+t(2t+1)}{(2t+1)(2t+3)}[c+d_{2t}(r_0)]\right\}-\Sigma\left\{\frac{3t+1}{2t+1}\int_{r_0}^{r_\infty}[r^{2t+1}\Phi_{2t}'(r)dr]\right\}=0$$

$$\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\,\Phi_{2t}'(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right\}=p'(r_0)=0,$$

$$\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\,\Phi_{2t}'(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2 k^2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\,\Phi_{2t}(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}=0$$

$$\Sigma\left\{2t(2t+1)\,d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\,\Phi_{2t}'(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\,\Phi_{2t}'(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}=0$$

$$t'(r_0)+\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\,\Phi_0'(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)-\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}=0.$$

Aus der siebenten dieser Gleichungen geht hervor, dass:

$$\left\{ d_u^{2t} \int_{r_0}^{r_x} r^2 \Phi_{2t}(r) d_r \left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr \right\}$$ von u unabhängig sein muss, folglich

$$= \tau(r_0) + \int_{r_0}^{r_x} r^2 \Phi_0(r) d_r \left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr.$$

etzt man jetzt:

$$\int_{r_0}^{r_x} r \Phi_0(r) \frac{\sin kr}{kr} dr = B(r_0) + B_1(r_0) k^2 + B_2(r_0) k^4 + \dots.$$

 wird:

$$\int_{r_0}^{r_x} r^2 \Phi_0(r) d_r \left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr = 2B_1(r_0) k^2 + 4B_2(r_0) k^4 + \dots.$$

nd die siebente der Gleichungen (380) giebt dann:

$$\left[t(r_0) + \Sigma \left\{ \frac{[2t(2t+1)+1] a_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)} \right\} - \Sigma \left\{ \int_{r_0}^{r_x} r^{2t+1} \Phi_{2t}(r) dr \right\} + B(r_0) \right]$$

$$\cdot (3-p) \left[\Sigma \left\{ \frac{h_{2t}(r_0)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)} \right\} + B_1(r_0) \right] k^2$$

$$+ (5-2p) B_2(r_0) k^4 + \dots = o,$$

oraus gefunden wird:

$$(381) \quad \begin{cases} t(r_0) + \Sigma \left\{ \frac{[2t(2t+1)+1] a_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)} \right\} - \Sigma \left\{ \int_{r_0}^{r_x} r^{2t+1} \Phi_{2t}(r) dr \right\} + B(r_0) = o, \\ (3-p) \left[\Sigma \left\{ \frac{h_{2t}(r_0)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)} \right\} + B_1(r_0) \right] = o, \\ (5-2p) B_2(r_0) = o \text{ etc.} \end{cases}$$

nd hieraus ferner:

$$B_2(r_0) = o. \quad B_3(r_0) = o \text{ etc., folglich:}$$

$$\int_{r_0}^{r_x} r^2 \Phi_0(r) d_r \left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr = 2B_1(r_0) k^2.$$

Die zweite der Gleichungen (381) giebt dann entweder:

$$B_1(r_0) = \tfrac{1}{2} \int_{r_0}^{r_x} \frac{r^2}{k^2} \Phi_0(r) d_r \left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr = -\tfrac{1}{2} \Sigma \left\{ \frac{h_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)} \right\},$$

nd die vierte der Gleichungen (378) giebt dann $p = x$, was nmöglich ist, oder $p - 3 = o$, folglich:

(382) $$p = 3.$$

Die vierte der Gleichungen (378) giebt dann:

(383)

$$2B_{\iota}(r_0)k^2 = \Sigma\int_{r_0}^{r_\infty} r^2\,\Phi_0(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = k^2\left[\Sigma\left\{\frac{\iota\,h_{2\iota}(r_0)}{(2\iota+1)(2\iota+5)}\right\}\right.$$

$$\left. - \Sigma\left\{\frac{(\iota+1)\,m_{2\iota}(r_0)}{(2\iota+3)(2\iota+5)(2\iota+7)}\right\}\right]$$

Die achte der Gleichungen (380) auf dieselbe Weise beha delt giebt:

(384)

$$\Sigma\left\{\frac{(\iota+1)\left(g_{2\iota}(r_0) - \frac{1}{2\iota+7}n(r_0)\right)}{(2\iota+3)(2\iota+5)}\right\} = o,$$

$$\Sigma\left\{d_u^{2\iota}\int_{r_0}^{r_\infty} r^2\,\Phi_{2\iota}(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right\} = \tau''(r_0) + k^2\left[\Sigma\left\{\frac{\iota g_{2\iota}(r_0)}{(2\iota+1)(2\iota+5)}\right\}\right.$$

$$\left. - \Sigma\left\{\frac{(\iota+1)\,h_{2\iota}(r_0)}{(2\iota+3)(2\iota+5)(2\iota+7)}\right\}\right]$$

Die Gleichungen (355) geben jetzt die Fortpflanzungsgeschwind keit des gewöhnlichen Strahls, durch die folgende Formel bestimm

(384)

$$s^4 - (\overline{\alpha} - \overline{\alpha},\varepsilon)s^2k^2 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma} - (\overline{\delta} - \overline{\delta},\varepsilon)k^2 + (\overline{\lambda} - \overline{\lambda},\varepsilon)k^4 =$$

Wir werden jetzt untersuchen, ob die Gleichungen (35 stattfinden können oder nicht. Die erste dieser Gleichungen gie

$$\mathfrak{L} + \mathfrak{l} + u^2(1-4\varepsilon)\mathfrak{H} + u^2(1-2\varepsilon)\mathfrak{i} + \mathfrak{L}_{,,} + \mathfrak{l}_{,,} + u^2(1-4\varepsilon')\mathfrak{H}_{,,}$$

$$+ u^2\frac{(1-2\varepsilon)\mathfrak{i}_{,}\mathfrak{J}_{,,}}{\mathfrak{J}_{,}} = \mathfrak{E} + \mathfrak{E}_{,}$$

oder:

$$\mathfrak{E} + 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{a_{2\iota}(r_0')}{(2\iota+1)(2\iota+3)}\right\} + 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{k^2 h_{2\iota}(r_0')}{(2\iota+1)(2\iota+3)(2\iota+5)}\right\}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{d_u^{2\iota}\int_{r_0'}^{r_\infty'}\left(r\,\Phi_{2\iota}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}$$

$$- 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{1}{2\iota+1}\int_{r_0'}^{r_\infty'} r^{2\iota+1}\Phi_{2\iota}(r)dr\right\}$$

$$+ 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{c_{2\iota} + d_{2\iota}(r_0'')}{(2\iota+1)(2\iota+3)}\right\} - 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r^{2\iota+1}\Phi_{2\iota}'(r)dr\right)\right\}$$

$$+ \mathfrak{E}_{,,} + 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{h_{2\iota}(r_0'')}{(2\iota+1)(2\iota+3)}\right\} + 4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{k^2 g_{2\iota}(r_0'')}{(2\iota+1)(2\iota+3)(2\iota+5)}\right\}$$

$$8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0''}^{r_\infty''}\left(r\,\Phi_{2t}''(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}$$

$$4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{1}{2t+1}\int_{r_0''}^{r_\infty''}[r^{2t+1}\Phi_{2t}''(r)\,dr]\right\}$$

$$8\pi\mathfrak{D}\,\varepsilon\,\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r_0')}{(2t+1)(2t+3)}\right\}-8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\int_{r_0'}^{r_\infty'}[r^{2t+1}\Phi_{2t}'(r)dr]\right\}=\mathfrak{E}+\mathfrak{E}_{,,},$$

us folgt:

$$\Sigma\left\{\frac{(t+1)\left(h_{2t}(r_0)-\frac{1}{2t+7}m(r_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}=0,$$

ie Gleichung, wie schon öfter bemerkt, unmöglich ist.

Cap. IV.

ze der Fortpflanzung des Lichts bei circularpolarisirenden isophanen Körpern.

Theorie der circularpolarisirenden isophanen Körper.

Vir haben bisher unter den isophanen Körpern nur dieje-betrachtet, in welchen die einfachen transversalen Bewe-n sich alle mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen. In-vir vorausgesetzt haben, die Molekülarkräfte seien nur Funk-des Abstandes, und die Form der Molekülen sei ohne Ein-haben wir gefunden, dass dies nothwendig der Fall sein e. Es finden sich indessen isophane Körper, in welchen nfachen transversalen Bewegungen sich mit verschiedener windigkeit fortpflanzen, und zwar so, dass die zwei in engesetzter Richtung circularpolarisirten Strahlen, woraus eradlinig polarisirter zusammengesetzt gedacht werden kann, nit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Diese isopha-edien werden deswegen circularpolarisirende genannt. Sie uerst von Biot entdeckt worden. Solche sind Terpenthinöl eine Dämpfe, Campher und Zucker im unkrystallinischen nde, Citronenöl u. m. a.

ie physischen Ursachen dieser Erscheinungen sind noch gefunden worden. Dagegen ist eine Form der Differential-

gleichungen der unendlich kleinen Bewegungen eines Systen von Molekülen, welche diesen Erscheinungen entspricht, erst v Mac-Cullogh und später von Cauchy gegeben worden. W es anzunehmen ist, dass die Molekülarkräfte des Aethers in all Körpern dieselben sind, werde ich hier die Idee der von Caucl gegebenen Gleichungen, welche sich nur auf ein System v Molekülen beziehen, auf zwei Systeme von Molekülen ausd nen. Es ist also noch übrig, die Art der Molekülarkräfte d circularpolarisirenden Körper, oder wahrscheinlicher die Fo dieser Molekülen zu bestimmen, welche den Differentialgl chungen der unendlich kleinen Bewegungen diese Form geb würde. Die Molekülarkräfte der Aethermolekülen können als di selben wie in andern Körpern angenommen werden.

Die Differentialgleichungen der unendlich kleinen Bewegu gen zweier Systeme von Molekülen, welche den Erscheinung der circularpolarisirenden isophanen Körper entsprechen, sind:

(385)

$$(E - d_t^2)\xi + F d_x D + E_{,}\xi' + F_{,} d_x D' = K_{,}(d_y \zeta' - d_z v'),$$
$$(E - d_t^2)v + F d_y D + E_{,}v' + F_{,} d_y D' = K_{,}(d_z \xi' - d_x \zeta'),$$
$$(E - d_t^2)\zeta + F d_z D + E_{,}\zeta' + F_{,} d_z D' = K_{,}(d_x v' - d_y \xi'),$$
$${}_{,}E\xi + {}_{,}F d_x D + (E_{,,} - d_t^2)\xi' + F_{,,} d_x D' = K_{,,}(d_y \zeta' - d_z v'),$$
$${}_{,}Ev + {}_{,}F d_y D + (E_{,,} - d_t^2)v' + F_{,,} d_y D' = K_{,,}(d_z \xi' - d_x \zeta'),$$
$${}_{,}E\zeta + {}_{,}F d_z D + (E_{,,} - d_t^2)\zeta' + F_{,,} d_z D' = K_{,,}(d_x v' - d_y \xi'),$$

wo der Kürze wegen:

$$(209)\qquad D = d_x \xi + d_y v + d_z \zeta, \quad D' = d_x \xi' + d_y v' + d_z \zeta'$$

und $E, E_{,}, \ldots F, F_{,}, \ldots K, K_{,}, \ldots$ charakteristische Funktionen von $d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$ bezeichnen. Wenn K und $K_{,,}$ gleich Null wären, würden sie mit den Gleichungen (208) übereinstimmen. Die particulären Integrale der Gleichungen (383), welche die einfache Bewegung darstellen, sind:

[(141)]

$$\xi = A e^{ux+vy+wz-st}, \quad v = B e^{ux+vy+wz-st}, \quad \zeta = C e^{ux+vy+wz-st},$$
$$\xi' = A' e^{ux+vy+wz-st}, \quad v' = B' e^{ux+vy+wz-st}, \quad \zeta' = C' e^{ux+vy+wz-st},$$

wo s, A, B, C, A′, B′, C′ den folgenden Gleichungen genügen müssen:

(386)

$$(\mathfrak{E} - s^2)A + \mathfrak{F}u(uA + vB + wC) + \mathfrak{E}_{,}A'$$
$$+ \mathfrak{F}_{,}u(uA' + vB' + wC') = \mathfrak{K}_{,}(vC' - wB'),$$

$$- s^2)B + \mathfrak{F}v(uA + vB + wC) + \mathfrak{E},B' + \mathfrak{F},v(uA' + vB' + wC') = \mathfrak{K},(wA' - uC').$$

$$- s^2)C + \mathfrak{F}w(uA + vB + wC) + \mathfrak{E},C' + \mathfrak{F},w(uA' + vB' + wC') = \mathfrak{K},(uB' - vA'),$$

$$A + ,\mathfrak{F}u(uA + vB + wC) + (\mathfrak{E}_{,,} - s^2)A' + \mathfrak{F}_{,,}u(uA' + vB' + wC') = \mathfrak{K}_{,,}(vC' - wB'),$$

$$B + ,\mathfrak{F}v(uA + vB + wC) + (\mathfrak{E}_{,,} - s^2)B' + \mathfrak{F}_{,,}v(uA' + vB' + wC') = \mathfrak{K}_{,,}(wA' - uC'),$$

$$C + ,\mathfrak{F}w(uA + vB + wC) + (\mathfrak{E}_{,,} - s^2)C' + \mathfrak{F}_{,,}w(uA' + vB' + wC') = \mathfrak{K}_{,,}(uB' - vA'),$$

enn man durch $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,}$, ... $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{,}$, ... $\mathfrak{K}_{,}$, $\mathfrak{K}_{,,}$ die Grössen bezeich-
t, welche man durch Substitution der Grössen u, v, w statt
r Zeichen d_x, d_y, d_z in den charakteristischen Funktionen E,
, ... F, F,, ... K, K,, ... erhält.

Weil die Dilatation des zweiten Systems von Molekülen
eich Null ist, so hat man:

$$uA' + vB' + wC' = 0,$$

ıd, wenn man nur die transversalen Bewegungen des ersten
ystems von Molekülen betrachtet, ebenso:

$$uA + vB + wC = 0.$$

ie Gleichungen (386) werden dann:

$$(387)\quad \begin{cases} (\mathfrak{E} - s^2)A + \mathfrak{E},A' = \mathfrak{K},(vC' - wB'), \\ (\mathfrak{E} - s^2)B + \mathfrak{E},B' = \mathfrak{K},(wA' - uC'), \\ (\mathfrak{E} - s^2)C + \mathfrak{E},C' = \mathfrak{K},(uB' - vA'), \\ ,\mathfrak{E}A + (\mathfrak{E}_{,,} - s^2)A' = \mathfrak{K}_{,,}(vC' - wB'), \\ ,\mathfrak{E}B + (\mathfrak{E}_{,,} - s^2)B' = \mathfrak{K}_{,,}(wA' - uC'), \\ ,\mathfrak{E}C + (\mathfrak{E}_{,,} - s^2)C' = \mathfrak{K}_{,,}(uB' - vA'). \end{cases}$$

Eliminirt man aus diesen Gleichungen die Grössen A, B, C,
', B', C', so erhält man:

(388)

$$\mathfrak{E} - s^2)(\mathfrak{E}_{,,} - s^2) - \mathfrak{E}_{,}.,\mathfrak{E}]^2 = -[(\mathfrak{E} - s^2)\mathfrak{K}_{,,} - ,\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}]^2(u^2 + v^2 + w^2),$$

urch welche Gleichung s bestimmt wird.

Ferner findet man durch Elimination der Grössen A, B, C
ie Gleichungen:

(389)

$$[(\mathfrak{E} - s^2)(\mathfrak{E}_{,,} - s^2) - \mathfrak{E}_{,}.,\mathfrak{E}]A' = [(\mathfrak{E} - s^2)\mathfrak{K}_{,,} - ,\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}](vC' - wB'),$$

$$[(\mathfrak{E} - s^2)(\mathfrak{E}_{,,} - s^2) - \mathfrak{E}_{,}.,\mathfrak{E}]B' = [(\mathfrak{E} - s^2)\mathfrak{K}_{,,} - ,\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}](wA' - uC'),$$

$$[(\mathfrak{E} - s^2)(\mathfrak{E}_{,,} - s^2) - \mathfrak{E}_{,}.,\mathfrak{E}]C' = [(\mathfrak{E} - s^2)\mathfrak{K}_{,,} - ,\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}](uB' - vA').$$

ultiplicirt man diese Gleichungen respective mit den Grössen

A′, B′, C′ und addirt, so erhält man, wenn die Grössen $\mathfrak{K}_,$, 𝔎 nicht gleich Null sind:

$$(390)\qquad A'^2 + B'^2 + C'^2 = o.$$

Ferner erhält man aus den Gleichungen (387) und (388):

$$(391)$$

$$\frac{A}{A'} = \frac{\mathfrak{K}_,[(\mathfrak{G}-s^2)(\mathfrak{G}_{,,}-s^2)-\mathfrak{G}_{,,}\,{}_,\mathfrak{G}]-\mathfrak{G}_,[(\mathfrak{G}-s^2)\mathfrak{K}_{,,}-{}_,\mathfrak{G}\mathfrak{K}_,]}{(\mathfrak{G}-s^2)[(\mathfrak{G}-s^2)\mathfrak{K}_{,,}-{}_,\mathfrak{G}\mathfrak{K}_,]} = \frac{B}{B'} = \ldots$$

folglich auch:

$$(392)\qquad A^2 + B^2 + C^2 = o,$$

$$(393)\qquad AA' + BB' + CC' = o.$$

Wenn die Systeme vollkommen diaphan wären, so kann m setzen:

$$u = u\sqrt{-1},\quad v = v\sqrt{-1},\quad w = w\sqrt{-1},\quad s = s\sqrt{-1}.$$

$$[(153)]\qquad \begin{matrix} A = ae^{\lambda\sqrt{-1}}, & B = be^{\mu\sqrt{-1}}, & C = ce^{\nu\sqrt{-1}}, \\ A' = a'e^{\lambda'\sqrt{-1}}, & B' = b'e^{\mu'\sqrt{-1}}, & C' = c'e^{\nu'\sqrt{-1}}, \end{matrix}$$

ferner der Kürze willen:

$$[(169)]\qquad u^2 + v^2 + w^2 = k^2,$$

$$[(154)]\qquad ux + vy + wz = \varrho,\quad [(198)]\quad r = \frac{\varrho}{k}.$$

Die reellen Theile von ξ, v, ζ, ξ', v', ζ', welche noch den Differentialgleichungen (385) Genüge leisten, werden dann:

$$(235)\qquad \begin{aligned} \xi &= a\cos(kr - st + \lambda), \\ v &= b\cos(kr - st + \mu), \\ \zeta &= c\cos(kr - st + \nu), \\ \xi' &= a'\cos(kr - st + \lambda'), \\ v' &= b'\cos(kr - st + \mu'), \\ \zeta' &= c'\cos(kr - st + \nu'). \end{aligned}$$

Die Gleichungen (392) und (390) geben jetzt:

$$(394)$$

$$a^2\cos[2(kr-st+\lambda)] + b^2\cos[2(kr-st+\mu)] + c^2\cos[2(kr-st+\nu)] = 0$$

$$a'^2\cos[2(kr-st+\lambda')] + b'^2\cos[2(kr-st+\mu')] + c'^2\cos[2(kr-st+\nu')] = 0$$

und wegen dieser Gleichungen erhält man ferner:

$$(395)\qquad \begin{aligned} \xi^2 + v^2 + \zeta^2 &= \tfrac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2), \\ \xi'^2 + v'^2 + \zeta'^2 &= \tfrac{1}{2}(a'^2 + b'^2 + c'^2). \end{aligned}$$

Aus diesen letzten Gleichungen und wegen der Gleichungen:

$$u\xi + vv + w\zeta = o,$$

$$u\xi' + vv' + w\zeta' = o,$$

geht hervor, dass die Molekülen in beiden Systemen sich in Kreisen bewegen, deren Ebene im Wellenplane sich befindet und de

Radien respective gleich $\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2}}$ und $\sqrt{\frac{a'^2+b'^2+c'^2}{2}}$
d. Die Gleichung (386) giebt jetzt:

$$(396)\quad (s^2+\mathfrak{G})(s^2+\mathfrak{G}_{,,})-\mathfrak{G}_{,,}{}_{,}\mathfrak{G}=\pm[(s^2+\mathfrak{G})\mathfrak{K}_{,,}-{}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{K}_{,}]k.$$

e Gleichungen (387) und (389) geben ferner:

$$\frac{vC'-wB'}{A'}=\frac{wA'-uC'}{B'}=\frac{uB'-vA'}{C'}=\mp k\sqrt{-1}.$$

glich:

$$\frac{B'}{A'}=-\frac{uv\mp wk\sqrt{-1}}{v^2+w^2},\quad \frac{C'}{A'}=-\frac{uw\pm vk\sqrt{-1}}{v^2+w^2}.$$

$$\frac{A}{A'}=\frac{\pm\mathfrak{K}_{,}k-\mathfrak{G}_{,}}{\mathfrak{G}+s^2},\quad \frac{B}{A'}=-\frac{\pm\mathfrak{K}_{,}k-\mathfrak{G}_{,}}{\mathfrak{G}+s^2}\,\frac{uv\mp wk\sqrt{-1}}{v^2+w^2},$$

$$\frac{C}{A'}=-\frac{\pm\mathfrak{K}_{,}k-\mathfrak{G}_{,}}{\mathfrak{G}+s^2}\,\frac{uw\pm vk\sqrt{-1}}{v^2+w^2}.$$

enn man den vom Radius der dem ersten Systeme gehörigen bleküle̲n beschriebenen Kreis auf die Ebene (v,ζ) projicirt, so rd sein Differential in Bezug auf die Zeit t (s. Bd. V. S. 147):

$$\tfrac{1}{2}(\zeta d_t v - v d_t \zeta) = \tfrac{1}{4} sbc \sin(\mu-\nu),$$

d die Bewegung dieses Radius in der (y, z) Ebene wird folgh direct oder retrograd sein, je nachdem $\sin(\mu-\nu)$ positiv er negativ ist. Nun ist aber:

$$\frac{B}{C}=\frac{b}{c}e^{(\mu-\nu)\sqrt{-1}}=-\frac{vw\pm uk\sqrt{-1}}{u^2+v^2};$$

lglich:

$$\sin(\mu-\nu)=\mp\frac{c}{b}\,\frac{uk}{u^2+v^2}.$$

enn man folglich in der Gleichung (396) rechter Seite das Zeien + annimmt, so findet man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit s circularpolarisirten Strahls, dessen Bewegung auf die (y, z) bene projicirt eine retrograde ist; nimmt man das Zeichen — , so erhält man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines zwein circularpolarisirten Strahls, dessen Bewegung auf die (y, z) bene projicirt eine directe ist. Nimmt man an, die xAxe wäre e Richtung des Strahls, so bewegen sich im ersten Falle die oleküle̲n von der positiven yAxe zur positiven zAxe, im zwein Falle von der positiven zAxe zur positiven yAxe, oder, wenn e yAxe zur rechten Seite des Anfangspunktes der Coordinaten ositiv gerechnet wird, und die positive zAxe über dem Anfangsınkt liegt, so findet man die Geschwindigkeit des rechts polairten Strahls, wenn man in der Gleichung (394) das obere eichen + annimmt, diejenige des links polarisirten, wenn man s untere Zeichen — annimmt.

Stellen wir uns einen von zwei parallelen Ebenen begrenzten circularpolarisirenden isophanen Körper vor, und denken wir uns einen geradlinig polarisirten Strahl senkrecht auf die eine Ebene einfallend. Dieser kann dann aus zwei circularpolarisirten Strahlen zusammengesetzt gedacht werden, die sich in dem Körper mit verschiedenen Geschwindigkeiten, $\Omega_{,}$ und $\Omega_{,,}$, bewegen, und wie sie aus dem Körper heraustreten wieder einen geradlinig polarisirten Strahl bilden, dessen Polarisationsebene aber mit derjenigen des einfallenden Strahls einen Winkel bildet. Dieser Winkel ϱ wird der Rotationswinkel genannt.

Es sei χ der Winkel, welchen die Polarisationsebene des einfallenden linearpolarisirten Strahls mit der yAxe bildet, so ist

$$(397)\qquad \begin{aligned} v &= \mathrm{b}\cos(k\mathrm{r} - st + \lambda), \\ \zeta &= \mathrm{c}\cos(k\mathrm{r} - st + \lambda), \end{aligned}$$

wo:

$$\begin{aligned} \mathrm{b} &= 2\mathrm{p}\cos\chi, \\ \mathrm{c} &= 2\mathrm{p}\sin\chi. \end{aligned}$$

Dieser linearpolarisirte Strahl kann jetzt in zwei in entgegengesetzten Richtungen circularpolarisirte Strahlen getheilt werden. Man hat nämlich, wenn man die Werthe von b und c substituirt:

$$\begin{aligned} v &= \mathrm{p}\cos(k\mathrm{r} - st + \lambda - \chi) + \mathrm{p}\cos(k\mathrm{r} - st + \lambda + \chi), \\ \zeta &= -\mathrm{p}\sin(k\mathrm{r} - st + \lambda - \chi) + \mathrm{p}\sin(k\mathrm{r} - st + \lambda + \chi). \end{aligned}$$

Die Verschiebungen im ersten circularpolarisirten Strahl sind folglich:

$$(398)\qquad \begin{aligned} v &= \mathrm{p}\cos(k\mathrm{r} - st + \lambda - \chi) = \mathrm{p}\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi}{\mathrm{l}} - \frac{t}{T}\right)\right\}, \\ \zeta &= -\mathrm{p}\sin(k\mathrm{r} - st + \lambda - \chi) = -\mathrm{p}\sin\left\{2\pi\left(\frac{\varphi}{\mathrm{l}} - \frac{t}{T}\right)\right\}, \end{aligned}$$

und im zweiten:

$$(399)\qquad \begin{aligned} v &= \mathrm{p}\cos(k\mathrm{r} - st + \lambda + \chi) = \mathrm{p}\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi + \frac{\mathrm{l}\chi}{\pi}}{\mathrm{l}} - \frac{t}{T}\right)\right\}, \\ \zeta &= \mathrm{p}\sin(k\mathrm{r} - st + \lambda + \chi) = \mathrm{p}\sin\left\{2\pi\left(\frac{\varphi + \frac{\mathrm{l}\chi}{\pi}}{\mathrm{l}} - \frac{t}{T}\right)\right\}, \end{aligned}$$

wo:

$$\varphi = \frac{k\mathrm{r} + \lambda - \chi}{k}, \quad k = \frac{2\pi}{\mathrm{l}}.$$

Wenn die yAxe zur rechten Seite des Anfangspunktes der Coordinaten positiv gerechnet wird, und der positive Theil der zAxe

dem Anfangspunkt liegt, so ist der erste dieser Strahlen rehend, der zweite rechtsdrehend. Der Radius der beschrie- Kreise ist p.

ezeichnet man durch Ω_1 die Geschwindigkeit des ersten s, durch Ω_2 diejenige des zweiten, so ist Ω_1 durch die ung (396) bestimmt, wenn rechter Seits das Zeichen — lt wird, Ω_2 durch dieselbe Gleichung, wenn rechter Seits eichen + gewählt wird. Bezeichnet man durch Θ den ıd der zwei begrenzenden Ebenen, auf welchen sich der senkrecht bewegt, so wird der erste Strahl den Körper in ;it $\frac{\Theta}{\Omega_1}$ durchlaufen, der zweite in der Zeit $\frac{\Theta}{\Omega_2}$. Der erste wird folglich um die Zeit $\frac{\Theta}{\Omega_1} - \frac{\Theta}{\Omega_2} = \delta$ später als der aus dem Körper heraustreten. Während dieses Zeitraums δ ler zweite Strahl sich in der Luft um das Stück δO bewe- venn man durch O die Geschwindigkeit des Lichts in der ezeichnet. Nach der Zeit $\frac{\Theta}{\Omega_1}$ werden folglich die Verschie ı im ersten Strahl:

$$)\quad \begin{aligned} v &= p' \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi-\Theta}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}, \\ \zeta &= -p' \sin\left\{2\pi\left(\frac{\varphi-\Theta}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}, \end{aligned}$$

ı zweiten:

$$)\quad \begin{aligned} v &= p' \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi + \frac{l\chi}{\pi} - \Theta - \delta O}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}, \\ \zeta &= p' \sin\left\{2\pi\left(\frac{\varphi + \frac{l\chi}{\pi} - \Theta - \delta O}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}. \end{aligned}$$

zwei, in entgegengesetzten Richtungen polarisirten Strah- nnen nun wieder zu einem linearpolarisirten zusammen- werden, dessen Polarisationsebene mit der yAxe den Win- $-\frac{\delta\pi O}{l}$ bildet. Der Polarisationsplan des Strahls ist folg- n einen Winkel $\frac{\delta\pi O}{l}$ gedreht worden, und wenn δ positiv s heisst, wenn der rechts drehende circularpolarisirte Strahl it der grössten Geschwindigkeit bewegt, findet die Rota- s Polarisationsplans zur rechten Seite statt; wenn δ ne- st, das heisst, wenn der links drehende circularpolarisirte

Strahl sich mit der grössten Geschwindigkeit bewegt, wi
Polarisationsplan auch links gedreht. Der Rotationswinkel

$$(402) \qquad \varrho = \frac{\pi\delta\Theta}{l}.$$

Nimmt man an, die Grössen $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,}$, $_{,}\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,,}$ wären von der
Form wie bei den gewöhnlichen isophanen Körpern, deren T
im Cap. I. entwickelt ist, so wird die Gleichung (396):

$$(403)$$

$$s^4 - \alpha s^2 k^2 + \beta s^2 + \gamma - \delta k^2 + \lambda k^4 = \pm [(s^2 + \mathfrak{G})\mathfrak{K}_{,,} -,$$

Hieraus findet man:

$$(404)$$

$$\Omega_1^2 = \alpha + \frac{(\delta - \alpha\beta)s^2 - \alpha\gamma}{s^4 + \beta s^2 + \gamma} - \frac{\lambda s^2}{\alpha s^2 + \delta} - \frac{[(s^2 + \mathfrak{G})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}}{k(s^4 + \beta s^2 + \gamma}$$

$$\Omega_2^2 = \alpha + \frac{(\delta - \alpha\beta)s^2 - \alpha\gamma}{s^4 + \beta s^2 + \gamma} - \frac{\lambda s^2}{\alpha s^2 + \delta} + \frac{[(s^2 + \mathfrak{G})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}}{k(s^4 + \beta s^2 + \gamma}$$

Setzt man der Kürze wegen:

$$(405) \qquad a^2 = \alpha - \frac{(\delta - \alpha\beta)s^2 - \alpha\gamma}{s^4 + \beta s^2 + \gamma} - \frac{\lambda s^2}{\alpha s^2 + \delta}$$

und bemerkt, dass a stets sehr gross in Bezug auf den Au
$\dfrac{[(s^2 + \mathfrak{G})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{K}_{,}]}{k(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}$ ist, so findet man:

$$(406) \qquad \begin{aligned} \Omega_1 &= a - \frac{[(s^2 + \mathfrak{G})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{K}_{,}]s^2}{2ak(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}, \\ \Omega_2 &= a + \frac{[(s^2 + \mathfrak{G})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{K}_{,}]s^2}{2ak(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}, \end{aligned}$$

und hieraus:

$$(407) \qquad \delta = \frac{\Theta}{\Omega_1} - \frac{\Theta}{\Omega_2} = \frac{\Theta[(s^2 + \mathfrak{G})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{K}_{,}]s^2}{a^2 k(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}.$$

Nun ist aber: $k = \frac{s}{a} = \frac{2\pi\Theta}{a l}$, folglich wird:

$$(408) \qquad \varrho = \frac{\pi\delta\Theta}{l} = \frac{\Theta[(s^2 + \mathfrak{G})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{K}_{,}]s^2}{2a^2(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}.$$

Die Beobachtungen über die den verschiedenen Farben ent
chenden Rotationswinkel haben gezeigt, dass dieser direct
portional mit Θ ist, und umgekehrt proportional mit dem
drate der Wellenlängen, oder, was dasselbe ist, direct pr
tional mit dem Quadrate von k. Man muss folglich anneh

$$(409) \qquad \mathfrak{K}_{,} = \mathfrak{k}_{,} k^2. \quad \mathfrak{K}_{,,} = \mathfrak{k}_{,,} k^2.$$

und dass der Ausdruck:

$$\frac{[(\mathfrak{G} + s^2)\mathfrak{k}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{k}_{,}]s^2}{s^4 + \beta s^2 + \gamma}$$

sich nur wenig mit der Farbe ändert, das heisst für die
schiedenen Werthe von s. Setzt man der Kürze wegen:

(410) $$C = \frac{[(\mathfrak{G} + s^2)\mathfrak{f}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{f}_{,}]s^2}{s^4 + \beta s^2 + \gamma},$$

so wird:

(411) $$\varrho = \frac{2\Theta\pi^2 C O^2}{a^4 l^2}.$$

Wenn C positiv ist, die Stellung der Coordinatenaxen wie vorher angenommen, wird der Polarisationsplan rechts, wenn C negativ ist, links gedreht.

Wenn man die Dispersion des Lichts vernachlässigt, und folglich a als von der Farbe unabhängig ansieht, so werden, wegen der Formel (411), für verschiedene Farben die Rotationswinkel in einem für die verschiedenen Körper constanten Verhältniss stehen. Dies bestätigt auch die Erfahrung, ausser bei einem Körper, der Weinsäure im flüssigen Zustande, was bei diesem Körper dadurch erklärt werden kann, dass die Grösse C sich hier bedeutend mit der Farbe ändere. Da indessen die Beobachtungen bei diesem Körper noch nicht hinlänglich bestimmt sind, so kann hierüber keine bestimmte Hypothese aufgestellt werden.

§ 2. Die Grösse der rotirenden Molekülarkraft und deren Anwendung zur Bestimmung der in einer Auflösung enthaltenen Quantität eines circularpolarisirenden Stoffes.*)

Wenn ein Fluidum, welches die rotirende Eigenschaft besitzt, mit einem anderen Fluidum gemengt wird, welchem diese rotirende Eigenschaft fehlt, und welches nicht chemisch auf das erste Fluidum einwirkt und folglich nur als Verdünnungsmittel dient, so wird bei derselben Länge der Röhren, worin die Fluida beobachtet werden, der Rotationswinkel proportional mit dem Mischungsverhältnisse des rotirenden Fluidums sein. Man nennt mit dem Ausdruck rotirende Molekülarkraft einer Substanz den Winkel, um welchen die Substanz den Polarisationsplan des rothen Strahls C im Sonnenspectrum dreht, wenn die Länge der Röhre die Längeneinheit, z. B. 1 Millimetre, und der Abstand der Molekülen ein solcher wäre, dass die Dichtigkeit der Substanz gleich 1 wäre.

Bezeichnet man diese rotirende Molekülarkraft einer gegebenen Substanz durch $[\varrho]$, durch ε das Gewichtsverhältniss, worin

*) Biot, Compt. rend.: Tome 15, p. 523—542. 619—639, 693—712; Tome 16, p. 619—639; Tome 18, 4. Nov.; T. 19, 23. Juni; T. 20, 7. Juli.

Strahl sich mit der grössten Gesch[illegible]ung vorkommt, dur
Polarisationsplan auch links [illegible] Θ die Länge der Rö
(402) [illegible] durch der Werth des Rotati
[illegible]jenigen des rothen Strahls C
Nimmt man [illegible] durch ρ den beobachteten Rotations
Form wie b[illegible] Bestandtheile der Auflösung nicht roti
im Cap. I. [illegible] der Fall sein sollte, den Theil des b
s' — [illegible]winkels, welcher durch die gegebene Subs
[illegible] wird, so ist:

$$[\varrho] = \frac{m\varrho}{\Theta\varepsilon\delta}.$$

(403) Wird bei verschiedenen Farben die Rotationswinkel sehr
schieden sind, so wird bei einfallendem weissen Licht das d
das analysirende doppeltbrechende Prisma, Nicol'sche Pri
oder Turmalinplatte beobachtete Bild nie verschwinden, son
seine Farbe mit der Stellung des Prismas oder Turmalins im
ändern. Unter diesen verschiedenen Farben ist eine viol
welche den Uebergang vom reinen Blau zum Roth und Or
bildet. Diese wird von **Biot** die „teinte de passage" gena
und der dazu gehörige Rotationswinkel kann ziemlich scharf
stimmt werden. Der dieser Farbe entsprechende Werth vo
ist von **Biot** auf $\frac{23}{30}$ angegeben worden und entspricht dem V
schwinden der orangegelben Strahlen im Sonnenspectrum.

Nach den Beobachtungen **Biot**'s hat man für diese viol
teinte de passage, wo $m = \frac{23}{30}$:

	$\frac{m}{[\varrho]} = \frac{\Theta\varepsilon\delta}{\varrho}$	100[illegible]
für krystallisirbaren Rohrzucker	+ 1,4	+ 5[illegible]
- Traubenzucker	+ 1,28	+ 5[illegible]
Dextrin	+ 0,552	+ 13[illegible]
- Diabeteszucker	+ 2,176	+ 3[illegible]
- Stärkezucker, verschiedene Arten . .		+ 3[illegible]
		+ 4[illegible]
		+ 7[illegible]
Terpenthinöl, verschiedene Arten, die Dichtigkeit δ zu 0,872 angenommen .	— 2,83	— 2[illegible]
	— 3,05	— 2[illegible]
Terpenthinöl, durch wiederholte Destillationen gereinigt	— 2,68	— 2[illegible]
Citronenöl, δ zu 0,847 angenommen . .	+ 1,70	+ 4[illegible]

Das Zeichen + bezeichnet, dass die Deviation zur rechten Seite, das Zeichen —, dass sie zur linken Seite des Beobachters stattfindet.

Aus der Gleichung (412) kann man jetzt umgekehrt, wenn $[\varrho]$ bekannt ist, finden:

$$(413) \qquad \varepsilon\delta = \frac{m}{[\varrho]} \cdot \frac{\varrho}{\Theta},$$

und hierdurch die Gewichtsmenge der in einer Auflösung befind lichen einzigen rotirenden Substanz, wenn ihre Art durch irgend andere Versuche schon bestimmt ist.

Mehrere Substanzen ändern unter Einfluss von Säuren ihre rotirende Eigenschaft. Am merkwürdigsten verhält sich hier der krystallisirbare Rohrzucker. Wenn man einer Auflösung dieses Zuckers eine Quantität Hydrochlorsäure oder Schwefelsäure zusetzt, ohne Erhöhung der Temperatur und mit der nothwendigen Vorsicht, damit die Säure nicht plötzlich auf etliche isolirte Theile der Auflösung wirke, sondern sich gleichmässig durch die ganze Masse verbreite ohne sie augenblicklich zu färben: so findet man, dass die Deviation der Polarisationsebene, welche ursprünglich nach rechter Seite des Beobachters stattfand, gradweise abnimmt, nachher in entgegengesetzter Richtung stattfindet und nach kürzerer oder längerer Zeit ein Maximum zur linken Seite erreicht, welches immer in einem für dieselbe Farbe constanten, für jede Säure aber verschiedenen Verhältnisse zur ursprünglichen Deviation steht, wenn man beide Beobachtungen durch Rechnung auf denselben Grad der Auflösung reducirt. Dieses Verhältniss ist für Hydrochlorsäure und für die violette teinte de passage — 0,38 und mit einer Quantität von $\frac{1}{10}$ des Volumens der ursprünglichen Auflösung wird das Maximum der Interversion schon in etlichen Stunden erreicht. Für Schwefelsäure ist dasselbe Verhältniss — 0,3867. Wenn nach längerer Zeit die Auflösung sich zu färben anfängt, wird diese intervertirte Deviation immer schwächer, bis endlich die Auflösung undurchsichtig wird. Bei keiner anderen Art von Zucker wird die rotirende Kraft ohne Temperaturerhöhung und ohne scheinbare Aenderung des physischen Zustandes der Auflösung intervertirt, und diese Eigenschaft kann folglich dazu dienen, die in einer Auflösung vorkommende Quantität des krystallisirbaren Rohrzuckers sehr genau zu bestimmen. Bezeichnet man nämlich die beobachtete Deviation der Polarisationsebene bei einer gegebenen Auflösung

durch ϱ, den Theil hiervon, welcher vom **krystallisirbaren** I zucker herrührt, durch S, den übrigen Theil durch **D**, so i

$$S + D = \varrho.$$

Setzt man jetzt Hydrochlorsäure oder eine andere Säure zu bezeichnet die intervertirte Rotation, wenn diese durch Rech auf denselben Grad der Verdünnung reducirt wird, durch · setzt $-r = \frac{+\varrho}{-\varrho'}$, und bezeichnet durch $-r'$ den Intervers coëfficienten des krystallisirbaren Rohrzuckers, folglich für säure und die violette teinte de passage $-r' = -0{,}38$, so

$$-r'S + D = -r\varrho.$$

Aus diesen beiden Gleichungen findet man:

$$(414) \qquad S = \left(\frac{1 + r}{1 + r'}\right)\varrho, \quad D = \left(\frac{r' - r}{r' + r}\right)\varrho.$$

Die positiven Rotationswinkel bezeichnen hier, dass die I tion zur rechten, die negativen, dass sie zur linken Seite Beobachters stattfindet.

Um aus den vorhergehenden Formeln (414) wieder das wichtsverhältniss, worin der krystallisirbare Rohrzucker in Auflösung vorkommt, zu bestimmen, hat man für die vio teinte de passage:

$$(415) \qquad \varepsilon = 1{,}4\,\frac{S}{\Theta\delta}.$$

Bei etlichen Arten von Traubenzucker findet man, wenn sie längere Zeit hindurch kochend in einer wässer Auflösung im Beisein von Säuren gehalten werden, ihre R tionskraft, die immer zur rechten Seite gerichtet ist, mehr plötzliche Verminderungen erleidet und endlich ein gewisses nimum erreicht. Bei Acacia Gummi wird die Rotation, wel ursprünglich links stattfindet, unter dem Einfluss von Säu nach rechter Seite intervertirt, aber unter einem Ueberfluss niederschlagender Materie.

Unter den übrigen organischen Alkalien hat Bouchardat folgenden in Hinsicht auf ihre rotirende Eigenschaft untersucl

Das Morphin, sowohl allein als in einer sauren und kalischen Auflösung, dreht immer die Polarisationsebene lin Nur die längere Einwirkung eines Alkali ändert seine rotire Eigenschaft auf eine bleibende Weise.

Das Opian bewirkt in seinen Auflösungen eine starke viation der Polarisationsebene zur linken Seite. Unter Einf

von Säuren geht diese Deviation zur rechten Seite über, und geht nicht zur linken zurück, wenn die Säure durch Ammoniak gesättigt wird.

Das Strychnin bewirkt in seinen Auflösungen eine starke Deviation zur linken Seite. Der Zusatz von Säuren schwächt die rotirende Kraft sehr, ohne indessen ihre Richtung zu ändern. Wenn die Säure durch Ammoniak gesättigt wird, erhält sie ihre frühere Intensität wieder. Ein Ueberschuss von Ammoniak bewirkt keine fernere Aenderung.

Das Brucin bewirkt, in Alcohol aufgelöst, eine Deviation zur linken Seite. Ein Zusatz von Hydrochlorsäure schwächt augenblicklich die rotirende Kraft, ohne ihre Richtung zu ändern. Wenn die Säure durch Ammoniak gesättigt wird, kommt die ursprüngliche rotirende Kraft wieder und wird durch einen Ueberschuss von Ammoniak noch vergrössert.

Das Cinchonin äussert in seinen Auflösungen eine starke rotirende Kraft zur rechten Seite. Ein Zusatz von Säure schwächt diese rotirende Kraft, ohne ihre Richtung zu ändern. Wenn die Säure gesättigt wird, scheint die rotirende Kraft wieder ihre frühere Intensität anzunehmen.

Das Chinin bewirkt in seinen Auflösungen eine Deviation zur linken Seite. Unter Einfluss von Säure wird diese rotirende Kraft bedeutend erhöhet, nimmt aber, wenn die Säure durch Ammoniak gesättigt wird, ihre frühere Intensität wieder an. Ein Ueberschuss von Ammoniak bringt keine fernere Aenderung hervor. Eine Erhöhung der Temperatur schwächt die rotirende Kraft des Chinins.

Das Amygdalin und die Amygdalinsäure drehen die Polarisationsebene zur linken Seite.

Cap. V.

Gesetze der Fortpflanzung des Lichts bei circularpolarisirenden einaxig krystallisirten Körpern.

§. 1. Theorie der Fortpflanzung des Lichts in circularpolarisirenden einaxigen Krystallen.

Wir haben im Cap. III. die Theorie der gewöhnlichen einaxigen Krystalle entwickelt. In diesen theilet sich ein jeder Strahl in zwei Strahlen, welche im allgemeinen sich mit ungleicher Ge-

schwindigkeit fortpflanzen und nur längs der Axe zusammenfa
len. Ein jeder dieser Strahlen ist linearpolarisirt, und zwar d
eine, der gewöhnliche, im Hauptschnitte des Krystalls, der a
dere, der ungewöhnliche, in einer auf dem Hauptschnitte senl
rechten Ebene. Im Bergkrystall dagegen theilt ein jeder Stra
sich in zwei elliptisch-polarisirte, die sich mit ungleicher G
schwindigkeit fortpflanzen und in entgegengesetzter Richtung dr
hen. Die eine Axe jeder Ellipse fällt in den Hauptschnitt un
ist, wenigstens annäherungsweise, der senkrecht darauf liegend
Axe der anderen Ellipse gleich. Bei einigen Individuen pflanze
sich die rechtsdrehenden Strahlen mit grösserer Geschwindigke
fort, bei anderen die linksdrehenden, und man kann diese öfte
durch die äussere Krystallform von einander unterscheiden. E
finden sich auch Zwillingskrystalle, die aus rechts- und linkspo
larisirenden Theilen bestehen, und ein dem Bergkrystall nahe
stehender Körper, der Amethyst, besteht aus lauter solchen seh
kleinen Zwillingskrystallen.

Die Differentialgleichungen der unendlich kleinen Bewegun
gen zweier Systeme von Molekülen, welche den Erscheinunge
der circularpolarisirenden Krystalle entsprechen, sind, wenn die
xAxe als Krystallaxe angenommen wird:

(416)

$$(L + l - d_t^2)\xi + d_x I(d_y v + d_z\zeta) + (L_{,} + l_{,})\xi' + d_x I_{,}(d_y v' + d_z\zeta') = K_{,}(d_y\zeta' - d_z v')$$

$$({}_{,}L + {}_{,}l)\xi + d_x\,{}_{,}I(d_y v + d_z\zeta) + (L_{,,} + l_{,,} - d_t^2)\xi' + d_x I_{,,}(d_y v' + d_z\zeta') = K_{,,}(d_y\zeta' - d_z v')$$

$$(E - d_t^2)v + d_y[(I + i)d_x\xi + F(d_y v + d_z\zeta)] + E_{,}v' + d_y[(I_{,} + i_{,})d_x\xi' + F_{,}(d_y v' + d_z\zeta')] = K_{,}(d_z\xi' - d_x\zeta')$$

$${}_{,}Ev + d_y[({}_{,}I + {}_{,}i)d_x\xi + {}_{,}F(d_y v + d_z\zeta)] + (E_{,,} - d_t^2)v' + d_y[(I_{,,} + i_{,,})d_x\xi' + F_{,,}(d_y v' + d_z\zeta')] = K_{,,}(d_z\xi' - d_x\zeta')$$

$$(E - d_t^2)\zeta + d_z[(I + i)d_x\xi + F(d_y v + d_z\zeta)] + E_{,}\zeta' + d_z[(I_{,} + i_{,})d_x\xi' + F_{,}(d_y v' + d_z\zeta')] = K_{,}(d_x v' - d_y\xi')$$

$${}_{,}E\zeta + d_z[({}_{,}I + {}_{,}i)d_x\xi + {}_{,}F(d_y v + d_z\zeta)] + (E_{,,} - d_t^2)\zeta' + d_z[(I_{,,} + i_{,,})d_x\xi' + F_{,,}(d_y v' + d_z\zeta')] = K_{,,}(d_x v' - d_y\xi')$$

wo $L, L_{,}, \ldots\; l, l_{,}, \ldots\; E, E_{,}, \ldots\; F, F_{,}, \ldots\; I, I_{,}, \ldots\; i, i_{,}$
$\ldots\; K_{,}, K_{,,}$ charakteristische Funktionen von d_x^2 und $d_y^2 + d_z^2$ sind

nn $\mathfrak{K}$, und $\mathfrak{K}_{,,}$ Null wären, so würden diese Gleichungen mit Gleichungen (348) übereinstimmen.

Die particulären Integrale der Gleichungen (395) sind:

(235)

$$= \text{a} \cos(kr - st + \lambda),$$

$$= \text{b} \cos(kr - st + \mu) = \text{b} \cos(kr - st + \lambda)\cos(\mu - \lambda)$$
$$- \text{b} \sin(kr - st + \lambda)\sin(\mu - \lambda),$$

$$= \text{c} \cos(kr - st + \nu) = \text{c} \cos(kr - st + \lambda)\cos(\nu - \lambda)$$
$$- \text{c} \sin(kr - st + \lambda)\sin(\nu - \lambda),$$

$$= \text{a}'\cos(kr - st + \lambda'),$$

$$= \text{b}'\cos(kr - st + \mu') = \text{b}'\cos(kr - st + \lambda')\cos(\mu' - \lambda')$$
$$- \text{b}'\sin(kr - st + \lambda')\sin(\mu' - \lambda'),$$

$$= \text{c}' \cos(kr - st + \nu') = \text{c}' \cos(kr - st + \lambda')\cos(\nu' - \lambda')$$
$$- \text{c}' \sin(kr - st + \lambda')\sin(\nu' - \lambda'),$$

wie vorher:

[169)] $kr = ux + vy + wz, \quad k^2 = u^2 + v^2 + w^2.$

ll die Dilatation des zweiten Systems von Molekülen gleich l ist, hat man:

117) $$u\xi' + vv' + w\zeta' = o,$$

wenn man nur die transversalen oder beinahe transversalen vegungen des ersten Systems betrachtet:

418) $$u\xi + vv + w\zeta = u\mu\xi,$$

μ entweder gleich Null oder gleich einer sehr kleinen Grösse Substituirt man hier die Werthe von ξ, v, ζ, ξ', v', ζ', so ält man:

$$- \mu)\text{a} + v\text{b} \cos(\mu - \lambda) + w\text{c} \cos(\nu - \lambda)$$
$$+ [v\text{b} \sin(\mu - \lambda) + w\text{c} \sin(\nu - \lambda)]\operatorname{tang}(kr - st + \lambda) = o,$$
$$+ v\text{b}'\cos(\mu' - \lambda') + w\text{c}' \cos(\nu' - \lambda')$$
$$+ [v\text{b}'\sin(\mu' - \lambda') + w\text{c}'\sin(\nu' - \lambda')]\operatorname{tang}(kr - st + \lambda') = o,$$

l hieraus, weil diese Gleichungen für jeden Werth von t statten sollen:

(419)

$$u(1 - \mu)\text{a} + v\text{b} \cos(\mu - \lambda) + w\text{c} \cos(\nu - \lambda) = o,$$
$$v\text{b} \sin(\mu - \lambda) + w\text{c} \sin(\nu - \lambda) = o,$$
$$u\text{a}' + v\text{b}'\cos(\mu' - \lambda') + w\text{c}'\cos(\nu' - \lambda') = o,$$
$$v\text{b}'\sin(\mu' - \lambda') + w\text{c}'\sin(\nu' - \lambda') = o.$$

Bezeichnet man jetzt wie vorher durch $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,}$, ... $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,}$, ... $\mathfrak{H}_{,}$, ... $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_{,}$, ... I, I$_{,}$, ... i, i$_{,}$, ... $\mathfrak{K}$, und $\mathfrak{K}_{,,}$ die Grössen, lche man aus den charakteristischen Funktionen L, L$_{,}$, ... E, ... $\mathfrak{K}_{,}$, $\mathfrak{K}_{,,}$ durch Substitution der Grössen $\text{u} = u\sqrt{-1}$,

$v = \mathfrak{v}\sqrt{-1}$, $w = \mathfrak{w}\sqrt{-1}$ statt der Zeichen d_x, d_y, d_z erh wird durch Substitution der Werthe (235) in den Gleich (416), wenn man die Gleichungen (419) berücksichtigt un Kürze wegen: $\frac{\cos(kr - st + \lambda)}{\cos(kr - st + \lambda')} = m$ setzt:

(420)

$$[\mathfrak{L} + \mathfrak{l} + s^2 + u^2(1-\mu)\mathfrak{J}]ma + [\mathfrak{L}_, + \mathfrak{l}_, + u^2\mathfrak{J}_,]a'$$
$$= -\mathfrak{B}_,[\mathfrak{v}c'\sin(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\sin(\mu' - \lambda')]$$
$$- \mathfrak{B}_,[\mathfrak{v}c'\cos(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\cos(\mu' - \lambda')]\operatorname{tang}(kr - st$$
$$[{}_,\mathfrak{L} + {}_,\mathfrak{l} + u^2(1-\mu){}_,\mathfrak{J}]ma + [\mathfrak{L}_{,,} + \mathfrak{l}_{,,} + s^2 + u^2\mathfrak{J}_{,,}]a'$$
$$= -\mathfrak{B}_{,,}[\mathfrak{v}c'\sin(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\sin(\mu' - \lambda')]$$
$$- \mathfrak{B}_{,,}[\mathfrak{v}c'\cos(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\cos(\mu' - \lambda')]\operatorname{tang}(kr - st$$

(421)

$$\left[\mathfrak{E} + s^2 + \left(\frac{\mathfrak{J}+\mathfrak{i}}{1-\mu} - \mathfrak{S}\right)(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2)\right](1-\mu)ma + [\mathfrak{E}_, + (\mathfrak{J}$$
$$- \mathfrak{S}_,)(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2)]a' = -\mathfrak{B}_,[\mathfrak{v}c'\sin(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\sin(\mu'$$
$$- \mathfrak{B}_,[\mathfrak{v}c'\cos(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\cos(\mu' - \lambda')]\operatorname{tang}(kr - st$$
$$\left[{}_,\mathfrak{E} + \left(\frac{{}_,\mathfrak{J} + {}_,\mathfrak{i}}{1-\mu} - {}_,\mathfrak{S}\right)(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2)\right](1-\mu)ma + [\mathfrak{E}_{,,} + s^2 + (\mathfrak{J}$$
$$- \mathfrak{S}_{,,})(\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2)]a' = -\mathfrak{B}_{,,}[\mathfrak{v}c'\sin(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\sin(\mu'$$
$$- \mathfrak{B}_{,,}[\mathfrak{v}c'\cos(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\cos(\mu' - \lambda')]\operatorname{tang}(kr - st$$

(422)

$$m(\mathfrak{E} + s^2)\big([\mathfrak{v}c\sin(\nu - \lambda) - \mathfrak{w}b\sin(\mu - \lambda)]$$
$$+ [\mathfrak{v}c\cos(\nu - \lambda) - \mathfrak{w}b\cos(\mu - \lambda)]\operatorname{tang}(kr - st + \lambda)\big)$$
$$+ \mathfrak{E}_,\big([\mathfrak{v}c'\sin(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\sin(\mu' - \lambda')] + [\mathfrak{v}c'\cos(\nu' -$$
$$- \mathfrak{w}b'\cos(\mu' - \lambda')]\operatorname{tang}(kr - st + \lambda')\big) = -\mathfrak{B}$$
$$m\,{}_,\mathfrak{E}\big([\mathfrak{v}c\sin(\nu - \lambda) - \mathfrak{w}b\sin(\mu - \lambda)]$$
$$+ [\mathfrak{v}c\cos(\nu - \lambda) - \mathfrak{w}b\cos(\mu - \lambda)]\operatorname{tang}(kr - st + \lambda)\big)$$
$$+ (\mathfrak{E}_{,,} + s^2)\big([\mathfrak{v}c'\sin(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\sin(\mu' - \lambda')] + [\mathfrak{v}c'\cos(\nu$$
$$- \mathfrak{w}b'\cos(\mu' - \lambda')]\operatorname{tang}(kr - st + \lambda')\big) = -\mathfrak{B}$$

Weil diese Gleichungen für jeden Werth von t stattfinde len, muss nothwendig:

$$(423)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{v}c\cos(\nu - \lambda) - \mathfrak{w}b\cos(\mu - \lambda) &= 0, \\ \mathfrak{v}c'\cos(\nu' - \lambda') - \mathfrak{w}b'\cos(\mu' - \lambda') &= 0. \end{aligned}$$

Setzt man jetzt:

$$(424)\qquad \begin{aligned} a &= \frac{p\sqrt{\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2}}{k\left(1 - \mu\frac{u^2}{k^2}\right)}, & a' &= \frac{p'\sqrt{\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2}}{k}, \\ b\sin(\mu - \lambda) &= -\frac{q\mathfrak{w}}{\sqrt{\mathfrak{v}^2 + \mathfrak{w}^2}}, & b'\sin(\mu' - \lambda') &= -\frac{q}{\sqrt{\mathfrak{v}}} \end{aligned}$$

und substituirt die neuen Variabeln p, p, p′, q′ statt a, b, a′, b′, so findet man aus den Gleichungen (418) und (423):

(425)

$$b\cos(\mu-\lambda) = -\frac{p\,u\,v(1-\mu)}{k\sqrt{v^2+w^2}\left(1-\mu\frac{u^2}{k^2}\right)},\quad b'\cos(\mu'-\lambda') = -\frac{p'u\,v}{k\sqrt{v^2+w^2}},$$

$$c\cos(\nu-\lambda) = -\frac{p\,u\,w(1-\mu)}{k\sqrt{v^2+w^2}\left(1-\mu\frac{u^2}{k^2}\right)},\quad c'\cos(\nu'-\lambda') = -\frac{p'u\,w}{k\sqrt{v^2+w^2}},$$

$$c\sin(\nu-\lambda) = \frac{q\,r}{\sqrt{v^2+w^2}},\qquad c'\sin(\nu'-\lambda') = \frac{q'v}{\sqrt{v^2+w^2}}.$$

Diese Werthe in den Gleichungen (235) substituirt geben:

(426)

$$\xi = \frac{p\sqrt{v^2+w^2}}{k\left(1-\mu\frac{u^2}{k^2}\right)}\cos(\varrho-st+\lambda),$$

$$\eta = \frac{q\,w}{\sqrt{v^2+w^2}}\sin(\varrho-st+\lambda) - \frac{p\,u\,v(1-\mu)}{k\sqrt{v^2+w^2}\left(1-\mu\frac{u^2}{k^2}\right)}\cos(\varrho-st+\lambda),$$

$$\zeta = -\frac{q\,v}{\sqrt{v^2+w^2}}\sin(\varrho-st+\lambda) - \frac{p\,u\,w(1-\mu)}{k\sqrt{v^2+w^2}\left(1-\mu\frac{u^2}{k^2}\right)}\cos(\varrho-st+\lambda),$$

$$\xi' = \frac{p'\sqrt{v^2+w^2}}{k}\cos(\varrho-st+\lambda'),$$

$$\eta' = \frac{q'w}{\sqrt{v^2+w^2}}\sin(\varrho-st+\lambda') - \frac{p'u\,v}{k\sqrt{v^2+w^2}}\cos(\varrho-st+\lambda'),$$

$$\zeta' = -\frac{q'v}{\sqrt{v^2+w^2}}\sin(\varrho-st+\lambda') - \frac{p'u\,w}{k\sqrt{v^2+w^2}}\cos(\varrho-st+\lambda').$$

Diese Werthe der Verschiebungen bezeichnen, dass die Moleküle beider Systeme Ellipsen beschreiben. Die eine Axe ist im ersten Systeme gleich p, im zweiten gleich p′, liegt im Hauptschnitte und bildet im ersten Systeme einen Winkel φ mit der Wellenebene m, wo $\sin\varphi = \frac{\mu u\sqrt{v^2+w^2}}{k^2} = \frac{\mu}{2}\sin 2\psi$, wenn ψ den Winkel, welchen der Strahl mit der Krystallaxe bildet, bezeichnet; im zweiten Systeme dagegen liegt sie in der Wellenebene. Die zweite Axe ist im ersten Systeme gleich q, im zweiten gleich q′ und steht senkrecht auf dem Hauptschnitte.

Die Gleichungen (398), (399) und (400) werden jetzt:

(427)

$$[\mathfrak{L}+\mathfrak{l}+s^2+u^2(1-\mu)\mathfrak{J}]\frac{mp}{1-\mu\frac{u^2}{k^2}} + [\mathfrak{L}_{,}+\mathfrak{l}_{,}+u^2\mathfrak{J}_{,}]p' = -\mathfrak{B}_{,}q'k,$$

$$[,\mathfrak{L} + ,\mathfrak{l} + u^2(1-\mu),\mathfrak{J}]\frac{mp}{1-\mu\frac{u^2}{k^2}} + [\mathfrak{L}_{,,} + s^2 + u^2\mathfrak{J}_{,,}]p' = -\mathfrak{B}$$

(428)

$$\left[\mathfrak{C} + s^2 + \left(\frac{\mathfrak{J}+i}{1-\mu} - \mathfrak{H}\right)(v^2+w^2)\right]\frac{mp}{1-\mu\frac{u^2}{k^2}}$$

$$+ \left[\frac{\mathfrak{C}_, + (\mathfrak{J}_, + i_, - \mathfrak{H}_,)(v^2+w^2)}{1-\mu}\right]p' = -\mathfrak{B}$$

$$\left[,\mathfrak{C} + \left(\frac{,\mathfrak{J}+,i}{1-\mu} - ,\mathfrak{H}\right)(v^2+w^2)\right]\frac{(1-\mu)pm}{1-\mu\frac{u^2}{k^2}}$$

$$+ [\mathfrak{C}_{,,} + s^2 + (\mathfrak{J}_{,,} + i_{,,} - \mathfrak{H}_{,,})(v^2+w^2)]p' = -\mathfrak{B}$$

$$(429) \qquad \begin{array}{l}(\mathfrak{E} + s^2)mq + \mathfrak{E}_,q' = -\mathfrak{X}_, p'k, \\ ,\mathfrak{E}mq + (\mathfrak{E}_{,,} + s^2)q' = -\mathfrak{X}_{,,}p'k.\end{array}$$

Hier muss man wie im Cap. III. annehmen, die Gleichungen und (428) seien identisch, und die Grössen s^2, $\frac{p}{q}$, $\frac{p'}{q}$, $\frac{p}{p'}$ den dann durch die vier Gleichungen (428) und (429) best Eliminirt man p und q, so erhält man:

(430)

$$\left\{\left[\mathfrak{E}+s^2+\left(\frac{\mathfrak{J}+i}{1-\mu}-\mathfrak{H}\right)(v^2+w^2)\right][\mathfrak{E}_{,,}+s^2+(\mathfrak{J}_{,,}+i_{,,}-\mathfrak{H}_{,,})(v^2+\right.$$

$$-[\mathfrak{E}_,+(\mathfrak{J}_,+i_,-\mathfrak{H}_,)(v^2+w^2)]\left[,\mathfrak{E}+\left(\frac{,\mathfrak{J}+,i}{1-\mu}-,\mathfrak{H}\right)(v^2+\right.$$

$$= -\frac{q'}{p'}k\left\{\mathfrak{X}_{,,}(\mathfrak{C}+s^2) - \mathfrak{X}_{,,},\mathfrak{C} + \left[\mathfrak{K}_{,,}\left(\frac{\mathfrak{J}+i}{1-\mu}-\mathfrak{H}\right)\right.\right.$$

$$-\mathfrak{X}_,\left(\frac{,\mathfrak{J}+,i}{1-\mu}-,\mathfrak{H}\right)(v^2+w^2$$

$$\{[\mathfrak{C}+s^2][\mathfrak{C}_{,,}+s^2] - \mathfrak{C}_{,,},\mathfrak{C}\} = -\frac{p'}{q'}k[\mathfrak{X}_{,,}(\mathfrak{C}+s^2) - \mathfrak{X}_{,,},$$

Nimmt man jetzt an, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_,$, ... $\mathfrak{H}$, $,\mathfrak{H}_,$, ... $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_,$, ... i, i, haben dieselbe Form wie im Cap. III., so wird:

$$\left\{\left[\mathfrak{E}+s^2+\left(\frac{\mathfrak{J}+i}{1-\mu}-\mathfrak{H}\right)(v^2+w^2)\right][\mathfrak{E}_{,,}+s^2+(\mathfrak{J}_{,,}+i_{,,}-\mathfrak{H}_{,,})(v^2+\right.$$

$$-[\mathfrak{E}_,+(\mathfrak{J}_,+i_,-\mathfrak{H}_,)(v^2+w^2)]\left[,\mathfrak{E}+\left(\frac{,\mathfrak{J}+,i}{1-\mu}-,\mathfrak{H}\right)(v^2+\right.$$

$$= s^4 - [\overline{\alpha} - \varepsilon(\overline{p}-2)\overline{\alpha_,}]s^2k^2 + \overline{\beta}k + \overline{\gamma} - [\overline{\delta} - \varepsilon(\overline{p}-2)\overline{\delta}$$

$$+ [\overline{\lambda} - \varepsilon(\overline{p}-2)\overline{\lambda}$$

$$[\mathfrak{E}+s^2][\mathfrak{E}_{,,}+s^2] - \mathfrak{E}_{,,},\mathfrak{E} = s^4 - \overline{\alpha}k^2s^2 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma} - \overline{\delta}$$

$$+ \varepsilon\overline{\alpha_,}s^2u^2 + \varepsilon\overline{\delta_,}u^2 = s^4 - (\overline{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha_,}\cos^2\psi)s^2k^2 + \overline{\beta}s^2$$

$$-(\overline{\delta} - \varepsilon\overline{\delta_,}\cos^2\psi)k^2 + (\overline{\lambda} - \varepsilon\overline{\lambda_,}\cos^2\psi$$

wo: $\mu = \varepsilon\overline{p}$, und ε das Verhältniss zwischen der Differenz des Abstandes der Aethermolekülen senkrecht auf der Axe und längs derselben und diesem ersten Abstand ist. Substituirt man diese Werthe, so erhält man:

(431)

$$s^4 - [\overline{\alpha} - \varepsilon(\overline{p} - 2)\overline{\alpha_{,}}]s^2 k^2 + \overline{\beta}k^2 + \overline{\gamma} - [\overline{\delta} - \varepsilon(\overline{p} - 2)\overline{\delta_{,}}]k^2$$
$$+ [\overline{\lambda} - \varepsilon(\overline{p} - 2)\overline{\lambda_{,}}]k^4 = -\frac{q'}{p'}k\Big\{[\mathfrak{A}_{,,}(\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{A}_{,.,}\mathfrak{L}]$$
$$+ \left[\mathfrak{A}_{,,}\left(\frac{\mathfrak{J} + i}{1 - \mu} - \mathfrak{H}\right) - \mathfrak{A}_{,}\left(\frac{{}_{,}\mathfrak{J} + {}_{,}i}{1 - \mu} - {}_{,}\mathfrak{H}\right)\right](v^2 + w^2)\Big\},$$
$$s^4 - (\overline{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha_{,}}\cos^2\psi)s^2 k^2 + \overline{\beta}k^2 + \overline{\gamma} - (\overline{\delta} - \varepsilon\overline{\delta_{,}}\cos^2\psi)k^2$$
$$+ (\overline{\lambda} - \varepsilon\overline{\lambda_{,}}\cos^2\psi)k^4 = -\frac{p'}{q'}k[\mathfrak{A}_{,,}(\mathfrak{C} + s^2) - \mathfrak{A}_{,.,}\mathfrak{L}].$$

Subtrahirt man diese Gleichungen, so wird man finden, dass man $\mathfrak{A}_{,}$ und $\mathfrak{A}_{,,}$ als sehr kleine Grössen derselben Ordnung wie μ oder ε ansehen muss. Setzt man demnach:

$$(432) \qquad \mathfrak{A}_{,} = \varepsilon\mathfrak{C}_{,}, \quad \mathfrak{A}_{,,} = \varepsilon\mathfrak{C}_{,,},$$

und bemerkt, dass die Grössen $\frac{\mathfrak{J} + i}{1 - \mu} - \mathfrak{H}$ und $\frac{{}_{,}\mathfrak{J} + {}_{,}i}{1 - \mu} - {}_{,}\mathfrak{H}$ auch sehr kleine Grössen derselben Ordnung sind, so erhält man durch Subtraction der Gleichungen (409), durch Division mit εk^2 und Vernachlässigung der noch mit ε multiplicirten Glieder:

(433)

$$(s^2\overline{\alpha_{,}} + \overline{\delta_{,}} - \overline{\lambda_{,}}k^2)[\sin\psi + (\overline{p} - 3)]$$
$$+ \frac{[\mathfrak{C}_{,,}({}_{,}\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{C}_{,.,}{}_{,}\mathfrak{L}]}{k}\left(\frac{p'}{q'} - \frac{q'}{p'}\right) = o.$$

Man sieht hieraus, dass, weil die demselben Werth von s entsprechenden zwei Werthe von k nicht sehr verschieden sind, $\frac{p'}{q'}$ zwei Werthe hat, annäherungsweise von der Form e und $-\frac{1}{e}$.

Substituirt man in den Gleichungen (428) und (429) $p' = eq'$, wo e eine Wurzel der Gleichung (433) oder:

$$(434) \quad e^2 + \frac{k(s^2\overline{\alpha_{,}} + \overline{\delta_{,}} - \overline{\lambda_{,}}k^2)[\sin^2\psi + (\overline{p} - 3)]}{[\mathfrak{C}_{,,}({}_{,}\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{C}_{,.,}{}_{,}\mathfrak{L}]}e - 1 = o$$

ist, so erhält man:

$$\left[\mathfrak{L} + s^2 + \left(\frac{\mathfrak{J} + i}{1 - \varepsilon\overline{p}} - \mathfrak{H}\right)(v^2 + w^2)\right]\frac{mp}{1 - \varepsilon\overline{p}\frac{u^2}{k^2}}$$
$$= -\left\{\frac{[{}_{,}\mathfrak{L}_{,} + (\mathfrak{J}_{,} + i_{,} - \mathfrak{H}_{,})(v^2 + w^2)]e + \varepsilon\mathfrak{C}_{,}k}{1 - \varepsilon\overline{p}}\right\}q',$$
$$[\mathfrak{L} + s^2]mq = -[\mathfrak{E}_{,} + \varepsilon\mathfrak{C}_{,}ke]q',$$

folglich: (435)

$$\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{q}} = \frac{(\mathfrak{L} + s^2)\left(1 - \varepsilon\bar{\mathrm{p}}\frac{\mathrm{u}^2}{k^2}\right)}{\mathfrak{L} + s^2 + \left(\frac{\mathfrak{J} + \mathrm{i}}{1 - \varepsilon\bar{\mathrm{p}}} - \mathfrak{F}\right)(v^2 + w^2)} \cdot \frac{[\mathfrak{L}_, + (\mathfrak{J}_, + \mathrm{i}_, - \mathfrak{F}_,)(v^2 + w^2)]\mathrm{e} + \varepsilon\mathfrak{G}_, k}{(1 - \varepsilon\bar{\mathrm{p}})[\mathfrak{L}_, + \varepsilon\mathfrak{G}_, k\,\mathrm{e}]},$$

oder, wenn man die mit ε multiplicirten Glieder vernachlässigt:

$$\text{(436)} \qquad \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{q}} = \mathrm{e} = \frac{\mathrm{p}'}{\mathrm{q}'}.$$

Wenn man die von einer dem ersten Systeme gehörigen Moleküle beschriebene Ellipse, deren eine im Hauptschnitte liegende Axe $= \mathrm{p}$, die zweite auf dem Hauptschnitte senkrechte Axe $= \mathrm{q}$ ist und $\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{q}} = \mathrm{e}$, auf die Ebene (v, ζ) projicirt, so wird ihr Differential in Bezug auf die Zeit t:

$$\tfrac{1}{2}(\zeta d_t v - v d_t \zeta) = \frac{\tfrac{1}{2} s\,\mathrm{pqu}(1 - \varepsilon\bar{\mathrm{p}}) w^2}{k\left(1 - \varepsilon\bar{\mathrm{p}}\frac{\mathrm{u}^2}{k^2}\right)},$$
$$= \tfrac{1}{2} s\,\mathrm{eq}^2 \cos\psi,$$

wenn man ε vernachlässigt. Weil nun die zwei Werthe von e entgegengesetzte Zeichen haben, so geht hieraus hervor, dass die zwei Ellipsen in entgegengesetzter Richtung beschrieben werden. Bezeichnet man die zwei Werthe von e durch $+ \mathrm{e}_,$ und $- \mathrm{e}_{,,} = -\frac{1}{\mathrm{e}_,}$, so wird die Geschwindigkeit des ersten links drehenden Strahls durch die Gleichung:

(437)

$$s^4 - (\bar{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha_,}\cos^2\psi)s^2k^2 + \bar{\beta}k^2 + \bar{\gamma} - (\bar{\delta} - \varepsilon\bar{\delta}_,\cos^2\psi)k^2$$
$$+ (\bar{\lambda} - \varepsilon\bar{\lambda}_,\cos^2\psi)k^4 + \varepsilon\,\mathrm{e}_, k[\mathfrak{G}_{,,}(\mathfrak{E} + s^2) - \mathfrak{G}_{,.,}\mathfrak{E}] = 0,$$

bestimmt, die des zweiten rechts drehenden Strahls durch die Gleichung:

(438)

$$s^4 - (\bar{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha_,}\cos^2\psi)s^2k^2 + \bar{\beta}k^2 + \bar{\gamma} - (\bar{\delta} + \varepsilon\bar{\delta}_,\cos^2\psi)k^2$$
$$+ (\bar{\lambda} - \varepsilon\bar{\lambda}_,\cos^2\psi)k^4 + \varepsilon\,\mathrm{e}_{,,} k[\mathfrak{G}_{,,}(\mathfrak{E} + s^2) - \mathfrak{G}_{,.,}\mathfrak{E}] = 0,$$

oder, was damit identisch ist:

(439)

$$s^4 - [\bar{\alpha} - \varepsilon(\bar{\mathrm{p}} - 2)\overline{\alpha_,}]s^2k^2 + \bar{\beta}k^2 + \bar{\gamma} - [\bar{\delta} - \varepsilon(\bar{\mathrm{p}} - 2)\bar{\delta}_,]k^2$$
$$+ (\bar{\lambda} - \varepsilon\bar{\lambda}_,\cos^2\psi)k^4 - \varepsilon\,\mathrm{e}_, k[\mathfrak{G}_{,,}(\mathfrak{E} + s^2) - \mathfrak{G}_{,.,}\mathfrak{E}] = 0.$$

Weil längs der Axe die Ellipsen sich in Kreise verwandeln müssen, so muss man für $\psi = 0$, $\mathrm{e} = \pm 1$ haben, und folglich in der Gleichung (434) $\bar{\mathrm{p}} = 3$ setzen. Diese Gleichung wird dann:

(440) $$e^2 + \frac{k(s^2\overline{\alpha}_, + \overline{\delta}_,)\sin^2\psi}{[\mathfrak{C}_{,,}(\mathfrak{C} + s^2) - \mathfrak{C}_{,.,}\mathfrak{C}]}e - 1 = o.$$

Bezeichnet man durch $\mathfrak{c}_,$, $\mathfrak{c}_{,,}$, $\mathfrak{e}$, $_,\mathfrak{e}$ die Werthe von $\mathfrak{C}_,$, $\mathfrak{C}_{,,}$, $\mathfrak{L}$, $_,\mathfrak{L}$, wenn man in denselben k statt u setzt und bemerkt, dass der Unterschied zwischen $\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{e}$ von derselben Ordnung wie ε ist, und dass $_,\mathfrak{C} = {_,\mathfrak{e}}$, so wird längs der Axe, wo folglich $\psi = o$, $u = k$ ist, die Geschwindigkeit des ersten zur linken Seite drehenden Strahls $\Omega_, = \frac{s}{k}$ durch die folgende Gleichung bestimmt:

(441)
$$s^4 - (\overline{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha}_,)s^2k^2 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma} - (\overline{\delta} - \varepsilon\overline{\delta}_,)k^2 + (\overline{\lambda} - \varepsilon\overline{\lambda}_,)k^4$$
$$+ \varepsilon k[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{c}_{,.,}\mathfrak{L}] = o,$$

und die Geschwindigkeit $\Omega_2 = \frac{s}{k}$ des zweiten zur rechten Seite drehenden Strahls durch die Gleichung:

(442)
$$s^4 - (\overline{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha}_,)s^2k^2 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma} - (\overline{\delta} - \varepsilon\overline{\delta}_,)k^2 + (\overline{\lambda} - \varepsilon\overline{\lambda}_,)k^4$$
$$- \varepsilon k[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{c}_{,.,}\mathfrak{L}] = o,$$

oder, wenn man der Kürze wegen setzt:

(443)
$$\mathfrak{R}^2 = (\overline{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha}_,) + \frac{[(\overline{\delta} - \varepsilon\overline{\delta}_,) - \overline{\beta}(\overline{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha}_,)]s^2 - \overline{\gamma}(\overline{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha}_,)}{s^4 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma}}$$
$$- \frac{(\overline{\lambda} - \varepsilon\overline{\lambda}_,)s^2}{(\overline{\alpha} - \varepsilon\overline{\alpha}_,)s^2 + (\overline{\delta} - \varepsilon\overline{\delta}_,)},$$

(444)
$$\Omega_1^2 = \overline{\alpha}^2 - \varepsilon\frac{[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{c}_{,.,}\mathfrak{L}]s^2}{k(s^4 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma})},$$
$$\Omega_2^2 = \overline{\alpha}^2 + \varepsilon\frac{[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{c}_{,.,}\mathfrak{L}]s^2}{k(s^4 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma})},$$

und hieraus wieder:

(445)
$$\Omega_1 = \overline{\alpha} - \varepsilon\frac{[\mathfrak{c}_{,}(\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{c}_{,.,}\mathfrak{L}]s^2}{2\overline{\alpha}k(s^4 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma})},$$
$$\Omega_2 = \overline{\alpha} + \varepsilon\frac{[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{c}_{,.,}\mathfrak{L}]s^2}{2\overline{\alpha}k(s^4 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma})}.$$

Bezeichnet man durch Θ die Dicke einer durch zwei auf der Axe senkrechte Ebenen begrenzten Platte von Bergkrystall, durch ϱ den Rotationswinkel, so ist nach der im Cap. IV. entwickelten Theorie:

(402) $$\varrho = \frac{\pi 0}{1}\left(\frac{\Theta}{\Omega_1} - \frac{\Theta}{\Omega_2}\right),$$

und, wenn man die Werthe von Ω_1 und Ω_2 substituirt:

(446) $$\varrho = \frac{\varepsilon\Theta[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{c}_{,}\mathfrak{L}]s^2}{2\overline{\alpha}^2(s^4 + \overline{\beta}s^2 + \overline{\gamma})}.$$

Die Beobachtungen zeigen, dass dieser Winkel direct proportional mit der Dicke Θ der Platte und umgekehrt proportional mit dem Quadrate der Wellenlänge ist. Setzt man folglich:

$$(447) \qquad \mathfrak{c}_{,,} = \mathfrak{k}_{,} k^2, \quad \mathfrak{c}_{,} = \mathfrak{k}_{,} k^2,$$

und der Kürze wegen:

$$\overline{\mathrm{C}} = \varepsilon \frac{[\mathfrak{k}_{,,}(\mathfrak{L} + s^2) - \mathfrak{k}_{,,,}\mathfrak{L}]s^2}{s^4 + \overline{\beta} s^2 + \gamma};$$

und bemerkt, dass wenn die Geschwindigkeit des Lichts in der Luft durch O, die Wellenlänge durch l bezeichnet wird:

$$k = \frac{s}{\overline{a}} = \frac{2\pi \mathrm{O}}{\overline{a}\,\mathrm{l}},$$

so erhält man:

$$(448) \qquad \varrho = \frac{2\Theta \pi^2 \overline{\mathrm{C}}\,\mathrm{O}^2}{\overline{a}^4 \mathrm{l}^2}.$$

Wenn senkrecht auf der Axe beide Strahlen linear polarisirt sein sollen, was beim Bergkrystall genau der Fall zu sein scheint, so muss in der Gleichung (440), wenn $\psi = 90°$, der Coëfficient, welcher zu e gehört, unendlich gross sein, und man muss folglich annehmen:

$$(449) \qquad \mathfrak{C}_{,} = \mathfrak{k}_{,} \mathrm{u}^2 = \mathfrak{k}_{,} k^2 \cos^2 \psi, \quad \mathfrak{C}_{,,} = \mathfrak{k}_{,,} k^2 \cos^2 \psi.$$

Diese Werthe und der Werth von $\overline{\mathrm{C}}$ in der Gleichung (440) substituirt, geben:

$$(450) \qquad \mathrm{e}^2 + \varepsilon \operatorname{tang}^2 \psi \frac{\overline{a}\,\mathrm{l}\,s^2(\overline{a}_{,} s^2 + \overline{\delta}_{,} - \overline{\lambda}_{,} k^2)}{2\pi \mathrm{O}\,\overline{\mathrm{C}}(s^4 + \overline{\beta} s^2 + \overline{\gamma})} \mathrm{e} - 1 = 0.$$

Wegen der Gleichung (443) bezeichnet $\overline{\mathfrak{a}}$ die Geschwindigkeit des gewöhnlichen Strahls senkrecht auf der Axe; bezeichnet man in derselben Richtung die Geschwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls durch $\overline{\mathfrak{b}}$, so wird:

$$(451) \qquad \overline{\mathfrak{b}}^2 = \overline{a} + \frac{(\overline{\delta} - \overline{\beta a})s^2 - \overline{\gamma a}}{s^2 + \overline{\beta} s^2 + \overline{\gamma}} - \frac{\overline{\lambda} s^2}{\overline{a} s^2 + \overline{\delta}},$$

oder, wenn man die höheren Potenzen von $\overline{\lambda}$ vernachlässigt:

$$(452) \qquad \begin{aligned} \overline{\mathfrak{b}}^2 &= s^2 \left\{ \frac{\overline{a} s^2 + \overline{\delta} - \overline{\lambda} k^2}{s^4 + \overline{\beta} s^2 + \overline{\gamma}} \right\}, \\ \overline{\mathfrak{a}}^2 &= s^2 \left\{ \frac{(\overline{a} - \varepsilon \overline{a}_{,})s^2 + (\overline{\delta} - \varepsilon \overline{\delta}_{,}) - (\overline{\lambda} - \varepsilon \overline{\lambda}_{,})k^2}{s^4 + \overline{\beta} s^2 + \overline{\gamma}} \right\}, \end{aligned}$$

und hieraus findet man:

$$(453) \qquad \overline{\mathfrak{a}}^2 - \overline{\mathfrak{b}}^2 = -\varepsilon s^2 \left\{ \frac{\overline{a}_{,} s^2 + \overline{\delta}_{,} - \overline{\lambda}_{,} k^2}{s^4 + \overline{\beta} s^2 + \overline{\gamma}} \right\}.$$

Dies in Gleichung (450) eingesetzt, giebt, wenn der Kürze wegen:

$$\mu = \frac{\bar{a}l(\bar{a}^2 - \bar{b}^2)}{2\pi O \bar{C}}, \tag{454}$$

$$e^2 - \mu \operatorname{tang}^2 \psi e - 1 = o. \tag{455}$$

§. 2. Bestimmung der rotirenden Molekülarkraft des Bergkrystalls durch eine neue, auf alle chromatischen Phänomene anwendbare Beobachtungsmethode.

Alle chromatischen Phänomene sind bisher auf die Weise beobachtet worden, dass die beobachtete Farbe mit den Farben der Newton'schen Farbenringe verglichen und die Dicke einer dünnen Luftlamelle angegeben wird, welche im gewöhnlichen weissen Lichte dieselbe Farbe senkrecht reflectirt. Man sieht indessen leicht, dass diese Beobachtungsmethode weder, wenn sie anwendbar ist, sehr genau sein kann, weil die Newton'schen Farben durch unmerkliche Nüancen in einander übergehen, noch immer anwendbar ist, wenn die Farben zu denjenigen der höheren Ordnungen gehören, wo sie zu bleich sind, um von einander unterschieden zu werden.

Was speciell die Anwendung dieser Beobachtungsmethode auf die Rotationskraft der circularpolarisirenden Körper betrifft, so ist ihre Unsicherheit viel zu gross, als dass die Richtigkeit der in dem vorigen Paragraphen entwickelten Theorie derselben dadurch experimentell entschieden werden könnte. Auch nicht durch Anwendung des monochromen Lichts kann ein genügendes Resultat erhalten werden, weil das am meisten monochrome Licht doch immer einen grossen Theil des Sonnenspectrums umfasst.

Ich habe daher zur Bestimmung der rotirenden Molekülarkraft des Bergkrystalls, und um experimentell die Richtigkeit der Formel (451) zu beweisen, eine von der bisher gebrauchten Beobachtungsmethode ganz verschiedene Methode angewandt. Diese Methode ist auch sehr gut zur Beobachtung aller chromatischen Phänomene geeignet und kann mit der allergrössten Genauigkeit ausgeführt werden.

Das von mir angewandte Instrument besteht aus zwei Nicol'schen Prismen, auf ein Stativ so angebracht, dass ihre Axen in dieselbe gerade Linie zusammenfallen. Das erste Nicol ist um seine Axe drehbar und der Drehungswinkel kann auf einem eingetheilten Kreise bis auf einzelne Minuten abgelesen werden. Zwischen den beiden Nicol'schen Prismen befestigte ich auf einer

durchbohrten Platte eine Bergkrystallplatte, welche senkrecht auf die Axe geschliffen war. Die durchbohrte Scheibe ist in jeder Richtung drehbar und wird so eingestellt, dass ein durch die Axen der beiden Nicol'schen Prismen gehender Lichtstrahl auch durch die des Bergkrystalls geht. Der ganze Apparat wird auf eine feine Spalte gerichtet, durch welche das Sonnenlicht einfällt. Dicht vor das dem Beobachter zunächst stehende Nicol'sche Prisma wird ein Glasprisma so gestellt, dass seine brechende Kante der Spaltenöffnung parallel ist. In dem Spectrum der feinen Spalte, welches von dem durch die beiden Nicol'schen Prismen und die Bergkrystallplatte gehenden Licht gebildet wird, sieht man dann die Frauenhofer'schen Linien, und zugleich einen, oder wenn die Bergkrystallplatte dicker ist, mehrere breitere schwarze Streifen. Wird das zweite Nicol'sche Prisma um seine Axe gedreht, so wandern diese schwarzen Streifen von einem Ende des Spectrums zum andern. Sie geben die Farben an, welche durch den Durchgang des Lichts durch das zweite Nicol ausgelöscht worden sind, und der Drehungswinkel dieses Prismas von der Stellung, wo ihre Polarisationsebene senkrecht auf derjenigen des ersten Nicol'schen Prismas steht, ist der Rotationswinkel jener Farbe. Um zur gleichen Zeit den schwarzen Streifen im Spectrum des durch den Bergkrystall gegangenen Lichtes und die Frauenhofer'schen Linien, welche denselben Platz im Sonnenspectrum einnehmen, beobachten zu können, befestigte ich die Bergkrystallplatte so, dass sie nur die halbe Oeffnung bedeckte.

Auf diese Weise habe ich die Rotationswinkel der Frauenhofer'schen Linien B, C, D, E, F, G bestimmt. Den zur Linie A gehörigen Rotationswinkel habe ich auch ein Paar Mal bestimmt, doch nicht mit hinlänglicher Genauigkeit. Da der Theil des Sonnenspectrums, wo H liegt, sehr dunkel ist, so habe ich nicht den dazu gehörigen Rotationswinkel bestimmen können. Ich zweifle nicht, dass durch die Anwendung eines Fernrohrs dies auch geschehen kann, so wie auch die übrigen Rotationswinkel dadurch viel genauer bestimmt werden könnten.

Die Resultate dieser Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle angegeben, wo die beobachteten Rotationswinkel mit der Dicke der Bergkrystallplatte dividirt sind.

Nummer.	Dicke in Millimetern.	Dreht	Rotatitionswinkel für 1^{mm} Dicke und für die Strahlen.					
			B	C	D	E	F	G
1	6,920	links	15°,23	17°,32	21°,57	27°,41	32°,5	42°,96
2	6,920	—	15°,34	16°,94	21°,73	27°,53	32°,87	41°,38
3	4,266	—	15°,59	17°,35	21°,68	27°,31	32°,39	42°,03
4	4,266	—	15°,43	17°,60	21°,56	27°,46	32°,27	—
5	4,266	—	15°,54	17°,24	21°,59	27°,38	31°,93	41°,92
6	4,266	—	14°,45	17°,07	21°,68	27°,74	32°,62	42°,50
7	5,862	—	14°,86	16°,84	21°,60	27°,69	32°,97	41°,88
8	5,862	—	15°,41	—	21°,66	27°,36	32°,74	—
9	4,050	—	—	—	21°,36	27°,22	32°,12	—
10	4,050	—	15°,31	17°,45	21°,72	27°,16	32°,35	42°,35
11	4,802	rechts	15°,41	16°,94	21°,43	27°,11	32°,17	41°,79
12	4,248	—	15°,36	17°,32	21°,74	27°,64	32°,04	42°,02
13	4,248	—	15°,14	17°,69	21°,89	27°,58	32°,88	42°,37
14	7,614	—	15°,30	17°,18	21°,64	27°,15	32°,19	—
15	7,614	—	15°,76	17°,21	21°,67	27°,79	33°,07	42°,18
16	7,328	—	15°,73	17°,27	21°,81	27°,65	32°,70	41°,66
17	7,328	—	15°,02	—	21°,20	27°,50	32°,99	43°,18
18	7,328	—	15°,19	17°,20	21°,77	27°,56	32°,19	42°,52
Mittelzahl			15°,30	17°,24	21°,67	27°,46	32°,50	42°,20
Mittlere Fehler einer einzigen Beobachtung			0°,32	0°,24	0°,14	0°,21	0°,36	0°,49
Wahrscheinliche Fehler einer einzigen Beobachtung . .			0°,22	0°,16	0°,09	0°,14	0°,25	0°,33
Wahrscheinliche Fehler der Mittelzahl			0°,05	0°,04	0°,02	0°,03	0°,06	0°,09

Es ist jetzt nach Frauenhofer:

für B, $l = 0^{mm},0006878$,

für C, $l = 0^{mm},0006564$,

für D, $l = 0^{mm},0005888$,

für E, $l = 0^{mm},0005260$,

für F, $l = 0^{mm},0004843$,

für G, $l = 0^{mm},0004291$,

für H, $l = 0^{mm},0003928$.

Nach Rudberg ist, wenn n und n' die Brechungscoëfficienten des ordinären und extraordinären Strahls bezeichnen:

für B, $n = 1,54090$, $n' = 1,54990$,
für C, $n = 1,54181$, $n' = 1,55085$,
für D, $n = 1,54418$, $n' = 1,55328$,
für E, $n = 1,54711$, $n' = 1,55631$,
für F, $n = 1,54965$, $n' = 1,55894$,
für G, $n = 1,55425$, $n' = 1,56365$,
für H, $n = 1,55817$, $n' = 1,56772$.

Setzt man jetzt die beobachteten Werthe von ϱ° und die entsprechenden Werthe von l und n in die Formel (451), und bemerkt, dass $\varrho = \varrho^\circ \frac{\pi}{180}$, $\overline{a} = \frac{O}{n}$, so erhält man:

	B	C	D	E	F	G
$\log \varrho^\circ =$	.18463	.23656	.33580	.43865	.51188	.62937
$\log l^2 =$	.67499	.63440	.53990	.44192	.37020	.26503
$\log \varrho^\circ l^2 =$	.85962	.87096	.87570	.88057	.88208	.89440
$\log n^4 =$	.75110	.75212	.75479	.75808	.76093	.76608
$\log \frac{\varrho l^2}{n^4} =$	.10852	.11884	.12091	.12249	.12115	.12832
$\log (360\,\pi) =$	.05345	.05345	.05345	.05345	.05345	.05345
$\log \left(\frac{\overline{C}}{O^2}\right) =$	.05507	.06539	.06746	.06904	.06770	.07487
$10^8 \frac{\overline{C}}{O^2} =$	0,1135	0,1162	0,1168	0,1172	0,1169	0,1188
Wahrscheinlicher Fehler =	0,0004	0,0003	0,0001	0,0001	0,0002	0,0003

Bei Berechnung der wahrscheinlichen Fehler des Werthes von $10^8 \frac{\overline{C}}{O^2}$ sind die von Frauenhofer angegebenen Werthe von l und die von Rudberg angegebenen Werthe von n als absolut richtig angenommen. Der wahrscheinliche Fehler ist deshalb ein wenig, vielleicht 0,0001, grösser als der hier angegebene.

Nach Biot sollte ϱl^2 eine constante Grösse sein. Es ist aber aus den obigen Resultaten klar, dass dies bei Weitem nicht der Fall ist. Ich werde auch gleich zeigen, dass die von Biot angegebenen Werthe der Rotationswinkel bedeutend von den von mir gefundenen abweichen. Die von Mac-Cullagh aufgestellte Formel, welche er, indem er nur ein System von Molekülen betrachtet, auf eine übrigens der im vorigen Paragraph angewandten

ıaloge Weise entwickelt hat, weicht nur von der Formel (451) sofern ab, dass bei ihm $\overline{C}$ eine constante Grösse bezeichnet, ährend sie bei meiner Theorie, weil ich zwei Systeme von Moleülen angewandt habe, mit der Farbe variiren kann. Die obi:n Resultate bestätigen auf das vollständigste meine heorie. Die Grösse $\overline{C}$ wächst augenscheinlich vom rothen zum oletten Ende des Spectrums. Bei F ist freilich der Werth von etwas kleiner als bei E, aber diese Differenz ist kleiner als e Summe der wahrscheinlichen Fehler beider Werthe, besonrs wenn man berücksichtigt, dass die Werthe von l und n ıch nicht absolut genau gegeben sind.

Ich werde jetzt die von mir angegebenen Werthe der Rotionswinkel mit den von Biot gegebenen vergleichen. Diese tsten sind nach der von ihm angenommenen Formel, ϱl^2 gleich ınstans, corrigirt und geben die Werthe der Rotationswinkel r die Grenzen der verschiedenen Farben an. An einer andern elle giebt er die Wellenlänge dieser Grenzen an. Die von ihm ıgenommenen Werthe sind in der folgenden Tabelle angegeben:

ꞁeusserstes Roth . . . . $\varrho = 17^\circ{,}4964$, $l = 0^{mm}{,}0006344$,
;wischen Roth und Orange $\varrho = 20^\circ{,}4798$, $l = 0^{mm}{,}0005864$,
— Orange und Gelb $\varrho = 22^\circ{,}3138$, $l = 0^{mm}{,}0005618$,
— Gelb und Grün . . $\varrho = 25^\circ{,}6752$, $l = 0^{mm}{,}0005237$,
— Grün und Blau . $\varrho = 30^\circ{,}0460$, $l = 0^{mm}{,}0004841$,
— Blau und Indigo . $\varrho = 34^\circ{,}5717$, $l = 0^{mm}{,}0004513$,
— Indigo und Violet $\varrho = 37^\circ{,}6829$, $l = 0^{mm}{,}0004323$,
ꞁeusserstes Violet . . . . . . $\varrho = 44^\circ{,}0827$, $l = 0^{mm}{,}0003997$.

Die hier angegebenen Farbengrenzen und Wellenlängen stimen gar nicht mit den von Frauenhofer angegebenen Wellenıgen und den von mir beobachteten Farbengrenzen überein. ı ist nach diesen ungefähr:

ꞁeusserstes Roth . . . . . . $l = 0^{mm}{,}00074$,
;wischen Roth und Orange $l = 0^{mm}{,}00066$ bei C,
— Orange und Gelb $l = 0^{mm}{,}00059$ bei D,
— Gelb und Grün . $l = 0^{mm}{,}00056$,
— Grün und Blau . $l = 0^{mm}{,}00050$, zwischen E und F,
— Indigo und Violet $l = 0^{mm}{,}00043$ bei G.

Nimmt man jetzt die von **Biot** angegebenen Farbengrenzen als Argument, so ist:

	nach mir:	nach Biot:
Aeusserstes Roth	$\varrho = 12{,}^{\circ}5$,	$\varrho = 17{,}^{\circ}5$,
Zwischen Roth und Orange	$\varrho = 17{,}^{\circ}2$,	$\varrho = 20{,}^{\circ}5$,
— Orange und Gelb	$\varrho = 21{,}^{\circ}6$,	$\varrho = 22{,}^{\circ}3$,
— Gelb und Grün .	$\varrho = 23{,}^{\circ}0$,	$\varrho = 25{,}^{\circ}7$,
— Grün und Blau .	$\varrho = 30{,}^{\circ}0$,	$\varrho = 30{,}^{\circ}0$,
— Blau und Violet .	$\varrho = 42{,}^{\circ}2$,	$\varrho = 37{,}^{\circ}7$.

Nimmt man die von **Biot** angegebenen Wellenlängen als Argument, so erhält man:

	nach mir:	nach Biot:
Für $l = 0^{mm},0006344$,	$\varrho = 18{,}^{\circ}5$,	$\varrho = 17{,}^{\circ}5$,
— $l = 0^{mm},0005864$,	$\varrho = 21{,}^{\circ}8$,	$\varrho = 20{,}^{\circ}5$,
— $l = 0^{mm},0005618$,	$\varrho = 23{,}^{\circ}8$,	$\varrho = 22{,}^{\circ}3$,
— $l = 0^{mm},0005237$,	$\varrho = 27{,}^{\circ}5$,	$\varrho = 25{,}^{\circ}7$,
— $l = 0^{mm},0004841$,	$\varrho = 32{,}^{\circ}5$,	$\varrho = 30{,}^{\circ}0$,
— $l = 0^{mm},0004513$,	$\varrho = 37{,}^{\circ}6$,	$\varrho = 34{,}^{\circ}6$,
— $l = 0^{mm},0004323$,	$\varrho = 41{,}^{\circ}5$,	$\varrho = 37{,}^{\circ}7$,
— $l = 0^{mm},0003997$,	$\varrho = 49{,}^{\circ}1$,	$\varrho = 44{,}^{\circ}1$.

Man sieht hieraus gleich, welcher grosse Unterschied zwischen den von mir und den von **Biot** erhaltenen Resultaten stattfindet. Die durch die von mir angegebenen wahrscheinlichen Fehler meiner Resultate ausser allen Zweifel gestellte Ungenauigkeit in **Biot**'s Resultaten zeigt aufs deutlichste den Vorzug der von mir angewandten Beobachtungsmethode, welche noch durch Anwendung des Fernrohrs ungemein geschärft werden kann.

Setzt man in der Formel (454):

$$\overline{a} = \frac{0}{n}, \quad \overline{b} = \frac{0}{n},$$

so erhält man:

$$\mu = \frac{l\left(\frac{1}{u^2} - \frac{1}{u'^2}\right)}{2\pi n} \frac{0^2}{C}.$$

Setzt man hier die von mir berechneten Werthe von $\frac{0^2}{C}$ ein, so erhält man:

	B	C	D	E	F	G
μ =	305,2	285,0	254,5	227,3	210,6	186,0
Wahrscheinlicher Fehler	1,1	0,7	0,2	0,2	0,4	0,5

Das specifische Gewicht des Bergkrystalls ist: $\delta = 2{,}658$,
der zum Strahl C gehörige Rotationswinkel: $\varrho = 17^\circ{,}24$.
Hieraus findet man:

die rotirende Molekülarkraft des Bergkrystalls

$$[\varrho] = 6{,}48,$$

und der wahrscheinliche Fehler dieses Resultats:

0,02.

Berichtigungen und Druckfehler zum V. Bande.

Seite 89 Zeile 22: „das Potenzial der Kraft f(r)" wird ausgelassen.
- 94 - 20: „Bildet man jetzt die Potenzialen dieser Kräfte, ode[illegible]
wird ausge[illegible]
- 94 - 4: „$\frac{myz}{r}$", soll heissen: „$\frac{myx}{r}$".
- 98 - 18: „differentialen", soll heissen: „Differentialen".
- 99 - 7: „mehreren", soll heissen: „mehrere".
- 134 - 4 und 5: „$ux + vy + wz$", soll heissen: „$ux + vy + w$[illegible]
- 151 - 22: „$\frac{\varphi + 1\frac{\pi}{2}}{1}$", soll heissen: „$\frac{\varphi + \frac{1}{4}}{4}$".
- 151 - 29: „$\frac{1\pi}{2}$", soll heissen: „$\frac{1}{4}$1".

Achtzehnter Abschnitt.

Allgemeine Physik.

Bearbeitet von

Dir. Dr. Knochenhauer.

Elasticität.

Ueber die Elasticität der Metalle und ihrer Legirungen hat G. Werthheim in den Ann. de chim. et de phys. Ser. III. T. XII. p. 385 u. p. 581 eine grosse Reihe von Versuchen mitgetheilt, deren Resultate in den folgenden Tafeln zusammengestellt sind. Die erste Tafel giebt die Elasticitätsgränze der Metalle bei verschiedenen Temperaturen an, nämlich das Gewicht in Kilogrammen, durch welches ein 1 □Millimeter im Querschnitt haltender Stab eine bleibende Verlängerung von 0,00005 seiner Länge erlangt, ebenso die grösste bleibende Verlängerung in Millimetern, die er auf eine Länge von 1^{m} vor dem Zerreissen erfährt. Die zweite Tafel zeigt die Gewichte in Kilogrammen an, durch welche bei langsamerer oder schnellerer Belastung das Zerreissen bewirkt wird. Die dritte Tafel stellt für eine Temperatur von 15—20° C. die Elasticitätscoëfficienten zusammen, d. h. die Gewichte in Kilogrammen, durch welche die Stäbe von der genannten Stärke, bliebe ihre Elasticität unverändert, eine doppelte Länge erlangen würden; diese Coëfficienten wurden theils durch Transversal-, theils durch Longitudinal-Schwingungen, theils durch direkte Belastung bestimmt. Die aus ihnen theoretisch abgeleitete Schnelligkeit des Schalls ist nebst dem beobachteten specifischen Gewichte zu gleicher Zeit angegeben. Die letzte Tafel endlich stellt die Resultate derselben Beobachtungen an Legirungen bei gewöhnlicher Temperatur dar.

I. Tafel.

Elasticitätsgränze und Verlängerung im Maximum.

Metalle.	Elasticitätsgränze.			Verlängerung im Maximum.		
	15–20° C.	100° C.	200° C.	15 20° C.	100° C.	200° C.
Blei, gegossen .	<0,5	—	—	0,040	—	—
gezogen . .	0,25	<0,1	—	0,243	—	—
angelassen .	0,20	<0,1	—	0,614	0,085	—
Zinn, gezogen .	0,4–0,5	—	—	0,430	—	—
angelassen .	0,2	<0,1	—	0,230	0,302	—
Kadmium, gezog.	0,12	—	—	0,446	—	—
angelassen .	<0,1	<0,1	—	0,412	0,022	—
Gold, gezogen .	13,5	—	—	0,0008	—	—
angelassen .	3	6	<4	0,046	0,068	0,150
Silber, gezogen	11,0—11,5	—	—	0,0045	—	—
angelassen .	2,5—3,0	<3	<1	0,168	0,017	0,176
Zink, gezogen .	0,75	—	—	0,505	—	—
angelassen .	1,0	<1	—	0,270	0,152	0,154
gegossen . .	3,0—3,5	—	—	0,0015	—	—
Palladium, gezogen	18	—	—	0,0002	—	—
angelassen .	<5	—	—	0,205	—	—
Kupfer, gezogen	12	—	—	0,003	—	—
angelassen .	<3	<2	<1	0,220	0,250	0,250
Platin, gezogen .	26	—	—	0,0009	—	—
angelassen .	14,5	13	11–12	0,0023	0,003	0,005
Eisen, gezogen .	32,5	—	—	0,026	—	—
angelassen .	<5	<5	<5	0,109	0,025	0,061
Gussstahl, gezogen	55,60	—	—	0,003	—	—
angelassen .	<5	<10	<10	0,011	—	—
Stahldraht, gezogen . . .	42,5—45	—	—	0,0006	—	—
angelassen .	15	10	<10	0,0044	0,0025	0,025

II. Tafel.

Gewicht zum Zerreissen bei 15—20° C.

Metalle.	Langsame Belastung.	Schnelle Belastung.	100°	200°
Blei, gegossen	1,25	2,21	—	—
gezogen	2,07	2,36	—	—
angelassen . . .	1,80	2,04	0,54	—
Zinn, gegossen	3,40	4,16	—	—
gezogen	2,45	2,94–3,00	—	—
angelassen	1,70	3,57–3,62	0,85	—
Kadmium, gezogen . .	2,24	—	—	—
angelassen	—	4,81	2,60	—

Metalle.	Langsame Belastung.	Schnelle Belastung.	100°	200°
Gold, gezogen	27,00	26,6—28,4	—	—
angelassen	10,08	11,0—11,1	12,60	12,06
Silber, gezogen	29,00	29,6	—	—
angelassen	16,02	16,3—16,5	14,00	14,00
Destill. Zink, gegossen .	1,50	—	—	—
Gewöhnl. Zink, gezogen	12,80	15,77	—	—
angelassen	—	14,40	12,20	7,27
Palladium, gezogen . .	—	27,20	—	—
angelassen	27,40	—	—	—
Kupfer, gezogen . . .	40,30	41,00	—	—
angelassen	30,54	31,55 - 31,68	22,10	—
Platin, gezogen	34,10	35,00	—	—
angelassen	23,50	25,8—27,7	22,60	19,70
Eisen, gezogen	61,10	62,5—65,1	—	—
angelassen	46,88	50,25	51,10	46,90
Gussstahl, gezogen . .	—	83,80	—	—
angelassen	65,70	—	—	—
Stahldraht, gezogen . .	70,00	85,9—99,1	—	—
angelassen	40,00	53,90	59,10	50,90
Antimon, gegossen . .	—	0,65—0,70	—	—
Wismuth, gegossen . .	—	0,97	—	—

III. Tafel.

Elasticitätscoëfficienten und Geschwindigkeit des Schalls.

Metalle.	Elasticitätscoëfficienten			Geschwindigkeit des Schalls			Spec. Gewicht.
	nach d. Längen-Schwing.	nach d. Transversal-Schwing.	nach d. Ausdehnung.	nach d. Längen-Schw.	nach d. Transversal-Schw.	nach d. Ausdehn.	
Blei, gegossen .	1993,4	1985,2	1775,0	3,974	3,966	3,561	11,215
gezogen . .	2278,0	1781,2	1883,0	4,257	3,764	3,787	11,169
angelassen .	2146,0	1854,2	1727,5	4,120	3,841	3,697	11,232
zerrissen . .	—	1788,6	—	—	3,749	—	11,308
Zinn, gezogen .	4006,0	3839,7	—	7,480	6,829	—	7,313
angelassen .	4418,0	3703,4	—	7,338	6,719	—	7,290
Gewöhnl. Zinn,							
gegossen . .	4643,0	4172,0	—	7,465	7,076	—	7,404
gezogen . .	4564,0	4148,0	—	7,401	7,086	—	7,342
zerrissen . .	—	3918,0	—	—	6,909	—	7,293
Kadmium, gezog.	6090,3	5424,0	—	7,903	7,456	—	8,665
angelassen .	4241,0	5313,0	—	6,651	7,444	—	8,520
zerrissen . .	—	4084,0	—	—	6,518	—	8,541
Gold, gezogen .	8599,0	8644,6	8131,5	6,424	6,441	6,247	18,541
angelassen .	6372,0	5989,0	5584,6	5,603	5,432	5,245	18,035
zerrissen . .	—	5833,0	—	—	5,212	—	19,077
Silber, gezogen .	7576,0	7820,4	7357,7	8,057	8,186	7,940	10,369
angelassen .	7242,0	7533,0	7140,5	7,903	8,060	7,847	10,304
zerrissen . .	—	7648,0	—	—	8,115	—	10,320

16 *

Metalle.	Elasticitätscoëfficienten			Geschwindigkeit des Schalls			Spec. Gewicht.
	nach d. Längen-Schwing.	nach d. Transversal-Schw.	nach d. Ausdehnung.	nach d. Längen-Schw.	nach d. Transversal-Schw.	nach d. Ausdehn.	
Destill. Zink, in Sand gegoss.	7536,0	6778,0	—	9,683	9,188	—	7,134
in die Form gegossen . . .	9338,0	9423,0	9021,0	10,774	10,823	10,591	7,146
Gewöhnl. Zink, gezogen . .	9555,0	8793,6	8734,5	11,007	10,560	10,524	7,008
angelassen .	9292,0	9641,0	—	10,814	11,061	—	7,060
zerrissen . .	—	9324,0	—	—	10,882	—	6,997
Palladium, gezog.	—	12395	11759	—	10,066	9,804	11,350
angelassen .	—	11281	9789,0	—	9,450	8,803	11,225
Kupfer, gezogen	12536	12513	12449	11,167	11,157	11,128	8,933
angelassen .	12540	11833	10519	11,167	10,847	10,703	8,936
zerrissen . .	—	12040	—	—	10,970	—	8,890
Platin, fein. Draht	16176	15928	—	8,241	8,177	—	21,166
angelassen .	14292	14373	—	7,823	7,845	—	20,753
mittelstarker Dr.	17165	17153	17044	8,467	8,456	8,437	21,275
angelassen .	15611	15355	15518	8,111	8,045	8,078	21,083
starker Draht .	16159	15814	—	8,218	8,130	—	21,259
angelassen .	15560	15683	—	8,074	8,106	—	21,207
zerrissen . .	—	16748	—	—	8,421	—	20,987
Eisen von Berry, gezogen . .	19903	18547	20869	15,108	14,584	15,472	7,748
angelassen .	19925	19410	20794	15,108	14,913	15,433	7,757
zerrissen . .	—	17538	—	—	14,179	—	7,751
Gewöhnl. Eisendraht . . .	—	—	18613	—	—	14,798	7,553
Gussstahl, gezog.	19823	18247	19549	15,108	14,495	15,003	7,717
angelassen .	19828	18811	19561	15,108	14,716	15,006	7,719
zerrissen . .	—	16728	—	—	13,965	—	7,710
Stahldraht, gezog.	19445	20714	18809	14,961	15,442	14,716	7,718
angelassen .	19200	21070	17278	14,961	14,673	14,193	7,622
zerrissen . .	—	16728	—	—	13,965	—	7,710
Gew. Stahldr. blau angelass.	—	—	18045	—	—	14,700	7,420

Aus den mitgetheilten Tafeln lassen sich folgende Schlüsse ziehen: 1) der Elasticitätscoëfficient ist für dasselbe Metall nicht constant; alle Umstände, welche die Dichtigkeit des Metalls vermehren, vergrössern ihn auch. 2) Die Transversal- und Longitudinal-Schwingungen führen im Allgemeinen zu demselben Coëfficienten, und zwar zu einem um etwas grössern, als ihn die Beobachtungen der Ausdehnung geben. 3) Bleibende Verlängerungen stellen sich schon bei den geringsten Belastungen ein. 4) Die Ausdehnung im Maximum sowie die Festigkeit des Metalls werden durch ein schnelleres oder langsameres Belasten bedingt.

Legirungen.

Metalle.	Zusammensetzung.	Specif. Gewicht.	Elasticitätscoëff. nach Schwing.	Elasticitätscoëff. nach Ausdehn.	Geschwindigkeit des Schalls nach Schwing.	Geschwindigkeit des Schalls nach Ausdehn.	Elasticitätsgränze.	Verläng. im Maxim.	Cohäsion.
Blei, Zinn	$Pb_{14}\ Sn_{13}$	10,073	2596	—	4,786	—	< 0,2	0,552	0,93
	$Pb\ Sn$	9,408	2969	—	5,295	—	< 0,2	2,077	2,46
	$Pb_3\ Sn_7$	8,750	3512	—	5,973	—	< 0,1	1,591	2,07
	$Pb_2\ Sn_7$	8,378	3700	—	6,265	—	< 0,2	0,340	1,07
Blei, Wismuth	$Pb_{12}\ Bi_7$	11,037	2021	—	4,034	—	< 0,2	0,262	1,52
	$Pb\ Bi$	10,790	2367	—	4,415	—	0,1	0,440	1,79
	$Pb\ Bi_2$	10,403	2638	—	4,923	—	—	0,025	5,22
Blei, Antimon	$Pb_2\ Sb$	10,101	2183	—	4,382	—	—	—	1,87
	$Pb\ Sb$	10,064	2592	—	4,784	—	—	—	5,59
	$Pb\ Sb_2$	8,946	3242	—	5,674	—	—	—	—
	$Pb\ Sb_3$	8,499	3536	—	6,080	—	—	—	—
Blei, Gold	$Pb_{20}\ Au$	11,301	2227	—	4,165	—	—	0,055	4,74
Blei, Silber	$Pb_8\ Ag_2$	10,743	3095	—	5,060	—	—	—	—
Blei, Platin	$Pb_{85}\ Pt$	10,473	2684	—	4,560	—	0,4—0,6	0,026	1,65
	$Pb_6\ Pt$	12,207	3107	—	4,756	—	—	—	—
Blei, Zink	$Pb_6\ Zc$	11,199	2144	—	4,125	—	—	0,069	2,75
	$Pb_4\ Zc$	11,172	2493	—	4,454	—	0,1	0,060	2,02
	$Pb_2\ Zc$	11,130	2833	—	4,756	—	0,2	0,060	2,02
	$Pb\ Zc$	9,430	4007	—	6,145	—	—	—	3,47
	$Pb_2\ Zc_3$	9,043	6647	—	8,081	—	—	—	3,40
	$Pb\ Zc_5$	8,397	6108	—	8,039	—	—	—	—
	$Pb\ Zc_{10}$	7,910	7352	—	9,088	—	—	0,004	4,40
Blei, Kupfer	$Pb_5\ Cu$	11,165	2113	—	4,100	—	—	0,043	2,13

Metalle.	Zusammensetzung.	Specif. Gewicht.	Elasticitätscoëff. nach Schwing.	Elasticitätscoëff. nach Ausdehn.	Geschwindigkeit des Schalls nach Schwing.	Geschwindigkeit des Schalls nach Ausdehn.	Elasticitätsgränze.	Verläng. im Maxim.	Cohäsion.
Zinn, Wismuth	$Sn_2\ Bi_{10}$	8,685	3610	—	6,078	—	—	0,028	8,19
	$Sn_3\ Bi_{14}$	8,890	2874	—	5,360	—	—	0,015	6,63
Zinn, Antimon	$Sn_4\ Sb$	7,211	4033	—	7,050	—	—	—	8,86
	$Sn_6\ Sb_5$	7,052	4695	—	7,692	—	—	0,010	7,82
	$Sn_3\ Sb_2$	7,007	5168	—	8,096	—	—	—	—
Zinn, Zink	$Sn_2\ Zc$	7,366	5336	—	8,023	—	0,2	0,246	5,78
	$Sn_3\ Zc$	7,255	5982	—	8,560	—	< 0,2	0,252	5,00
	$Sn\ Zc$	7,143	6453	—	8,959	—	0,2—0,5	0,036	4,68
	$Sn_3\ Zc_7$	7,193	7113	—	9,376	—	0,3—0,5	0,124	2,44
	$Sn\ Zc_3$	6,746	6976	—	9,525	—	0,2	0,082	4,32
	$Sn\ Zc_5$	6,957	7314	—	9,665	—	0,4	0,023	7,52
Zinn, Platin	$Sn_{50}\ Pt$	7,578	5309	—	7,890	—	—	—	4,75
Zinn, Kupfer	$Sn_5\ Cu_6$	8,332	6113	—	8,074	—	—	—	—
	$Sn\ Cu_3$	8,531	8280	—	9,287	—	—	—	—
	$Sn\ Cu_7$	8,813	9784	—	9,932	—	—	—	—
	dass. gehärtet	8,686	7716	—	8,884	—	—	—	—
	$Sn\ Cu_{22}$	8,738	8115?	—	9,085?	—	—	—	—
	dass. gehärtet	8,537	6734?	—	8,372?	—	—	—	—
Zinn, Eisen	$Sn_{20}\ Fe$	7,266	4881	—	7,726	—	—	—	—
	$Sn_{11}\ Fe$	7,418	5001	—	7,740	—	—	—	2,40
Silber, Palladium	$Ag_2\ Pd_3$	10,903	10003	—	9,029	—	20,23	0,004	50,46
Silber, Kupfer	$Ag_4\ Cu$	10,121	8913	—	8,846	—	—	—	44,05
	$Ag\ Cu$	9,803	8590	—	8,915	—	21,25	0,002	51,97
Gold, Platin	$Au_7\ Pt_2$	10,650	9844	—	6,848	—	—	—	7,12
Gold, Eisen	$Au_{10}\ Fe_2$	18,842	9024	—	6,524	—	—	0,016	20,41
Zink, Kupfer	$Zn_{12}\ Cu_2$	7,[illegible]	[illegible]	—	9,867	—	—	—	4,10

	$Zc\ Cu$	8,965	8774	—	9,713	—	—	—	18,68
	$Zc_3\ Cu_4$	8,810	9105	—	9,867	—	—	—	36,80
	$Zc_1\ Cu_2$	8,606	10163	8543	10,244	9,392	15	—	60,2
	" "	8,655	11218	—	10,732	—	16,20	0,140	32,5
	$Zc_8\ Cu_{17}$	8,427	9823	9277	10,177	9,890	25	0,002	65,1
	$Zc_2\ Cu_{11}$	8,670	10290	9394	10,270	9,812	30—40	0,003	48,3
	$Zc\ Cu_6$	8,636	9778	8644	10,031	9,431	40	0,001	51,9
Blei, Wismuth, Zinn . . .	$Pb_2\ Bi_2\ Sn_2$	9,795	2626	—	4,881	—	< 0,2	0,695	1,74
Blei, Antimon, Zinn	$Pb_4\ Sb_2\ Sn_3$	9,196	2735	—	5,141	—	—	0,032	7,80
	$Pb\ Sb\ Sn_3$	8,317	3232	—	5,876	—	—	—	5,62
Blei, Zinn, Zink	$Pb_{14}\ Sn_4\ Zc_9$	10,212	2486	—	4,651	—	< 0,2	0,162	1,44
Zinn, Antimon, Kupfer . .	$Sn_4\ Sb_2\ Cu_2$	7,751	5770	—	8,133	—	—	—	4,17
Zink, Kupfer, Nickel . . .	$Zc_9\ Cu_{18}\ Ni_2$	8,403	9517	9261	10,032	9,896	20—30	0,001	—
	$Zc_4\ Cu_{12}\ Ni_5$	8,541	10227	10788	10,315	10,594	19—24	0,001	61,88
	$Zc_5\ Cu_6\ Ni_3$	8,436	11722	11500	11,112	11,006	30—40	0,001	55,0
	$Zc_2\ Cu_3\ Ni_3$	8,615	12250	10333	11,240	10,324	45	0,002	68,1

Die Elasticitätscoëfficienten der Legirungen lassen sich aus den Coëfficienten der Bestandtheile mit ziemlicher Genauigkeit berechnen; dagegen ist dies nicht der Fall mit der Elasticitätsgränze, der Ausdehnung im Maximum und der Cohäsion.

Ueber die Elasticität des Holzes sind von G. Hagen einige Versuche angestellt worden (Pogg. Ann. LVIII. p. 125). Er wandte dazu grade prismatische Stäbe von quadratischem oder oblongem Querschnitt an, die aus trocknem, gesundem und möglichst geradfaserigem Holze geschnitten waren; sie wurden gewöhnlich am unteren Ende fest geklemmt und am obern durch Gewichte abwechselnd nach der einen und der andern Seite gezogen. Ein Zeiger markirte die Ausweichung. Bei der Berechnung des Elasticitätsmodulus, d. h. des Gewichtes in preuss. Pfunden, welches bei unveränderter Elasticität einen Stab von 1 □Zoll Querschnitt auf seine doppelte Länge ausdehnen würde, wurde die neutrale Axe in der Mitte des Stabes angenommen oder der Widerstand der Holzfasern gegen Ausdehnung und Compression als gleich gross betrachtet. Zur Prüfung dieser Annahme wurde an einem stark harzigen Kiefernholze der Elasticitätsmodulus durch einen direkten Versuch über die Ausdehnung zu 2035000 Pfund gefunden, während die Ausbiegungen nach den Seiten 2025000 und 2088000 Pfund gegeben hatten. Ebenso lieferten zwei senkrecht gegen die Richtung der Fasern geschnittene Stäbe desselben Holzes nach der erstern Weise einen Modulus = 37600, nach der andern = 39500. Diese Versuche bestätigen also die Voraussetzung. Ausserdem bestimmte Hagen die relative Ausdehnung der Stäbe, bei welcher das Zerreissen eintritt.

I. In der Längenrichtung der Holzfaser.	Anzahl der Versuche.	Elasticitäts-Modulus.	Gränze der Ausdehnung.
1) Kiefer (pinus sylvestris) . .	9	1760000	0,0115
2) Fichte (pinus abies)	1	1945000	0,0107
3) Eiche	5	1537000	0,0139
4) Rothbuche	2	2168000	0,0118
5) Weissbuche	2	2145000	0,0124
II. In der Richtung quer gegen die Holzfaser.			
1) Kiefer	2	37000	0,0268
2) Fichte	1	23000	0,0303

	Anzahl der Versuche.	Elasticitäts-Modulus.	Gränze der Ausdehnung.
3) Eiche	2	105000	0,0190
4) Rothbuche	2	97000	0,0500
5) Weissbuche	1	94500	0,0250

Der wahrscheinliche Fehler der einzelnen Bestimmungen des Elasticitätsmodulus kann auf $\frac{1}{6}$, doch bei Stäben aus demselben Stücke nur auf $\frac{1}{20}$ gesetzt werden. Die Gränze der Ausdehnung ist weniger sicher. Für nasse Stäbe gelten kleinere Zahlen, denn in der Richtung der Fasern sinkt bei Kiefernholz der Modulus etwa auf $\frac{11}{12}$, gegen die Faser auf $\frac{1}{5}$. — Wenn die Axe des Stabes unter einem Winkel φ gegen die Fasern geneigt ist, so kann man den Modulus e aus dem Modulus in der Längenrichtung der Fasern e' und demjenigen in der darauf senkrechten Richtung e'' mittelst der Gleichung:

$$e = \frac{e'e''}{e'\sin^2\varphi + e''\cos^2\varphi}$$

herleiten.

Bei den Metallen bemerkt man nach den Beobachtungen **Werthheim's** eine Abhängigkeit der bleibenden Ausdehnung sowohl von der Grösse der Belastung als auch von der Zeit, wie lange dieselbe gewirkt hat; denn bei langsamer Belastung reisst derselbe Stab durch ein kleineres Gewicht und wird zu gleicher Zeit mehr verlängert. Ob dagegen auch innerhalb der Gränzen der vollkommenen Elasticität die Zeit einen Einfluss ausübe, weisen die Versuche nicht nach; dieser Fall findet indess bei vegetabilischen Stoffen statt, wie **W. Weber** (Pogg. Ann. LIV. p. 1.) durch Beobachtungen an Seidenfäden dargethan hat. Er hing einen Spiegel an zwei parallelen Schnüren von der Decke des Zimmers herab und beschwerte ihn unten mit einem Gewichte; zugleich konnte er ihn durch vier ungedrehte, in horizontaler Richtung laufende Seidenfäden nach der Seite ablenken, wodurch einestheils die Seidenfäden, je mehr sie den Spiegel ablenkten, desto stärker angespannt wurden, anderntheils die Grösse der Ablenkung durch die Reflexion des Lichtes im Spiegel mittelst eines Fernrohrs gemessen und dadurch das die Seidenfäden anspannende Gewicht berechnet werden konnte. Waren die Fäden eine längere Zeit schlaff gewesen und wurden sie auf einmal straff gespannt, so bemerkte man, dass sie sich nach und nach dehnten, obschon das spannende Gewicht hier-

durch nach und nach geringer wurde. Waren dagegen dieselben Fäden zuvor eine längere Zeit gespannt geblieben und verminderte man nun schnell durch Nachlassen ihre Spannung um einen Theil, so zogen sie sich nach und nach wieder zusammen und lenkten den Spiegel aus der senkrechten Lage mehr ab, wiewohl dadurch das spannende Gewicht vergrössert wurde. Diese Nachwirkung währte in beiden Fällen über 24 Stunden hinaus.

Ueber die Bewegung tropfbarer Flüssigkeiten.

A. Ausfluss des Wassers durch enge Röhren.

Ueber den Ausfluss des Wassers durch enge Röhren haben schon früher Dubuat (Principes d'hydraulique T. II. p. 1.), Gerstner (Gilbert's Annalen Bd. V. pag. 160.) und Girard (Mouvement des fluides dans les tubes capillaires: Mémoires de l'Institut 1813—1816) Versuche angestellt, doch haben sie einestheils die Verhältnisse bei engeren und weiteren Röhren nicht streng von einander geschieden, anderntheils die Druckhöhen nicht hinreichend verändert. Neue Versuche lieferten hierauf G. Hagen (Pogg. Ann. Bd. XLVI. p. 423.) und Poiseuille (Commissionsbericht Annales de chimie et de physique Ser. III. T. VII. p. 50.; Pogg. Ann. Bd. LVIII. p. 424.). Der letztere wandte Capillarröhren aus Glas von einer solchen Länge an, dass das Wasser nicht mehr frei in einem Strahle, sondern nur tropfenweise abzufliessen vermochte; bei dem ersteren waren die messingenen Röhren etwas weiter und lieferten einen ruhigen Strahl, der an der Mündung wie ein Glasfaden erschien; erst wenn die Druckhöhen bedeutender wurden, traten stossweise Bewegungen ein, die dann nach andern als den in Untersuchung gezogenen Gesetzen erfolgten. Beide Beobachter liessen übrigens das Wasser nicht frei in die Luft, sondern in ein Gefäss mit constanter Wasserhöhe ausmünden; Hagen maass hierbei das ausgeflossene Wasser, das in einer bestimmten Zeit in ein untergestelltes Gefäss hineinlief, Poiseuille hingegen beobachtete das ausfliessende destillirte Wasserquantum an einer gläsernen mit engen Röhrenansätzen oben und unten versehenen Kugel, durch welche es beim Abfliessen hindurchging, und erzeugte deshalb den erforder-

lichen Druck durch comprimirte Luft, deren Spannkraft er theils durch ein Wasser-, theils durch ein Quecksilber-Manometer mit offenem Schenkel bestimmte. Nach Poiseuille findet man die durch Capillarröhren in einer Secunde ausgeflossene Wassermenge vermittest der Formel:

$$Q = 1836{,}724(1 + 0{,}0336793\,T + 0{,}0002209936\,T^2)\frac{HD^4}{L};$$

in ihr bezeichnet Q das Wasserquantum in Kubikmillimetern, H die Druckhöhe in Quecksilber bei 0° Temperatur, D den Durchmesser und L die Länge der Röhre, sämmtlich in Millimetern gemessen; ferner bestimmt der in der Parenthese enthaltene Faktor die erforderliche Correction bei verschiedenen Wärmegraden T nach der hunderttheiligen Scala. Zur Prüfung der Formel stellte die Commission (Arago, Babinet, Piobert und Regnault) noch folgende Versuche an:

1. Veränderung der Druckhöhen.

a) Röhre *V*. Länge 108mm,24;
Temperatur = 14°,75 C;
Durchmesser $\begin{cases} D = 0^{mm},277; & D' = 0^{mm},272^{*}); \\ d = 0,234; & d' = 0,232; \end{cases}$
Mittlerer Durchmesser = 0mm,252899.

No.	Druck in destillirtem Wasser.	Ausflusszeit beobachtet.	Ausflusszeit berechnet von No. 1 aus.
4	522mm,10	1784″ 15‴	1785″,9
3	1040,80	895 0	896,2
2	1472,45	633 0	633,4
1	2002,75	465 45	—

b) Röhre *U*. Länge 107mm,9;
Temperatur = 14°,75 C;
Durchmesser $\begin{cases} D = 0^{mm},1400; & D' = 0^{mm},133; \\ d = 0,1384; & d' = 0,132; \end{cases}$
Mittlerer Durchmesser = 0mm,135848.

*) An beiden Enden der Röhre wurden zwei zu einander senkrechte Durchmesser gemessen und der mittlere Durchmesser aus $\frac{\sqrt{d \times d'} + \sqrt{D \times D'}}{2}$ entnommen.

No.	Druck in Quecksilber.	Ausflusszeit beobachtet.	Ausflusszeit berechnet von No. 3 aus.
3	$146^{mm},22$	5664″ 0‴	—
2	573,63	1445 45	1443″,8
1	773,85	1069 0	1070,2
5	740,80	1121 0	1118,0
4	1515,18	546 15	546,59
3	2273,08	365 30	364,34
2	3049,45	273 30	271,58
1	3513,54	237 0	235,71

2. Veränderung der Röhrenlängen.

Dieselbe Röhre wurde nach und nach verkürzt und m[illegible] maass die Durchmesser jedesmal von neuem.

Druck in destillirtem Wasser = $1472^{mm},45$.

Temperatur = $14^{\circ},75$ C.

$D' = 0^{mm},277$; $d' = 0^{mm},234$.

No.	Länge.	Durchmesser.	Ausfluss-zeit beob.
2	$108^{mm},24$	$D = 0^{mm},272$; $d = 0^{mm},232$	633″
5	84,52	$D =$ 0,2728; $d =$ 0,232	492,3
6	54,0	$D =$ 0,276; $d =$ 0,233	314,3
7	9,0	$D =$ 0,277; $d =$ 0,234	71,5

Die Berechnung giebt

No. 5 verglichen mit No. 2: 492″,28
No. 6 - - No. 5: 314,53
No. 6 - - No. 2: 315,80
No. 7 - - No. 2: 52,63.

Die Röhre war offenbar bei 9^{mm} Länge schon zu kurz [illegible] bot jetzt andere, der Voraussetzung nicht mehr entsprechend Verhältnisse dar. In den übrigen Fällen findet die Formel [illegible] Bestätigung.

3. Veränderung der Durchmesser.

Nach 1 b. giebt die Röhre U von $107^{mm},9$ Länge un[d] $0^{mm},135848$ mittlerem Durchmesser D_1 bei einem Druck vo[n] $1984^{mm},75$ destillirten Wassers das Wasserquantum in 5664″ nach 1 a. Röhre V von $108^{mm},24$ Länge und $0^{mm},252899$ mittlerem Durchmesser D_2 bei einem Druck von $2002^{mm},75$ dasselbe

Quantum in 465″,75 oder in 468″,50 bei gleicher Länge und gleichem Drucke wie U. Es verhält sich aber

$$(D_1)^4 : (D_2)^4 = 471'',57 : 5664'',$$

wonach die Differenz gegen 468″,50 gering ist.

4. Veränderung der Temperatur.

Länge der Röhre 73^{mm}, Durchmesser $D = 0^{mm},27$, $d = {}^{mm},23$ ungefähr. Gewicht des in der Kugel bei 10° C. enthaltenen Wassers $= V^{gr}$.

No.	Temperatur.	Ausflusszeit unter $1320^{mm},5$ Druck.	Gewicht des ausgeflossenen Wassers in 300″.
2	2°,57	610″,15	$V^{gr} \times 0{,}491704$
1	10,20	484,13	$V \times 0{,}619526$
3	18,14	393,19	$V \times 0{,}762010$
4	26,55	322,00	$V \times 0{,}928726$

Der Faktor $(1 + 0{,}0336793\, T + 0{,}0002209936\, T^2)$ in der obigen Formel ist für

$$\text{No. } 2 = 1{,}0880154$$
$$\text{No. } 1 = 1{,}3665282$$
$$\text{No. } 3 = 1{,}6836624$$
$$\text{No. } 4 = 2{,}0499593,$$

somit sind die Gewichtsverhältnisse in 300″

von No. 3 : No. 4.	beob.	= 1,2187	berechn.	= 1,2176
- No. 2 : No. 4.	-	= 1,88879	-	= 1,8841
- No. 1 : No. 3.	-	= 1,22998	-	= 1,2321
- No. 2 : No. 1.	-	= 1,2599	-	= 1,2550,

wodurch sich auch hier die empirische Formel bestätigt.

Ausserdem stellte Poiseuille noch eine Versuchsreihe mit Alkohol an, der, sowohl rein als in verschiedenen Verhältnissen mit Wasser gemischt, langsamer als destillirtes Wasser ausfliesst. Er fand:

No.	Gewicht des Wassers auf 73,512 Gew. Alkohol.	Spec. Gew. der Mischung bei 10°C.	Ausfluss-zeit eines gleichen Volums.	Capillarität in einer Röhre von 0mm,36 Durchmesser.
1	0	0,8001	682″	32mm,20
2	26,487	0,8557	1158	33,60
3	36,487	0,8793	1336	34,60
4	76,487	0,9293	1731	35,45
5	86,487	0,9311	1732	36,35
6	106,487	0,9349	1726	—
7	126,487	0,9400	1723	—
8	226,487	0,9606	1444	—
9	276,487	0,9627	1326	43,35
10	356,487	0,9734	1237	—
11	676,487	0,9798	841	54,85
12	1026,487	0,9820	760	58,05
13	1276,487	0,9893	694	61,30

Destillirtes Wasser floss in 523″ ab und zeigte eine Cap höhe von 80mm,65. Die geringste Ausflussschnelligkeit f bei einem Gemenge von 73,51 Gewichtstheilen Alkohol 76,49 Wasser statt, wo beide nach Rudberg in ihrer Misc die grösste Contraction erleiden. —

Die Versuche von Hagen wurden mit 3 Messingröl a von 17,483 pariser Zoll Länge und 0,0471 Radius, b 40,262 Länge und 0,0741 Radius, c von 38,667 Länge 0,10905 Radius, angestellt. Er erhielt, wenn h die Druckl des Wassers in par. Zollen und M das in einer Secunde au flossene Wasserquantum in preuss. Lothen angiebt:

1. Reihe.

Röhre a. Temp. + 8°,2 R.

h	M
0,895	0,0262
3,621	0,0995
7,613	0,1906
11,044	0,2594
14,887	0,3288

2. Reihe.

Röhre b. Temp. + 8°,4 R.

h	M
0,491	0,0384
3,565	0,2523
7,750	0,4897

3. Reihe.

Röhre c. Temp. + 8°,8 R.

h	M
0,265	0,1022
0,907	0,3109
1,085	0,3605
2,649	0,7250
3,120	0,3221

4. Reihe.

Röhre b. Temp. + 6°,1 R.

h	M
0,657	0,0472
1,654	0,1157
3,508	0,2330
5.566	0,3500

5. Reihe. Röhre b. Temp. $+1^{\circ},0$ R.

h	M
0,868	0,0505
2,201	0,1256
4,220	0,2307
6,570	0,3453

Aus diesen Reihen ergiebt sich nach Zuziehung dreier ein-
ener Versuche mit der Röhre b bei $+12^{\circ},1$, $+13^{\circ},2$ und
$+15^{\circ},2$ R. die Formel:

$$= \frac{1}{\varrho^4}[(0,00001726 - 0,000000785\,t + 0,0000000216\,t^2)\,lq + 0,0003886\,q^2];$$

ierin ist in par. Zollen gemessen h die Druckhöhe, ϱ der Ra-
ius und l die Länge der Röhre, q die in einer Secunde ausge-
ossene Wassermenge in Kubikzollen (1 Lth. = 0,73795 Kubik-
ll) und t die Temperatur des Wassers in Graden der Reaum.
cale. Diese Formel mit der obigen von Poiseuille verglichen,
afasst wegen der weiteren Röhren ein neues Glied mit dem
ktor q^2; lässt man dieses zunächst fort, so wird durch Ein-
hrung des Durchmessers d statt des Radius ϱ und der Cente-
malgrade T statt der Reaumurschen t:

$$q = 3621,1\,(1 + 0,036384\,T + 0,000523\,T^2)\,\frac{hd^4}{l}.$$

isst man überdies q, h, d und l in Millimetern, bestimmt die
ruckhöhe durch Quecksilber bei 0° (spec. Gew. = 13,598),
d bezeichnet die Grössen deshalb mit Q, H, D und L, so folgt:

$$Q = 1819,0\,(1 + 0,036384\,T + 0,000523\,T^2)\,\frac{HD^4}{L},$$

e Formel, die nahe genug mit der von Poiseuille überein-
mmt und nur in der Wärmecorrection wegen der nicht hin-
ichend ausgedehnten Versuche keine ganz vollkommene Befrie-
gung darbietet. —

Die den vorstehenden Beobachtungen entsprechenden Ver-
ltnisse giebt Hagen folgendermaassen an. Das aus einer engen
öhre ausfliessende Wasser bewegt sich so lange, als nicht bei
nehmender Druckhöhe ein stossweises Ausfliessen eintritt, von
m mittleren Wasserfaden an bis zu dem an der Röhrenwand
ll stehenden Mantel mit abnehmender Schnelligkeit und tritt
Form eines Kegels aus. Ist die mittlere Schnelligkeit der
nzen Wassermenge = k, die des Centralfadens = c, so ist

zunächst $k = \frac{1}{3}c$ und die um x vom Centrum abstehende Wasserröhre von der Dicke dx besitzt bei einem Querschnitt von $2x\pi dx$ eine Schnelligkeit $v = \frac{(\varrho - x)c}{\varrho}$. Nach dem Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte wird zur Bewegung sämmtlicher Wasserröhren eine Druckhöhe h'' erfordert, die aus

$$h''\varrho^2\pi k = \int \frac{v^2 dM}{4g} = \int \frac{2x\pi dx(\varrho - x)^2 c^2}{4g\varrho^2}$$

folgt. Das Integral von $x = 0$ bis $x = \varrho$ genommen, giebt, wenn man $\frac{1}{4g}$ in par. Zollen $= 0{,}00138$ setzt,

$$h'' = 0{,}00138 \,.\, 2{,}7 \,.\, k^2,$$

oder, da $q = k\varrho^2\pi$ ist,

$$h'' = 0{,}00037752\,\frac{q^2}{\varrho^4},$$

ein Resultat, das im Ganzen mit der empirischen Formel übereinstimmt.

Der noch übrige Theil h' der Druckhöhe wird durch den Widerstand vernichtet, welchen die einzelnen Wasserröhren beim Gleiten über einander erfahren. Man nehme also an, dass zur Bildung des ausströmenden Wasserkegels $n\varrho$ Wasserröhren beitragen, jede von der Dicke $= \frac{1}{n}$, und dass der Widerstand dem Quadrate der Schnelligkeit proportional sei, wobei m den Reibungscoëfficienten auf der Flächeneinheit bezeichne, so hat diejenige Röhre, welche um x vom Centrum absteht, eine Schnelligkeit $= \frac{(\varrho - x)c}{\varrho}$, die nach der Peripherie zu ihr folgende eine Schnelligkeit $= \frac{\left(\varrho - x - \frac{1}{n}\right)c}{\varrho}$, und jene eilt mit einer Schnelligkeit $= \frac{c}{n\varrho}$ voran, erleidet also auf ihrer ganzen Länge einen Widerstand $= \frac{2mx\pi lc^2}{n^2\varrho^2}$. Zur Ueberwindung der gesammten Widerstände gehört eine lebendige Kraft

$$h'\varrho^2\pi k = \frac{2m\pi lc^2}{n^2\varrho^2}\,\Sigma x.$$

Es ist aber $\Sigma x = \frac{1}{n}(1 + 2 + 3 + 4 \ldots\ldots + n\varrho) = \frac{\varrho^2 n}{2}$, demnach

$$h' = \frac{9mlk}{n\varrho^2} = \frac{9m}{n\pi}\,.\,\frac{lq}{\varrho^4}.$$

Der Faktor $\frac{lq}{\varrho^4}$ entspricht der empirischen Formel vollkommen; allein in dem andern Faktor $\frac{9m}{n\pi}$ lassen sich die Grössen m und n nicht von einander trennen, also auch beide nicht einzeln erhalten, wodurch man in m den sicher darin enthaltenen Zusammenhang der Reibung mit der Capillaranziehung nachweisen könnte.

B. Ausfluss des Wassers durch Einschnitte.

Wenn sich das Wasser durch einen oben offenen Einschnitt in einer dünnen Wand ergiessen kann, so senkt sich bekanntlich der Spiegel schon vor dem Einschnitte und ausserdem findet an den Seiten eine mehr oder minder grosse Contraction des Strahles statt, je nachdem nämlich die Wände des Kanals weiter von dem Einschnitte zurückstehen oder, wie bei einem blossen Ueberfalle, näher an ihn herantreten. Theoretisch sieht man den Einschnitt als eine Oeffnung in dünner Wand an, deren Höhe dem Wasserstande über der Schwelle gleich ist. Vernachlässigt man dann die Schnelligkeit des Wassers vor dem Einschnitte, dessen Höhe $= H$ und Breite $= B$ sei, und bezeichnet den Contractionscoëfficienten mit m, so ist das in einer Secunde abfliessende Wasserquantum

$$Q = \tfrac{1}{3} m \sqrt{4g} \,.\, BH\sqrt{H}.$$

Zur Bestätigung dieser Formel und namentlich zur Bestimmung des Coëfficienten m, so wie auch um die Tiefe und Weite der Einsenkung des Wassers am Einschnitte zu messen, hat Castel zu Toulouse eine Reihe sorgfältiger Versuche ausgeführt (Expériences faites au château d'eau de Toulouse sur l'écoulement de l'eau par les déversoirs. Ann. de chimie et de phys. 1836. T. LXII. p. 31.). Er leitete das Wasser zuerst in einen rechtwinkligen, aus Bohlen gezimmerten Kanal von $5^m,96$ Länge, $0^m,74$ Breite und $0^m,55$ Tiefe, und brachte es darin theils durch langsames Einströmen, theils durch Zwischenplatten zur Ruhe. Vor demselben stand das Aichgefäss, ein mit Zink ausgeschlagener Kasten, 4^m lang, 1^m breit und $0^m,80$ tief; ein beweglicher Trog schüttete das durch den Einschnitt gegangene Wasser hinein, und man notirte die Zeit und den Inhalt, sobald der Kasten bis zu $\frac{3}{4}$ gefüllt war. Die Höhe des Wasserspiegels und

seine Einsenkung wurden sorgfältig mit 10 von oben herabgehenden, unten zugespitzten Stäben gemessen. Die Einschnitte selbst befanden sich anfänglich in einzölligen Bohlen, später zur grösseren Genauigkeit in Kupferplatten. — Die nachstehende Tafel giebt von der Einsenkung des Wassers die grösste Tiefe über der Schwelle und die Weite oder Entfernung von dem Einschnitte an, bis wohin sie sich noch bemerklich machte. Sämmtliche Dimensionen sind nach Metern genommen und die ausgeflossene Wassermenge in Litern (1 litre = 0,001 Kubikmeter) angegeben, zur Berechnung von m wurde überdies $\frac{2}{3}\sqrt{4g} = 2,953$ angesetzt.

Breite des Einschnitts B.	Höhe des Wasserstandes H.	Einsenkung.		Ausfluss-zeit.	Wassermenge in 1 Sec.	Contractions-coëff m.
		Tiefe.	Weite.			
0,1004	0,2404	0,0164	0,345	142″	20,80	0,5952
	0,2203	0,0129	0,300	161,5	18,22	0,5942
	0,1987	0,0117	0,300	190	15,59	0,5936
	0,1802	0,0107	0,250	219	13,47	0,5938
	0,1587	0,0098	0,250	266	11,10	0,5921
	0,1387	0,0092	0,250	325,6	9,066	0,5919
	0,1199	0,0087	0,250	406	7,259	0,5897
	0,1005	0,0081	0,200	530	5,561	0,5909
	0,0795	0,0075	0,200	106,5	3,958	0,5923
	0,0607	0,0068	0,150	150,3	2,637	0,5947
	0,0506	0,0063	0,150	200	2,014	0,5966
	0,0425	0,0056	0,150	251,5	1,581	0,6043
	0,0302	0,0049	0,150	432,7	0,961	0,6174
0,1999	0,2068	0,0201	0,417	88	32,98	0,5955
	0,1779	0,0164	0,350	113	26,28	0,5947
	0,1595	0,0150	0,350	134,5	22,31	0,5947
	0,1406	0,0130	0,300	160,5	18,40	0,5926
	0,1195	0,0131	0,250	204,5	14,91	0,5922
	0,0996	0,0119	0,250	268,5	10,97	0,5926
	0,0802	0,0106	0,250	370	7,951	0,5945
	0,0598	0,0093	0,200	563	5,197	0,6028
	0,0515	0,0077	0,200	97,7	4,204	0,6110
	0,0396	0,0067	0,200	141,5	2,872	0,6169
	0,0303	0,0057	0,150	206,7	1,938	0,6240
0,3002	0,1380	0,0172	0,417	108,2	27,41	0,6031
	0,1205	0,0152	0,300	121,7	22,40	0,6040
	0,0995	0,0135	0,300	174,3	16,81	0,6040
	0,0793	0,0119	0,250	246,5	11,98	0,6054
	0,0605	0,0098	0,250	367	8,049	0,6101
	0,0507	0,0080	0,200	473	6,235	0,6162
	0,0409	0,0067	0,200	92,5	4,537	[illegible]
	0,0316	0,0055	0,200	132	3,141	0,6306

reite s Einbnitts B.	Höhe des Wasserstandes. H.	Einsenkung.		Ausflusszeit.	Wassermenge in 1 Sec.	Contractionscoëff. m.
		Tiefe.	Weite.			
3998	0,1240	0,0182	0,417	91,2	32,04	0,6215
	0,1051	0,0160	0,345	118,3	25,00	0,6214
	0,0805	0,0125	0,300	176,7	16,72	0,6200
	0,0598	0,0100	0,250	273	10,75	0,6225
	0,0485	0,0079	0,200	372,7	7,893	0,6359
	0,0399	0,0066	0,200	498	5,947	0,6320
	0,0308	0,0054	0,200	728,5	4,060	0,6362
5024	0,0973	0,0154	0,345	104,5	28,42	0,6311
	0,0805	0,0123	0,300	137,7	31,42	0,6321
	0,0607	0,0092	0,250	209,3	14,02	0,6318
	0,0503	0,0079	0,250	281	10,59	0,6327
	0,0407	0,0062	0,250	381	7,753	0,6364
	0,0313	0,0050	0,200	560	5,275	0,6420
5001	0,0991	0,0150	0,417	82,5	35,61	0,6441
	0,0809	0,0123	0,300	112	26,28	0,6444
	0,0602	0,0092	0,250	173,2	16,88	0,6448
	0,0517	0,0079	0,250	222,7	13,41	0,6437
	0,0388	0,0062	0,200	343	8,729	0,6445
	0,0311	0,0050	0,200	466,5	6,331	0,6513
3804	0,0931	0,0142	0,417	78,7	37,48	0,6566
	0,0796	0,0120	0,350	99,3	29,59	0,6557
	0,0606	0,0090	0,260	150,1	19,65	0,6555
	0,0501	0,0077	0,250	199,7	14,77	0,6555
	0,0414	0,0063	0,200	265	11,10	0,6558
	0,0288	0,0049	0,150	353,5	6,477	0,6596

Der Contractionscoëfficient *m* nimmt hier, wie es in den lichen Fällen bei Oeffnungen in dünner Wand Statt findet, abnehmender Druckhöhe etwas zu; wenn er indessen auch den breitern Einschnitten wächst, so liegt der Grund darin, s bei diesen die Wände des Kanals den Seiten der Einnitte näher rückten und dadurch die vollständige Contracı verhinderten. Nach Castel möchte der Gränzwerth von = 0,67 sein.

C. Ausfluss des Wassers bei unvollkommener Contraction.

Ueber den Ausfluss des Wassers unter sehr verschiedenen ständen hat J. Weisbach zwei grössere Versuchsreihen antellt und in zwei Heften: — Versuche über den Ausfluss des ssers durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile, Leipzig 12; Versuche über die unvollkommene Contraction des Wassers

beim Ausfluss aus Röhren und Gefässen, Leipzig 1843 — bekannt gemacht. Die erstere Abhandlung dürfte zunächst nur für die Praxis einen Werth haben, die andere bietet dagegen mehrere Partieen dar, die auch für die Theorie eine Bedeutung ansprechen können. Auf diesen Punkt hat indess Weisbach bei der Berechnung sein Augenmerk weniger gerichtet. — Das ausfliessende Wasser befand sich in einem rechtwinkligen Kasten von 90 Centimeter Höhe und 0,43944 Quadratmeter Querschnitt, der in seinem Innern mit 6 unter einander stehenden Spitzen versehen war, um daran die Quantität des ausgeflossenen Wassers zu bestimmen, denn der Spiegel sank beim Ausfluss. Ist A also der Querschnitt des Gefässes, a die Fläche der Oeffnung, m der Contractionscoëfficient und h_1 und h_2 die Höhen im Kasten, zwischen welchen das Wasser in t Sekunden abfliesst, so hat man $-Adh = ma\sqrt{4gh}\,.\,dt$ oder

$$m = \frac{2A}{at\sqrt{4g}}(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}).$$

Hätte sich aber der Wasserstand H beim Versuche nicht geändert, und wäre doch gleichviel Wasser in gleicher Zeit ausgeflossen, so hätte man $A(h_1 - h_2) = mat\sqrt{4gH}$ bekommen, oder

$$m = \frac{A(h_1 - h_2)}{at\sqrt{4gH}}.$$

Beide Gleichungen geben die mittlere Druckhöhe

$$H = \left(\frac{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}{2}\right)^2.$$

a) Unvollkommene Contraction bei kreisförmigen Mündungen.

Zu diesen Versuchen wurde an den Wasserkasten entweder ein 4,032 Centimeter weites und $27\frac{1}{2}$ Centimeter langes Messingrohr gesetzt, das auch mit einer konoidischen Einmündung versehen werden konnte; oder es wurde noch überdies ein 60 Centimeter langes und nahe an 4 Centimeter weites Eisenrohr davorgesetzt. Vor dem offenen Ende dieser Röhren befanden sich dünne Platten, die verschieden grosse kreisrunde Oeffnungen enthielten, an denen die unvollkommene Contraction beobachtet wurde. Setzt man den Querschnitt des Rohrs $= a_1$, und der Oeffnung in der Platte $= a$, so gebe der Versuch, wenn das Wasser aus dem Rohre allein in t_1 Sekunden unbehindert ausfliesst,

$$\mu_1 = \frac{2A}{a_1 t_1 \sqrt{4g}}(\sqrt{h_1}-\sqrt{h_2}),$$

dagegen, wenn die Platte davor ist und das Wasser nun t_2 Sekunden zum Ausfliessen braucht,

$$\mu_2 = \frac{2A}{a t_2 \sqrt{4g}}(\sqrt{h_1}-\sqrt{h_2}).$$

Das Rohr bleibt in beiden Fällen gefüllt, demnach hat das Wasser in ihm im erstern Falle eine mittlere Schnelligkeit $v_1 = \mu_1 \sqrt{4gH}$, im andern eine mittlere Schnelligkeit $v'_1 = \mu_2 \frac{a}{a_1} \sqrt{4gH}$. Durch diese Schnelligkeit verliert das bis zur Mündung gelangende Wasser einen Theil seiner Druckhöhe $= \frac{v_1'^2}{\mu_1^2 4g}$, gewinnt aber durch eben diese Schnelligkeit wieder einen Zuwachs an Druckhöhe $= \frac{v_1'^2}{4g}$, die noch vorhandene mittlere Druckhöhe ist also $= H - \left(\frac{1}{\mu_1^2} - 1\right)\frac{v_1'^2}{4g} = H\left\{1 - \left(\frac{1}{\mu_1^2} - 1\right)\frac{\mu_2^2 a^2}{a_1^2}\right\}$.

Wenn man hiernach voraussetzt, wie dies sonst beim Ausströmen des Wassers aus Oeffnungen in dünner Wand gebräuchlich ist, dass sich der Strahl in der Mündung nur zusammenzieht, an Schnelligkeit aber keine Einbusse erleidet, so ist das in 1 Sekunde ausfliessende Wasserquantum

$$q = \mu a \sqrt{4gH} . \sqrt{\left\{1 - \left(\frac{1}{\mu_1^2} - 1\right)\frac{\mu_2^2 a^2}{a_1^2}\right\}},$$

sofern μ den Coëfficienten der unvollkommenen Contraction bezeichnet. Da aber auch $q = \mu_2 a \sqrt{4gH}$ ist, so folgt

$$\mu = \frac{\mu_2}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{1}{\mu_1^2} - 1\right)\left(\frac{\mu_2 a}{a_1}\right)^2\right\}}}.$$

Mittelst dieser Gleichung hat Weisbach μ aus den Versuchen selbst hergeleitet. Die folgende Tafel stellt diese Versuche zusammen, in denen auch der Coëfficient der vollkommenen Contraction μ_0 durch unmittelbares Einsetzen der Platten in die Wand des Wasserkastens bestimmt wurde; der Kürze wegen sind die Angaben bei drei verschiedenen Druckhöhen zusammengezogen. Die erste Columne giebt die Nummer der Mündungen an, die zweite unter *R* das Rohr, welches sich zwischen der Mündung und dem Wasserkasten befand, nämlich *M* das ein-

fache, C das mit konoidischer Einmündung versehene Messingrohr, E das noch daran geschobene Eisenrohr; die folgende Columne giebt die Verhältnisse zwischen den Querschnitten des Rohrs und der Mündung an, μ_0 bezeichnet den Coëfficienten der vollkommenen, μ der unvollkommenen Contraction, der mit Hülfe der obigen Formel aus den Versuchen abgeleitet wurde, die letzte Spalte endlich enthält den für μ berechneten Werth, wie er sich nach der später angegebenen Weise ergab.

No.	*R*	$\frac{a}{a_1}$	μ_0	μ	μ Mittel.	μ berechn.
1	*M*	0,046	0,666	0,666	0,666	0,670
2	*M*	0,063	0,644	0,648	0,648	0,650
3	*M*	0,094	0,632	0,643	0,643	0,642
4	*M*	0,141	0,630	0,639	0,637	0,646
	C	0,141		0,638		
	E	0,140		0,635		
5	*M*	0,187	0,627	0,643	0,646	0,649
	C	0,187		0,651		
	E	0,186		0,643		
6	*M*	0,238	0,624	0,645	0,648	0,655
	E	0,237		0,652		
7	*M*	0,276	0,617	0,652	0,652	0,655
8	*M*	0,339	0,610	0,656	0,656	0,661
9	*M*	0,381	0,621	0,683	0,680	0,677
	C	0,381		0,679		
	E	0,380		0,678		
10	*M*	0,437	0,619	0,695	0,692	0,689
	C	0,437		0,688		
11	*M*	0,510	0,622	0,701	0,703	0,710
	C	0,510		0,705		
	E	0,507		0,704		
12	*M*	0,582	0,617	0,727	0,726	0,728
	C	0,582		0,724		
	E	0,579		0,726		
13	*M*	0,651	0,616	0,759	0,761	0,752
	C	0,651		0,769		
	E	0,648		0,755		
14	*M*	0,712	0,616	0,776	0,777	0,776
	C	0,712		0,777		
	E	0,709		0,777		
15	*M*	0,795	0,615	0,815	0,814	0,817
	C	0,795		0,816		
	E	0,792		0,810		
16	*M*	0,834	0,615	0,841	0,840	0,840
	C	0,834		0,838		
	E	0,830		0,841		
17	*M*	0,864	0,614	0,880	0,881	0,865
	E	0,860		0,883		

Zur Hervorbringung der Contraction μ wirkt unstreitig das schon in Bewegung gesetzte Wasser anders als das noch in der Ruhe befindliche; während dieses die vollkommene Contraction μ_0 erleidet, wird jenes mehr oder weniger frei ausströmen, je nachdem das Verhältniss $\frac{a}{a_1}$ grösser oder kleiner ist. Es sei also v die Schnelligkeit des Wassers im Rohre, w in der Mündung, so ist in dieser ein Zuwachs an Schnelligkeit $= w - v$, und folglich erleidet der $\frac{w-v}{w}$te Theil des Wassers die vollkommene Contraction, deren Coëfficient $= \mu_0$ ist, der übrige $\frac{v}{w}$ te Theil eine Contraction, deren Coëfficient $= m$ sei; somit ist

$$\mu = m\frac{v}{w} + \mu_0\left(\frac{w-v}{w}\right).$$

Nur die Bestimmung von m bleibt misslich. Setzt man $\frac{a}{a_1} = 1$ oder $w = v$, so muss $m = 1$ werden; will man indess diesen Werth durchgängig anwenden, so fällt μ bei kleinen Oeffnungen etwas zu gross aus. Man unterscheide daher in diesem Gliede abermals zwei Theile, welche von dem gegenseitigen Verhältnisse der beiden Querschnitte des fliessenden Wassers abhängen, einen $= \frac{\mu a}{a_1}$, den andern $= 1 - \frac{\mu a}{a_1}$, und lasse m für den ersten $= 1$, für den andern $= \nu$ kleiner als 1 sein, so bekommt man

$$\mu = \left[\nu + (1-\nu)\frac{\mu a}{a_1}\right]\frac{v}{w} + \mu_0\frac{w-v}{w},$$

oder da $\frac{v}{w} = \frac{\mu a}{a_1}$ ist,

$$\mu = \frac{\mu_0}{1-(\nu-\mu_0)\frac{a}{a_1} - (1-\nu)\frac{\mu a^2}{a_1^2}}.$$

Nach dieser Formel ist oben μ versuchsweise berechnet worden, indem den Beobachtungen entsprechend $\nu = 0{,}79$ gesetzt und der Bequemlichkeit wegen in dem Gliede $(1-\nu)\frac{\mu a^2}{a_1^2}$ das noch unbekannte μ unmittelbar aus den Versuchen genommen wurde. Nach der Uebereinstimmung mit den Versuchen zu urtheilen, kann die empirische Formel den richtigen Ausdruck nicht bedeutend verfehlen. — Die oben angewandte Methode, den

Die Berechnung von μ ist nach der obigen Formel

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 - (\nu - \mu_0)\frac{a}{a_1} - (1 - \nu)\frac{\mu a^2}{a_1^2}}$$

ausgeführt, in der ν den Werth 0,92 hat.

c) Unvollkommene Contraction bei rechtwinkligen Mündungen.

Um die unvollkommene Contraction auch bei rechtwinklige Mündungen kennen zu lernen, kamen 5 Mündungen in Anwen dung, deren Höhe zur Breite sich etwa wie 1 : 2 verhielt. Si wurden entweder wieder unmittelbar in die Wand des Wasser kastens eingesetzt, wodurch sich μ_0 ergab, oder sie befande sich vor einem 32 Centimeter langen, rechtwinkligen Messing rohre, von 5 Centimeter Breite, und 2,5 Centimeter Höhe. Die Rohr allein gab den Coëfficienten 0,7821.

No.	Breite der Mündung in Centimet.	Höhe der Mündung in Centimet.	$\frac{a}{a_1}$	μ_0	μ	μ berechnet.
1	2,020	0,976	0,1585	0,624	0,645	0,647
2	2,222	1,120	0,2001	0,649	0,675	0,675
3	2,444	1,177	0,2313	0,656	0,689	0,687
4	2,812	1,337	0,3023	0,631	0,672	0,678
5	3,568	1,729	0,4962	0,622	0,728	0,721

Zur Berechnung von μ bekam ν den Werth 0,825, der etwas grösser als 0,79 ist, wie auch μ_0 durchschnittlich etwas grösser als bei den kreisförmigen Mündungen ausfällt.

d) Unvollkommene Contraction bei Verengerungen in den Röhren.

Die Mündungen in den dünnen Platten, welche zu den früheren Versuchen gedient hatten, kamen hierauf unmittelbar an den Wasserkasten und davor das Messingrohr, oder sie befanden sich im Innern desselben. Waren die Mündungen klein, so erreichte der Strahl in freier Luft bisweilen die Wandung der Röhre nicht und der Versuch musste unter Wasser angestellt werden. In der Tafel sind diese Fälle mit * bezeichnet. Der Einfluss der Messingröhre ist in beiden Fällen derselbe: die Wandung zieht den Strahl an und beschleunigt entweder seine Geschwindigkeit in der Mündung oder sie breitet ihn bei gleichbleibender Schnelligkeit aus und vergrössert so das geförderte

β) Unvollkommene Contraction.

No.	$\frac{a}{a_1}$	Durchm. der Mündung in Centimet.	Durchm. d. Strahls in Centim.	Gemessener Contractions-coëff. α	Angenommener Contract. Coëff. μ	$\frac{\mu}{\alpha}$
4	0,141	1,512	1,229	0,661	0,634	0,959
5	0,187	1,742	1,404	0,650	0,640	0,986
6	0,233	1,967	1,602	0,663	0,646	0,974
7	0,276	2,117	1,743	0,678	0,647	0,954
8	0,339	2,348	1,919	0,668	0,651	0,975
9	0,381	2,490	2,115	0,721	0,675	0,936
10	0,437	2,666	2,266	0,722	0,691	0,957
11	0,509	2,878	2,465	0,734	0,696	0,944
12	0,582	3,075	2,663	0,750	0,721	0,961
13	0,651	3,253	2,921	0,806	0,750	0,931
14	0,712	3,403	3,056	0,806	0,767	0,952
15	0,795	3,596	3,274	0,829	0,809	0,976
16	0,834	3,683	3,393	0,849	0,828	0,975
17	0,864	3,748	3,350	0,887	0,868	0,979

Mittel $\frac{\mu}{\alpha} = 0,961$.

Aus diesen Versuchen ergiebt sich, dass in beiden Fällen zu derselben Annahme der gleiche Grund vorhanden ist.

b) Unvollkommene Contraction bei kurzen cylindrischen Ansätzen.

Es wurden ferner 5 kurze cylindrische Ansätze, die etwa 3 mal so lang als weit waren, theils vor die Röhren gesetzt, um den Coëfficienten μ der unvollkommenen Contraction zu bestimmen, theils an den Wasserkasten selbst, um μ_0 zu erhalten. Die nachstehende Tafel giebt wieder die Mittelwerthe aus den Versuchen bei drei verschiedenen Druckhöhen.

No.	Durchm. in Centim.	R	$\frac{a}{a_1}$	μ_0	μ	μ berechnet.
1	1,064	M	0,0696	0,851	0,852	0,855
		E	0,0693		0,851	
2	1,934	M	0,2301	0,832	0,857	0,852
		E	0,2289		0,856	
3	2,672	M	0,4392	0,813	0,874	0,865
		E	0,4370		0,871	
4	2,5925	M	0,5146	0,813	0,873	0,878
5	3,302	M	0,6846	0,817	0,912	0,911
		E	0,6812		0,896	

füllen. In den noch übrigen Theil der Oeffnung trete darauf das Wasser von den Seiten her ein und nehme, je nachdem es eine längere oder kürzere Zeit dem Andrange der ganzen Wassermasse ausgesetzt war, eine grössere oder geringere Ausflussgeschwindigkeit an, die von 0 am Rande der Oeffnung bis da, wo der innere Cylinder anfängt, auf $\sqrt{4gh}$ steige. Hiernach bilde das ausfliessende Wasser einen abgestumpften Kegel von der Höhe $\sqrt{4gh}$, der unteren Basis $\frac{1}{4}d^2\pi = f$, und der oberen Basis $\frac{1}{8}d^2\pi = \frac{1}{2}f$ und gebe ein Quantum $= 0{,}74f\sqrt{4gh}$. Wenn indess aus den Versuchen noch ein kleinerer Coëfficient folge, so liege der Grund in der Adhäsion und der daraus entspringenden Reibung, die gleichfalls die Gestalt des ausfliessenden Strahles verändere. — Gegen diese Ansicht der Sache lassen sich vornehmlich zwei Einwendungen machen; zuvörderst ist nicht erwiesen, dass das von den Seiten her strömende Wasser durch die Gewalt des übrigen gerade die Schnelligkeit annehmen müsse, welche ihm beigelegt wird, und zweitens ist der angenommene Uebergang von der Ruhe in die Bewegung in soweit nur scheinbar, als die ganze Masse offenbar schon vor der Mündung in eine solche Bewegung gesetzt wird, dass sie die Stelle des abfliessenden Wassers wiederum ausfüllt. Diese Bewegung kann um so weniger fehlen, als in ihr der Verlust an lebendiger Kraft liegt, welche in dem ausfliessenden Strahle enthalten ist. —

Nach den von Feilitsch aufgestellten Principien bekommen wir folgenden Gang der Entwickelung. Es sei $EFCD$ (Fig. 1) der senkrechte Durchschnitt durch ein Gefäss mit Wasser und AB durch die kreisrunde Oeffnung im Boden. Ein beliebiges Wassertheilchen M, das, ehe die Oeffnung vorhanden war, von allen Seiten gleichmässig gedrückt und in Ruhe erhalten wurde, tritt, wenn nach hergestellter Oeffnung der Druck aus dem Winkelraum AMB aufhört, seine Bewegung in einer Linie an, welche den Winkel AMB halbirt; nach M' gekommen ändert es mit dem Winkel $AM'B$ seine Richtung und folgt wiederum der Halbirungslinie; auf gleiche Weise fortschreitend durchläuft es die Hyperbel ML, deren Brennpunkte A und B sind, und gelangt senkrecht gegen AB in L aus der Oeffnung. Da alle übrigen Theilchen gleichfalls Hyperbeln beschreiben, so lässt sich die ganze Wassermasse, deren horizontale Ausdehnung unbeschränkt sei, in eine unendliche Zahl von hyperbolischen

Schichten zerlegen, von denen jede durch einen besonderen Ring der Oeffnung senkrecht gegen dieselbe hindurchgeht. Es ist aber der Zug, welchen M von der Oeffnung erfährt, proportional zum Quadrate des Sinns vom halben Winkel AMB, also wenn man diesen Winkel mit α und mit C eine Constante bezeichnet, $= C\sin^2\frac{\alpha}{2}$. Man setze $OB = OA = r$, $OL = x$, MN perpendikulär zu $CD = h$, $BN = y$, $AM = a$ und $BN = b$, so ist $\cos\alpha = \frac{a^2+b^2-4r^2}{2ab}$ und $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{r^2-x^2}{ab}$, weil $a - b = 2x$. Ferner ist $b^2 = h^2+y^2$, $a^2 = h^2+(2r+y)^2$, also $y = \frac{bx-(r^2-x^2)}{r}$; substituirt man diesen Werth in die erstere Gleichung, so erhält man b^2+2bx oder $ab = \frac{h^2r^2+(r^2-x^2)^2}{r^2-x^2}$ und demnach den Zug auf $M = C\frac{(r^2-x^2)^2}{h^2r^2+(r^2-x^2)^2}$. Die ganze hyperbolische Schicht, zu welcher M gehört, hat in der Höhe h eine Breite $= dy$ oder eine Flächenausdehnung $= 2\pi(r+y)\,dy = 2\pi x dx\,.\frac{h^2r^2+(r^2-x^2)^2}{(r^2-x^2)^2}$; sie erfährt also einen Zug $= C\,.\,2\pi x dx$; da aber diese ganze Schicht durch einen Ring in $AB = 2\pi x dx$ hindurchgeht und in demselben Verhältniss ein Quantum ausfliessenden Wassers hergiebt, so ist die bewegende Kraft in jeder hyperbolischen Schicht bei gleichem Abstande von der Oeffnnng constant in Bezug auf ein bestimmtes ausfliessendes Wasserquantum als Einheit. Aus dieser Betrachtung ergiebt sich, dass sämmtliche hyperbolische Schichten mit gleicher Schnelligkeit aus der Oeffnung treten, da von der wirkenden Kraft, die sich stetig im Bogen der Hyperbel fortpflanzt, kein Theil verschwindet. Allein es sind hierbei Kräfte unberücksichtigt geblieben, welche diesen gleichmässigen Ausfluss stören und dadurch die Contraction des Strahles bedingen. Zuerst übt jede hyperbolische Schicht einen senkrecht zu ihrer krummen Oberfläche ausgehenden Druck gegen die von ihr umschlossenen inneren Schichten aus, da der Zug auf M bei dem Uebergange in die neue Richtung bei M' aus seiner Zerfällung eine gegen die Oberfläche der Curve senkrechte Kraft hergiebt. Zweitens entspringt aus der krummlinigen Bewegung sämmtlicher Schichten nach der Oeffnung zu eine Centrifugalkraft, welche die äusseren Schichten ebenfalls senkrecht gegen

ihre Bahn nach innen zu forttreibt. Endlich bewegen sich die inneren Schichten in ihrer Bahn mit grösserer Schnelligkeit als die äusseren, obschon beide an der Oeffnung selbst die gleiche Endschnelligkeit erreichen; sie üben deshalb einen geringeren Druck nach den Seiten aus und veranlassen abermals die äusseren Schichten zu einem Andrange nach innen. Diese drei Umstände zusammen geben unter dem nicht zu vernachlässigenden Einflusse der Reibung den contrahirten Strahl, und es würde nur noch darauf ankommen, die diesen Verhältnissen entsprechenden mathematischen Formeln zu entwickeln — Dies scheint der Gang zu sein, auf welchen die von Feilitsch eingeleitete Entwickelung hinführt. Er selbst weicht von seiner Grundlage ab, denn, nachdem er die Bahn des Punktes M als Hyperbel bestimmt hat, lässt er den Zug von AB aus auf M bleibend nach MT gerichtet sein, macht also die Druckhöhe für M von $h \sin\varphi$ abhängig ($\angle MTB = \varphi$), und giebt damit dem bei L austretenden Wasser eine Schnelligkeit $= \sqrt{4gh \sin\varphi}$. Seine Formeln geben bei $h = \infty$ einen Contractionscoëfficienten $= 0{,}8$, der allein schon sie als ungenügend bezeichnet.

Ausfluss der Luft aus Oeffnungen in dünner Wand.

Durch die Versuche, die Saint-Venant und Wantzel (Comptes rendus XVII. p. 1140) über den Ausfluss der Luft aus Oeffnungen in dünner Wand unter stärkerem Druck unternommen haben, ist die Unzulänglichkeit der von Navier aufgestellten Formel dargethan worden. Bekanntlich beruht diese Formel auf dem Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte. Strömt nämlich durch eine der Flächeneinheit gleiche Oeffnung aus dem Innern eines Gefässes, worin die Luft unter dem Druck P steht, ein darin abgemessenes Quantum S in einen Raum aus, in welchem die Luft unter dem Drucke P' steht, und erlangt dabei eine Schnelligkeit $= v$, so besitzt es eine lebendige Kraft $= \frac{v^2 S \varDelta}{4g}$, sofern $\varDelta$ das Gewicht einer Kubikeinheit Luft von der Spannkraft P bezeichnet. Dieselbe Kraft muss aufgewandt werden,

um die jetzt einen Raum $S\frac{P}{P'}$ erfüllende Luft auf den Raum S zusammenzupressen; man habe sie also auf einen Raum s unter den Druck p gebracht, so ist die zur Zusammendrückung um einen weiteren Raum ds erforderliche Kraft $= -pds$, demnach die gesammte Kraft $= -\int pds$, integrirt von $s = S\frac{P}{P'}$ bis $s = S$.

Es verhält sich aber $s : S = P : p$, folglich ist $-\int pds = -SP\int\frac{ds}{s}$ $= SP \log \text{nat} \frac{P}{P'}$ und $v = \sqrt{4g\frac{P}{\Delta}\log\text{nat}\frac{P}{P'}}$. Bestimmt man das Quantum V_r der aus der Flächeneinheit ausgeflossenen Luft als ein Quantum unter dem Druck P stehend, so erhält man

$$V_r = \frac{P'}{P}\sqrt{\left\{4g\frac{P}{\Delta}\log\text{nat}\frac{P}{P'}\right\}}.$$

Dass diese Formel nicht der richtige mathematische Ausdruck ist, geht unstreitig daraus hervor, dass sie $V_r = 0$ für $P' = 0$ giebt und ferner ein Maximum von V_r bei $P' = 0{,}60653\,P$. Später hat Holtzmann (Pogg. Ann. LXI. p. 466) der Formel dadurch nachzuhelfen gesucht, dass er die Dichtigkeit der ausströmenden Luft nicht von P', sondern von $\frac{P+P'}{2}$ abhängig setzt, also

$$V_r = \frac{P+P'}{2P}\sqrt{\left\{4g\frac{P}{\Delta}\log\text{nat}\frac{2P}{P+P'}\right\}}$$

annimmt. Allein diese Formel kann ebenso wenig der richtige mathematische Ausdruck sein, da sie ein Maximum von V_r bei $P' = 0{,}21306\,P$ giebt, was der Natur der Sache gleichfalls widerstreitet. Offenbar liegt der Fehler der Navierschen Gleichung nicht allein in einer falschen Annahme der Dichtigkeit, welche die ausströmende Luft besitzt, sondern auch in einer nicht richtigen Anwendung des ihr zum Grunde liegenden Principes, weil dabei übersehen worden ist, dass sich die Luft aus einem Raum $S\frac{P}{P'}$ auf einen Raum S nicht zusammendrücken lässt, ohne Wärme zu entwickeln, und ebenso wenig eine Verdünnung der ausströmenden Luft ohne Wärmeverlust Statt findet. In dieser Wärme liegt eine Kraft, die nicht übergangen werden darf, wenn man ein richtiges Resultat erlangen will.

Die Versuche von Saint-Venant und Wantzel wurden mit einem Dampfkessel von 1186 Litres Inhalt angestellt, in

welchem sie die Luft verdichteten und aus einer Oeffnung in dünner Wand ausströmen liessen; sie beobachteten die beim Ausströmen nach und nach sinkende Spannkraft im Innern an einem Manometer und leiteten daraus V_r für verschiedene Druckhöhen her, indem sie den Meter als Maasseinheit annahmen. Obschon sie drei Versuchsreihen anstellten, so legen sie doch selbst nur, weil der Dampfkessel nicht ganz dicht war, auf die erste Werth, bei welcher die kreisrunde Oeffnung eine Fläche von $19^{mm},517$ besass. Ihre Beobachtungen gaben:

$\frac{P'}{P}$	Verflossene Zeit von Anfang des Ausströmens an.	$\frac{P'}{P}$	Verflossene Zeit von Anfang des Ausströmens an.	$\frac{P'}{P}$	Verflossene Zeit von Anfang des Ausströmens an.	$\frac{P'}{P}$	Verflossene Zeit von Anfang des Ausströmens an.
0,305	0''	0,431	134''	0,592	267''	0,800	419''
0,314	10	0,443	144	0,607	279	0,821	435
0,323	21	0,454	154	0,622	290	0,844	453
0,332	31	0,465	164	0,637	302	0,867	472
0,342	41	0,477	174	0,652	312	0,892	494
0,351	52	0,489	184	0,668	324	0,918	523
0,361	62	0,501	195	0,685	336	0,938	571
0,371	73	0,513	205	0,703	350	0,945	584
0,381	83	0,525	215	0,721	362	0,969	603
0,391	93	0,538	225	0,739	375	0,985	631
0,400	103	0,550	235	0,759	389	0,995	653
0,411	113	0,564	246	0,779	405	0,999	701
0,421	123	0,577	257				

Hieraus folgt:

$\frac{P'}{P}$	V_r	$\frac{P'}{P}$	V_r	$\frac{P'}{P}$	V_r	$\frac{P'}{P}$	V_r
0,30	158	0,50	144	0,65	128	0,80	105
0,35	156	0,55	138	0,70	123	0,85	87
0,40	154	0,60	134	0,75	115	0,90	71
0,45	149						

Zur Berechnung dient die empirische Formel

$$V_r = 0,61 \sqrt{2\frac{P}{\Delta}} \cdot \frac{\sqrt{1-\frac{P'}{P}}}{1+0,58\left(1-\frac{P'}{P}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Capillarität.

Bezeichnet man mit δ die Depression des Scheitels der Quecksilbersäule im Barometer unterhalb derjenigen Horizontal-Ebene, welche das Niveau ohne Einwirkung der Capillarität einnehmen würde, mit v die Neigung eines beliebigen Elements der die Kuppe durch ihre Drehung um die Röhrenaxe erzeugenden Curve gegen die Horizontale, mit u den Abstand dieses Elements von der Röhrenaxe und mit z den Abstand von der oben genannten Horizontalebene, ist ferner b der Krümmungshalbmesser der Curve an dieser Stelle und B derselbe im Scheitel, so giebt **Laplace** nach seiner Theorie:

$$\frac{1}{b} = \frac{2z}{a^2} - \frac{\sin v}{u},$$

worin a^2 eine Constante bedeutet, deren Werth er auf 6,5 setzt, und ausserdem für die Variationen Δu, Δz die Gleichungen:

$$\Delta u = 2b \sin\frac{\Delta v}{2} \cos\left(v + \frac{\Delta v}{2}\right),$$

$$\Delta z = 2b \sin\frac{\Delta v}{2} \sin\left(v + \frac{\Delta v}{2}\right).$$

Nach diesen Formeln hat **Bouvard** (Conn. des Temps 1812) seine Tafel der Depression des Quecksilbers in verschieden weiten Barometerröhren berechnet, indem er zunächst für B im Scheitel einen willkürlichen Werth annahm, dann v nach und nach um kleine, gleiche Invervalle Δv anwachsen liess, dazu u und z aus den Variationen Δu und Δz berechnete und hiermit wieder die jedesmaligen Krümmungshalbmesser bestimmte; er setzte die Rechnung bis $v = V = 46^{\circ}\ 48'$ fort, weil dieser Winkel als die constante Neigung des an die Röhrenwand stossenden Curvenelements angesehen wurde, und fand demnach bei diesem Endwerthe in u den Radius der Röhre U und in $z - \delta$ die Höhe des Meniscus oder den Pfeil. Aus einer hinreichenden Anzahl solcher Berechnungen, die hinreichend verschiedene Werthe für die Radien der Röhren geben, leitete er umgekehrt durch Interpolation die jedem gegebenen Radius entsprechende Depression des Scheitels ab. — Gegen diese so construirte Tafel erhebt **Bravais** (Ann. de chim. et de phys. S. III. T. V. p. 492; Pogg. Ann. LVII. p. 519) mit Recht zwei Einwürfe. Einmal werde zum Krümmungshalbmesser b bei jeder neuen Variation

Δv derjenige genommen, welcher zur Curve im Anfangspunkte des Elements gehöre, während man genauer den zur Mitte desselben gehörigen, nämlich $b + \frac{\Delta b}{2}$ annehmen sollte; zweitens werde die Neigung V der Curve an der Berührungsstelle mit der Röhrenwand durchgehends = 46° 48′ gesetzt, obschon die Beobachtungsn zeigen, dass diese Neigung zwischen ziemlich weiten Gränzen im Vacuum schwanken kann. Bravais selbst fand an 4 Barometern, die sämmtlich von Ernst gearbeitet waren, dass die Neigung des Endelements zwischen 27° 32′ und 40° 52′ variirte. Mit dem veränderten Neigungswinkel hängen aber besonders in engeren Röhren sehr ungleiche Depressionen zusammen, wie man schon daraus ersieht, dass sich dieser Neigungswinkel durch längeres Auskochen auf 0°, ja selbst auf einen negativen Werth herabdrücken lässt, und dass also für diese Fälle entweder keine Depression oder selbst eine Erhebung des Scheitels eintritt. Freilich müssen, um ein zu starkes Anhaften des Quecksilbers am Glase zu verhüten, diese so eben berührten Fälle vermieden, und, wo sie vorkommen, durch Einlassen von etwas Luft, die wieder entfernt wird, fortgeschafft werden, indessen bleiben doch immer bei verschiedenen Barometern noch so weite Grenzen für die Endwerthe von v bestehen, dass diese Differenz volle Beachtung verdient. In Rücksicht darauf hat Bravais die nachfolgende Tafel berechnet, in der er die Depression zu gleicher Zeit von der Weite der Röhre und dem Endwerthe V abhängig macht; er hat in ihr $a^2 = 6{,}258$ angenommen, welche Zahl das Mittel zwischen den Versuchen Gay-Lussac's und Schleiermacher's hält, und die Werthe für $b + \frac{\Delta b}{2}$ aus der Reihe der der jedesmaligen Stelle zunächst vorhergehenden Krümmungshalbmesser gefolgert.

Radius d. Röhre.	V											
	15°	18°	21°	24°	27°	30°	33°	36°	39°	42°	45°	48°
2mm,0	0,733	0,669	1,003	1,135	1,265	1,392	1,516	1,635	1,749	1,857	1,962	2,063
2,2	0,643	0,765	0,836	1,003	1,115	1,225	1,334	1,441	1,542	1,638	1,729	1,817
2,4	0,566	0,677	0,786	0,891	0,991	1,088	1,185	1,278	1,365	1,450	1,530	1,607
2,6	0,506	0,604	0,700	0,794	0,884	0,971	1,055	1,137	1,214	1,289	1,361	1,429
2,8	0,451	0,539	0,625	0,709	0,791	0,869	0,943	1,015	1,033	1,150	1,214	1,274
3,0	0,405	0,483	0,560	0,636	0,709	0,780	0,845	0,909	0,970	1,028	1,084	1,138
3,2	0,364	0,434	0,503	0,571	0,637	0,700	0,759	0,816	0,871	0,923	0,972	1,020
3,4	0,327	0,390	0,452	0,514	0,573	0,629	0,682	0,734	0,784	0,831	0,874	0,917
3,6	2,294	0,351	0,407	0,462	0,515	0,566	0,614	0,661	0,706	0,748	0,787	0,825
3,8	0,266	0,317	0,367	0,416	0,463	0,510	0,554	0,596	0,637	0,674	0,710	0,744
4,0	0,239	0,285	0,330	0,374	0,417	0,459	0,499	0,538	0,574	0,608	0,610	0,670
4,2	0,215	0,257	0,298	0,338	0,377	0,414	0,450	0,485	0,518	0,549	0,578	0,605
4,4	0,195	2,232	0,269	0,305	0,340	0,374	0,406	0,438	0,467	0,495	0,521	0,546
4,6	0,176	0,210	0,244	0,276	0,307	0,337	0,367	0,395	0,422	0,447	0,471	0,493
4,8	0,159	0,190	0,220	0,249	0,277	0,305	0,332	0,357	0,381	0,404	0,425	0,445
5,0	0,144	0,172	0,199	0,225	0,250	0,275	0,299	0,322	0,344	0,365	0,384	0,402
5,2	0,131	0,156	0,180	0,204	0,227	0,249	0,270	0,291	0,311	0,330	0,347	0,363
5,4	0,119	0,142	0,164	0,185	0,205	0,225	0,244	0,263	0,281	0,299	0,314	0,328
5,6	0,108	0,128	0,148	0,167	0,185	0,203	0,221	0,238	0,254	0,270	0,284	0,296
5,8	0,097	0,116	0,134	0,151	0,167	0,184	0,200	0,215	0,230	0,244	0,256	0,268
6,0	0,088	0,105	0,122	0,138	0,153	0,167	0,181	0,195	0,208	0,221	0,232	0,242
6,5	0,068	0,081	0,094	0,106	0,118	0,129	0,140	0,151	0,161	0,170	0,178	0,187
7,0	0,052	0,062	0,073	0,083	0,092	0,101	0,109	0,117	0,125	0,131	0,138	0,144
7,5	0,040	0,048	0,056	0,064	0,071	0,078	0,084	0,090	0,096	0,101	0,106	0,111
8,0	0,031	0,037	0,043	0,049	0,054	0,060	0,065	0,070	0,074	0,078	0,082	0,086
8,5	0,024	0,028	0,033	0,038	0,042	0,046	0,050	0,054	0,057	0,060	0,063	0,066
9,0	0,018	0,021	0,025	0,029	0,032	0,035	0,038	0,041	0,044	0,047	0,049	0,051
9,5	0,014	0,016	0,019	0,022	0,024	0,027	0,029	0,032	0,034	0,036	0,038	0,040
10,0	0,011	0,013	0,015	0,017	0,019	0,021	0,023	0,025	0,026	0,028	0,029	0,031

Um den Winkel V aus unmittelbarer Beobachtung zu finden, schlägt Bravais folgenden Gang vor. Man bringe hinter dem Barometer eine senkrechte, durch Horizontalstriche eingetheilte weisse Tafel an und befestige am Nonius einen dunklen Schirm, der sich gleichfalls hinter dem Barometer befindet. Beobachtet man nun den Theilstrich p, welcher mit der Basis des Meniscus in gleicher Horizontale ist, und hält hierauf das Auge etwas unter der Basis, wodurch man sie im Theilstrich P erblickt, so bekommt man den Winkel h, welchen die letztere Sehlinie mit der Horizontalen bildet, aus

$$\tang h = \frac{P-p}{f+U},$$

worin f den Abstand der weissen Tafel von der Axe der Barometerröhre, δU ihren Radius bezeichnet. Bei gleicher Stellung des Auges bewege man ferner den dunklen Schirm so weit in die Höhe, bis er die dem Beobachter zugewandte Beleuchtung der Quecksilberkuppe vollständig aufhebt; liegt hierbei die obere Kante des Schirms mit dem Theilstrich S der Tafel in gleicher Höhe und steht der Schirm um f' von der Röhrenaxe ab, so bildet der letzte Strahl von der Tafel aus, der über den Schirm hinweg von der Basis des Meniscus ins Auge gelangt, mit der Horizontalen einen Winkel H, der durch

$$\tang H = \frac{S-p}{f'+U}$$

bestimmt wird. Aus beiden Daten folgt $V = \frac{H+h}{2}$.

Statt die Veränderlichkeit des Neigungswinkels V zu einem Argumente der Tafel der Depression der Barometersäule zu machen, kann man mit gleichem Rechte die Höhe des Meniscus dafür einsetzen, die sich mit Berücksichtigung der Irradiation ebenfalls leicht messen lässt. Die nachstehende, so construirte Tafel hat Delcros (Mém. de l'Acad. de Bruxelles T. XIV.) nach Schleiermacher's Formeln geliefert, und sie stimmt nach Bravais mit der seinigen vollkommen überein.

Capillardepression der Barometersäule in Millimetern.

Durchmesser der Röhre.	Höhe des Meniscus in Millimetern.								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1^{mm},0	1,268	2,460	3,516	4,396	5,085				
1,2	0,876	1,715	2,484	3,162	3,728	4,190			
1,4	0,638	1,256	1,836	2,363	2,825	3,218	3,542		
1,6	0,484	0,955	1,404	1,820	2,196	2,528	2,812	3,050	
1,8	0,378	0,747	1,103	1,437	1,746	2,024	2,270	2,483	2,662
2,0	0,302	0,598	0,885	1,158	1,413	1,648	1,859	2,046	2,209
2,2	0,245	0,487	0,723	0,948	1,161	1,360	1,541	1,705	1,851
2,4	0,203	0,403	0,599	0,787	0,966	1,135	1,292	1,436	1,565
2,6	0,170	0,337	0,502	0,661	0,813	0,958	1,093	1,218	1,332
2,8	0,143	0,285	0,425	0,560	0,691	0,815	0,932	1,041	1,142
3,0	0,122	0,243	0,362	0,478	0,591	0,698	0,800	0,896	0,985
3,2	0,105	0,209	0,312	0,412	0,509	0,602	0,691	0,776	0,855
3,4	0,091	0,181	0,269	0,356	0,441	0,523	0,601	0,675	0,745
3,6	0,079	0,157	0,234	0,310	0,384	0,455	0,524	0,590	0,652
3,8	0,069	0,137	0,205	0,271	0,336	0,399	0,459	0,517	0,572
4,0	0,060	0,120	0,180	0,238	0,295	0,350	0,404	0,455	0,504
4,2	0,053	0,106	0,158	0,210	0,260	0,309	0,356	0,402	0,446
4,4	0,047	0,094	0,140	0,185	0,230	0,273	0,315	0,356	0,395
4,6	0,042	0,083	0,124	0,164	0,204	0,242	0,280	0,316	0,351
4,8	0,037	0,074	0,110	0,146	0,181	0,215	0,249	0,281	0,312
5,0	0,033	0,065	0,098	0,130	0,161	0,192	0,221	0,250	0,278
5,2	0,029	0,058	0,087	0,116	0,144	0,171	0,198	0,224	0,248
5,4	0,026	0,052	0,078	0,103	0,128	0,153	0,177	0,200	0,222
5,6	0,023	0,047	0,070	0,092	0,115	0,137	0,158	0,179	0,199
5,8	0,021	0,042	0,062	0,083	0,103	0,122	0,142	0,160	0,178
6,0	0,019	0,037	0,056	0,074	0,092	0,110	0,127	0,144	0,160
6,2	0,017	0,034	0,050	0,067	0,083	0,099	0,114	0,129	0,144
6,4	0,015	0,030	0,045	0,060	0,074	0,089	0,103	0,116	0,130
6,6	0,014	0,027	0,041	0,054	0,067	0,080	0,093	0,105	0,117
6,8	0,012	0,024	0,037	0,049	0,061	0,072	0,084	0,095	0,105
7,0	0,011	0,022	0,033	0,044	0,055	0,065	0,075	0,085	0,095

Durchmesser der Röhre.	Höhe des Meniscus in Millimetern.								
	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
2^{mm},0	2,348								
2,2	1,978	2,087							
2,4	1,680	1,780	1,866						
2,6	1,436	1,528	1,608	1,676					
2,8	1,235	1,318	1,392	1,456	1,511				
3,0	1,068	1,143	1,210	1,270	1,322	1,368			
3,2	0,928	0,995	1,057	1,112	1,161	1,203	1,238		
3,4	0,810	0,871	0,926	0,976	1,021	1,061	1,095		
3,6	0,710	0,764	0,814	0,860	0,901	0,938	0,970		
3,8	0,624	0,673	0,718	0,760	0,797	0,831	0,861	0,887	
4,0	0,551	0,594	0,635	0,673	0,707	0,738	0,766	0,790	
4,2	0,487	0,526	0,563	0,597	0,628	0,657	0,682	0,705	
4,4	0,432	0,467	0,500	0,531	0,559	0,585	0,609	0,630	
4,6	0,384	0,416	0,445	0,437	0,499	0,522	0,544	0,563	

Durchmesser der Röhre.	Höhe des Meniscus in Millimetern.								
	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
4mm,8	0,342	0,370	0,397	0,422	0,445	0,467	0,486	0,504	
5,0	0,305	0,330	0,354	0,377	0,398	0,418	0,436	0,452	
5,2	0,272	0,295	0,317	0,337	0,356	0,374	0,390	0,405	0,418
5,4	0,244	0,264	0,284	0,302	0,319	0,336	0,350	0,364	0,376
5,6	0,218	0,237	0,255	0,271	0,287	0,301	0,315	0,327	0,338
5,8	0,196	0,213	0,228	0,243	0,257	0,271	0,283	0,294	0,304
6,0	0,176	0,191	0,205	0,219	0,231	0,243	0,254	0,264	0,273
6,2	0,158	0,172	0,185	0,197	0,208	0,219	0,229	0,238	0,246
6,4	0,142	0,154	0,166	0,177	0,187	0,197	0,206	0,214	0,221
6,6	0,128	0,139	0,150	0,160	0,169	0,178	0,186	0,193	0,200
6,8	0,116	0,126	0,135	0,144	0,153	0,160	0,168	0,174	0,180
7,0	0,105	0,114	0,122	0,130	0,138	0,145	0,152	0,158	0,163

Ueber das capillare Aufsteigen mehrerer Flüssigkeiten in engeren Röhren liegen von J. F. Artur in seiner Schrift: Théorie élémentaire de la Capillarité, Paris 1842, zahlreiche Versuche vor, die auf einige bisher nicht in Betracht gezogene Punkte aufmerksam machen. Uebergeht man nämlich die in der Schrift enthaltenen theoretischen Ansichten, die für das ganze Gebiet doch nicht ausreichen möchten, und berücksichtigt nur den auch sonst angenommenen Satz, dass in engeren Röhren die gehobene Höhe der Flüssigkeit $h = \frac{C}{r} - \frac{1}{3}r$ ist, worin C eine für jede Flüssigkeit besonders zu bestimmende Constante bezeichnet, so folgert Artur aus seinen Versuchen, dass man von dem Gewichte der gehobenen Säule denjenigen Cylinder abziehen müsse, der die Röhrenwand benetzend durch die vom Glase ausgehenden Kräfte gehalten werde und erst selbst wieder die übrige Säule trage. In der That benetzt die Flüssigkeit die ganze Röhre und bekleidet sie mit einer Schicht von einer gewissen Dicke; die übrige Flüssigkeit dagegen steigt auf, gehoben von dieser Schicht und erreicht eine solche Höhe, dass ihre Schwere mit der von der Schicht ausgehenden Attractionskraft im Gleichgewichte steht. Setzt man die Dicke dieser Schicht $= e$, so ändert sich die obige Gleichung in: $h = \frac{C}{r - e} - \frac{1}{3}(r - e)$ und für eine zweite Röhre ist $h' = \frac{C}{r' - e} - \frac{1}{3}(r' - e)$, wonach man mit hinreichender Genauigkeit

$$e = \frac{(3h + r)r - (3h' + r')r'}{3h + 2r - 3h' - 2r'}$$

erhält. Zu den Versuchen dienten 8 Röhren, deren Durchmesser, in Millimetern gemessen, folgende Werthe hatten: No. I. 1,718, No. II. 1,468, No. III. 1,443, No. IV. 1,431, No. V. 1,429, No. VI. 1,416, No. VII. 0,387, No. VIII. 0,383. Nimmt man die in den beiden letzten Röhren gemessenen Capillarhöhen als *h* an, und die in den 6 ersteren nach und nach als *h'*, so ergeben sich die Berechnungen von *e* in den nachstehenden Tafeln.

1. Destillirtes Wasser. Mittel aus 4 Reihen. Temp. $9\frac{1}{2}$—$10\frac{1}{4}$° C.

Röhre.	*h*	*e* berechnet	
		aus VII.	aus VIII.
I.	7mm,225	0mm,048	0mm,049
II.	8,887	0,037	0,039
III.	9,250	0,028	0,029
IV.	9,331	0,028	0,030
V.	9,350	0,028	0,029
VI.	9,500	0,026	0,027
VII.	38,300	—	—
VIII.	38,637	—	—

Mittel *e* = 0mm,033.

2. Absoluter Alkohol. Mittel aus 2 Reihen. Temp. $15\frac{1}{2}$—18° C.

Röhre.	*h*	*e* berechnet	
		aus VII	aus VIII.
I.	2mm,550	0mm,037	0mm,030
II.	3,000	0,060	0,053
III.	3,200	0,043	0,036
IV.	3,050	0,066	0,060
V.	3,200	0,049	0,042
VI.	3,300	0,041	0,034
VII.	14,600	—	—
VIII.	15,000	—	—

Mittel *e* = 0mm,046.

3. Reiner Schwefeläther. Mittel aus 2 Reihen. Temp. $12\frac{1}{2}$—1

Röhre.	h	e berechnet	
		aus VII.	aus VIII.
I.	2^{mm},200	0^{mm},033	0^{mm},032
II.	2,675	0,046	0,045
III.	2,750	0,045	0,044
IV.	2,775	0,045	0,045
V.	2,737	0,052	0,051
VI.	2,812	0,046	0,045
VII.	13,000	—	—
VIII.	13,175	—	—

Mittel $e = 0^{mm}$,044.

4. Reines Terpentinöl. Mittel aus 2 Reihen. Temp. $15\frac{1}{4}$—1

Röhre.	h	e berechnet	
		aus VII.	aus VIII.
I.	2^{mm},750	0^{mm},040	0^{mm},040
II.	3,450	0,038	0,035
III.	3,550	0,036	0,033
IV.	3,550	0,040	0,037
V.	3,600	0,035	0,032
VI.	3,875	0,008	0,004
VII.	15,887	—	—
VIII.	16,175	—	—

Mittel $e = 0^{mm}$,032.

5. Concentrirte Ammoniak-Flüssigkeit. Mittel aus 2 Re
Temp. $21\frac{1}{3}$ – $22\frac{3}{4}$° C.

Röhre.	h	e berechnet	
		aus VII.	aus VIII.
I.	6^{mm},462	0^{mm},056	0^{mm},052
II.	8,037	0,043	0,038
III.	8,125	0,047	0,042
IV.	8,287	0,043	0,037
V.	8,137	0,051	0,046
VI.	8,375	0,043	0,038
VII.	34,775	—	—
VIII.	35,575	—	—

Mittel $e = 0^{mm}$,045.

befindliche Flüssigkeit nicht ganz oder höchstens bis zur Temperatur ihrer Siedhitze gelangt, weil sie wegen der aufgehobenen Cohäsion mit der weniger oder mehr erhitzten Gefässwand nur so viele Wärme empfängt, als zu ihrem langsameren oder schnelleren Verdampfen erforderlich ist. Denn benetzt, wie es der Versuch lehrt, der Tropfen die erhitzte Oberfläche nicht mehr, so muss einestheils die Mittheilung der Wärme vermindert werden, anderntheils kann die Verdampfung, wie gross auch diese Mittheilung noch sein mag, nur an der Oberfläche des Tropfens erfolgen, da nach Magnus sich jede Flüssigkeit leichter in Berührung mit Luft oder mit Metall als in ihrem Innern selbst in Dampf verwandelt; es wird also hier, wo die Berührung mit Metall fehlt, selbst das Kochen, sollte anders die Flüssigkeit bis zur Siedhitze gelangen, nur an der Oberfläche entstehen, sich demnach der Beobachtung entziehen, oder sich nur in der Formveränderung des Tropfens wahrnehmen lassen. — Bemerkenswerth möchten die Versuche von Boutigny sein (Ann. de chim. et de phys. Ser. III. T. IX. p. 350), nach welchen die Gefässe gar keine so bedeutende Temperatur zu erlangen brauchen, um das Phänomen zu veranlassen; bei Wasser tritt es ein bei einer Temperatur noch unter 200° C., mit Alkohol bis 134°, mit Aether bis 61°, mit schwefliger Säure unter 100°. Eine interessante Erscheinung bietet überhaupt die schweflige Säure dar, denn da sich ihre Temperatur in einem glühenden Gefässe etwa auf —10°,5 hält, so geht Wasser, welches man ihr beimischt, in Eis über und man sieht demzufolge Eis in einem weiss glühenden Platintiegel. — Mit Schwefeläther lässt sich das Phänomen auch auf Flüssigkeiten hervorbringen, auf Wasser, Quecksilber, Brennöl, rauchende Salpetersäure, wenn man sie bis auf 54° C. erwärmt (Compt. rend. XIX. p. 581).

Diffusion der Flüssigkeiten.

Aus seiner Dissertation (De diffusione humorum per septa mortua et viva, Berlin 1841) theilt E. Brücke in Pogg. Ann. LVIII. p. 77 denjenigen Abschnitt mit, welcher vorzugsweise in das Gebiet der Physik gehört. Er sieht aus den bisherigen

Versuchen folgende Sätze, die zur Vervollständigung des bereits in Bd. I. des Repertoriums Mitgetheilten dienen können. 1) Zwei verschiedene Flüssigkeiten, die mit einander mischbar sind, gleichen, wenn sie durch eine für beide oder durch eine von ihnen durchdringliche Scheidewand getrennt sind, ihre chemischen Differenzen nach und nach aus. 2) Hierbei vermehrt gewöhnlich die eine Flüssigkeit ihr Volum auf Kosten der andern, indem in gleichen Zeiträumen von beiden Seiten ungleiche Volume durch die Scheidewand gehen. 3) Besteht die Scheidewand aus einer thierischen Membran z. B. einem Stück Harnblase, und befindet sich auf der einen Seite Wasser, auf der andern Alkohol, so geht der stärkere Strom vom Wasser aus; besteht dagegen bei denselben Flüssigkeiten die Scheidewand aus einer Cautschuklamelle, so geht der stärkere Strom vom Alkohol aus. 4) Ist auf der einen Seite der Scheidewand eine wässerige Lösung irgend eines Alkalis oder Salzes, von Zucker, arabischem Gummi oder Eiweiss, auf der andern eine verdünntere wässrige Lösung derselben Substanz oder auch reines Wasser, so nimmt immer die concentrirtere Lösung an Volum zu, an specifischem Gewicht ab, die verdünntere oder das Wasser an specifischem Gewicht zu, an Volum aber ab, woraus auch die Scheidewand bestehen möge. 5) Wenn man zwei wässrige Lösungen von zwei verschiedenen der genannten Substanzen, die gleiches specifisches Gewicht haben, durch eine poröse Scheidewand trennt, so nimmt bisweilen während der Diffusion die eine eine Zeit lang an specifischem Gewichte zu, die andere ab. 6) Trennt man die wässerige Lösung einer Säure durch Blase oder eine poröse Thonwand von Wasser, so findet, wenn die Lösung einen gewissen, bei niedrigen Temperaturen stets höheren Concentrationsgrad nicht überschreitet, eine Volumzunahme auf Seiten des Wassers statt; was aber niemals beobachtet werden soll, wenn man eine vegetabilische Membran als Scheidewand anwendet. 7) Erhöhung der Temperatur beschleunigt im Allgemeinen die Diffusion und die damit verbundenen Erscheinungen; die Versuche hierüber gehen jedoch nicht über $+25^{\circ}$C. hinaus.

Zur Erklärung dieser Sätze sollen nach Brücke bei der Diffusion zweier mit einander mischbarer Flüssigkeiten folgende Umstände zu berücksichtigen sein. Wenn zunächst jede der beiden Flüssigkeiten durch die capillaren Poren der Scheidewand

hindurchgehen kann, so wird doch immer die eine die Poren leichter benetzen als die andere; hierdurch bilden sich in dem Kanal zwei Schichten, eine Wandschicht, die allein von der ersteren, und eine mittlere Schicht, die von beiden sich mischenden Flüssigkeiten eingenommen wird. In der mittleren Schicht erfolgt bei gleicher Anziehung von beiden Seiten die Diffusion mit gleicher Schnelligkeit, in der Wandschicht schreitet aber nur die sie benetzende Flüssigkeit vor und so gelangt von ihr ein grösseres Volum auf die andere Seite. (Hierbei möchte indess übersehen sein, dass die Wandschicht auf eine der beiden Flüssigkeiten wieder eine grössere capillare Anziehung ausüben und dadurch ihren Durchgang durch den Kanal beschleunigen könnte.) Wenn dagegen die eine der beiden Flüssigkeiten fast nur allein durch die Scheidewand dringt, so kann auch diese bei der Diffusion fast nur allein hindurchgehen; so quillt z. B. thierische Blase kaum auf merkliche Weise in Alkohol, aber sehr leicht im Wasser auf, und das Entgegengesetzte findet bei einer Cautschuklamelle statt. Bei wässerigen Lösungen von ungleicher Concentration nimmt Brücke an, dass die concentrirtere Lösung der anderen Wasser entzieht und dagegen etwas von der aufgelösten Substanz abgiebt, dass also eine eigentliche Diffusion beider Flüssigkeiten in einander ausgeschlossen bleibe; er hat hierzu einen Fall beobachtet, der ein Ineinanderströmen nicht zulässt. Senkte er einen mit Blase unten unterbundenen und mit einer starken Lösung von drittel-essigsaurem Bleioxyd gefüllten Cylinder, nachdem schon die Flüssigkeit durch die Blase gedrungen war, in eine Lösung von doppelt-chromsaurem Kali (eine concentrirte kaustische Lösung mit einem Dritttheil Wasser verdünnt), so entstand nur ein Niederschlag in der Substanz der Blase, aber beide Flüssigkeiten selbst blieben vollkommen klar; fügte er auf der einen Seite eine Zuckerauflösung hinzu, so trat Wasser auf diese Seite über zum Zeichen, dass die Blase noch durchdringlich war; ebenso fand eine Diffusion statt, wenn er den Cylinder in reines Wasser senkte. Zur Erklärung des sechsten und siebenten Satzes bieten sich noch keine sicheren Ausgangspunkte dar, und hier möchten neue, umfangreiche Versuche am meisten verlangt werden.

Barometer.

Delcros (Pogg. Ann. LX. p. 374 aus Bulletin de la Société géologique de France T. XII. p. 446) hat zwei Arten von Gefässbarometern beschrieben und von Ernst ausführen lassen, die in ihrer Construction einiges Eigenthümliche besitzen. Das erstere ist dem Fortinschen Barometer ziemlich ähnlich, indem das untere Niveau ebenfalls durch Auf- oder Niederschrauben des in einem Ledersacke befindlichen Quecksilbers auf den Nullpunkt der Scala eingestellt und dazu die Berührung desselben mit einer Elfenbeinspitze beobachtet wird; es unterscheidet sich aber dadurch, dass man sowohl die Barometerröhre als auch den unteren Glascylinder leicht herausnehmen kann. Das zweite Gefässbarometer besitzt eine unten zusammengezogene Röhre und ein nur so weites gläsernes Gefäss, dass die Capillardepression des Quecksilbers in ihm der Depression in der Röhre ziemlich gleich ist; nur wo die Beobachtungen eine besondere Schärfe erreichen sollen, müssen beide gesondert in Anrechnung gebracht werden. —

Zu Höhenmessungen empfiehlt Kopp (Pogg. Ann. LVI. p. 513) die von ihm construirten abgekürzten Barometer, unter denen er das nachfolgende für das zweckmässigste erachtet. Eine gläserne Röhre A von 11—12 Zoll Länge und $\frac{1}{2}$—$\frac{3}{4}$ Zoll Durchmesser wird oben mit einem Deckel luftdicht verschlossen, durch welchen eine engere an beiden Seiten offene Röhre C hindurchgeht; ihr oberes Ende ragt nur wenig über den Deckel hinaus, ihr unteres, in eine Spitze zusammengezogen, steht ungefähr 1 Zoll von dem unteren Ende der sie umschliessenden Röhre A ab. In einer zweiten cylindrischen Röhre B, die etwa ebenso weit aber nur halb so lang ist als A, lässt sich ein Korkstempel mittelst einer Stange quecksilberdicht auf und nieder bewegen. Diese beiden Röhren sind an den unteren Enden durch einen kleinen gekrümmten Kanal verbunden, sonst luftdicht verschlossen. Füllt man nun die Röhre B mit Quecksilber an und drückt den Stempel langsam hinunter, so geht dieses durch den Kanal nach A, verschliesst die Steigröhre C und sperrt damit ein bestimmtes Volum Luft $= V$ ab; je weiter man den Stempel niederdrückt, um desto mehr wird diese Luft comprimirt und um desto höher steigt das Quecksilber in die Steigröhre auf. Bis

wohin man aber die Luft zu einem Volum v zusammendrücken darf, ehe auch bei dem höchsten Barometerstande das Quecksilber das obere Ende der Steigröhre erreicht, ist im Innern von A eine nach unten gekehrte Platinspitze befestigt. Steht dieselbe nun m Linien unter dem Nullpunkt der auf C befindlichen Scala und beobachtet man bei einem bekannten Barometerstande H die in der Steigröhre erhobene Höhe des Quecksilbers h, sobald die Spitze berührt wird, so verhält sich $V : v = H + h + m : H$ und man erhält $\frac{v}{V - v} = \frac{H}{h + m} = M$. Mittelst dieser Grösse giebt dann jede andere Beobachtung, in der das Quecksilber in C die Höhe h' erreicht, den unbekannten Barometerstand $H' = M(h' + m)$. Zur Sicherstellung gegen zufällige Veränderungen des Instrumentes kann man auch zwei Spitzen in A anbringen und doppelte Beobachtungen anstellen. Nach **Kopp's** Angaben würde das Instrument den Barometerstand bis auf $1\frac{1}{2}$ Linie genau angeben, und sich deshalb des leichteren Transportes wegen zu Höhenmessungen in vielen Fällen empfehlen.

Specifisches Gewicht.

A. Bestimmung des specif. Gewichts von Dämpfen nach den Angaben der Beobachtung.

Band XLI. p. 449 seiner Annalen hat **Poggendorf** eine Anleitung und Tafeln gegeben, um aus den Daten der Beobachtung das specifische Gewicht der Dämpfe, vornehmlich der organischen Substanzen, leichter zu berechnen. Die Operationen bei der Beobachtung sind in der Regel folgende. Man wägt einen offenen Glasballon bei einem Barometerstande b und einer Temperatur t; füllt ihn bei einer Temperatur t' und einem Barometerstande b' mit der Gasart und schmilzt ihn zu; abgekühlt wägt man ihn wieder bei b'' und t'' und erhält eine Gewichtszunahme von P Grammen: darauf öffnet man ihn bei b''' und t''' über Wasser oder Quecksilber, lässt die Flüssigkeit eintreten, soweit es die noch im Ballon zurückgebliebene Luft gestattet, und bestimmt das Gewicht der Flüssigkeit; zuletzt füllt man den

Ballon ganz mit der Flüssigkeit und bestimmt das Gewicht von Neuem. Nimmt man an, dass sich der Barometerstand während der ganzen Zeit wenig geändert habe und $= b$ geblieben sei, dass auch $t = t'' = t'''$ gesetzt werden dürfe, denn ein kleines Schwanken in diesen Grössen wird nur eine unbedeutende Correktion herbeiführen, so sei V das Volum des Ballons in Kubikcentimetern bei t C, v das Volum der zurückgebliebenen Luft bei gleicher Temperatur, ein Kubikcentimeter Luft wiege bei b und t s Grammen, von der Gasart dagegen σ Grammen, ausserdem seien α und δ die Ausdehnungscoëfficienten von Luft (Dampf) und Glas; so wog zunächst die anfänglich im Ballon enthaltene Luft Vs; später bei t' hatte der Ballon eine Capacität $= V\frac{1+\delta t'}{1+\delta t}$, davon nahm die noch zurückgebliebene Luft einen Raum $v\frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t}$ ein und der Dampf erfüllte einen Raum $W = V\frac{1+\delta t'}{1+\delta t} - v\frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t}$; bei der Temperatur t geht dieses Volum auf $W\frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}$ zurück und wiegt $W\frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}\sigma$; da nun überdies die noch vorhandene Luft vs wiegt, so erhält man:

$$W\frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}\sigma + vs = Vs + P,$$

und hieraus das specifische Gewicht des Dampfes

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{V - v + \frac{P}{s}}{V\left(\frac{1+\delta t'}{1+\delta t}\right)\left(\frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}\right) - v} = \frac{1 + \frac{P}{(V-v)s}}{1 - \frac{V}{V-v}\left(1 - \frac{(1+\delta t')(1+\alpha t)}{(1+\delta t)(1+\alpha t')}\right)}$$

oder

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{1 + \frac{P}{(V-v)s}}{1 - \frac{V}{V-v} \cdot \frac{(\alpha-\delta)(t'-t)}{1+\alpha t'}},$$

in sofern man bei $1+\alpha t'$ den unbedeutend von 1 abweichenden Faktor $1+\delta t$ vernachlässigt. Nach den Bestimmungen von Magnus und Regnault ist $\alpha = 0{,}003665$ und δ kann im Mittelwerthe $= 0{,}000025$ gesetzt werden; mittelst dieser Zahlen geht die vorstehende Gleichung über in:

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{1 + \frac{P}{(V-v)s}}{1 - \frac{V}{V-v} \cdot \frac{t'-t}{274{,}7 + 1{,}007\,t'}}.$$

Wurden V und v durch das Gewicht des diese Räume ausfüllenden Wassers bestimmt, nämlich V durch R und $V-v$ durch Q Grammen, so sei q das relative specifische Gewicht des Wassers gegen Luft, beide bei einer Temperatur t genommen, dann ist $V = \frac{R}{qs}$ und $V-v = \frac{Q}{qs}$, also auch

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{1+\frac{Pq}{Q}}{1-\frac{R}{Q}\cdot\frac{t'-t}{274{,}7+1{,}007t'}}.$$

Die Grösse q erhält man aus der Gleichung $q = c\frac{1+\alpha t}{1+f(t)}\cdot\frac{760}{b}-1$, worin c das absolute specifische Gewicht bei 0° gegen Luft bei 0° und $0^{m}{,}760$ Barometerstand, $f(t)$ die Volumenveränderung des Wassers bei t gegen 0° ausdrückt. Zur Erleichterung der Rechnung entlehnen wir von Poggendorf die Tafeln für $\frac{1}{s}$ und q, in denen c aus Biot's Angabe und $f(t)$ aus den letzten Versuchen von Hallström (Pogg. Ann. XXXIV. p. 220) entnommen ist.

I. Gewicht eines Kubikcentimeters Luft in Grammen = s.

t C	$\log\frac{1}{s}$ $b=760^{mm}$	Diff.	t C.	$\log\frac{1}{s}$ $b=760^{mm}$	Diff.	t C.	$\log\frac{1}{s}$ $b=760^{mm}$	Diff.
0	2,88637		10	2,90193	153	20	2,91697	148
1	2,88795	158	11	2,90346	153	21	2,91844	147
2	2,88953	158	12	2,90498	152	22	2,91991	147
3	2,89110	157	13	2,90650	152	23	2,92137	146
4	2,89266	156	14	2,90801	151	24	2,92283	146
5	2,89422	156	15	2,90952	151	25	2,92429	146
6	2,89577	155	16	2,91102	150	26	2,92574	145
7	2,89732	155	17	2,91251	149	27	2,92719	145
8	2,89886	154	18	2,91400	149	28	2,92863	144
9	2,90040	154	19	2,91549	149	29	2,93006	143

II. Wassergewicht, dividirt durch Luftgewicht, $= q$.

t C.	log q	Diff.	t C.	log q	Diff.	t C.	log q	Diff.
0	2,88576		10	2,90128	150	20	2,91570	140
1	2,88736	160	11	2,90277	149	21	2,91708	138
2	2,88896	160	12	2,90425	148	22	2,91846	138
3	2,89054	158	13	2,90571	146	23	2,91983	137
4	2,89211	157	14	2,90717	146	24	2,92119	136
5	2,89366	155	15	2,90862	145	25	2,92253	134
6	2,89521	155	16	2,91006	144	26	2,92387	134
7	2,89675	154	17	2,91149	143	27	2,92520	133
8	2,89827	152	18	2,91290	141	28	2,92653	133
9	2,89978	151	19	2,91430	140	29	2,92785	132

III. Berichtigung zu II. und III. wegen b.

Millimet.	über 760mm subtractio, unter 760mm additio	Millimet.	über 760mm subtractio, unter 760mm additio.	Millimet.	über 760mm subtractio, unter 760mm additio
1	0,00057	4	0,00228	7	0,00399
2	0,00114	5	0,00285	8	0,00456
3	0,00171	6	0,00342	9	0,00513

B. Bestimmung des specifischen Gewichts poröser und fasriger Substanzen.

Das specifische Gewicht poröser und fasriger Substanzen kann man entweder so bestimmen, dass die poröse oder fasrige Struktur als zum Wesen dieser Körper gehörig bei Feststellung des Volums eingeschlossen wird, oder dass man das Volum sucht, welches der Stoff für sich allein einnimmt, also mit Ausschluss der Poren, die er nicht ausfüllt. Der erstere Werth des specifischen Gewichts kommt bei der praktischen Verwendung der Körper in Anschlag, der andere dürfte zur näheren Kenntniss des Stoffes selbst Interesse besitzen. Zu diesem Behufe hat Kopp (Ann. de chim. et de phys. Ser. III. T VI. p. 380) einen Volummesser construirt. Die beiden gläsernen, durch den Kanal p verbundenen Cylinder A und B (Fig. 2) sind in ihrem unteren Theile mit Quecksilber angefüllt; durch den Deckel E geht eine oben und unten offene, mit einer Scala versehene Röhre fe, desgleichen eine offene Röhre b, welche mit dem Behälter C in Verbindung steht; dieser Behälter kann durch die Platte m luftdicht geschlossen werden, indem man die elastische Scheibe n mittelst der Schraube o darauf drückt. Bewegt man den Stempel

D nach unten, so sperrt das in B übergehende Quecksilber mit seinem Eintritt in fc einen mit Luft erfüllten Raum x in B und C ab, der sich auf y zusammenzieht, wenn bei fortgesetztem Niederdrücken des Stempels das Quecksilber die Platinspitze a erreicht. Es sei bei diesem Stande β die Angabe des Barometers und $\frac{1}{n}\beta$ die Höhe des Quecksilbers in fc, so ist $\frac{y}{x-y}\beta = \frac{1}{n}\beta$ oder $y = \frac{x}{n+1}$. Hiernach mache man zwei Versuche; zuerst lege man in C einen dichten Körper von einem bekannten Volum z, und comprimire die Luft bis a, wo das Quecksilber in fc eine Höhe $= h\beta$ erreiche, so erhält man $\frac{\frac{x}{n+1}}{x-z-\frac{x}{n+1}}\beta = h\beta$ oder $x = \frac{(n+1)h}{hn-1}z$; zweitens lege man in C die zu untersuchende Substanz mit dem unbekannten Volum z_1, und bringe die gleiche Compression der Luft hervor, wobei die Höhe in $fc = h_1\beta$ werde, so ist weder $x = \frac{(n+1)h_1}{h_1 n-1}z_1$. Die Gleichstellung der beiden Werthe von x giebt z_1 durch z, also das Volum z_1 und daraus nach dem bekannten absoluten Gewicht der Substanz ihr specifisches Gewicht. Kopp hat mit diesem Instrumente die nachstehenden Versuche gemacht, bei welchen die Holzarten zuvor fein geraspelt und bei 100° C. getrocknet worden waren.

Substanz.	Spec. Gew.	Substanz.	Spec. Gew.
Bimstein	2,15	Lindenholz	1,13
Buchenasche	2,85	Tannenholz	1,16
Weizenmehl	1,49	Nussbaumholz	1,17
Stärke	1,56	Apfelbaumholz	1,20
Leinen	1,45	Pflaumenbaumholz	1,23
Seide	1,56	Birnbaumholz	1,23
Baumwolle	1,27	Eichenholz	1,27
Wolle	1,29	Buchenholz	1,29
Kork	0,33		

C. Berechnung des specifischen Gewichts der Gasarten.

Die Beobachtung Mitscherlich's, dass das specifische Gewicht der Gasarten unmittelbar aus ihrer chemischen Zusammen-

setzung folge, indem sich die Bestandtheile in ihrer Verbindung nach einfachen Verhältnissen zusammenziehen oder in einzelnen Fällen auch ausdehnen, ist seit der Zeit durch viele neue Versuche bestätigt und erweitert worden. Wie man aus der folgenden Tafel sieht, geschieht die Verdichtung in der Regel nach gleichen Gesetzen, jedoch unter der schon von **Berzelius** angegebenen Bedingung, dass die einfachen Stoffe (Schwefel, Phosphor, Arsenik, Quecksilber), deren Volum in Gasform ihrem Atomgewichte nicht entspricht, mit ihrem theoretischen Werthe beibehalten werden. Die wenigen Ausnahmen, die noch übrig bleiben, werden vielleicht späterhin entweder ihre richtige Erklärung finden, oder als Ausnahmen sich charakteristischer hervorstellen; denn für jetzt, wo die chemische Zusammensetzung der organischen Substanzen noch verschiedene Ansichten zulässt, kann die Zusammenstellung der bisherigen Resultate ohnedies nur als ein blosser Versuch zur Lösung der Aufgabe betrachtet werden. — In der nachstehenden Tabelle enthält die erste Rubrik die Namen der Gase; die zweite ihre chemischen Formeln, wie sie namentlich in physikalischer Hinsicht als die passendsten erschienen, und wobei diejenigen, in welchen Substitutionen eines Bestandtheils für einen andern vorkommen, durch ein vorgesetztes * bezeichnet sind. Unter der Rubrik Verdichtung findet man zuerst die Volume, die sich aus der chemischen Formel ergeben, darauf hinter dem : die Anzahl der Volume, in welche sie in ihrer Verbindung übergehen; erfolgt dieser Uebergang nicht nach den sonst durchgehenden Regeln, so deutet ein vorgesetztes * die Ausnahme an; findet dagegen ein Verdichtungsgrad statt, der nur wieder auf einem besonderen Gesetze beruht, so ist durch ein zweites : diese neue Volumzahl hervorgehoben worden. So oft indess der Bestandtheil in andere Verbindungen eintritt, so gelten wieder die erste Volumzahl und das ihr entsprechende specifische Gewicht als diejenigen, mit welchen es in dieselben eintritt. Der leichteren Uebersicht wegen sind mehrere organische Substanzen, vornehmlich die verschiedenen Kohlenwasserstoffe, über deren Zusammensetzung zu 1 Atom man noch nicht einig ist, oder die isolirt stehend zum Nachweise eines durchgehenden Gesetzes doch nicht herbeigezogen werden können, ganz übergangen worden. — Was die Atomgewichte der Substanzen betrifft, so hat man die von **Berzelius**

ten beibehalten, nur nach Liebig und Redtenbacher
wicht der Kohle = 75,854 angenommen, welche Zahl
schen den Angaben von Berzelius und den neue-
hält; ausserdem ist das Atomgewicht des Bor
s auf $\frac{2}{3}$ und des Wismuths nach Regnault
womit sich auch später Berzelius überein-
t hat, auf $\frac{2}{3}$ gestellt. — Eine vollständige Tafel
Dämpfe bis zum Jahre 1840 findet man bei Pog-
(Ann. XLIX. p. 417), welche zu der folgenden Zu-
enstellung vornehmlich benutzt worden ist.

No.	Namen der Gase.	1 Atom.	Verdichtung.	Specifisches Gew. berechnet.	Specifisches Gew. beobachtet.	Beobachter.
1	Sauerstoff	O	1 : 1	—	1,1057	Dumas u. Boussingault.
2	Wasserstoff	H	1 : 1	0,0691	0,069	Dumas u. Boussingault.
3	Stickstoff	N	1 : 1	—	0,9720	Dumas u. Boussingault.
4	Wasser	H_2O	2+1 : 2	0,6220	0,6235	Gay-Lussac.
5	Phosphor	P	1 : 1 : ¼	4,3372	4,58	Mitscherlich.
					4,338	Dumas.
6	Schwefel	S	1 : 1 : ⅓	6,6729	6,90	Mitscherlich.
					6,551	Dumas.
7	Chlor	Cl	1 : 1	2,4472	2,47	Gay-Lussac u. Thénard.
8	Brom	Br	1 : 1	5,4153	5,54	Mitscherlich.
9	Jod	J	1 : 1	8,7322	8,716	Dumas.
10	Fluor	Fl	1 : 1	1,2925	—	
11	Kohlenstoff	C	1 : 1	0,8387	—	
12	Bor	B	1 : 1	1,5060	—	
13	Kiesel	Si	1 : 1	2,0442	—	
14	Schweflige Säure	SO_2	1+2 : 2	2,2178	2,247	Berzelius.
15	Schwefelsäure	SO_3	1+3 : 2	2,7707	3,01	Mitscherlich.
16	Chlorschwefelsäure	$^*SO_2Cl_2$	: 2	4,6650	4,665	Regnault.
17	Stickstoffoxydul	N_2O	2+1 : 2	1,5248	1,5204	Berzelius.
18	Stickstoffoxyd	N_2O_2	2+2 : 4	1,0388	1,0380	Berzelius.
19	Salpetersäure, salp.	N_2O_4	2+4 : 4	1,5917	1,715	Mitscherlich.
20	„ „	N_2O_5	2+5 : 2	3,7362	—	
21	„ „ , wasserh.	$N_2O_5+4H_2O$	2+8 : 10	1,2448	1,273	Bineau.
22	Chloroxyd	Cl_2O_4	2+4 : 4	2,3293	2,27	H. Davy.
23	Chlorige Säure	Cl_2O_3	*2+3 : 3	2,7372	2,646	Millon.
24	Kohlenoxyd	CO	1+1 : 2	0,9769	0,9678	Cruikshank.
25	Kohlensäure	CO_2	1+2 : 2	1,5297	1,5245	Berzelius u. Dulong.
26	Chlorkohlenoxyd	$^*COCl_2$	: 2	3,4241	—	
27	Schwefelwasserstoff	H_2S	2+1 : 2	1,1812	1,1912	Gay-Lussac u. Thénard.

28	Chlorwasserstoff	$H_2 Cl_2$	2+2 : 4	1,2581	1,2474	Biot u. Arago.
29	„ „ , wasserh.	$H_2 Cl_2 + 16 H_2 O$	4+32 : 36	0,6927	0,69	Bineau.
30	Bromwasserstoff	$H_2 Br_2$	2+2 : 4	2,7422	—	
31	„ „ , wasserh.	$H_2 Br_2 + 10 H_2 O$	4+20 : 24	0,9754	0,975	Bineau.
32	Jodwasserstoff	$H_2 J_2$	2+2 : 4	4,4006	4,346	Gay-Lussac.
33	„ „ , wasserh.	$H_2 J_2 + 11 H_2 O$	4+22 : 26	1,2033	1,20	Bineau.
34	Phosphorwasserstoff	$P_2 H_6$	2+6 : 4	1,1879	1,147	H. Rose.
35	Ammoniak	$N_2 H_6$	2+6 : 4	0,5896	0,5967	Biot u. Arago.
36	Cyan	CN	1+1 : 2 : 1	1,8107	1,8064	Gay-Lussac.
37	Cyanwasserstoff	$CN + H$	2+1 : 2	0,9399	0,9476	Gay-Lussac.
38	Ammoniak, chlorwasserstoffsaures	$N_2 H_6 + H_2 Cl_2$	4+4 : 8	0,9238	0,89	Bineau.
39	„ , cyanwasserstoffsaures	$N_2 H_6 + 2 CNH$	4+4 : 8	0,7647	0,8021	Bineau.
40	„ , kohlensaures neutr.	$N_2 H_6 + CO_2$.	*4+2 : 6	0,9014	0,8992	H. Rose.
41	„ , schwefelsaures saures	$N_2 H_6 + 2 H_2 S$	4+4 : 8	0,8854	0,9011	Bineau.
42	Phosphorchlorür	$P_2 Cl_6$	2+6 : 4	4,7551	4,875	Dumas.
43	Phosphorchlorid	$P_2 Cl_{10}$	*2+10 : 12 : 6	4,8015	4,85	Mitscherlich.
44	Cyanchlorür	$CN + Cl$	2+1 : 2 : 1	6,3821	6,35	Bineau.
45	Borchlorid	$B_4 Cl_{12}$	4+12 : 8	4,0473	3,942	Dumas.
46	Borfluorid	$B_4 Fl_{12}$	4+12 : 8	2,3152	2,3124	Dumas.
47	Kieselchlorid	$Si Cl_4$	1+4 : 2	5,9165	5,939	Dumas.
48	Kieselfluorid	$Si Fl_4$	1+4 : 2	3,6071	3,600	Dumas.
49	Zinn	Sn	1 : 1	8,1301	—	
50	Zinnchlorid	$Sn Cl_4$	1+4 : 2	8,9594	9,1997	Dumas.
51	Wismuth	Bi	1 : 1	14,7099	—	
52	Wismuthchlorid	$Bi_2 Cl_6$	2+6 : 4	11,0257	11,16	Jacquelin.
53	Quecksilber	Hg	1 : 1 : 2	6,9980	7,03	Mitscherlich.
					6,976	Dumas.
54	Quecksilberchlorür	$Hg Cl$	1+1 : 2	8,2216	8,35	Mitscherlich.
55	Quecksilberchlorid	$Hg Cl_2$	1+2 : 2	9,4452	9,8	Mitscherlich.
56	Quecksilberbromür	$Hg Br$	1+1 : 2	9,7057	10,11	Mitscherlich.
57	Quecksilberbromid	$Hg Br_2$	1+2 : 2	12,4133	12,16	Mitscherlich.
58	Quecksilberjodid	$Hg J_2$	1+2 : 2	15,7302	16,2	Mitscherlich.

No.	Namen der Gase.	1 Atom.	Verdichtung.	Specifisches Gew. berechnet.	Specifisches Gew. beobachtet.	Beobachter.
59	Quecksilbersulfid	$Hg\,S$	*1+1:3	5,4068	5,95	Mitscherlich.
60	Titan	Ti	1:1	3,3576	—	
61	Titanchlorür	$Ti\,Cl_4$	1+4:2	6,5732	6,836	Dumas.
62	Chrom	Cr	1:1	3,8900	—	
63	Chromsäure	$Cr\,O_3$	1+3:2	3,6035	—	
64	Chromoxydchlorid	* $Cr\,O_2\,Cl_2$	:2	5,4979	5,9	Walter.
					5,5	Dumas.
65	Antimon	Sb	1:1	8,9168	—	
66	Antimonchlorür	$Sb_2\,Cl_6$	2+6:4	8,1292	7,8	Mitscherlich.
67	Arsen	As	1:1:¼	10,3944	10,65	Mitscherlich.
68	Arsenige Säure	$As_2\,O_3$	2+3:2:1	13,7115	13,85	Mitscherlich.
69	Arsenwasserstoff	$As_2\,H_6$	2+6:4	2,7022	2,695	Dumas.
70	Arsenchlorür	$As_2\,Cl_6$	2+6:4	6,2694	6,3006	Dumas.
71	Arsenjodür	$As_2\,J_6$	2+6:4	15,6969	16,1	Mitscherlich.
72	Selen	Se	1:1	5,4685	—	
73	Selenige Säure	$Se\,O_2$	1+2:2	3,8399	4,03	Mitscherlich.
74	Aethyl (hyp.)	$C_4\,H_{10}$	:2	2,0229	—	
75	Aethylchlorür	$C_4\,H_{10}+Cl_2$	2+2:4	2,2350	2,219	Thénard.
76	Aethylchloridid A.	* $C_4\,H_8\,Cl_2+Cl_2$	2+2:4	3,4241	3,478	Regnault.
77	„ „ B.	* $C_4\,H_6\,Cl_4+Cl_2$	2+2:4	4,6132	4,530	Regnault.
78	„ „ C.	* $C_4\,H_4\,Cl_6+Cl_2$	2+2:4	5,8023	5,799	Regnault.
79	„ „ D.	* $C_4\,H_2\,Cl_8+Cl_2$	2+2:4	6,9914	6,795	Regnault.
80	Kohlenhyperchlorür	* $C_4\,Cl_{10}+Cl_2$	2+2:4	8,1803	8,157	Regnault.
81	Aethyljodür	$C_4\,H_{10}+J_2$	2+2:4	5,3775	5,4749	Gay-Lussac.
82	Aethylsulfid	$C_4\,H_{10}+S$	2+1:2	3,1350	3,100	Regnault.
83	Mercaptan	$C_4\,H_{10}\,S+H_2\,S$	2+2:4	2,1581	2,201	Liebig.
					2,188	Regnault.
84	Aether (Aethyloxyd)	$C_4\,H_{10}+O$	2+1:2	2,5757	2,586	Gay-Lussac.
85	Chloräthereal	* $C_4\,H_8\,Cl_2+O$	2+1:2	4,9536	4,93	d'Arcet.

86	Alkohol	$C_4H_{10}O+H_2O$	2+2 : 4	1,5988	1,6133	Gay-Lussac.
87	Salpeteräther	$C_4H_{10}O+N_2O_3$	2+2 : 4	2,6031	2,626	Dumas.
88	Oxalsäure	C_2O_3	2+3 : 2	2,5066	—	
89	Oxaläther	$C_4H_{10}O+C_2O_3$	2+2 : 4 : 2	5,0729	5,087	Dumas.
90	Kohlensäureäther	$C_4H_{10}O+CO_2$	2+2 : 4 : 2	4,1017	4,293	Ettling.
					4,09	Cahours.
91	Chlorkohlensäureäther	$C_4H_{10}OCO_2+COCl_2$	4+2 : 4	3,7611	3,823	Dumas.
92	Urethan	$^*C_4H_{10}OCO_2+CO_2(NH_2)$	4+2 : 4	3,0926	3,14	Dumas.
93	Essigäther	$C_4H_{10}O+C_4H_6O_3$	2+2 : 4	3,0594	3,067	Dumas.
94	Chloressigäther	$^*C_4H_{10}O+C_4Cl_6O_3$	2+2 : 4	6,6266	6,64	Leblanc.
95	Ameisenäther	$C_4H_{10}O+C_2H_2O_3$	2+2 : 4	2,5720	2,593	Liebig.
96	Benzoëäther	$C_4H_{10}O+C_{14}H_{10}O_3$	2+2 : 4	5,2253	5,409	Dumas.
97	Bernsteinsäure	$C_4H_4+O_3$	2+3 : 2	3,4741	—	
98	Bernsteinäther	$C_4H_{10}O+C_4H_4O_3$	2+2 : 4 : 2	6,0498	6,22	d'Arcet.
					6,11	Cahours.
99	Oenanthsäure	$C_{14}H_{26}+O_2$	2+2 : 4	3,9375	—	
100	Oenanthäther	$C_4H_{10}O+C_{14}H_{26}O_2$	2+4 : 4 : 2	10,4506	10,508	Liebig u. Pelouze.
101	Brenzschleimsäure	$C_{10}H_6+O_5$	2+5 : 2	7,1675	—	
102	Brenzschleimäther	$C_4H_{10}O+C_{10}H_6O_5$	2+2 : 4	4,8716	4,859	Malaguti.
103	Kümmeläther	$C_4H_{10}O+C_{20}H_{22}O_3$	2+2 : 4	6,6906	6,65	Gerhard u. Cahours.
104	Valerianäther	$C_4H_{10}O+C_{10}H_{18}O_3$	2+2 : 4	4,5240	4,558	Otto.
105	Elayl	C_4H_8	: 2 : 4	0,9769	0,9852	Saussure.
106	Elaylbromür	$C_4H_8+Br_4$	2+4 : 4	6,3922	6,485	Regnault.
107	Elaylchlorür	$C_4H_8+Cl_4$	2+4 : 4	3,4241	3,478	Regnault.
108	Acetyl (hyp.)	C_4H_6	: 2	1,8847	—	
109	Acetylbromür	$C_4H_6+Br_2$	2+2 : 4	3,6500	3,691	Regnault.
110	Acetylchlorür	$C_4H_6+Cl_2$	2+2 : 4	2,1659	2,116	Regnault.
111	Acetylchlorid	$C_4H_6+Cl_6$	2+6 : 4	4,6131	4,697	Regnault.
112	Acetyljodür	$C_4H_6+J_2$	2+2 : 4	5,3064	4,78	Regnault.
113	Aldehyd	$C_4H_6O+H_2O$	2+2 : 4	1,5298	1,532	Liebig.
114	Chloral	$^*C_4Cl_6O+H_2O$	2+2 : 4	5,0969	5,05	Dumas.
115	Chloralhydrat	$C_4Cl_6O+3H_2O$	2+6 : 8	2,8594	2,76	Dumas.

No.	Namen der Gase.	1 Atom.	Verdichtung.	Specifisches Gew. berechnet.	Specifisches Gew. beobachtet.	Beobachter.
116	Essigsäure	$C_4 H_6 + O_3$	2+3 : 2	3,5442	—	
117	„ , wasserh.	$C_4 H_6 O_3 + H_2 O$	*2+2 : 3	2,7768	2,74	Dumas.
118	Chloressigsäure, wasserh.	$*C_4 Cl_6 O_3 + H_2 O$	2+2 : 4	5,6498	5,3	Dumas.
119	Methyl (hyp.)	$C_2 H_6$	: 2	1,0460	—	
120	Methylchlorür	$C_2 H_6 + Cl_2$	2+2 : 4	1,7466	1,731	Dumas.
121	Methyljodür	$C_2 H_6 + J_2$	2+2 : 4	4,8891	4,883	Dumas.
122	Methylfluorür	$C_2 H_6 + Fl_2$	2+2 : 4	1,1692	1,186	Dumas.
123	Methylsulfid	$C_2 H_6 + S$	2+1 : 2	2,1581	2,115	Regnault.
124	Holzäther (Methyloxyd)	$C_2 H_6 + O$	2+1 : 2	1,5988	1,624	Dumas.
125	Holzgeist	$C_2 H_6 O + H_2 O$	2+2 : 4	1,1104	1,120	Dumas.
126	Methyloxydid A.	$*C_2 H_4 Cl_2 + O$	2+1 : 2	3,9779	3,909	Regnault.
127	„ „ B.	$*C_2 H_2 Cl_4 + O$	2+1 : 2	6,3550	6,367	Regnault.
128	„ „ C.	$*C_2 Cl_6 + O$	*2+1 : 2 : 4	4,3665	4,670	Regnault.
129	Methyloxyd, schwefels.	$C_2 H_6 O + SO_3$	2+2 : 4 : 2	4,3695	4,565	Dumas.
130	„ , salpeters.	$C_2 H_6 O + N_2 O_5$	2+2 : 4	2,6675	2,640	Dumas.
131	„ , essigs.	$C_2 H_6 O + C_4 H_6 O_3$	2+2 : 4	2,5710	2,563	Dumas.
132	„ , ameisens.	$C_2 H_6 O + C_2 H_2 O_3$	2+2 : 4	2,0825	2,084	Dumas.
133	„ , benzoës.	$C_2 H_6 O + C_{14} H_{10} O_3$	2+2 : 4	4,7369	4,717	Dumas.
134	„ , salicyls.	$C_2 H_6 O + C_{14} H_{10} O_5$	2+2 : 4	5,2897	5,32	Cahours.
135	Methylen	$C_2 H_4$	: 2	0,9769	—	
136	Methylenchlorür	$C_2 H_4 + Cl_4$	2+4 : 4	2,9356	3,012	Regnault.
137	Formyl (hyp.)	$C_2 H_2$	: 2	0,9078	—	
138	Formylchlorür	$C_2 H_2 + Cl_2$	2+2 : 4 : 2	3,3550	3,321	Regnault.
139	Kohlenchlorür	$*C_2 Cl_2 + Cl_2$	2+2 : 4 : 2	5,7331	5,82	Regnault.
140	Formylhyperchlorür	$C_2 H_2 + Cl_4$	2+4 : 4 : 2	5,8022	5,767	Regnault.
141	Kohlenhyperchlorür	$*C_2 Cl_2 + Cl_4$	2+4 : 4 : 2	8,1803	8,157	Regnault.
142	Formylchlorid	$C_2 H_2 + Cl_6$	2+6 : 4	4,1247	4,199	Dumas.
					4,192	Liebig.
143	Kohlenchlorid	$*C_2 Cl_2 + Cl_6$	2+6 : 4	5,3137	5,330	Regnault.

[illegible]	[illegible], wasserh.	[illegible] $+ H_2O$	2+2:4	1,5941	1,5	Bineau.
146	Mesityl (hyp.)	C_6H_{10}	:2	2,8616	—	
147	Mesityloxyd	$C_6H_{10}+O$	2+1:2	3,4144	—	
148	Essiggeist	$C_6H_{10}O+H_2O$	2+2:4	2,0182	2,019	Dumas.
149	Mesitylen	C_6H_8	:2	2,7925	2,914	Cahours.
150	Amyl (hyp.)	$C_{10}H_{22}$	:2	4,9536	—	
151	Amyljodür	$C_{10}H_{22}+J_2$	2+2:4	6,8429	6,675	Cahours.
152	Amyloxyd	$C_{10}H_{22}+O$	2+1:2	5,5064	—	
153	Fuselöl	$C_{10}H_{22}O+H_2O$	2+2:4	3,0642	3,147	Dumas.
154	Amilen	$C_{10}H_{20}$	:2	4,8845	5,061	Cahours.
155	Valeriansäure, wasserh.	$C_{10}H_{18}O_3+H_2O$	2+2:4	3,5471	3,67	Dumas u. Stas.
156	Benzoën	$C_{14}H_{16}$	:2:4	3,2118	3,260	Deville.
157	Protonitro-benzoën	$C_{14}H_{14}2(NO_2)$	:2:4	4,7692	4,95	Deville.
158	Benzoësäure wasserh.	$C_{14}H_{10}O_3+H_2O$	2+2:4	4,2485	4,27	Mitscherlich.
159	Benzin	$C_{12}H_{12}$	:2:4	2,7234	2,77	Mitscherlich.
160	Nitrobenzid	$*C_{12}H_{10}2(NO_2)$	:2:4	4,2805	4,40	Mitscherlich.
161	Chlorbenzid	$*C_{12}H_6Cl_6$	:2:4	6,2906	6,37	Mitscherlich.
162	Cumin	$C_{18}H_{24}$	:2:4	4,1887	3,96	Gerhard u. Cahours.
163	Cuminol	$C_{20}H_{22}O+H_2O$	2+2:4	5,1609	5,24	Gerhard u. Cahours.
164	Camphogen	$C_{20}H_{28}$	:2:4	4,6772	4,78	Delalande.
165	Campher	$C_{20}H_{30}O+H_2O$	2+2:4	5,2992	5,468	Dumas.
					5,337	Dumas.
166	Campholen	$C_{18}H_{32}$	:2:4	4,3370	4,353	Delalande.
167	Campholensäure, wasserh.	$C_{20}H_{34}O_3+H_2O$	2+2:4	5,9211	6,058	Delalande.
168	Cedren	$C_{32}H_{52}$	:2:4	7,6079	7,9	Walter.
169	Cederöl	$C_{32}H_{54}O+H_2O$	2+2:4	8,2298	8,4	Walter.
170	Cacodyl	$C_4H_{12}As_2$	:2	7,2892	7,1	Bunsen.
171	Alkarsin	$C_4H_{12}As_2+O$	2+1:2	7,8420	7,555	Bunsen.
172	Cacodylsulfid	$C_4H_{12}As_2+S$	2+1:2	8,4013	7,72	Bunsen.
173	Cacodylcyanür	$C_4H_{12}As_2+C_2N_2$	2+4:4	4,5499	4,63	Bunsen.
174	Cacodylchlorür	$C_4H_{12}As_2+Cl_2$	2+2:4	4,8682	4,56	Bunsen.
175	Cacodyloxychlorür	$C_4H_{12}As_2O+3(C_4H_{12}As_2Cl_2)$	*2+12:14	5,2928	5,46,	Bunsen.

Unter den einfachen Stoffen, die sich in Dampfform dar-stellen lassen, ziehen sich Phosphor und Arsenik auf den halben, Schwefel auf den dritten Theil des Volums zusammen, das sie nach ihrem Atomgewicht einnehmen müssten, Quecksilber dehnt sich auf den doppelten Raum aus. Nach dieser Grundlage dürfen wir auch bei den übrigen chemischen Verbindungen dergleichen Zusammenziehungen oder Ausdehnungen als begründet oder regel-recht ansehen; wir finden deren mehrere im Verhältniss von 2 : 1 und 1 : 2; die Fälle von 1 : 3 und umgekehrt sind dagegen nirgends recht evident und gehören zunächst unter die Ausnah-men. Aus der obigen Tafel ergeben sich folgende Regeln: 1) Verbinden sich zwei Bestandtheile mit gleicher Volumzahl, so findet keine Zusammenziehung statt; dasselbe ist der Fall, wenn, abgesehen von der Volumzahl, der eine Bestandtheil Wasser ist. Gegen diese Regel verstösst nur Essigsäurehydrat (No. 117), was um so auffallender ist, als die Chloressigsäure (No. 118) eine regelrechte Zusammenziehung erfährt *). Nach den Hydraten gehen auch kohlensaures Ammoniak (No. 40), Phosphorchlorid (No. 43) und Cacodyloxychlorür (No. 175). 2) Die Verbindung zweier Bestandtheile mit ungleichen Volum-

*) Später hat Bineau (Comptes rendus T. XIX. p. 769) eine gleiche Zusammenziehung von 4 : 3 auch bei Ameisensäurehydrat $C_2 H_2 O_3 + H_2 O$ (spec. Gew ber. 2,1255, beob. 2,128) und Schwefel-säurehydrat $SO_3 + H_2 O$ (spec. Gew. ber. 2,1618, beob. 2,203) ge-funden. Dagegen hat Cahours (Compt. rendus XX. p. 51) beob-achtet, dass sich die Dichtigkeit der Essigsäure mit der Temperatur ändert, bei welcher die Bestimmung vorgenommen wird; es ergab sich ihm

Temp.	Dichtig-keit.	Temp.	Dichtig-keit.	Temp.	Dichtig-keit.	Temp.	Dichtig-keit.
125°C.	3,20	160°C.	2,48	219°C.	2,17	300°C.	2,08
130	3,12	171	2,42	230	2,09	321	2,08
140	2,90	190	2,30	250	2,08	327	2,08
150	2,75	200	2,22	280	2,08	338	2,08

Das specifische Gewicht 2,08 entspricht einer Condensation auf 4 Vo-lume berechnet zu 2,0826. Dasselbe Verhalten zeigten auch Butter-säure und, etwas weniger beträchtlich, die neutralen Oele des Anises und Fenchels. Somit würde die regelwidrige Condensation der Essig-säure in der bei niederer Temperatur noch nicht vollkommen auf-gehobenen Cohäsion des Dampfes begründet sein.

zahlen verdichtet sich auf $2n$ Volume, wenn n den gemeinsamen Faktor der beiden Volumzahlen bezeichnet. 3) Chemische Verbindungen, die durch Substitutionen entstehen, folgen denjenigen Verbindungen, von welchen sie abstammen. Eine Ausnahme macht Methyloxydid *C* (No. 128), das vom Holzäther abweicht. 4) Alle organischen Radikale, zwei- und dreigliedrige, gehen auf 2 Volume über, desgleichen die verschiedenen Kohlenwasserstoffe, die indess sich mehrfach wieder auf 4 Volume ausdehnen. Ganz unregelmässig erfolgt die Verdichtung bei der chlorigen Säure (No. 23) und beim Quecksilbersulfid (No. 59), in welchem letzteren Falle indess die beiden Bestandtheile den Grund leichter erkennen lassen.

D. Berechnung des specif. Gewichts fester Körper.

Da das specifische Gewicht der Gase sich aus ihren Bestandtheilen herleiten lässt, so liegt die Frage nahe, ob nicht ein ähnliches Verfahren auch bei den festen und flüssigen Substanzen in Anwendung kommen könne. Mit dieser Untersuchung haben sich vornehmlich Kopp und Schröder beschäftigt. Es leuchtet hier offenbar ein, dass man zunächst bei den festen Körpern nicht von einem Zustande der Bestandtheile in Gasform ausgehen dürfe, sondern die Verdichtung in die feste Form unmittelbar als gegeben ansehen müsse. Man bestimmt also den [illegible]tischen Verdichtungsgrad dadurch, dass man den Quotienten [illegible] dem specifischen Gewicht in das Atomgewicht als das Atom[illegible] aufsucht. Indess muss man sogleich bei dieser Bestim[illegible] beachten, dass sowohl die Atomgewichte als die specifi[illegible] Gewichte nur in Verhältnisszahlen bestehen, indem bei [illegible] ersten der Sauerstoff = 100, bei den andern das Wasser [illegible] 1 gesetzt wird, dass also auch die Atomvolume relative Zah[illegible] sind, die je grösser sie ausfallen, eine desto geringere Con[illegible]ction des Stoffes aus dem theils nachgewiesenen, theils vor[illegible]gesetzten Zustande in Gasform in die feste Form angeben. [illegible]hme man für die Atomgewichte andere Verhältnisszahlen oder [illegible]öge man die specifischen Gewichte auf eine andere Einheit [illegible] Wasser, so würde man auch andere Werthe für die Atom[illegible]me erhalten, ebensowohl Brüche als ganze Zahlen. Zwei[illegible] verdient es berücksichtigt zu werden, dass die Dichtigkeit [illegible] Dämpfe auf Luft bezogen wird, die beide ziemlich dieselbe

Volumvergrösserung durch die Wärme erhalten, dass man dagegen eine kleine Differenz im specifischen Gewichte der festen Körper bekommt, je nach der Temperatur, bei welcher die Bestimmung vorgenommen ist. Mit dem specifischen Gewicht ändern sich wieder die Atomvolume; wollte man daher streng vergleichbare Zahlen haben, so müsste man die specifischen Gewichte bei wechselnden Temperaturen ermitteln, die man bis jetzt nicht nachzuweisen im Stande ist. Es folgt hieraus, dass die Zahlen für die Atomvolume zunächst nur annähernde sein können, bei denen man sich füglich mit ganzen Zahlen begnügt. — Nehmen wir nun z. B. schwefelsaures Kupferoxyd, $CuO+SO_3$, so hat Kupfer Cu ein Atomgewicht = 396, ein specifisches Gewicht = 8,96 nach Berzelius, folglich annähernd ein Atomvolum = 44; das schwefelsaure Kupferoxyd hat bei einem Atomgewicht = 997 ein specifisches Gewicht = 3,57 nach Karsten, folglich ein Atomvolum = 279. Das Atomvolum des hinzugetretenen Bestandtheils SO_4 lässt sich des Sauerstoffs wegen nicht unmittelbar bestimmen, es fragt sich also, wie man die Differenz 279 − 44 = 235 auf dasselbe beziehen solle. Es sind hier für ähnliche chemische Verbindungen drei Annahmen möglich. Entweder behalten beide Bestandtheile durch alle Verbindungen hindurch das gleiche Atomvolum, so dass dasselbe für SO_4 immer = 235 bliebe, oder der eine Bestandtheil hat ein veränderliches, oder endlich beide zugleich haben ein veränderliches Atomvolum. Da die erste Annahme sich nicht durchführen lässt und nur die Wahl zwischen den beiden andern freisteht, so kommt es offenbar auf eine zweckmässige Beschränkung der Veränderlichkeit der Atomvolume an, wenn man anders nicht der Willkür ganz freien Spielraum gewähren will. Kopp, der zuerst von der dritten Annahme ausging (Pogg. Ann. XLVII p. 133), liess bei beiden Bestandtheilen, denen er feste Atomvolume bestimmte, Uebergänge in andere nach den einfachsten Zahlenverhältnissen zu. Erwägt man indessen, dass die gefundenen specifischen Gewichte der Substanzen nicht fehlerfrei sind, dass also auch die Berechnung das Atomvolum nur annähernd zu finden hat, so war dieses Verfahren sehr vag und man konnte mit leichter Mühe mehrere Lösungen beibringen, die einen gleichen Werth hatten. Hierauf machte Schröder (Pogg. Ann. L p. 553) die Entdeckung, dass man in den meisten Verbindungen

den Metallen ihr unveränderte Atomvolum lassen könne, und dann für den andern Bestandtheil ein Atomvolum finde, dass immer für mehrere Verbindungen ein gleiches in seiner Veränderlichkeit nur wenige verschiedene Zahlen bedinge. Dadurch wurde die zweite der obigen Annahmen hervorgehoben. Die Wichtigkeit dieser Entdeckung war einleuchtend; deshalb ging auch Kopp auf diesem Wege weiter und suchte nur noch mehr die Veränderlichkeit im Atomvolum des zweiten Bestandtheils zu beschränken, was er dadurch erreichte, dass er den leichten Metallen in ihren Verbindungen ein hypothetisches Atomvolum gab, also bei ihnen eine gewisse Veränderlichkeit zugestand. Man findet seine Untersuchungen in der Schrift: Ueber das specifische Gewicht der chemischen Verbindungen, 1841. Nach diesem Vorgange war es auffallend, dass Schröder in seiner neuesten Schrift: Die Molekularvolume der chemischen Verbindungen, 1843, den von ihm zuerst angebahnten Weg wieder verliess und sich zur dritten Annahme, einer Veränderlichkeit beider Faktoren, zurückwandte. Zwar nimmt er bestimmte stufenweise Verdichtungen an, Veränderungen der Volume von 4 zu 4, oder von 8 zu 8, oder endlich von 16 zu 16, doch lässt sich, selbst ohne die volle Willkür in diesen Zahlen hervorzuheben, kaum ein Gewinn absehen, welchen die Wissenschaft aus seiner Betrachtungsweise ziehen soll. Nach ihm müsste man durchaus die ganze Untersuchung fallen lassen, da man von jedem Stoffe erst das Atomvolum anzugeben im Stande wäre, wenn man das specifische Gewicht wüsste, also weder irgend eine Controlle für die Richtigkeit der Beobachtung gewänne, noch ein allgemeines Gesetz, unter welches sich die einzeln stehenden Thatsachen subsummirten. — Wir werden also im Folgenden die von Kopp gefundenen Resultate angeben und nur in wenigen Fällen seine Zahlen der Atomvolume um ein Unbedeutendes ändern, weil dadurch noch eine Thatsache hervortritt, die eine nähere Beachtung zu verdienen scheint.

1. Ursprüngliche Atomvolume der einfachen Körper.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht	Atom-volum.	Specifisches Gewicht berechn.	Specifisches Gewicht beobachtet.
Antimon	*Sb*	806	120	6,72	6,70 Karsten; 6,61 Breithaupt; 6,85 Musschenbroek.
Arsen	*As*	470	80	5,87	5,70 bis 5,96 Guibourt; 5,62 Karsten; 5,67 Herapath.
Blei	*Pb*	1294	114	11,35	11,33 Kupffer; 11,39 Karsten; 11,35 Herapath.
Brom	*Br*	489	160	3,06	2,99 Löwig; 2,97 Balard.
Cadmium	*Cd*	697	81	8,60	8,66 Herapath; 8,63 Karsten; 8,60 Stromeyer; 8,53 Kopp.
Chlor	*Cl*	221	160	1,38	1,33 Faraday.
Chrom	*Cr*	352	69	5,10	5,10 Thomson.
Cyan	*Cy*	165	160	1,03	0,9 (ungef.) Faraday.
Eisen	*Fe*	339	44	7,70	7,6 bis 7,8 Broling; 7,79 Karsten.
Gold	*Au*	1243	65	19,1	19,26 Brisson.
Jod	*J*	789	160	4,93	4,95 Gay Lussac.
Iridium	*Jr*	1233	57	21,6	19,5 Mohs; 23,5 Breithaupt.
Kalium	*K*	490	583	0,84	0,86 Gay-Lussac u. Thénard; 0,87 Sementini.
Kobalt	*Co*	369	44	8,39	8,49 Brunner; 8,51 Berzelius; 8,71 Lampadius.
Kohle	*C*	76	36	2,11	Graphit: 2,14 Breithaupt; 2,33 Karsten. Kohle: 2,10 Scholz.
Kupfer	*Cu*	396	44	9,00	8,96 Berzelius; 9,00 Musschenbroek; 8,72 Karsten.
Mangan	*Mn*	346	44	7,86	8,03 Bachmann; 8,01 John.
Molybdän	*Mo*	599	69	8,68	8,62 bis 8,64 Bucholz.
Natrium	*Na*	291	292	0,99	0,97 Gay-Lussac u. Thénard.
Nickel	*Ni*	370	44	8,41	8,40 Turte; 8,38 Tupputi; 8,60 Brunner.
Osmium	*Os*	1244	57	21,8	natürl.: 19,5 Thénard.
Palladium	*Pd*	666	57	11,7	11,3 Wollaston; 12,1 Lowry.
Phosphor	*P*	196	111	1,77	1,77 Berzelius.
Platin	*Pt*	1233	57	21,6	21,0 Borda; 21,5 Berzelius; 23,5 Cloud.
Quecksilber	*Hg*	1266	93	13,6	13,6 Kupffer; Karsten; Cavallo.
Rhodium	*R*	651	57	11,4	11,0 Wollaston; 11,2 Cloud.

Selen	*Se*	495	115	4,30	4,30 bis 4,32 Berzelius; 4,31 Boullay.
Silber	*Ag*	1352	130	10,4	10,4 Karsten.
Titan	*Ti*	304	57	5,33	5,3 Wollaston; 5,28 Karsten.
Wismuth	*Bi*	1330	135	9,85	9,88 Thénard; 9,83 Herapath; 9,65 Karsten.
Wolfram	*W*	1183	69	17,1	17,2 Allan und Aiken; 17,4 Bucholz.
Zink	*Zn*	403	58	6,95	6,92 Karsten; 6,86 bis 7,21 Berzelius.
Zinn	*Sn*	735	101	7,28	7,28 Herapath; 7,29 Kupffer; Karsten.

2. Angenommene Atomvolume der leichten Metalle in ihren Verbindungen.

Substanz.	1 Atom.	Atom-volum.
Ammonium	*Am*	218
Baryum	*Ba*	143
Calcium	*Ca*	60
Kalium	*K*	234
Magnesium	*Mg*	40
Natrium	*Na*	130
Strontium	*Sr*	108

Mit den angegebenen Zahlen für die Atomvolume lässt sich das specifische Gewicht der nachfolgenden chemischen Verbindungen berechnen, wenn man dem zweiten Bestandtheil das bei jeder Reihe besonders angegebene Atomvolum beilegt.

3. Kohlensaure Salze.

a) Atomvolum von CO_3 = 150.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht	Atom-volum.	Specifisches Gewicht berechn.	beobachtet.
Kohlensaures Bleioxyd	$Pb + CO_3$	1670	264	6,32	künstl.: 6,43 Karsten; natürl.: 6,47 Breithaupt.
„ Cadmiumoxyd	$Cd + CO_3$	1073	231	4,65	künstl.: 4,42 Herapath; 4,49 Karsten.
„ Eisenoxyd	$Fe + CO_3$	715	194	3,69	natürl.: 3,83 Mohs; 3,87 Neumann.
„ Manganoxydul	$Mn + CO_3$	722	194	3,72	natürl.: 3,55 bis 3,59 Mohs.
„ Silberoxyd	$Ag + CO_3$	1728	280	6,17	künstl.: 6,08 Karsten.
„ Baryt	$Ba + CO_3$	1233	293	4,20	künstl.: 4,30 Karsten; nat.: 4,24 Breithaupt; 4,30 Mohs.
„ Kalk	$Ca + CO_3$	632	210	3,01	Arragonit: 3,00 Breithaupt; 2,93 Mohs. Kalkspath: 2,70 Karsten; 2,72 Beudant; 2,72 Kopp.
„ Kali	$K + CO_3$	866	384	2,26	2,26 Karsten.
„ Magnesia	$Mg + Co_3$	534	190	2,81	2,61 Breithaupt; 2,98 Stromeyer.
„ Natron	$Na + CO_3$	667	280	2,38	2,47 Karsten.
„ Strontian	$Sr + CO_3$	923	258	3,57	natürl.: 3,60 Mohs; 3,62 Karsten.
„ Bitterkalk	$\{Mg + CO_3 \atop Ca + CO_3\}$	1166	400	2,91	natürl.: 2,88 Mohs.
„ Mesitin	$\{Mg + CO_3 \atop Fe + CO_3\}$	1250	384	3,25	natürl.: 3,35 Mohs.

b) Atomvolum von CO_3 = 120.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht	Atom-volum.	berechn.	beobachtet.
Kohlensaures Zinkoxyd	$Zn + CO_3$	779	179	4,38	natürl.: 4,44 Mohs; 4,4 bis 4,5 Neumann.

4. Salpetersaure Salze.

Atomvolum von N_2O_6 = 358.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht	Atom-volum.	berechn.	beobachtet.
Salpetersaures Bleioxyd	$Pb + N_2O_6$	2071	472	4,40	4,40 Karsten; 4,77 Breithaupt; 4,34 Kopp.
„ Silberoxyd	$Ag + N_2O_6$	2129	488	4,36	4,36 Karsten

5. Schwefelsaure Salze.

a) Atomvolum von $SO_4 = 235$.

Schwefelsaur. Kupferoxyd .	$Cu+SO_4$	997	279	3,57	3,57	Karsten.
„ Silberoxyd .	$Ag+SO_4$	1953	365	5,35	5,34	Karsten.
„ Zinkoxyd . .	$Zn+SO_4$	1004	293	3,43	3,40	Karsten.
„ Kalkerde . .	$Ca+SO_4$	857	295	2,91	2,96	Neumann; 2,93 Karsten.
„ Magnesia . .	$Mg+SO_4$	759	275	2,76	2,61	Karsten.
„ Natron . . .	$Na+SO_4$	892	365	2,45	2,46	Mohs; 2,63 Karsten.

b) Atomvolum von $SO_4 = 188$.

Schwefelsaur. Bleioxyd . .	$Pb+SO_4$	1895	302	6,27	6,30	Mohs; 6,17 Karsten.
„ Baryt . . .	$Ba+SO_4$	1458	331	4,40	4,45	Mohs; 4,20 Karsten.
„ Kali	$K+SO_4$	1091	418	2,59	2,62	Karsten; 2,66 Kopp.
„ Strontian . .	$Sr+SO_4$	1148	292	3,88	3,95	Breithaupt; 2,59 Karsten.

6. Chromsaure Salze.

Atomvolum von $CrO_4 = 228$.

Chromsaures Bleioxyd . . .	$Pb+CrO_4$	2046	342	5,98	5,95	Breithaupt; 6,00 Mohs.
„ Kali	$K+CrO_4$	1241	462	2,69	2,64	Karsten; 2,70 Kopp.

7. Wolframsaure Salze.

Atomvolum von $WO_4 = 244$.

Wolframsaur. Bleioxyd . .	$Pb+WO_4$	2877	358	8,04	8,0	Gmelin; 8,1 Leonhard.
„ Eisenoxydul .	$Fe+WO_4$	1922	288	6,67	7,1	Gmelin.
„ Kalkerde . .	$Ca+WO_4$	1839	304	6,05	6,04	Karsten; 6,03 Meissner.

8. Chlormetalle.

a) Atomvolum von Cl_2 = 245.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht.	Atom-volum.	Specifisches Gewicht berechn.	Specifisches Gewicht beobachtet.
Chlorammonium	$Am + Cl_2$	669	463	1,44	1,45 Wattson; 1,50 Kopp; 1,53 Mohs.
Chlorcalcium	$Ca + Cl_2$	698	305	2,29	2,21 bis 2,27 Boullay; 1,92 Karsten.
Chlorkalium	$K + Cl_2$	932	479	1,94	1,94 Kopp; 1,92 Karsten.
Chlorkupfer	$2 Cu + Cl_2$	1234	333	3,70	3,68 Karsten.
Chlorquecksilber	$Hg + Cl_2$	1708	338	5,05	5,14 Gmelin; 5,42 Boullay; 5,40 Karsten.
	$2 Hg + Cl_2$	2974	431	6,90	6,99 Karsten; 6,71 Herapath; 7,14 Boullay.
Chlorstrontium	$Sr + Cl_2$	989	353	2,80	2,80 Karsten.

b) Atomvolum von Cl_2 = 196.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht.	Atom-volum.	berechn.	beobachtet.
Chlorblei	$Pb + Cl_2$	1736	310	5,60	5,68 bis 5,80 Karsten; 5,24 bis 5,34 Monro.
Chlorsilber	$Ag + Cl_2$	1794	326	5,50	5,50 bis 5,57 Karsten; 5,55 Boullay; 5,13 Herapath.
Chlorbaryum	$Ba + Cl_2$	1299	339	3,83	3,86 Boullay; 3,70 Karsten.
Chlornatrium	$Na + Cl_2$	733	326	2,25	natürl.: 2,26 Mohs. künstl.: 2,15 Kopp; 2,08 Karsten.

9. Jodmetalle.

a) Atomvolum von J_2 = 450.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht.	Atom-volum.	berechn.	beobachtet.
Jodkalium	$K + J_2$	2068	684	3,02	2,91 Karsten; 3,08 bis 3,10 Boullay.
Jodsilber	$Ag + J_2$	2930	580	5,05	5,03 Karsten; 5,61 Boullay.

b) Atomvolum von J_2 = 360.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht.	Atom-volum.	berechn.	beobachtet.
Jodblei	$Pb + J_2$	2872	474	6,06	6,02 Karsten; 6,11 Boullay.
Jodquecksilber	$Hg + J_2$	2844	453	6,28	6,32 Boullay; 6,20 Karsten.
	$2 Hg + J_2$	4110	546	7,53	7,64 Karsten; 7,75 Boullay.

10. Brommetalle.

a) Atomvolum von $Br_2 = 290$.

Bromquecksilber	$Hg + Br_2$	2244	383	5,85	5,92 Karsten.
	$2Hg + Br_2$	3510	476	7,37	7,31 Karsten.

b) Atomvolum von $Br_2 = 232$.

Bromblei	$Pb + Br_2$	2272	346	6,57	6,63 Karsten.
Bromsilber	$Ag + Br_2$	2330	362	6,43	6,35 Karsten.

Zu dieser Reihe gehört noch Bromkalium, dessen spec. Gewicht 2,41 nach Karsten eine neue Annahme für Br_2 verlangt, die sich aber ohne weitere Belege gegenwärtig noch nicht mit hinreichender Sicherheit machen lässt.

In den vorstehenden Tafeln haben die ihrem Atomvolum nach veränderlichen Bestandtheile fast überall zwei Werthe erhalten; dieselben sind dadurch mit einander verbunden, dass der zweite genau $\frac{4}{5}$ des ersten ist; es ist nämlich $120 = \frac{4}{5} . 150$; $188 = \frac{4}{5} . 235$; $196 = \frac{4}{5} . 245$; $360 = \frac{4}{5} . 450$ und $232 = \frac{4}{5} . 290$. Dieser durchgehenden Regel wegen konnte es nicht bedenklich sein, für das schwefelsaure Zinkoxyd, das sich bei Kopp nicht einreihen will, das neue Atomvolum von $CO_2 = 120$ aufzunehmen.

In den Oxyden tritt der Sauerstoff in einer andern Bedeutung auf; sein Atomvolum steigt von 16 zu 32 zu 64, worunter 32 die Stammzahl zu sein scheint. Leider sind von einzelnen Oxyden die specifischen Gewichte nicht sicher genug bestimmt, um beurtheilen zu können, ob nicht noch andere Zahlen zulässig werden, was für die Schwefelverbindungen von Wichtigkeit sein würde. Die folgende Tafel giebt ohne Aenderung die Zusammenstellung, wie sie sich bei Kopp findet.

11. Oxyde der schweren Metalle.

a) Atomvolum von $O = 32$.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht.	Atom-volum.	Specifisches Gewicht berechn.	beobachtet.
Bleioxyd	$Pb+O$	1394	146	9,55	9,50 Boullay; 9,28 Herapath; 9,21 Karsten.
Cadmiumoxyd	$Cd+O$	797	113	7,05	6,95 Karsten.
Kupferoxyd	$Cu+O$	496	76	6,53	6,43 Karsten; 6,13 Boullay; 6,40 Herapath.
Manganoxydul	$Mn+O$	446	76	5,87	5,73 Herapath.
Quecksilberoxyd	$Hg+O$	1366	125	10,9	11,0 Boullay; 11,1 Herapath; 11,2 Karsten.
Zinkoxyd	$Zn+O$	503	90	5,48	5,43 Mohs; 5,60 Boullay; 5,73 Karsten.
Zinnoxydul	$Sn+O$	835	133	6,28	6,67 Herapath.
Molybdänoxyd	$Mo+2O$	799	133	6,01	5,67 Bucholz.
Titansäure	$Ti+2O$	504	121	4,16	4,18 Klaproth; 4,20 bis 4,25 Breithaupt.
Bleihyperoxyd	$Pb+2O$	1494	178	8,40	8,90 Herapath; 8,92 Karsten.
Antimonoxyd	$2Sb+3O$	1913	336	5,69	5,78 Boullay; 5,57 Mohs.
Bleihyperoxydul	$2Pb+3O$	2889	324	8,91	8,94 Musschenbroek; 8,60 Karsten; 9,20 Boullay.
Eisenoxyd	$2Fe+3O$	978	184	5,31	5,23 Boullay; 5,25 Mohs.
Kobaltoxyd	$2Co+3O$	1038	184	5,64	5,32 Herapath; 5,60 Boullay.
Ilmenit	$\left\{ \begin{matrix} Fe \\ Ti \end{matrix} \right\} +3O$	942	197	4,78	4,73 bis 4,79 Breithaupt; 4,75 bis 4,78 Kupffer.
Wismuthoxyd	$2Bi+3O$	2960	366	8,09	8,17 Karsten; 8,21 Herapath; 8,45 Royer; 8 Dumas.

b) Atomvolum von $O = 16$.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht.	Atom-volum.	Specifisches Gewicht berechn.	beobachtet.
Antimonige Säure	$Sb+2O$	1006	154	6,53	6,53 Boullay; 6,70 Karsten.
Zinnoxyd	$Sn+2O$	935	133	7,03	6,96 Mohs; 6,90 Boullay; 6,64 Herapath.
Chromoxyd	$2Cr+3O$	1003	186	5,39	5,21 Wöhler.

c) Atomvolum von $O = 64$.

Molybdänsäure	$Mo+3O$	899	261	3,44	3,46 Bergmann; 3,49 Berzelius.
Wolframsäure	$W+3O$	1483	261	5,68	5,27 Herapath; 6,12 Berzelius; 7,14 Karsten.

Die Oxyde der leichten Metalle hat Kopp übergangen, da er sie unter eine gleiche Form nicht zu bringen vermochte. Erwägt man indess das Verhalten des Sauerstoffs in den Oxyden, wie er in seinem Atomvolum selbstständiger auftritt, so möchte man die Veränderlichkeit auf die leichten Metalle legen und folgende Tafel entwerfen.

12. Oxyde der leichten Metalle.

Substanz.	1 Atom.	Atomgewicht.	Atomvolum.	Specifisches Gewicht berechn.	Specifisches Gewicht beobachtet.
Baryt	$Ba+O$	957	179 + 32 = 211	4,54	4,73 Karsten.
Natron	$Na+O$	391	104 + 32 = 136	2,88	2,81 Karsten.
Kali	$K+O$	590	187 + 32 = 219	2,69	2,66 Karsten.
Strontian	$Sr+O$	647	135 + 32 = 167	3,88	3,93 Karsten.
Magnesia	$Mg+O$	258	50 + 32 = 82	3,15	3,20 Karsten.
Kalk	$Ca+O$	356	75 + 32 = 107	3,33	3,18 Boullay; 3,16 Karsten.

In dieser Tafel ist das Atomvolum von $O = 32$ angenommen und von $Ba = 179 = \frac{5}{4} . 143$, von $Na = 104 = \frac{4}{5} . 130$, von $K = 187 = \frac{4}{5} . 234$, von $Sr = 135 = \frac{5}{4} . 108$, von $Mg = 50 = \frac{5}{4} . 40$, von $Ca = 75 = \frac{5}{4} . 60$. Erschiene die Differenz beim Kalk zu gross, denn das spec. Gewicht der Baryterde ist nach Karsten selbst nicht ganz zuverlässig, so müsste man $O = 64$ und $Ca = 48 = \frac{4}{5} . 60$ ansetzen, wodurch man das spec. Gewicht auf 3,18 berechnete. Die doppelten Atomvolume der leichten Metalle, unter einander durch das Verhältniss von 4 : 5 verbunden, kann nach den früheren Vorlagen kaum bedenklich erscheinen.

Von den Schwefelmetallen giebt Kopp folgende Zusammenstellung.

13. Schwefelmetalle.

a) Atomvolum von $S = 53$.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht.	Atom-volum.	Specifisches Gewicht berechn.	beobachtet.
Schwefelnickel	$Ni + S$	571	97	5,86	geschmolzen: 5,76 Breithaupt.
Eisenkies	$Fe + 2S$	741	150	4,94	natürl.: 4,90 Karsten; 5,0 Breithaupt; Mohs. künstl.: 4,5 Breithaupt.
b) Atomvolum von $S = 78$.					
Schwefelblei	$Pb + S$	1495	192	7,78	natürl.: 7,76 Beudant. künstl.: 7,51 Karsten.
Kupferglanz	$2Cu + S$	993	166	5,97	natürl.: 5,74 Mohs; 5,57 Herapath. künstl.: 5,98 Karsten.
Molybdänglanz	$Mo + S$	1001	225	4,45	natürl.: 4,44 Seibert; 4,59 Mohs.
Doppelt Schwefelzinn	$Sn + S$	1137	257	4,43	künstl.: 4,42 Boullay; 4,60 Karsten.
Wismuthglanz	$2Bi + 3S$	3263	504	6,47	natürl.: 6,55 Mohs; 6,4 Glocker. künstl.: 7,0 Karsten.
Antimonglanz	$2Sb + 3S$	2215	474	4,67	nat.: 4,62 Mohs; 4,63 Breithaupt. künstl.: 4,75 Karsten.
c) Atomvolum von $S = 94$.					
Einfach Schwefelkupfer	$Cu + S$	597	138	4,33	künstl.: 4,16 Karsten.
Manganglanz	$Mn + S$	547	138	3,96	natürl.: 3,95 bis 4,01 Leonhard.
Schwefelzink	$Zn + S$	604	152	3,91	künstl.: 3,92 Karsten. natürl.: 4,03 Mohs.
Einfach Schwefelzinn	$Sn + S$	936	195	4,80	künstl.: 4,85 Karsten. natürl.: 4,35 Leonhard.
Schwefelsilber	$Ag + S$	1553	224	6,93	künstl: 6,85 Karsten. natürl.: 6,9 bis 7,2 Leonhard; 7,19 Mohs.
Zinnober	$Hg + S$	1467	187	7,84	natürl.: 8,1 Mohs. künstl.: 8,0 Karsten; 8,1 Boullay.
Silberkupferglanz	$\left\{ \begin{matrix} 2Cu \\ Ag \end{matrix} \right\} + 2S$	2546	406	6,26	natürl.: 6,26 Stromeyer.
Buntkupfererz	$\left\{ \begin{matrix} Fe \\ 4Cu \end{matrix} \right\} + 3S$	2526	502	5,03	natürl.: 5,00 Mohs; 5,0 Gmelin.
Kupferkies	$\left\{ \begin{matrix} Fe \\ Cu \end{matrix} \right\} + 2S$	1137	276	4,12	natürl.: 4,17 Mohs; 4,16 Gmelin.

d) Atomvolum von S = 110.

Schwefelcadmium	$Cd+S$	898	191	4,70	natürl.: 4,8 Brooke u. Connel. künstl.: 4,61 Karsten.
Schwefelplatin	$Pt+S$	1434	167	8,53	künstl.: 8,5 Böttger.

Von den Zahlen, die das Atomvolum des Schwefels ausdrücken, scheint $94 = \frac{6}{5} . 78$ zu sein und $110 = 2 . 53$; dann würde man hier ein Verhalten theils wie bei den Salzen, theils wie bei den Oxyden finden und es bleibe nur zu untersuchen übrig, wie 53 und 78 mit einander verbunden sind, die sich wie 2 : 3 verhalten.

Ueber die Arsenverbindungen liegt folgende Tafel vor.

14. Arsenverbindungen.

Substanz.	1 Atom.	Atom-gewicht.	Atom-volum.	Specifisches Gewicht berechn.	Specifisches Gewicht beobachtet.
a) Atomvolum von $As = 119$, von $O = 32$ und von $S = 78$.					
Arsenige Säure	$2As+3O$	1240	334	3,71	3,70 bis 3,72 Karsten; 3,69 bis 3,74 Guibourt.
Arseniksäure	$2As+5O$	1440	398	3,87	3,73 Karsten.
Realgar	$As+S$	671	197	3,41	3,34 Brisson; 3,54 Karsten; 3,56 Mohs.
Auripigment	$2As+3S$	1543	472	3,27	3,31 Musschenbroek; 3,46 Karsten; 3,48 Mohs.
b) Atomvolum von $As = 74$.					
Kupfernickel	$Ni+As$	840	118	7,11	natürl.: 7,29 Berthier.
Speiskobalt	$Co+2As$	1309	192	6,82	natürl.: 6,46 Gmelin; 6,6 Leonhard.
c) Atomvolum von $As = 74$ und von $S = 53$.					
Arsenikkies	$\{Fe+2As, Fe+2S\}$	2020	342	5,91	natürl.: 5,84 Breithaupt.
Nickelglanz	$\{Ni+2As, Ni+2S\}$	2082	342	6,09	natürl.: 6,09 bis 6,13 Pfaff; 6,23 bis 6,33 Breithaupt.
Kobaltglanz	$\{Co+2As, Co+2S\}$	2080	342	6,08	natürl.: 6,04 bis 6,07 Breithaupt.

Auch in der vorstehenden Tafel scheint $119 = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot 74$ zu sein. Endlich stellt **Kopp** noch eine Tafel der Hydrate auf, in welchen er das Atomvolum von H_2O theils = 84, theils = 96 setzt, zwei Zahlen, die unter einander nicht nach der früheren Regel verbunden sind.

15. Hydrate von Salzen.

a) Atomvolum von H_2O = 84.

Substanz.	1 Atom.	Atomgewicht.	Atomvolum.	Specifisches Gewicht berechn.	Specifisches Gewicht beobachtet.
Krystallisirtes Chlorbaryum	$BaCl_2 + 2H_2O$	1524	507	3,00	3,05 Karsten.
Schwefelsaurer Kalk	$Ca_2SO_4 + H_2O$	1826	676	2,70	2,76 Mitscherlich.
Gyps	$CaSO_4 + 2H_2O$	1082	464	2,33	3,33 Beudant; 2,31 Breithaupt.
Schwefelsaur. Kupfer	$CuSO_4 + 5H_2O$	1569	700	2,24	2,23 Hoffmann; 2,27 Kopp.
„ Mangan	$MnSO_4 + 5H_2O$	1509	700	2,15	2,10 Kopp.
„ Nickel	$NiSO_4 + 7H_2O$	1758	868	2,03	2,04 Kopp.
„ Zink	$ZnSO_4 + 7H_2O$	1792	882	2,03	2,04 Mohs.
„ Magnesia	$MgSO_4 + 7H_2O$	1546	864	1,79	1,75 Mohs.

b) Atomvolum von H_2O = 96.

Substanz.	1 Atom.	Atomgewicht.	Atomvolum.	Specifisches Gewicht berechn.	Specifisches Gewicht beobachtet.
Kohlensaur. Natron	$NaCO_3 + 8H_2O$	1563	1049	1,49	1,51 Clarke.
	$NaCO_3 + 10H_2O$	1787	1241	1,44	1,42 Haidinger.
„ Kalk	$CaCO_3 + 5H_2O$	1192	691	1,73	1,75 Mitscherlich.
Salpetersaur. Kupfer	$CuN_2O_6 + 3H_2O$	1510	690	2,19	2,17 Gehler.
„ Magnesia	$MgN_2O_6 + 4H_2O$	1383	782	1,78	1,74 Gmelin.
Schwefelsaures Eisen	$FeSO_4 + 6H_2O$	1614	856	1,89	1,88 Musschenbroek; 1,83 Mohs.
„ Natron	$NaSO_4 + 10H_2O$	2017	1426	1,41	1,48 Mohs; 1,45 Kopp.

E. Berechnung des specifischen Gewichts der Flüssigkeiten.

Dass auch das specifische Gewicht der Flüssigkeiten von ihren Bestandtheilen abhängt, hat Kopp zuerst dadurch erwiesen, dass er bestimmte Differenzen im Atomvolum mehrerer chemischen Verbindungen nachwies, so zwischen den Säurehydraten und den Verbindungen dieser Säuren mit Aethyl- und Methyloxyd, zwischen den einander entsprechenden Aethyl- und Methylverbindungen, und endlich zwischen den Substanzen, in welchen Wasserstoff durch Chlor ersetzt wird. Diese Untersuchungen hat er später erweitert (Annalen der Chemie und Pharmacie L. pag. 71); ebenso haben sich damit auch Schröder (Pogg. Ann. LXII. p. 341 und in seiner Schrift: Ueber die Siedhitze der Kohlenwasserstoffverbindungen) und Löwig (Pogg. Ann. LXIV. p. 209 u. p. 515) beschäftigt. Bis jetzt haben indess diese Forschungen nur zu dem einen gemeinsamen Resultate geführt, dass man die Atomvolume der Flüssigkeiten bei einander entsprechenden Temperaturen festsetzen müsse, für welche Temperaturen man diejenigen ansieht, bei welchen die Dämpfe gleiche Elasticität besitzen, also am einfachsten die Siedpunkte. Da indess für diese Temperaturen die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten selten bestimmt sind, so reducirt man die beobachteten Werthe darauf vermittelst der von Gay-Lussac über die Ausdehnung des Weingeistes angegebenen Zahlen, oder, was dasselbe ist, man corrigirt hiernach die Atomvolume der Bestandtheile, die für alle Flüssigkeiten bei ihrer Siedhitze dieselben sich in dem Masse ändern, als die Temperatur, bei welcher das specifische Gewicht genommen ist, von der Temperatur des Siedpunktes abweicht. In allen übrigen Stücken weichen die Ansichten gänzlich von einander ab, und doch ist noch keine von ihnen so evident durchgeführt, dass man ihr schon jetzt vor den andern den Vorzug einräumen könnte. Unter solchen Umständen mag es genügen, die Grundzüge der bisherigen Behandlungsweisen kurz anzugeben, und dabei selbst nur auf diejenigen organischen Verbindungen Rücksicht zu nehmen, die allein Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff enthalten. Kopp, der die gewöhnlichen Atomgewichte beibehält, setzt für die Siedpunkte durchgängig das Atomvolum von $O = 6 \times 9{,}75$, von $H = 3 \times 9{,}75$

und von $C = 8 \times 9{,}75$. Die Uebereinstimmung der beobach und berechneten specifischen Gewichte ist nicht überall befriedigend, wenngleich den Beobachtungsfehlern noch sie weite Grenzen gesteckt sein mögen. Schröder nimmt der tern Rechnung wegen das Atomgewicht von $H_2 = 1$ an, nach von $C = 6$ und von $O = 8$, und lässt die Atomv derselben durchgängig einander gleich sein, nämlich bei der hitze das Atomvolum von $C_2 = O_2 = H_4 = 10{,}379$. Ansicht empfiehlt sich unstreitig durch ihre Einfachheit, wird sie dadurch nicht besonders beschränkt, dass Sch in Bezug auf die Atomgewichte die chemischen Formel Substanzen so schreibt, wie sie 4 Vol. in Gasform geben, ohne die Zulässigkeit dieser Formeln für 1 Atom einzurä dürfte man in diesen Fällen nur Verdichtungen von 2 : 1 setzen. Ueberdies giebt diese Ansicht das specifische Ge vieler Substanzen mit grosser Genauigkeit an, allein leider sie sich bis jetzt nicht überall anwenden und verlangt des noch eine Ergänzung, die sie selbst vielleicht wieder modifi möchte. Nach Löwig endlich haben wir die Atomgewi ähnlich wie bei Schröder, auf das Atomgewicht von H_2 Gewichtseinheit (G. E.) und die Atomvolume auf Raumeinh (R. E.) zu reduciren, und zwar ist eine G. E. = 12,5, eine I bei dem Siedpunkte der Substanz = 22,56. Das Atomv von H_2 wird hierauf variabel zu $1\frac{1}{2}$ oder 2 R. E. angen ebenso das Atomvolum von $C = 6$ oder 4 R. E, und von I dratwasser $H_2O = 5$ R. E., dagegen soll das Atomvolum v O theils ganz verschwinden theils einer R. E. gleich sein. Di Ansicht lässt, wie man sieht, eine gewisse Willkür zu, da i die Wahl zwischen mehreren Zahlen frei stellt; indess d grösste Bedenken gegen sie liegt offenbar in der Stellung, d sie dem Sauerstoff anweist, eine Stellung, die weder in d Berechnung bei den Dämpfen noch bei den festen Körpern ein Stütze findet.

Thermometer.

Das Quecksilberthermometer ist in den letzten Jahren wiederholt der Gegenstand genauer Untersuchungen geworden, besonders um den wahren Werth seiner Angaben scharf zu bestimmen.

Graduirung. Rudberg (Pogg. Ann. XL. p. 39 u. p. 562 nach Kongl. Vetensk. Acad. Handling. f. 1834 p. 354) hat zunächst einige Mittel zur Graduirung desselben mitgetheilt. Er bedient sich dazu wie gewöhnlich eines abgetrennten Quecksilberfadens, den er aber noch so lang lässt, dass er auch in engen Röhren leicht verschoben werden kann; denselben bekommt er von der gerade zweckdienlichen Länge, wenn er eine Stelle der Röhre erhitzt, darauf die Kugel erwärmt, bis der erforderliche Faden über die Stelle gegangen ist, und nun die Röhre neigt, wobei die Trennung immer an dem erhitzten Orte erfolgt. Sind also der Gefrier- und der Siedepunkt der Röhre auf die herkömmliche Weise bestimmt und das Thermometer auf einer genau, aber beliebig eingetheilten Scale befestigt, so trennt er einen Faden, der so genau als möglich die Hälfte der Röhre von 0° bis 100° einnimmt, stellt sein unteres Ende auf 0 ein und notirt den Theilstrich, auf welchem das obere Ende steht; hierauf bringt es dieses auf 100 und notirt den Stand des untern Endes. Der 50ste Grad liegt in der Mitte beider Notirungen, da überall nur ziemlich gleich weite Röhren gebraucht werden. Ein Faden ferner, der nahe $\frac{1}{3}$ des Fundamentalabstandes besitzt, bestimmt durch Einstellen seines untern Endes auf 0, dann auf den Stand des obern Endes, also durch seine Verdopplung von 0 ab, und durch Einstellen seines obern Endes auf 100 den dritten Theil der Röhre. Zur Controle kann man die Verdopplung des Fadens von 100 ab nehmen. Den sechsten Theil der Röhre bekommt man hierauf durch Einstellen desselben Fadens von 50 ab, und ebenso geben Fäden von $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{24}$, $\frac{23}{48}$ u. s. w. Länge die weitern Eintheilungen in 12, 24, 48 u. s. w. gleiche Theile.

Ort des Nullpunktes. Schon früher war es bekannt, dass der Nullpunkt der Scale im Laufe der Zeit seinen Ort verändert; aus den näheren Untersuchungen von Legrand (Ann. de chim. et de phys. T. LXIII. p. 368) und von Despretz (l. c. T. LXIV. p. 312) lassen sich darüber folgende Resultate entnehmen. Der Nullpunkt steigt nach der Verfertigung des In-

struments und erreicht nach dem ersten Beobachter etwa nac Verlauf von 4 Monaten, nach dem andern erst in späterer Ze das Maximum seiner Erhebung, das bei verschiedenen Instru menten verschieden und geringer bei Crystallglas sich im Allg meinen bis auf $\frac{1}{2}$° belaufen kann. Erwärmt man das Thermo meter später wieder bis zur Siedhitze des Wassers, so nimm der Nullpunkt den frühern niedrigen Stand ein; doch komme hierbei kleine Differenzen vor, selbst bei demselben Glase un bei gleicher Behandlungsweise. Diese Erhebung des Nullpunkts wird sicher nicht allein durch den äussern Luftdruck hervorge bracht, da sie gleichfalls bei Instrumenten stattfindet, die obe offen bleiben oder einen Luftbehälter besitzen. Sollte sich die Beobachtung von Legrand bestätigen, dass an einem Ther mometer, welches bis zu 300° in Oel erwärmt und ganz lang sam abgekühlt wird, der Nullpunkt bis über 1° steigt, aber später bei den gewöhnlichen Lufttemperaturen unverändert bleibt, so muss der Hauptgrund der Erscheinung in der schnellen Ab kühlung des Glases gesucht werden, wodurch die Theile dessel ben in eine Spannung versetzt werden und erst nach und nach, sei es schneller oder langsamer, diejenige Zusammenziehung er langen, welche der Temperatur entspricht. Auf jeden Fall ver langt die Thatsache bei Temperaturbeobachtungen, die auf einen höhern Grad von Genauigkeit Anspruch machen, volle Berück sichtigung. So oft also nur niedere Temperaturen beobachtet werden, kann es genügen, die Fixirung des Nullpunktes erst längere Zeit nach Verfertigung des Instruments vorzunehmen und die Scale öfter zu revidiren; unternimmt man dagegen Beobach tungen, die höhere und niedere Temperaturen in schnellerm Wech sel umfassen, so ist es besser, erst den Siedpunkt und hinterher den Nullpunkt zu bestimmen, der jetzt zwar niedriger ausfällt, aber in dem kürzern Verlauf der Beobachtungen seine Stelle weniger verändert.

Uebereinstimmung der Thermometerangaben. Miss licher steht es nach Regnault (Ann. de chim. et de phys. S III. T. V. p. 83) mit den Angaben der Quecksilberthermometer bei höhern Temperaturen. Denn wenn zwei Thermometer verschie dene Formen besitzen, noch mehr wenn sie aus ungleichem Glase gemacht sind, so zeigen sich bei höhern Wärmegraden nicht un bedeutende Differenzen in ihren Angaben, obschon eine voll-

ständige Uebereinstimmung bei 0° und 100° stattfindet. Ja bei anscheinend ganz gleichen Instrumenten bleiben hier kleine Abweichungen nicht aus. Zum Belege machte Regnault eine Versuchsreihe mit drei Ausflussthermometern, die in einem mit Oel gefüllten Behälter standen und, um jede Temperaturdifferenz zu vermeiden, im Kreise herumgedreht wurden. Das erste war aus einer Röhre von gemeinem Glase zur Kugel ausgeblasen, das zweite bestand aus einem kleinen Ballon ebenfalls von gemeinem Glase, das dritte war aus einer Crystallröhre zur Kugel geblasen. Diese Thermometer lieferten folgende Angaben:

1. Therm.	2. Therm.	3. Therm	Untersch. zwischen 1. u. 3.
0°	0°	0°	0°
100	100	100	0
190,51	190,84	191,66	+1,15
246,68	247,02	249,36	+2,68
251,87	252,06	254,57	+2,70
279,08	279,31	282,50	+3,42
310,69	311,14	315,28	+4,59
333,72	333,76	340,07	+6,35

Eine Wiederholung dieser Versuche durch J. J. Pierre (Ann. de chim. et de phys. S. III. T. V. p. 427) führte zu demselben Resultate; es zeigten sich selbst zwischen 0° und 100° in den Angaben zweier Thermometer aus gemeinem und Crystallglase Differenzen bis auf 0°,15.

Vergleichung des Quecksilber- und des Luftthermometers. Nach den Resultaten der vorstehenden Untersuchung kann eine Vergleichung des Quecksilberthermometers mit dem Luftthermometer nur unsichere Angaben liefern, da die ungleiche Ausdehnung des Glases besonders im letztern Instrumente einen nicht unbedeutenden Einfluss ausübt; wenn demnach zwei Beobachter mit verschiedenem Glase operiren, werden sie sicher auch verschiedene Reductionstafeln aufstellen. Diese Erwartung bestätigt sich in den Arbeiten von Magnus (Pogg. Ann. LVII. p. 177) und Regnault (Ann. de chim. et de phys. S. III. T. V. p. 83). Der erstere erzeugte die constante höhere Temperatur in dem Blechkasten, worin er die Spannung der Wasserdämpfe bestimmt hatte; dem Luftthermometer standen hierin zwei Ausflussthermometer zur Seite. Aus Versuchen ergab sich durch Interpolation folgende Tabelle:

Anscheinende Ausdehn. des Quecksilb.	Anscheinende Ausdehnung der Luft.	Absolute Ausdehn. der Luft.
100° C.	100° C.	100° C.
150	148,07	148,74
200	196,34	197,49
250	242,97	245,39
300	291,16	294,51
330	316,94	320,92

Diese Tafel stimmt ziemlich genau mit den Angaben von Dulong und Petit überein, obschon diese als Ausdehnungscoëfficienten der Luft 0.375 gebraucht haben müssen. — Regnault erzeugte die constante Temperatur in Oel und bediente sich gleichfalls der Ausflussthermometer; er fand:

Luftherm.	Quecksilber-Therm.	Unterschied.
0° C.	0° C.	0° C.
50	50,2	+0,2
100	100,0	0
150	150,0	0
200	200,0	0
250	250,3	+0,3
300	301,2	+1,2
325	326,9	+1,9
350	353,3	+3,3

Die Differenzen gegen die vorige Tabelle erklären sich, wie schon bemerkt wurde, einestheils aus der unregelmässigen Ausdehnung des Glases, anderntheils mögen aber auch, wie Regnault vermuthet, der Luftbehälter und die Thermometer bei Magnus durch die Wärmestrahlung ungleich afficirt worden sein. Zur Sicherstellung seiner Beobachtungen lieferte der erstere noch zwei Versuche in dem Dampf von kochendem Terpenthinöl und Quecksilber. Hierin fand er:

Quecksilberthermometer: 161°,36; 161°,78;
Luftthermometer: 161,58; 161,93;

ferner:

Quecksilberthermometer: 363°,39; 361°,54; 363°,33; 363°,09;
Luftthermometer: 357,76; 356,78; 358,57; 357,98.

Diese Beobachtungen stimmen mit den obigen ziemlich genau überein.

Metastatische Thermometer. Walferdin in Paris

bläst an seinen Thermometern, die besonders geschätst werden, den Quecksilberbehälter so aus der Röhre, dass er in der Peripherie nicht hervortritt, sondern nur durch Verminderung der Glasstärke entsteht; er calibrit ferner seine Röhren sehr sorgfältig und passt ihnen die Scale an; auch nimmt er sie nicht von grösserer Länge als 14 bis 15 Zoll, damit sie bei der Normirung des Siedepunkts ganz in den Dampf des kochenden Wassers gesenkt werden können. Da indess diese Thermometer sich für Beobachtungen geringer Temperaturdifferenzen nicht eignen, so verfertigt er hierzu besondere metastasische Thermometer, deren Röhren gewöhnlich nur 10 bis 20 Grad umfassen und oben eine birnförmige Erweiterung haben. Will man mit einem solchen Instrumente, dessen Scale 20 Grad enthalte, Beobachtungen zwischen 30 und 50 Grad z. B. anstellen, so erwärmt man es zuerst bis etwas über 50°, wendet es gegen das birnförmige Gefäss um, wodurch das darin bereits eingetretene Quecksilber hinabfällt und kühlt es wieder ab; der Quecksilberfaden in der Röhre zieht sich zurück und das oben befindliche Quecksilber bleibt selbst bei senkrechtem Stande des Instrumentes in der birnförmigen Erweiterung. Mittelst eines Normalthermometers bestimmt man hiernach den Werth des untersten und obersten Theilstrichs, wonach die Scale die dazwischen liegenden Grade angiebt. Aehnliche Instrumente, die oft nur wenige Grade umfassen, sind mit Weingeist gefüllt, bei denen man aus einem kleinen Säckchen zur Seite der obern Erweiterung ein Quecksilbertröpfchen in die Röhre eintreten lassen kann, das bei den Beobachtungen als Index dient.

Die Angaben des Magnetpyrometers und Weingeistthermometers bei niedrigen Temperaturen verglichen mit denen des Luftthermometers. Um die bedeutend niedrigen Temperaturen, die sich durch Kohlensäure in starrem und durch Stickstoffoxydul in starrem und flüssigem Zustande hervorbringen lassen, auf eine bequeme Weise zu bestimmen, hat Pouillet (Compt. rend. 1837 I. p. 513; Poggendorf's Annalen. XLI. p. 144.) die Angaben des Luftthermometers, des Magnetpyrometers und des Weingeistthermometers mit einander verglichen. Bei dem ersten Instrumente betrug das durch Quecksilber abgesperrte Luftvolum 91,57 *CC* bei 0° und 760^{mm} Barometerstand, davon fasste der gläserne

Behälter, der abgekühlt wurde, 56,825 *CC*, das Verbindungsrohr 2,415 *CC* und den übrigen Theil eine graduirte Röhre. Als der Behälter mit einem Brei aus Kohlensäure und Aether umgeben war, blieben in der graduirten Röhre 8,78 *CC* Luft; die äussere Temperatur betrug 11°,3 *C*° und der Barometerstand war 764^{mm},65 bei 13°,3 Wärme des Quecksilbers. Hiernach besass der Brei eine Temperatur von — 78°,85 *C*. Ein anderes Luftthermometer mit einem Platinbehälter gab — 78°,87 *C*. — Das Magnetpyrometer wurde aus einer thermoelektrischen Kette von Wismuth und Kupfer gebildet, deren Stromstärke mittelst der Sinusbussole gemessen wurde. Die Ablenkung der Nadel zeigte sich zwischen + 17° und + 77° der Wärme proportional; berechnet man also nach den gefundenen Werthen die Ablenkung von 63°, die stattfand, als die eine Löthstelle auf 0° erhalten wurde und die andere mit dem genannten Brei umgeben war, ebenso die Ablenkung von 27° 20′, als die eine Löthstelle sich im schmelzenden Quecksilber befand, so erhält man die Temperatur des Breies = —78°,75 und des schmelzenden Quecksilbers = —40°,5. — Von Weingeistthermometern kamen 6 von Bunten gefertigte in Anwendung; die ersten drei waren mit Alkohol von 40° *B*., die andern drei mit gewöhnlichem Weingeist von 36° *B*. gefüllt. Sie wurden zuerst in schmelzenden Schnee, dann in den Brei und in schmelzendes Quecksilber getaucht, und man zeichnete die Abstände nach der Scale auf. So ergab sich:

No. der Thermom.		Abstand des Nullpunktes v. d. Temperatur des Breies.	Abstand des Nullpunktes v. d. Temperatur d. schmelzend. Quecksilbers.	Verhältniss der beiden Abstände.
Alkohol 40° B.	1	178^{mm},00	92^{mm},00	78,36 : 40,5
	2	183,30	94,20	78,81 : 40,5
	3	188,60	96,00	79,56 : 40,5
Alkohol 36° B.	4	165,40	85,80	78,07 : 40,5
	5	155,50	80,40	78,33 : 40,5
	6	138,90	72,40	77,70 : 40,5
			Mittel	78,47 : 40,5.

Also stellt sich auch hier ziemlich genau das richtige Verhältniss der beiden untersuchten Temperaturen heraus. — Man würde nach dieser Vergleichung ein sehr günstiges Urtheil über die An-

wendbarkeit der beiden letztern Instrumente zur Beobachtung niedriger Temperaturen fällen müssen, wenn nicht Pouillet die Angaben des Luftthermometers mit dem damals noch gebräuchlichen Ausdehnungscoëfficienten 0,375 berechnet hätte; nimmt man statt desselben 0,3665 an, so gab das Luftthermometer die Temperatur des Breies zu — 80°,75 *C.* an, und hiernach möchte eine neue Vergleichung der drei Instrumente wohl wünschenswerth sein. —

Ausdehnung der Körper durch die Wärme.

A. Ausdehnung der trocknen atmosphärischen Luft.

Die Ausdehnung der trocknen atmosphärischen Luft durch Erwärmung von 0° bis 100° C. war bisher nach den zahlreichen Versuchen von Gay-Lussac zu 0,375 angenommen worden, womit auch die freilich auf einem Rechnungsfehler beruhenden Angaben von Dalton völlig übereinstimmten. Im Jahre 1837 machte F. Rudberg auf die Unsicherheit dieser Constante aufmerksam und setzte ihren Werth nur zu 0,364 bis 0,365 an (Pogg. Ann. XLI. p. 271 und XLIV. p. 119). Er wandte bei seinen Versuchen zwei verschiedene Methoden an; einestheils maass er die Ausdehnung der Luft bei nahe constantem Drucke, anderntheils leitete er ihre Ausdehnung aus der vermehrten Spannkraft bei ziemlich unverändertem Volumen ab. Nach der erstern Methode verband er eine Glaskugel (Kaliglas), die 150 bis 200 Grammen Quecksilber fasste, mit einer längern Thermometerröhre und trocknete die darin enthaltene Luft wohl aus, indem er den mit einer Chlorcalciumröhre verbundenen Apparat mehrere (an 50) Male erhitzte und wieder abkühlte, oder auch ebenso oft auspumpte und sich wieder füllen liess. Während darauf die Kugel noch mit der Chlorcalciumröhre verbunden blieb, brachte er sie in den Dampf von siedendem Wasser, der, um jene Abkühlung zu verhüten, aus einem doppeltem Mantel ausströmte, und bestimmte die Temperatur desselben T aus dem Barometerstande H', den er in dem Augenblicke nahm, wo er die Termometerröhre zublies. Nach erfolgter Abkühlung senkte er dann diese Röhre mittelst eines besondern Gestells in ein Ge-

fäss mit trockenem Quecksilber ziemlich tief ein und brach die untere Spitze ab; jetzt trat das Quecksilber hinein und füllte, während die Temperatur der Kugel durch darumgelegten und nach und nach erneuerten Schnee auf 0° erhalten wurde, denjenigen Raum aus, um welchen sich die Luft bei der Siedhitze ausgedehnt hatte. Nachdem der Apparat längere Zeit in diesem Zustande geblieben war, waren noch folgende Operationen zu thun übrig: zuerst die Höhe h genau zu messen, um welche das Quecksilber in der Kugel höher stand, als im Gefässe, und den Stand des Barometers H'' zu dieser Zeit aufzuzeichnen; zweitens das Gewicht p des eingetretenen Quecksilbers zu bestimmen, endlich den ganzen Apparat bei 0° mit Quecksilber zu füllen, den bei der Siedhitze T' ausfliessenden Theil w' desselben und ebenso mittelst des Rückstandes die ganze eingefüllte Masse P zu wägen. Aus diesen Daten lässt sich sofort die Ausdehnung der Luft zwischen 0° und 100° $C.$ berechnen. Denn ist das Volumen der Kugel sammt Thermometerröhre bei 0° $= V$, die Ausdehnung der Luft für 1° $= \alpha$, des Glases $= \delta$, ferner das Gewicht einer Raumeinheit Luft bei 0° und 760^{mm} Druck $= a$, so war das Volumen der Kugel bei der Siedhitze $T = V(1+\delta T)$, ferner stand die darin befindliche Luft unter einem Drucke $= H'$ und war im Verhältniss von $1:1+\alpha T$ ausgedehnt, also wog sie $aV\frac{H'}{760}\cdot\frac{1+\delta T}{1+\alpha T}$; nach ihrer Abkühlung auf 0° füllte sie nur noch einen Raum v aus und stand unter einem Drucke $= H''-h$, sie wog demnach $av\frac{H''-h}{760}$; da diese beiden Gewichte einander gleich sind, so bekommt man

$$1+\alpha T = \frac{V}{v}\cdot\frac{H'}{H''-h}(1+\delta T),$$

welche Gleichung α giebt, wenn $\frac{V}{v}$ und δ bekannt sind. Es ist aber unmittelbar $\frac{V}{v} = \frac{P}{P-p}$ und δ lässt sich aus dem Quecksilber w' herleiten, das bei der Temperatur T' aus der bei 0° mit P gefüllten Kugel abfloss. Denn da die absolute Ausdehnung des Quecksilbers aus den Untersuchungen von Dulong und Petit bekannt ist, welche sie unabhängig von der Ausdehnung des Glases zwischen 0° und 100° zu 0,018018 bestimmten, die also auf 1° Δ betragen mag, so nahm das Quecksilber P,

das bei 0° den Raum V ausfüllte, bei T' einen Raum $V(1+\Delta T')$ ein, dagegen bot die Kugel nur einen Raum $= V(1+\delta T')$ dar, und es musste ein Theil $V(\Delta-\delta)T'$ abfliessen, der sich zur ganzen Masse wie w' zu P verhält. Hieraus folgt $V(\Delta-\delta)T' : V(1+\Delta T') = w' : P$ oder

$$(\Delta-\delta)T' = \frac{w'}{P}(1+\Delta T').$$

Aus 24 Versuchen fand Rudberg $100(\Delta-\delta) = 0{,}015733$, also:

$$100\,\delta = 0{,}002285,$$

wogegen Dulong und Petit für das von ihnen gebrauchte Glas $100\delta = 0{,}002546$ erhalten hatten. — Die sämmtlichen nach dieser Methode angestellten Beobachtungen ergeben:

P	$P-p$	H'	H''	h	T	$100\,\alpha$
166gr,6891	133gr,1409	765mm,28	742mm,77	39mm,3	100°,20	0,3643
173,4432	131,7215	763,62	775,84	38,1	100,13	0,3654
183,4963	143,2124	757,02	759,65	46,9	99,89	0,3644
154,2360	120,6356	772,30	759,10	35,0	100,45	0,3650
174,6862	134,9876	779,85	777,48	38,1	100,73	0,3653
198,8099	172,7273	764,42	762,71	117,0	100,16	0,3651
184,4872	146,6123	758,11	753,42	52,5	99,93	0,3643
191,1037	178,9558	757,79	761,05	166,5	99,92	0,3645

Mittel $100\,\alpha = 0{,}3648$.

Die zweite Methode, die Rudberg anwandte, lässt, wenn die Ausdehnung des Glases vorher bestimmt ist, die Versuche in kürzerer Zeit und dennoch mit grosser Sicherheit vollenden. Man nimmt einen Glascylinder AB (Fig. 3), verbindet ihn mit einer Capillarröhre bd, und diese wieder mit einer weitern Röhre C. Diese so wie eine zweite oben offene Röhre ED von ungefähr 50 Centimeter Länge kittet man in den Deckel einer Dose FG ein, welche trocknes Quecksilber in einem ledernen Beutel enthält, und das man mittelst der Schraube M in die Höhe und dadurch in beide Röhren bringen kann. Der Cylinder AB muss vorher auf die frühere Weise mit trockner Luft gefüllt sein und die deswegen unten an C befindliche und zugeblasene Spitze erst in der Dose unter Quecksilber abgebrochen werden. Hat man nun hinter ED und bd eine Scale angebracht, auch auf bd einen feinen Strich bei α gezogen und den Unterschied e der Capillardepression in den beiden Röhren bestimmt, so kühle man AB durch umgelegten Schnee bis 0° ab und stelle durch die Schraube M das

silber auf α ein; steht es in ED auf a' und beläuft sich der Höhenunterschied $a'\alpha$ auf h' bei einem Barometerstande $= H'$, so findet sich die Luft in AB unter einem Drucke $= H' + h' - e$. Hierauf bringe man AB in den Dampf von siedendem Wasser, dessen Temperatur T der Barometerstand H'' angiebt; man schraube das Quecksilber wieder bis auf α hinauf und dadurch in ED bis a'', wo $a''\alpha = h''$ sei, so steht die erhitzte Luft unter einem Druck $H'' + h'' - e$ und erfüllt einen im Verhältniss von 1 zu $1 + \delta T$ grösseren Raum; ihre Ausdehnung findet man also aus

$$1 + \alpha T = \frac{H'' + h'' - e}{H' + h' - e}(1 + \delta T).$$

Aus den 12 Versuchen, die Rudberg mit diesem Apparat anstellte, und in denen die Barometerstände von $752^{mm},92$ bis $783^{mm},72$ variirten, erhielt er folgende Werthe für α:

No. des Vers.	100α	No. des Vers.	100α	No. des Vers.	100α	No. des Vers.	100α
1	0,3640	4	0,3648	7	0,3643	10	0,3640
2	0,3648	5	0,3640	8	0,3648	11	0,3664
3	0,3641	6	0,3656	9	0,3653	12	0,3645

Mittlerer Werth von $100\alpha = 0,3646$.

Die Wichtigkeit des Gegenstandes veranlasste Magnus und Regnault zur Wiederholung dieser Versuche, die sie unabhängig von einander zu derselben Zeit anstellten. Magnus (Pogg. Ann. LV. p. 1) prüfte zunächst Gay-Lussac's Verfahren, welcher die Ausdehnung der Luft direkt gemessen hatte; er hatte nämlich eine mit trockner Luft gefüllte Kugel mit einer 1 — 2,5 Millim. weiten Röhre verbunden und den innern Raum durch einen Quecksilbertropfen abgesperrt, darauf die Kugel erst auf 0° gebracht, dann den Dämpfen von kochendem Wasser ausgesetzt, und aus der Verschiebung des Quecksilbers die Raumvergrösserung der Luft ermittelt. Bei der Revision zeigte sich, dass weder zwei Röhren, die dicht neben einander beobachtet wurden, gleiche Resultate lieferten, noch ein und dieselbe bei Wiederholung der Operation; ja wenn die Kugel erst auf 0° abgekühlt, darauf den Dämpfen von kochendem Wasser ausgesetzt und wieder auf 0° gebracht wurde, nahm der Quecksilbertropfen nicht mehr die anfängliche Stelle ein, so dass man einen ungenügenden Verschluss voraussetzen muss. Die erhaltenen

Resultate schwankten für 100α zwischen 0,35500 und 0,38769, aus denen selbst der Mittelwerth zur Entscheidung der vorliegenden Frage nicht genügen kann. Hiernach befolgte Magnus das zweite Verfahren, dessen sich Rudberg bedient hatte; sein Apparat, dem beschriebenen ähnlich, besass noch einige Schutzmittel, um diejenigen Theile, in welchen sich das Quecksilber befindet, gegen die strahlende Wärme zu sichern. Die Temperatur des Dampfes bestimmte er gleichfalls nach dem Barometerstande, und zwar nach der von Egen aufgestellten Formel *). Nachdem für die Ausdehnung des Glases mit Hülfe eines Ausflussthermometers $100\delta = 0{,}002547$ gefunden war, gaben die Versuche mit Beibehaltung der obigen Bezeichnungen folgende Resultate:

No.	H'	h'	H''	h''	e	T	100α
1	333''',32	+1''',75	333''',82	122''',83	0''',25	99°,82	0,367241
2	334,95	+0,5	334,95	121,6	0,25	99,92	0,365032
3	335,29	+5,0	335,33	128,0	0,75	99,95	0,366033
4	339,36	+0,5	339,45	123,75	0,75	100,28	0,366164
5	333,38	+6,25	332,92	129,9	0,75	99,75	0,367899
6	332,51	+5,9	332,51	127,93	0,75	99,70	0,365948
7	333,90	+2,5	333,65	124,4	0,75	99,81	0,366596
8	342,87	−6,5	341,70	117,3	0,75	100,47	0,367154

Mittel $100\alpha = 0{,}366508$.

Dies Mittel ist um weniges grösser, als das von Rudberg gefundene.

Regnault (Ann. de Chimie et de Phys. S. III. T. IV. p. 5 und Pogg. Ann. LV. p. 391) stellte seine Versuche nach vier verschiedenen Verfahrungsarten an. Die beiden ersten waren der ersten Methode von Rudberg ähnlich, doch gebrauchte er statt der Kugel einen grössern Cylinder, welcher die trockne Luft enthielt, dann ebenfalls eine ziemlich bedeutende Kugel, die jedoch mit einer so langen Thermometerröhre verbunden war, dass beim Abkühlen auf 0° das Quecksilber nicht in die Kugel trat. Sein drittes Verfahren stimmte wieder im Ganzen mit dem

---

*) Rudberg gebrauchte die Formel: $\tau = 0{,}378184 d - 0{,}0018563 d^2$, in welcher τ die Temperatur des Dampfes über 100°C und d den Luftdruck in Centimetern über 76 centim. bezeichnet; diese Form statt $0{,}037818 d$ rechtfertigt sich aus seinen Berechnungen bei der Construction des Thermometers und stimmt mit der Egenschen Gleichung fast vollkommen überein.

zweiten Rudberg'schen überein, ebenso das vierte, nur dass hier die Luft bei 100° C. unter dem gewöhnlichen Drucke der Atmosphäre, bei 0° unter einem geringern stand. Der Apparat hatte hierzu folgende Einrichtung (Fig. 4). Ein Glasballon A von 800—1000 Kubikcentimetern Inhalt, der die Luft enthielt, war mit einer Thermometerröhre von 20 Centim. Länge verbunden; bei C fand eine Unterbrechung durch eine kurze kupferne Röhre statt, um die Capillarröhre p einmünden zu lassen, und am Ende E folgte eine weitere Röhre FG, die mittelst GH und der Fassung HI mit der oben offnen Röhre LI communicirte, so dass aus beiden zugleich das darin befindliche Quecksilber durch den Hahn K abgelassen werden konnte. War der Ballon durch p mit trockner Luft gefüllt und der Siedhitze ausgesetzt, so wurde in L soviel Quecksilber eingeschüttet, dass es in FG bis α stieg; hierauf wurde p zugeblasen, der Stand des Quecksilbers auf α hergestellt und die Höhendifferenz in beiden Röhren gemessen. Dies gab mit Berücksichtigung des Barometerstandes den Druck, unter welchem die Luft bei der Siedhitze stand. Als hiernach A auf 0° abgekühlt wurde, zog sich die Luft zusammen und würde das Quecksilber über E hinweggeführt haben, wenn man nicht den Hahn geöffnet und so grade so viel hätte abfliessen lassen, dass es wieder bis α stand. Der Höhenunterschied in beiden Röhren und der neue Barometerstand geben also wieder den Druck an, unter welchem die Luft bei 0° stand. Aus den Versuchen nach diesen vier Methoden erhielt Regnault folgende Mittelwerthe:

aus 14 Versuchen nach Methode	I.	$100\alpha =$	0,36629,
- 18 - - -	II.	$100\alpha =$	0,36633,
- 12 - - -	III.	$100\alpha =$	0,36678,
- 6 - - -	IV.	$100\alpha =$	0,36665,
	Mittel	$100\alpha =$	0,3665.

Diese Zahl stimmt mit der Angabe von Magnus vollkommen überein, wonach bei Rudberg ein constanter kleiner Fehler in die Resultate gekommen sein muss. —

Zum Abschluss der Untersuchung liegen noch die beiden Fragen vor, ob verdünnte und verdichtete Luft eine gleiche Ausdehnung erfahren, und zweitens ob das Mariottesche Gesetz, dessen strenge Gültigkeit bei der Berechnung der bisherigen Versuche vorausgesetzt wurde, wirklich dieser Voraussetzung ent-

spricht. Regnault ist auf beide Fragen näher eingegangen. In Betracht des erstern Punktes füllte er den Ballon A (Fig. 4) durch p theils mit verdünnter, theils mit verdichteter Luft und stellte, wie vorhin, bei 0° und bei 100° das Quecksilber in FG auf α; er erhielt so in Mittelwerthen aus mehreren Versuchen:

Druck bei 0°.	Druck bei 100°.	Dichte der Luft bei 0°, wenn dieselbe bei 0° und 760mm Bar. = 1.	100 α
109mm,72	149mm,31	0,1444	0,36482
174,36	237,17	0,2294	0,36513
266,06	395,07	0,3501	0,36542
374,67	510,35	0,4930	0,36587
375,23	510,97	0,4937	0,36572
760,00	....	1,0000	0,36650
1678,40	2286,09	2,2084	0,36760
1692,53	2306,23	2,2270	0,36800
2144,18	2924,04	2,8213	0,36894
3655,56	4992,09	4,8100	0,37091

Hiernach würde sich verdichtete Luft etwas mehr aus dehnen.

Zur Prüfung des Marriotteschen Gesetzes maass Regnault unmittelbar die Ausdehnung der Luft bei nahe constantem Drucke. Der angeführte Apparat wurde hierzu in so weit geändert, dass auch die Röhre GH einen besondern Hahn erhielt, welcher sowohl das Quecksilber aus dieser Röhre allein abfliessen liess, als auch eine Communication mit LI gestattete. War die Luft auf 0° abgekühlt, so nahm sie den Ballon und die Röhre FG bis α ein; wurde sie aber bis 100° erhitzt, so dehnte sie sich bis β aus und stand unter nahe demselben Drucke. Zugleich waren die Röhren EH und LI mit Wasser umgeben, wodurch man die Temperatur der Luft in FH mit Sicherheit bestimmen konnte. Es sei diese $= t$, wenn der Ballon auf 0° abgekühlt, und $= t'$, wenn er der Siedhitze des Wassers ausgesetzt war; überdies seien die Druckhöhen, unter welchen in beiden Fällen die eingeschlossene Luft stand, $= H + h$ und $H' + h'$, die Capacität des Ballons A bei 0° $= V$, der Röhre EH bis $\alpha = v$ und bis $\beta = v'$, so folgt unter Beibehaltung der vorher angenommenen Bezeichnungen:

$$\left(V\frac{1+\delta T}{1+\alpha T} + v'\frac{1}{1+\alpha t'}\right)(H'+h') = \left(V + v\frac{1}{1+\alpha t}\right)(H+h),$$

also

$$1+\alpha T = \frac{(H'+h')(1+\delta T)}{H+h+\frac{v}{V}\frac{H+h}{1+\alpha t}-\frac{v'}{V}\frac{H'+h'}{1+\alpha t'}}.$$

Der Apparat gestattete auch hier die Anwendung von verdichteter Luft. Bei atmosphärischem Drucke gaben die Versuche $100\alpha = 0,36706$, bei einem Druck von $2526^{mm},42$ $100\alpha = 0,36944$ und bei einem Druck von $2621^{mm},74$ $100\alpha = 0,36964$, also gegen früher nur sehr unbedeutend grössere Zahlen.

β. Ausdehnung verschiedener Gase.

Die beiden vorher genannten Physiker dehnten zu gleicher Zeit ihre Versuche auf andere Gasarten aus, da die bisherige Annahme, dass alle unter dem Einfluss der Wärme sich in ganz gleichem Maasse ausdehnen, mit den jetzt verbesserten Messapparaten controlirt werden musste. Magnus erhielt:

Namen der Gase.	Anzahl der Versuche.	100α im Mittel.
Wasserstoff . . .	4	0,36566
Kohlensäure . . .	4	0,36909
Schweflige Säure .	3	0,38562

Ebenso fand Regnault, der vornehmlich die letzte Untersuchungsmethode anwandte, weil sie bei denjenigen Gasen, die dem Mariotteschen Gesetze nicht folgen, allein vergleichbare Resultate liefert, folgende Zahlen:

Namen der Gase.	Anzahl der Versuche.	100α im Mittel.
Wasserstoff . . .	3	0,36613
Kohlensäure . .	5	0,37099
Stickstoffoxydul .	2	0,37195
Kohlenoxyd . . .	2	0,36688
Schweflige Säure .	3	0,39028
Cyan	2	0,38767

Bei veränderter Spannkraft gemessen betrug die Ausdehnung der Kohlensäure 0,36896, der schwefligen Säure 0,38290, des Cyangases 0,38290, welche Zahlen merklich kleiner sind, als die vorstehenden. Mit der Dichtigkeit der Gase wuchs auch hier wieder die Ausdehnung, so gab die Kohlensäure unter $2523^{mm},48$ Druck $100\alpha = 0,38455$. Diese im Ganzen übereinstimmenden Versuche beider Beobachter lehren, dass die verschiedenen Gase

ıe etwas verschiedene Ausdehnung erfahren, indem diejenigen, elche in flüssigen Zustand versetzt werdes können, sich etwas ehr als die atmosphärische Luft ausdehnen.

C. Ausdehnung des Glases.

Die bereits vorliegenden Angaben über die Ausdehnung des lases zeigen schon hinreichend, dass dieselbe innerhalb gewisr Grenzen schwankt und selbst bei derselben Glassorte von r Form des Gefässes abhängt. Zum nähern Nachweise dieser erhältnisse machte Regnault (Ann. de Chimie et de Phys. III. T. IV. p. 64; Pogg. Ann. LV. p. 584) eine ausgedehnre Versuchsreihe. Bezeichnet P das Gewicht des Quecksilrs, welches das Gefäss bei 0° füllt, p die bei der Siedhitze s Wassers ausfliessende Quantität, H' den Barometerstand, aus elchem die Temperatur T' der Siedhitze folgt, so ergab sich:

Glas.	P	p	H'	T'	100δ
eisses Glas. Röhre . .	296gr,804	4gr,464	749mm,42	99°,61	0,002648
. Kugel v. 46mm Drchm.	757,800	11,450	752,12	99,71	0,002592
- - - 33 - -	244,063	3,7125	756,78	99,88	0,002514
ünes Glas, Röhre . .	352,011	5,414	749,25	99,60	0,002299
. Kug. v. 36mm Durchm.	309,315	4,809	746,38	99,49	0,002132
hwed. Glas, Röhre .	633,962	9,742	758,14	99,93	0,002363
. Kug v. 34mm Durchm.	251,739	3,849	757,62	99,91	0,002441
, - - 32 - -	221,980	3,395	753,96	99,77	0,002411
schmelzb franz. Glas, Röhre	568,564	8,855	756,57	99,87	0,002142
Kug v. 32mm Durchm.	258,443	3,996	754,06	99,77	0,002242
wöhnl. Krystallglas, Röhre	644,643	10,055	753,72	99,76	0,002102
Kug. v. 39mm Durchm.	397,342	6,112	754,88	99,81	0,002330

Aus diesen Versuchen geht augenscheinlich hervor, dass n bei genauern Messungen die Ausdehnung der gläsernen Apate besonders bestimmen müsse.

D. Ausdehnung des flüssigen Schwefels.

Während der Ausdehnungscoëfficient der flüssigen und fen Körper bei höherer Temperatur grösser zu werden pflegt, gt der flüssige Schwefel nach Despretz (Compt. rend. T. L. p. 589; Pogg. Ann. XLVI. p. 134) den entgegengesetzten ll. Nach ihm ist der Coëfficient für 1°

= 0,000622	zwischen	110°	und	130° C.
= 0,000582	-	110	-	150 -
= 0,000454	-	110	-	200 -
= 0,000428	-	110	-	250 -

E. Die grösste Dichtigkeit des Wassers und einiger anderer Flüssigkeiten.

Im 1sten Bande des Repert. p. 146 sind bereits die Angaben der verschiedenen Beobachter über die Temperatur, bei welcher Wasser das Maximum seiner Dichtigkeit erlangt, zusammengestellt worden. Seit der Zeit hat Despretz (Ann. de chim. et de phys. T. LXII. p. 5 und T. LXXIII. p. 296) denselben Gegenstand noch einmal einer Prüfung unterworfen. Er operirte nach zwei verschiedenen Methoden. Zuerst verglich er den Gang eines Wasserthermometers mit den Angaben eines Quecksilberthermometers, die sich beide in demselben mit Wasser gefüllten Gefässe befanden. Er bestimmte hierzu die kubische Ausdehnung seines Glases zwischen 0° und 28° C. zu 0,0000255 und zwischen 28° und 100° zu 0,0000258 für 1° C., ermittelte ferner die Capacität eines Theilstrichs der Röhre gegen den Inhalt der Kugel und trug nun die scheinbare Ausdehnung des Wassers als Curve auf, deren Abscissen die wechselnden Temperaturen, die Ordinaten die scheinbaren Volume des Wassers waren; ebenso verzeichnete er in grader Linie die scheinbare Abnahme des Wasservolums, wie sie allein durch die Ausdehnung des Glases bedingt wird. Beide Linien in Beziehung gebracht geben in ihrem gemeinsamen Punkt den Ort des gesuchten Maximums der Dichtigkeit an, da sich in diesem Punkte das Volum des Wassers grade so verändert, wie es die Ausdehnung des Glases verlangt, als hier weder Ausdehnung noch Zusammenziehung des Wassers stattfindet. Mit 4 verschiedenen Thermometern fand er der Reihe nach das Maximum im Mittel aus 7 Versuchen bei 3°,99 C., aus 7 Versuchen bei 4°,02, aus 2 Versuchen bei 4°,01, aus 2 Versuchen bei 3°,96, im Gesammtmittel bei 4°,007. — Sollte man es vorziehen, die Temperatur des Maximums aus den Beobachtungen durch Rechnung herzuleiten, so bezeichne y das Volum des Wassers bei einer Wärme von $x°$, welches durch

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

ausgedrückt werde. Nachdem hierin die 4 Constanten a, b, c, d

durch die vier aus den Beobachtungen gezogenen Gleichungen $y_1 = ax_1^3 + bx_1^2 + cx_1 + d$, $y_2 = ax_2^3 + bx_2^2 + cx_2 + d$ u. s. w. bestimmt sind, setze man $\frac{dy}{dx} = 0$ und suche aus dieser quadratischen Gleichung den Werth x für das Minimum des Volums. Zur Abkürzung der Rechnung kann man sich der von Lagrange angegebenen Interpolationsformel

$$y = X_1 y_1 + X_2 y_2 + X_3 y_3 + X_4 y_4$$

bedienen, in welcher

$$X_1 = \frac{(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}, \quad X_2 = \frac{(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)},$$

$$X_3 = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)}, \quad X_4 = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)},$$

ist. Die Rechnung gab aus 8 neuen Versuchen das Maximum im Mittel bei 4°,004. — Das zweite Verfahren bestand darin, dass Despretz in ein Fayencegefäss von 270^{mm} Höhe und 160^{mm} Durchmesser vier Thermometer, zwei von jeder Seite, in horizontaler Lage einfügte, welche um 54^{mm} von einander abstanden, und das mit kaltem Wasser gefüllte, durch einen Deckel verschlossene Gefäss an drei Schnüren in einem Zimmer von etwa 19° Wärme aufhing. Die vier Thermometer stiegen ungleich, indem sich die bis zum Maximum der Dichtigkeit gelangenden Schichten nach unten senkten. Er verzeichnete darauf die vier Curven, welche den Gang der Thermometer darstellten, und nahm 1) das Mittel aus den Temperaturen, wo die Curven plötzlich ihre Richtung veränderten, 2) das Mittel aus den Temperaturen, bei welchen sich je zwei Curven durchschnitten, 3) das Mittel aus den Durchschnittspunkten der einzelnen Curven mit der aus allen entnommenen mittleren Curve. Der Mittelwerth aus diesen Mitteln wieder war nach 2 Versuchen = 4°,063 oder, wenn man die Correction wegen der horizontalen Lage der Thermometer und wegen des Theils, der in freier Luft war, anbringt, = 3°,974. — Nach allen diesen Versuchen dürfte man also die Temperatur des Maximums der Dichtigkeit auf 4° C. feststellen, wie dies auch schon aus den Angaben der frühern Beobachter mit der grössten Wahrscheinlichkeit folgte.

Die bisher verschieden beantwortete Frage (s. Erman in Pogg. Ann. XLI. p. 72), ob Meerwasser ein Maximum der Dichtigkeit besitze, hat Despretz gleichfalls durch eine Reihe von

Versuchen, in die er auch andere Flüssigkeiten hinei das Vorhandensein eines Maximums entschieden. Er v Quecksilberthermometer mit 4 Thermometern, welche di in Betracht gezogenen Flüssigkeiten enthielten, versei Curve der scheinbaren Ausdehnung, desgleichen die ge der Veränderung des Glases, und bestimmte wieder : Berührungspunkte die Temperatur, bei welcher das eintritt. Ausserdem beobachtete er den Gefrierpunkt, die Flüssigkeit in Bewegung erhielt und notirte den (die Erstarrung eintrat, obschon sich in demselben Mo Thermometer wieder um etwas erhob. Aus seinen Be gen entlehnen wir nachstehende Tafel:

Flüssigkeit.	Spec. Gewicht.	Gefrier-punkt.	Te de d.
Meerwasser	1,0273 bei 20°	—2°,55	—
Kochsalz.			
12^{gr},346 auf 997^{gr},450 Wass.	1,009 „ 6°,26	—1,206	+
24,692 „ „ „	1,018 „ 6,26	—2,24	—
37,039 „ „ „	1,0269 „ 6,60	—2,77	—
74,078 „ „ „	— —	—4,3	—
Chlorcalcium.			
6^{gr},173 auf 997^{gr},450 Wass.	1,0052	—0,22	+
12,346 „ „ „	1,0103	—0,53	+
24,692 „ „ „	1,0204	—1,03	+
37,039 „ „ „	1,0314	—3,92	—
74,087 „ „ „	1,0601	—5,28	—
Schwefelsaures Kali.			
6^{gr},173 auf 997^{gr},450 Wass.	1,0051	—0,15	+
12,346 „ „ „	1,0102	—0,27	+
24,692 „ „ „	1,0201	—0,55	—
37,039 „ „ „	1,0298	—2,09	—
74,087 „ „ „	1,0579	—4,08	—
Schwefelsaures Natron.			
6^{gr},173 auf 997^{gr},450 Wass	1,0059	—0,17	+
12,346 „ „ „	1,0116	—0,36	+
24,692 „ „ „	1,0225	—0,68	—
37,039 „ „ „	1,0339	—2,30	—
74,078 „ „ „	1,0657	—2,39	—1
Kohlensaures Kali.			
37^{gr},039 auf 997^{gr},450 Wass.	1,0328	—3,21	—
74,078 „ „ „	1,0640	—2,25	—1
Kohlensaures Natron.			
37^{gr},039 auf 997^{gr},450 Wass.	1,0387	—2,85	—
74,078 „ „ „	1,0746	—2,20	—1

Flüssigkeit.	Spec. Gewicht.	Gefrier-punkt.	Temper. des Max. d. Dicht.	Anzahl der Versuche.
Schwefels. Kupferoxyd *).				
57gr,996 auf 997gr,450 Wass.	—	—1°,32	—0°,62	—
Aetzkali.				
37gr,039 auf 997gr,450 Wass.	1,0319	—2,10	— 5,64	2
74,078 „ „ „	1,0619	—4,33	—15,95	3
Alkohol.				
74gr,078 auf 997gr,450 Wass.	—	—2,83	+ 2,30	2
Schwefelsäure.				
6gr,173 auf 997gr,450 Wass.	1,0043	—0,21	+ 2,18	1
12,346 „ „ „	1,0084	—0,44	+ 0,60	1
24,692 „ „ „	1,0165	—1,09	— 1,92	2
37,039 „ „ „	1,0241	—1,34	— 5,02	2
74,078 „ „ „	1,0464	—2,75	—13,72	2

Nach diesen Versuchen haben Meerwasser und alle wässrige Lösungen ein Maximum der Dichtigkeit; die Temperatur, bei welcher dies Maximum eintritt, sinkt schneller als der Gefrierpunkt, beide indess ziemlich proportional zur Menge des dem Wasser zugesetzten Stoffes, wenn man von 0° und +4° an rechnet.

F. Ausdehnung des Wassers.

Mit seinen Wasserthermometern stellte Despretz auch eine Reihe Beobachtungen über die Ausdehnung des Wassers an, woraus sich die nachstehende Tafel ergiebt, die besonders in den niedern Temperaturen Beachtung verdient.

Temp.	Vol. bei 4° = 1.	Vol. bei 0° = 1.	Temp.	Vol. bei 4° = 1.	Vol. bei 0° = 1.
—9° C.	1,0016311	1,0015040	+ 4° C.	1,0000000	0,9998731
—8	1,0013734	1,0012463	5	1,0000082	0,9998813
—7	1,0011354	1,0010184	6	1,0000309	0,9999040
—6	1,0009184	1,0007914	7	1,0000708	0,9999439
—5	1,0006987	1,0005717	8	1,0001216	0,9999947
—4	1,0005619	1,0004349	9	1,0001879	1,0000610
—3	1,0004222	1,0002953	10	1,0002684	1,0001415
—2	1,0003077	1,0001808	11	1,0003598	1,0002329
—1	1,0002138	1,0000869	12	1,0004724	1,0003455
0	1,0001269	1,0000000	13	1,0005862	1,0004590
+1	1,0000730	0,9999561	14	1,0007146	1,0005876
2	1,0000331	0,9999062	15	1,0008751	1,0007481
3	1,0000083	0,9998814	16	1,0010215	1,0008915

*) Die Gläser zersprangen bei schwachem Niederschlage des Salzes.

Temp.	Vol. bei 4° = 1.	Vol. bei 0° = 1.	Temp.	Vol. bei 4° = 1.	Vol. bei 0° = 1.
+17° C.	1,0012067	1,0010797	+59° C.	1,01645	1,01632
18	1,00139	1,00126	60	1,01697	1,01684
19	1,00159	1,00146	61	1,01750	1,01737
20	1,00180	1,00167	62	1,01803	1,01790
21	1,00201	1,00188	63	1,01857	1,01834
22	1,00223	1,00210	64	1,01912	1,01899
23	1,00246	1,00233	65	1,01968	1,01955
24	1,00269	1,00256	66	1,02025	1,02012
25	1,00293	1,00280	67	1,02083	1,02070
26	1,00318	1,00305	68	1,02141	1,02128
27	1,00344	1,00331	69	1,02200	1,02187
28	1,00371	1,00358	70	1,02259	1,02246
29	1,00399	1,00386	71	1,02319	1,02306
30	1,00428	1,00415	72	1,02379	1,02366
31	1,00458	1,00445	73	1,02440	1,02427
32	1,00489	1,00476	74	1,02501	1,02488
33	1,00521	1,00508	75	1,02562	1,02549
34	1,00544	1,00541	76	1,02624	1,02611
35	1,00588	1,00575	77	1,02687	1,02674
36	1,00623	1,00610	78	1,02751	1,02738
37	1,00659	1,00646	79	1,02816	1,02803
38	1,00696	1,00683	80	1,02882	1,02869
39	1,00734	1,00721	81	1,02949	1,02936
40	1,00773	1,00760	82	1,03015	1,03002
41	1,00813	1,00800	83	1,03084	1,03071
42	1,00854	1,00841	84	1,03153	1,03140
43	1,00895	1,00882	85	1,03223	1,03210
44	1,00937	1,00924	86	1,03293	1,03280
45	1,00979	1,00966	87	1,03361	1,03348
46	1,01022	1,01009	88	1,03432	1,03419
47	1,01065	1,01052	89	1,03503	1,03490
48	1,01109	1,01096	90	1,03574	1,03561
49	1,01153	1,01140	91	1,03646	1,03633
50	1,01198	1,01185	92	1,03719	1,03706
51	1,01243	1,01230	93	1,03792	1,03779
52	1,01299	1,01286	94	1,03866	1,03853
53	1,01346	1,01333	95	1,03939	1,03928
54	1,01394	1,01381	96	1,04013	1,04000
55	1,01443	1,01410	97	1,04088	1,04065
56	1,01493	1,01480	98	1,04163	1,04150
57	1,01543	1,01530	99	1,04239	1,04226
58	1,01594	1,01581	100	1,04315	1,04302

Gebundene Wärme.

A. Gebundene Wärme des Wassers.

Die gebundene Wärme des Wassers ist durch die Versuche von de la Provostage und P. Desains (Ann. de chim. et de phys. S. III. T. VIII. p. 5; Pogg. Ann. LXII. p. 30) von Neuem bestimmt und damit der Werth dieser Constante genauer festgesetzt worden. Sie wandten die Mischungsmethode an. Sie füllten ein kleines Gefäss von dünnem Messing mit warmem Wasser, wogen es sammt dem Thermometer und setzten es schnell auf ein Gestell von Holz oder Glas, das es nur mit drei feinen Spitzen berührte. Der eine Beobachter notirte hierauf die Zeit und die abnehmende Temperatur von zehntel zu zehntel Graden, und nahm in dem Momente, wo der andere ein reines blasenfreies und zwischen Fliesspapier sorgsam abgetrocknetes Stück Eis hineinlegte, die Anfangstemperatur T. Mit diesen Notirungen der Zeit und der Temperatur fuhr man fort, bis das Eis vollkommen geschmolzen war; jetzt bestimmte man die Endtemperatur ϑ und wiederum das Gewicht des Gefässes. Die erste Wägung giebt das Gewicht des Wassers M, welches durch das Eis abgekühlt wird, sofern man das Gewicht des Thermometers und des Gefässes abzieht und die diesen Grössen an Wärmecapacität entsprechende Quantität Wasser hinzunimmt, auch den geringen, durch direkte Versuche vorher festgestellten Verlust in Anschlag bringt, den das Wasser nach der Wägung bis zum Einbringen des Eises durch Verdampfen erleidet. Die zweite Wägung giebt durch den Ueberschuss gegen die erste das Gewicht m des Eises an, wobei man jedoch wieder den geringen Verlust durch Verdampfung in Anrechnung bringen muss. Aus den Grössen T, ϑ, M, m folgt die latente Wärme L des Wassers unmittelbar nach

$$\frac{M}{m}(T-\vartheta) = L+\vartheta.$$

Da man das Verhältniss $\frac{M}{m}$ nicht zu klein wählen kann, am besten zwischen 6 und 10, so hängt die Genauigkeit des für L gefundenen Werthes hauptsächlich von einer genauen Bestimmung von T und ϑ ab. Die beiden Beobachter bedienten sich deshalb zweier genau calibrirter Thermometer, deren Nullpunkte

sie mehrfach revidirten, und deren Angaben sie bis auf $\frac{1}{100}$ Grad ablesen konnten. Ausserdem suchten sie die Correction in ϑ wegen der Wärmestrahlung durch direkte Versuche so scharf als möglich zu ermitteln, sorgten auch dafür, dass ϑ wenig von der Temperatur der umgebenden Luft abwich. Endlich überzeugten sie sich noch davon, dass der Fehler, der etwa durch ein wenig am Eise haftendes Wasser veranlasst werden konnte, ausser alle Betrachtung fiel. Ihre Versuche gaben folgende Resultate:

No.	L	No.	L	No.	L	No.	L
1	78°,92	6	78°,75	10	79°,25	14	78°,77
2	79,19	7	79,00	11	79,21	15	78,91
3	79,07	8	79,22	12	79,46	16	78,92
4	79,33	9	79,06	13	79,18	17	79,29
5	78,86						
						Mittel	79°,09C.

Corrigirt man dieses Mittel in der Rücksicht, dass sich die Thermometerröhre nicht in gleicher Temperatur wie die Kugel befand, so kann man die latente Wärme des Wassers zu 79°,25C. ansetzen.

Regnault (Ann. de chim. et de phys. S. III. T. VIII. p. 19) wiederholte diese Versuche und operirte auf ganz ähnliche Weise. Vier Beobachtungen, in denen reiner crystallischer Schnee angewandt wurde, gaben im Mittel $L = 77°,24$ C., 13 andere mit Eis 79°,06 C., welche Zahlen mit der vorstehenden Angabe gut übereinstimmen.

B. Gebundene Wärme des Dampfes verschiedener Flüssigkeiten.

Ueber die latente Wärme der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten hat Brix (Pogg. Ann. LV. p. 341) eine Versuchsreihe unternommen. Er bediente sich dazu des in Fig. 5 dargestellten Apparates. In einem Gefässe *ABCD* aus dünnem Messing, das auf drei kleinen Holzfüssen steht, befindet sich die in der Mitte hohle Büchse *EFHG*; in ihr werden die aus der Retorte *Q* ausströmenden Dämpfe condensirt, indem das durch den Rührer *RR* bewegte Kühlwasser, dessen Temperatur man an dem Thermometer *TT* beobachtet, sie in *ABCD* umgiebt. Es sei das Gewicht dieses Kühlwassers, vermehrt um die an Wärme-

capacität äquivalente Grösse des Metalls und des Thermometers, $= M$, das Gewicht des condensirten Dampfes, gefunden aus dem Gewicht der Retorte vor und nach dem Ausströmen, $= m$, die Anfangstemperatur des Kühlwassers $= T$, die Endtemperatur desselben $= \vartheta$, endlich die specifische Wärme der verdampfenden Flüssigkeit gegen Wasser $= \sigma$ und ihre Siedtemperatur $= t$, so folgt die latente Wärme L aus:

$$M(T-\vartheta) = Lm + \sigma m(t-\vartheta),$$

oder

$$L = \frac{M}{m}(T-\vartheta) - \sigma(t-\vartheta).$$

Diese Gleichung verlangt jedoch noch mehrere Correctionen. Zunächst wird der kurze Theil der Retorte von P an bis N von den Dämpfen erwärmt, die dadurch theilweise condensirt in den Kühlapparat gelangen und nicht mehr ihre ganze latente Wärme besitzen. Beträgt die Temperatur der umgebenden Luft t_1^0, so kann man die Erwärmung von NP auf $t - t_1$ ansetzen, damit nach dem Gewichte dieses Theils und der specifischen Wärme des Glases die absorbirte Wärme zu g berechnen, und man wird folglich der obigen Gleichung das Glied $\frac{g}{m}$ hinzufügen. Ferner erliert das Kühlwasser einen Theil seiner Wärme durch Strahung; diesen Verlust berechnet man zwar am sichersten nach irekten Beobachtungen, doch hat es Brix vorgezogen, sich der on Neumann aufgestellten Formel zu bedienen und nur den onstanten Faktor aus eigenen Beobachtungen zu entnehmen; a er indess bei den Wasserdämpfen nach Rumford's Methode en Verlust durch Ausstrahlung beschränkte, und die übrigen lüssigkeiten die Temperatur des Kühlwassers weniger änderten, scheint er auch auf seinem Wege keine erheblichen Fehler egangen zu haben. Der auf die eine oder die andere Weise erechnete Wärmeverlust γ giebt der obigen Gleichung als Corection das Glied $\alpha\frac{\gamma}{m}$. Endlich bleibt noch der Wärmeverlust übrig, den NP durch Ausstrahlung erleidet; dieser Verlust ist m schwierigsten direkt zu bestimmen; da man aber voraussetzen arf, dass er zur Zeit Z, wie lange die Dämpfe einströmten, und $t - t_1 = x$ proportional ist, so hat Brix das Glied $\frac{Zx}{m}$ hinzuefügt und damit die obige Gleichung unter die Form

$$L = L_1 + \frac{Z}{m}x$$

gebracht, in der L_1 die bereits nach den beiden erstern Angaben corrigirte latente Wärme bezeichnet. Nachdem mehrere Versuche über dieselben Dämpfe vorlagen, wurden L und x nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Die Correction der Siedhitze t nach dem Barometerstande ist unberücksichtigt geblieben. Die sämmtlichen Versuche, zu deren Berechnung die specifische Wärme σ vom Wasser = 1, Alkohol = 0,6, Schwefeläther = 0,55, Terpenthinöl = 0,41, Citronenöl = 0,45 angenommen wurde, gaben folgende Resultate:

1. Wasser.

	Diff.
$L = 430°,36 R. + 5,32x$	—2,23
$428,09 - + 3,23x$	+1,50
$430,22 - + 3,21x$	—0,60
$428,73 - + 3,63x$	+0,27
$423,23 - + 6,26x$	+2,35

$L = 433°,83 R.; x = 1,322.$

2. Wasser.

	Diff.
$L = 430°,73 R. + 2,00x$	+0,65
$429,49 - + 1,84x$	—0,73
$429,40 - + 3,34x$	+0,57
$427,50 - + 4,47x$	—0,31
$428,60 - + 3,54x$	+0,04
$429,41 - + 2,52x$	+0,18

$L = 431°,95 R.; x = 0,93.$

3. Alkohol.

	Diff.
$L = 167°,72 R. + 1,73x$	+0,65
$166,95 - + 1,81x$	+0,19
$166,11 - + 1,95x$	+0,17
$166,17 - + 2,10x$	+0,16
$165,21 - + 2,27x$	—0,30
$167,98 - + 1,21x$	—0,34

$L = 171°,4 R.; x = 2,57.$

4. Schwefeläther.

	Diff.
$L = 71°,50 R. + 1,57x$	—0,18
$71,14 - + 1,35x$	+0,27
$71,92 - + 1,28x$	—0,47
$71,10 - + 1,46x$	+0,27
$71,14 - + 0,97x$	—0,43
$72,00 - + 0,96x$	+0,43

$L = 71°,97 R.; x = 0,394.$

5. Terpenthinöl.

	Diff.
$L = 59°,54 R. + 0,79x$	+0,02
$60,16 - + 1,29x$	+0,46
$59,83 - + 1,41x$	+0,12
$59,60 - + 1,19x$	—0,06
$59,15 - + 1,25x$	—0,57
$59,51 - + 0,81x$	+0,01

$L = 59°,23 R.; x = —0,35.$

6. Citronenöl.

	Diff.
$L = 60°,64 R. + 0,93x$	—0,93
$57,50 - + 2,08x$	—1,23
$58,19 - + 2,11x$	—0,48
$61,86 - + 1,03x$	+0,54
$61,80 - + 1,12x$	+0,69
$61,90 - + 1,04x$	+0,60
$57,42 - + 2,99x$	+0,91

$L = 63°,85 R.; x = 2,446.$

Wenngleich in diesen Reihen x keinen erheblichen Werth besitzt, so zeigt sich doch die Unzulänglichkeit dieser Correction darin, dass nach den Werthen von $t-t_1$, die bekannt sind, nämlich in Reihe 1 = 67°,6, in Reihe 2 = 63°,1, in Reihe 3 = 51°,3, in Reihe 4 = 16°,0, in Reihe 5 = 115°,9, in Reihe 6 = 131°,0, auch x in gleichem Verhältnisse stehen müsste; am grössten ist die Differenz beim Alkohol und Terpenthinöl. Deshalb möchte es zunächst zweckmässig sein, für diese beiden Dämpfe $x = 1,02$ und $x = 2,3$ zu setzen und danach L zu berechnen; man berechnet auf diese Weise die latente Wärme des Dampfes von

Wasser	=	432,°89 R.,
Alkohol	=	168,57 -,
Schwefeläther	=	71,97 -,
Terpenthinöl	=	62,25 -,
Citronenöl	=	63,85 -.

Der zu den Versuchen angewandte Alkohol enthielt etwa ½ Procent Wasser dem Volum nach.

Spannkräfte des Wasserdampfs.

Wenngleich wir zahlreiche Versuche über die Spannkräfte des Wasserdampfs besitzen, so lässt sich doch nicht leugnen, dass die in Anwendung gekommenen Methoden besonders in Rücksicht auf die Bestimmung der dem Dampfe angehörigen Temperatur noch manches zu wünschen übrig lassen, und dass demnach die bisher angegebenen Zahlen noch nicht den Grad von Genauigkeit erreichen, den die Wissenschaft fordert und der sich mit den jetzigen Hülfsmitteln wirklich erlangen lässt. Um so erfreulicher ist es, dass Magnus und Regnault zu gleicher Zeit diese Untersuchung von Neuem aufgenommen haben, indem der erstere die Spannkräfte des Wasserdampfs von —7° bis + 105° C., der andere von —32° bis + 148° C. gemessen hat. — Magnus (Pogg. Ann. LXI. p. 225) bediente sich zu seinen Versuchen eines Blechkastens aus 4 in einander gesetzten und durch Luftschichten von einander getrennten Hüllen, in deren Mitte er durch zwei untergesetzte Spirituslampen eine constante Tempe-

ratur erzeugen konnte. Er maass diese durch ein Luftthermometer, das dieselbe Einrichtung hatte, wie das bei den Versuchen über die Ausdehnung der Luft gebrauchte, nur hatte der Luftbehälter eine gabelförmige Form, um zwischen seine beiden Arme die gläserne Röhre zu stellen, in welcher sich die Wasserdämpfe erzeugten. Diese Röhre war etwa 4 Zoll lang, $\frac{1}{4}$ Zoll weit und Uförmig gebogen; ihr einer Schenkel war oben verschlossen und kugelförmig ausgeblasen, der andere rechtwinklig umgebogen stand mit einer engen Röhre in Verbindung, die aus dem Kasten herausführte und zu einer Luftpumpe ging. In den verschlossenen Schenkel war etwas Wasser über Quecksilber so eingebracht worden, dass man erst das Quecksilber darin auskochte, dann Wasser, das $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Stunden vorher gekocht hatte, durch Neigen der Röhre in die kugelförmige Erweiterung einführte. War nun die Temperatur im Kasten auf eine constante Temperatur gekommen, was die Beobachtung des Luftthermometers angab, so wurde die Luft im zweiten Schenkel nach und nach so weit verdünnt, bis das Wasser in Dampf überging und das Quecksilber in beiden Schenkeln der Röhre gleich oder nahe gleich hoch stellte. Dieser Dampf besass genau die Temperatur, welche das Luftthermometer anzeigte, es kam also nur noch darauf an, die Niveaudifferenz des Quecksilbers in der Uförmigen Röhre zu messen und die Spannung der Luft zu beobachten, welche dem Dampf das Gleichgewicht hielt. Um die erstere Messung vorzunehmen, war der Kasten mit zwei einander diametral gegenüberstehenden und $1\frac{1}{4}$ Zoll weiten Röhren versehen, die mit Glasscheiben verschlossen eine gleichzeitige Beobachtung der beiden Quecksilberoberflächen mittelst eines Fernrohrs gestatteten. Die Spannung der Luft gab ferner ein gewöhnlicher Druckmesser an, eine zweischenklige mit Quecksilber gefüllte Röhre, von denen der eine Schenkel oben offen blieb, der andere durch einen Kanal mit der Luftpumpe communicirte; durch ein Kathetometer maass man die Niveaudifferenz des Quecksilbers in beiden Schenkeln, mit einem gewöhnlichen Barometer den Druck der Atmosphäre, und mit zwei Thermometern, die oben und unten in dem mit Glastafeln umschlossenen Mantel hingen, welcher das Barometer und den Druckmesser enthielt, die Temperatur des Quecksilbers in diesen Instrumenten. Da der Apparat auch die Luft zu verdichten

tete, so liessen sich die Spannkräfte des Dampfes selbst 100° C. bestimmen. — Zur Berechnung des Dampfdrucks den Beobachtungen, die übrigens einfach ist, sei das Luftometer bei 0° und H Barometerstand auf die Marke eint worden, und die Höhendifferenz im andern Schenkel mit Ausschluss der Capillardepression e noch h betragen, giebt sich für jede andere Beobachtung die Temperatur Θ sten aus dem neuen Barometerstande H' und der Höhennz h', wenn α und δ die Ausdehnung der Luft und des für 1° C. zeichnen, nach:

$$1+\alpha\Theta : 1 = \frac{H'+h'-e}{1+\delta\Theta} : H+h-e,$$

$$\Theta = \frac{(H'+h'-e)-(H+h-e)}{\alpha(H+h-e)-\delta(H'+h'-e)}.$$

ie Spannkraft des Dampfes bekommt man unmittelbar aus $-h_{,,}$, worin H' den Barometerstand, $h_,$ die Höhendiffen Druckmesser, und $h_{,,}$ dieselbe in der Uförmigen Röhre nschluss der kleinen Wasserschicht angiebt. Die nachle Tafel enthält die sämmtlichen Beobachtungen, denen h der sogleich folgenden Formel berechneten Werthe beisind.

No.	Temperat.	Spannkräfte beob.	Spannkräfte berechn.	Differenz.
1	−6°,61	2mm,75	2mm,75	0mm,00
2	−5,31	2,95	3,04	+0,09
3	−3,64	3,45	3,45	0,00
4	−0,99	4,15	4,21	+0,06
5	0,00	4,59	4,525	−0,065
6	0,00	4,59	4,525	−0,065
7	0,00	4,44	4,525	+0,085
8	0,00	4,54	4,525	+0,015
9	0,00	4,49	4,525	+0,035
10	0,00	4,49	4,525	+0,035
11	0,00	4,54	4,525	−0,015
	Mittel	4,525		
12	+8,01	7,93	7,97	+0,04
13	8,05	8,07	7,99	−0,08
14	8,05	8,22	7,99	−0,23
15	11,34	9,43	9,97	+0,54
16	11,36	9,48	9,99	+0,51
17	11,93	9,88	10,37	+0,49
18	11,98	9,88	10,41	+0,53
19	12,07	9,93	10,47	+0,54
20	12,27	9,88	10,61	+0,73

No.	Temperat.	Spannkräfte		Differenz.
		beob.	berechn.	
21	+12°,31	10mm,28	10mm,64	+0mm,36
22	13,06	10,48	11,17	+0,69
23	13,10	10,58	11,20	+0,62
24	16,82	13,52	14,24	+0,72
25	23,30	21,80	21,29	−0,51
26	23,43	21,82	21,38	−0,44
27	23,83	22,93	21,99	−0,94
*28	23,85	22,24	22,02	−0,22
29	35,95	43,96	44,15	+0,19
30	43,13	63,58	64,83	+1,25
31	44,89	71,01	71,02	+0,01
*32	44,90	71,20	71,06	−0,14
33	45,26	71,90	72,39	+0,49
34	45,46	73,14	73,13	−0,01
*35	45,70	73,74	74,04	+0,30
36	45,77	73,94	74,31	+0,37
37	51,19	96,35	97,54	+1,19
38	51,36	96,48	98,36	+1,88
39	52,12	101,40	102,12	+0,72
40	54,16	110,46	112,73	+2,27
41	54,24	111,79	113,17	+1,38
42	54,54	113,10	114,81	+1,71
43	54,64	113,57	115,37	+1,80
44	54,70	114,55	115,70	+1,15
*45	54,74	114,65	115,92	+1,27
46	54,80	115,15	116,26	+1,11
47	54,83	115,35	116,42	+1,07
48	55,39	118,61	119,59	+0,98
49	55,39	118,86	119,59	+0,73
50	55,56	118,93	120,57	+1,64
51	58,19	135,45	136,55	+1,10
52	58,68	139,13	139,72	+0,59
53	72,59	258,28	260,00	+1,72
54	72,95	265,34	264,02	−1,32
55	73,19	269,74	266,72	−3,02
56	74,00	274,63	276,03	+1,40
57	74,08	275,60	276,96	+1,36
58	74,13	276,53	277,55	+1,02
59	74,47	281,57	281,55	−0,02
*60	74,83	284,97	285,84	+0,87
61	75,36	288,99	292,27	+3,28
62	75,63	290,72	295,59	+4,87
63	76,26	300,44	303,46	+3,02
64	76,74	309,55	309,58	+0,03
65	76,79	308,97	310,22	+1,25
66	77,47	320,41	319,08	−1,33
67	77,70	321,01	322,12	+1,11
68	78,33	330,13	330,58	+0,45
69	78,72	332,01	335,91	+3,90
70	81,77	379,54	380,17	+0,63
71	81,89	382,18	382,01	−0,17
72	81,95	385,34	382,93	−2,41
73	82,12	384,33	385,55	+1,22
74	82,12	385,85	385,55	−0,30

No.	Temperat.	Spannkräfte		Differenz.
		beob.	berechn.	
*75	+82°,25	387mm,15	387mm,56	+0mm,41
76	82,84	397,82	396,81	—1,01
77	84,26	420,37	419,85	—0,52
78	84,29	421,61	420,35	—1,26
79	84,56	426,65	424,86	—1,79
80	84,68	427,60	426,88	—0,72
81	84,99	428,89	432,13	+3,24
82	85,12	431,05	434,34	+3,29
83	85,32	434,44	437,77	+3,33
84	85,91	444,69	448,02	+3,33
85	86,21	450,64	453,31	+2,67
86	86,23	450,54	453,67	+3,13
87	86,29	449,90	454,73	+4,83
88	86,29	450,04	454,73	+4,69
89	86,29	450,70	454,73	+4,03
90	86,33	452,05	455,44	+3,39
91	88,79	504,27	501,00	—3,27
92	89,05	506,96	506,03	—0,93
93	89,64	518,07	517,61	—0,46
*94	90,80	542,54	541,01	—1,53
95	91,34	553,03	552,20	—0,83
*96	91,81	563,50	562,10	—1,40
97	93,57	601,56	600,51	—1,05
98	93,66	601,08	602,53	+1,45
99	93,66	601,78	602,53	+0,75
100	97,85	708,50	703,15	—5,35
101	98,40	722,91	717,35	—5,56
102	98,90	736,90	730,46	—6,44
103	99,03	739,40	733,90	—5,50
104	99,39	743,56	743,49	—0,07
105	99,40	743,10	743,76	+0,66
106	99,47	745,22	745,64	+0,42
107	99,66	746,99	750,76	+3,77
108	100,52	780,06	774,29	—5,77
109	100,87	779,73	784,07	+4,34
110	104,64	901,70	895,83	—5,87
111	104,68	904,15	897,08	—7,07

Den so eben mitgetheilten Beobachtungen schliesst sich keine Formel genauer an als die zuerst von **Roche** vorgeschlagene, nämlich

$$e = ab^{\frac{t}{\gamma + t}},$$

in der e die Spannkraft des Dampfes in Millimetern, t die Temperatur desselben in Graden der hunderttheiligen Scale und a, b, γ constante Werthe bezeichnen. Da für $t = 0°$ die Beobachtungen $e = 4^{mm},525$ geben und für $t = 100°$ $e = 760^{mm},00$ sein muss, so folgt unmittelbar $a = 4,525$, $760 = 4,525 \,.\, b^{\frac{100}{\gamma + 100}}$ und

es bedarf nur noch einer Gleichung, die b und γ enthält. Magnus wählte hierzu die 10 mit * bezeichneten Beobachtungen aus und bestimmte aus ihnen γ nach der Methode der kleinsten Quadrate; er erhielt $\gamma = 234{,}69$, damit $\log b = 7{,}4475$ und folglich die vollständige Gleichung

$$e = 4^{mm}{,}525 \,.\, 10^{\frac{7{,}4475\, t}{234{,}69 + t}}.$$

Nach dieser Gleichung ist die obige Berechnung geführt worden, die nur Differenzen darbietet, wie sie bei derartigen Versuchen kaum vermieden werden können.

Die folgende Tabelle enthält die nach derselben Formel berechneten Spannkräfte für alle Grade von —20° bis +118°C.

t	e	t	e	t	e	t	e
°C.		°C.		°C.		°C.	
—20	0mm,916	+15	12mm,677	+50	91mm,965	+85	432mm,295
—19	0,999	16	13,519	51	96,630	86	449,603
—18	1,089	17	14,409	52	101,497	87	467,489
—17	1,186	18	15,351	53	106,572	88	485,970
—16	1,290	19	16,345	54	111,864	89	505,060
—15	1,403	20	17,396	55	117,378	90	524,775
—14	1,525	21	18,505	56	123,124	91	545,133
—13	1,655	22	19,675	57	129,109	92	566,147
—12	1,796	23	20,909	58	135,341	93	587,836
—11	1,947	24	22,211	59	141,829	94	610,217
—10	2,109	25	23,582	60	148,579	95	633,305
— 9	2,284	26	25,026	61	155,603	96	657,120
— 8	2,471	27	26,547	62	162,908	97	681,683
— 7	2,671	28	28,148	63	170,502	98	707,000
— 6	2,886	29	29,832	64	178,397	99	733,100
— 5	3,115	30	31,602	65	186,601	100	760,000
— 4	3,361	31	33,464	66	195,124	101	787,718
— 3	3,624	32	35,419	67	203,975	102	816,273
— 2	3,905	33	37,473	68	213,166	103	845,683
— 1	4,205	34	39,630	69	222,706	104	875,971
0	4,525	35	41,893	70	232,606	105	907,157
+ 1	4,867	36	44,268	71	242,877	106	939,260
2	5,231	37	46,758	72	253,530	107	972,296
3	5,619	38	49,368	73	264,577	108	1006,300
4	6,032	39	52,103	74	276,029	109	1041,278
5	6,471	40	54,969	75	287,898	110	1077,261
6	6,939	41	57,969	76	300,193	111	1114,268
7	7,436	42	61,109	77	312,934	112	1152,321
8	7,964	43	64,396	78	326,127	113	1191,444
9	8,525	44	67,833	79	339,786	114	1231,660
10	9,126	45	71,427	80	353,926	115	1272,986
11	9,751	46	75,185	81	368,558	116	1315,462
12	10,421	47	79,111	82	383,697	117	1359,094
13	11,130	48	83,212	83	399,357	118	1403,915
14	11,882	49	87,494	84	415,552		

Regnault (Ann. de chim. et de phys. S. III. T. XI. p. 273) wandte bei seinen Versuchen drei verschiedene Methoden an. Für gewöhnliche Temperaturen verglich er den Stand zweier Barometer, deren eines etwas Wasser im Vacuum enthielt; da aber die Bestimmung der Temperatur hierbei bekanntlich unsicher wird, wenn man sie aus der Temperatur der umgebenden Luft ableitet, so umschloss er den obern Theil beider Barometer mit einem Glaskasten und füllte ihn mit Wasser an, dessen Wärme ein eingesenktes Thermometer bestimmte. Für andere Temperaturen leerte er einen mitten in Wasser befindlichen Ballon von Luft und liess hierin sich die Dämpfe entwickeln, deren Spannkraft ein Druckmesser angab. Für die höhern Temperaturen endlich bestimmte er den Druck des Dampfs aus dem Siedpunkte, indem er das Wasser in einem Gefässe kochen liess, das mit zwei Thermometern im Dampfe und mit zweien im Wasser versehen war; dieses Gefäss stand durch eine kalt gehaltene Röhre mit einem grössern Ballon in Verbindung, in dem die Luft nach Belieben verdichtet und ihre Spannkraft durch ein offenes Quecksilbermanometer gemessen werden konnte. Diese Methode kam später auch für gewöhnliche Temperaturen in Anwendung.

Zur Berechnung seiner nach allen Beziehungen sorgfältig corrigirten Beobachtungen verwarf **Regnault** die jedenfalls nur empirische Formel $e = ab^{\frac{t}{m+nt}}$, weil nach ihr bei $t = -\frac{m}{n}$ die die Spannkräfte darstellende Curve abspringt und bei $t = \frac{m(\log a - 2n)}{2n^2}$ eine Inflexion gegen die Axe der t bekommt; er wählte vielmehr für die Temperaturen zwischen 0° und 100° C. die von **Biot** aufgestellte Gleichung:

$$\log e = a + b\alpha_1^t - c\beta_1^t,$$

in der er aus den Beobachtungen $e = 4^{mm}60$ für $t = 0°$, $e = 23^{mm},55$ für $t = 25°$, $e = 91^{mm},98$ für $t = 50°$, $e = 288^{mm},50$ für $t = 75°$ und $e = 760^{mm}00$ für $t = 100°$

$$\begin{aligned} a &= +4{,}7384380 \\ \log \alpha_1 &= 0{,}006865036 \\ \log \beta_1 &= 0{,}9967249 - 1 \\ \log b &= 0{,}1340339 - 2 \\ \log c &= 0{,}6116485 \end{aligned}$$

annahm. Da indess dieselbe Formel weder für die niedern noch für die höhern Temperaturen passte, so stellte er für jene die Formel:

$$\log e = a + b\alpha^x$$

auf, in der $x = t - 32°$ ist und aus $e = 0^{mm},31$ für $x = 0$, $e = 1^{mm},18$ für $x = 16$ und $e = 4^{mm}60$ für $x = 32$

$$a = +0{,}0131765$$
$$\log b = 0{,}4724984 - 1$$
$$\log \alpha = 0{,}0871566,$$

für die Temperaturen dagegen über 100° C. die Gleichung:

$$\log e = a - b\alpha^x,$$

in der $x = t - 100°$ und aus $e = 760^{mm},00$ für $t = 100°$, $e = 1621^{mm},0$ für $t = 123°$ und $e = 3177^{mm},0$ für $t = 146°$

$$a = +5{,}8267890$$
$$\log \alpha = 0{,}9977641 - 1$$
$$\log b = 0{,}4692291.$$

Die folgende Tabelle giebt zunächst die Spannkräfte des Wasserdampfes bis 100° C., wie sie von Grad zu Grad aus den beiden ersten Gleichungen folgen.

Spannkräfte des Wasserdampfs von —32° bis +100° C.

t	e	t	e	t	e	t	e
—32°C	0^{mm},310	— 6°C	2^{mm},758	+20°C	17^{mm},391	+46°C	75^{mm},156
—31	0,336	— 5	3,004	21	18,495	47	79,093
—30	0,365	— 4	3,271	22	19,659	48	83,204
—29	0,397	— 3	3,553	23	20,888	49	87,499
—28	0,431	— 2	3,879	24	22,184	50	91,982
—27	0,468	— 1	4,224	25	23,550	51	96,661
—26	0,509	0	4,600	26	24,988	52	101,543
—25	0,553	+ 1	4,940	27	26,505	53	106,636
—24	0,602	2	5,302	28	28,101	54	111,945
—23	0,654	3	5,687	29	29,782	55	117,478
—22	0,711	4	6,097	30	31,548	56	123,244
—21	0,774	5	6,534	31	33,406	57	129,251
—20	0,841	6	6,998	32	35,359	58	135,505
—19	0,916	7	7,492	33	37,411	59	142,015
—18	0,996	8	8,017	34	39,565	60	148,791
—17	1,084	9	8,574	35	41,827	61	155,839
—16	1,179	10	9,165	36	44,201	62	163,170
—15	1,284	11	9,792	37	46,691	63	170,791
—14	1,398	12	10,457	38	49,302	64	178,714
—13	1,521	13	11,162	39	52,039	65	186,945
—12	1,656	14	11,908	40	54,906	66	195,496
—11	1,803	15	12,699	41	57,910	67	204,376
—10	1,963	16	13,536	42	61,055	68	213,596
— 9	2,137	17	14,421	43	64,346	69	223,165
— 8	2,327	18	15,357	44	67,790	70	233,093
— 7	2,533	19	16,346	45	71,391	71	243,393

t	e	t	e	t	e	t	e
°C.		°C.		°C.		°C.	
+72	254mm,073	+80	354mm,643	+87	468mm,221	+94	610mm,740
73	265,147	81	369,287	88	486,687	95	633,778
74	276,624	82	384,435	89	505,759	96	657,535
75	288,517	83	400,101	90	525,450	97	682,029
76	300,838	84	416,298	91	545,778	98	707,280
77	313,600	85	433,041	92	566,757	99	733,305
78	326,811	86	450,344	93	588,406	100	760,000
79	340,488						

Die Vergleichung der vorstehenden Tabelle zwischen 0° und 100° mit der von **Magnus** berechneten bietet eine sehr befriedigende Uebereinstimmung dar, da die Differenzen überall innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen. Wegen der kleinen Differenz bei 0° ist zu bemerken, dass **Regnault** seinen Werth als Mittel aus 63 Beobachtungen genommen hat, die zwischen 4mm,50 und 4mm,695 schwanken. Nicht ganz auf gleiche Weise scheint die Formel von **Magnus** auf die niedern Temperaturen zu passen, doch ist hier ein Urtheil über ihre Zulässigkeit schwieriger zu fällen; leichter stellt es sich heraus, wenn man die Angaben der Spannkräfte für höhere Temperaturen bei **Regnault** beachtet. Die folgenden Tafeln geben zunächst seine Beobachtungen und ihre Berechnung nach der vorher mitgetheilten dritten Gleichung.

Temperat. Mitt. nach 4 Therm.	Spannkräfte		Temperat. Mitt. nach 4 Therm.	Spannkräfte	
	beob.	berechn.		beob.	berechn.
99°,83	751mm,61		138°,32	2561mm,50	
100,71	776,03		140,95	2758,69	2757mm,93
100,74	777,09	779mm,86	140,93	2756,17	
105,08	904,87	905,45	143,92	2997,75	2991,67
105,08	904,32		143,84	2992,79	
111,74	1131,60	1131,35	145,65	3150,42	
111,74	1131,34		145,67	3149,41	3148,28
116,07	1302,37	1302,37	145,69	3149,73	
116,06	1302,23		147,48	3307,33	3308,86
122,59	1601,25	1600,52	147,48	3306,52	
122,59	1601,25		147,48	3306,39	
128,50	1925,20	1918,02	128,32	1908,81	1907,64
128,50	1925,48		128,32	1910,09	
128,62	1931,14		128,27	1908,90	
128,57	1929,36		126,18	1794,11	1788,76
131,35	2094,69	2090,72	126,17	1793,47	
131,38	2096,47		126,18	1793,12	
135,68	2373,03	2372,33	122,89	1620,04	1615,01
135,68	2373,03		122,85	1618,54	
138,30	2561,73	2560,18	122,84	1618,70	

Temperat. Mitt. nach 4 Therm.	Spannkräfte		Temperat. Mitt. nach 4 Therm.	Spannkräfte	
	beob.	berechn.		beob.	berech
119°,25	1447mm,30	1442mm,28	110°,68	1095mm,44	1091mm,
119,25	1447,37		110,66	1094,68	
117,45	1364,90	1361,68	99,75	753,96	
117,44	1364,78				

Therm. im Dampf.	Therm. im Wasser.	Spannkräfte	
		beob.	berechn.
121°,13	121°,16	1530mm,27	1530mm,68
121,13	121,16	1529,96	
121,11	121,16	1529,18	
123,91	123,90	1668,71	1668,88
123,91	123,94	1670,34	
123,91	123,94	1670,32	
128,47	128,40	1915,12	1912,25
128,47	128,38	1915,96	
130,18	130,12	2012,51	2013,65
130,20	130,15	2015,34	
131,57	131,45	2097,93	2095,07
131,57	131,45	2097,93	
131,63	131,51	2098,28	
133,32	133,21	2209,20	2207,00
133,28	133,20	2209,08	
136,09	135,92	2387,99	2382,84
136,02	135,85	2386,07	
136,00	135,83	2386,81	
137,52	137,75	2514,79	
137,54	137,77	2515,30	2520,10
137,54	137,77	2515,30	
137,54	137,77	2514,99	
138,89	138,90	2599,23	2603,04
138,89	138,90	2599,18	
138,87	138,88	2597,97	
138,82	138,84	2597,34	
138,80	138,82	2596,43	
138,75	138,66	2591,65	
138,74	138,66	2591,65	
138,74	138,65	2591,29	
138,73	138,64	2590,61	
141,59	141,61	2803,05	
141,54	141,57	2799,68	
141,56	141,58	2801,18	2808,62
141,56	141,58	2801,77	
141,56	141,59	2802,03	
144,15	144,10	3010,19	3015,93
144,17	144,12	3010,73	
144,17	144,12	3009,44	
145,98	145,88	3161,67	3166,64
145,98	145,88	3161,63	
145,98	145,88	3161,66	
148,30	148,20	3360,74	3374,53
148,30	148,20	3361,36	
148,30	148,20	3361,36	
148,30	148,24	3361,03	
148,26	148,20	3359,54	

Aus beiden Tabellen erhellt die Gültigkeit der angewandten rmel innerhalb der Temperaturgrenzen, welche die Beobachtgen umfassen; man bekommt also nach ihr von Grad zu ad folgendermaassen die

Spannkräfte des Wasserdampfs von 100° bis 150° C.

t	e	t	e	t	e	t	e
°C	760mm,00	113°C	1179mm,04	126°C	1777mm,87	139°C	2610mm,50
1	786,94	114	1218,09	127	1832,88	140	2685,96
2	814,69	115	1258,22	128	1889,24	141	2763,19
3	843,27	116	1299,45	129	1947,13	142	2842,24
4	872,70	117	1341,81	130	2006,44	143	2923,12
5	902,99	118	1385,32	131	2067,21	144	3005,87
6	934,17	119	1430,01	132	2129,53	145	3090,52
7	966,26	120	1475,90	133	2193,39	146	3177,11
8	999,27	121	1523,00	134	2258,80	147	3265,19
9	1033,24	122	1571,39	135	2325,83	148	3356,65
0	1068,18	123	1621,03	136	2394,47	149	3448,76
1	1104,11	124	1671,98	137	2464,78	150	3543,37
2	1141,06	125	1724,24	138	2536,78		

Stellt man eine Berechnung nach der Formel von Magnus , so bekommt man:

t	e Regnault.	e Magnus.	Diff.
110° C	1068mm,18	1077mm,26	+9mm,08
120	1475,90	1497,12	+21,22
130	2006,44	2043,66	+37,22
140	2685,96	2743,59	+57,63
150	3543,37	2627,23	+83,91

nach diese Formel offenbar nur den Werth einer empirischen prechen kann, da sie sich allein innerhalb bestimmter Tematurgrenzen bewährt. — Häufig wird indess diese Formel als theoretische Ausdruck der zwischen der Temperatur und Spannkraft des Dampfes bestehenden Relation angesehen 1 ist als als solcher auch von Wrede (Pogg. Ann. LIII. p. 5) hergeleitet worden; es möchte demnach wohl zweckmässig n, den Gang desselben einer nähern Prüfung zu unterwerfen. rede geht von dem von Clement und Desormes zuerst gestellten Satze aus, dass der Wasserdampf im Maximum sei- Dichtigkeit immer eine gleiche Wärmemenge besitzt, welches h die freie Temperatur desselben sei, und reiht daran die gerung von Pambour, dass Wasserdampf im Maximum sei- Dichtigkeit, wenn er keine Wärme abgeben kann, bei einer wungenen Volumsveränderung das Verhältniss seiner freien

und gebundenen Wärme so umgestaltet, dass es immer im Maximum der Dichtigkeit bleibt; er nimmt hiernach ein Volum v Wasserdampf an, dessen Temperatur $= t$ und dessen Spannkraft $= p$ ist und theilt ihm eine Wärmemenge $c \Delta t$ mit, indem c die Wärmecapacität des Dampfes bei constantem Drucke bezeichnet. Durch diesen Zuwachs an Wärme dehnt sich bei gleich bleibendem Drucke das Volum auf $v + dv$ aus und die Temperatur steigt auf $t + \Delta t$; wird dieser Dampf hiernach wieder auf das ursprüngliche Volum comprimirt, so wächst die Spannkraft auf $p + dp$ und die Wärme geht in $t + \Delta t + dt$ über; bezeichnet also α die Ausdehnung des Dampfs (gleich der Ausdehnung der Luft) für jeden Grad der hunderttheiligen Scala und folgt der Dampf im Maximum der Dichtigkeit den Gesetzen der Luft, so bekommt man:

$$p : p + dp = 1 + \alpha t : 1 + \alpha(t + \Delta t + dt)$$

oder

$$\frac{dp}{p} = \frac{\alpha(\Delta t + dt)}{1 + \alpha t}.$$

Es sei c' die Wärmecapacität des Dampfs bei constantem Volum, so ist auch $c \Delta t = c'(\Delta t + dt)$ oder $\Delta t + dt = \frac{1}{1 - \frac{c'}{c}} dt$, folglich

$$\frac{dp}{p} = \frac{\alpha dt}{\left(1 - \frac{c'}{c}\right)(1 + \alpha t)}.$$

Wäre nun nach Gay-Lussac $\frac{c'}{c}$ ein constantes Verhältniss, so gäbe die Integration der vorstehenden Gleichung, wenn $p = 1$ bei $t = 100°$ C. ist,

$$p = \left(\frac{1 + \alpha t}{1 + 100\alpha}\right)^{\frac{c}{c - c'}}$$

und man bekäme eine Formel, welche durchaus nicht zu den Beobachtungen stimmt. Demnach werde $\frac{c'}{c}$ als von der Temperatur abhängig angenommen, nämlich $\frac{c'}{c} = m - nt$, worin m und n constante Werthe besitzen, so wird

$$\frac{dp}{p} = \frac{\alpha dt}{(1 - m + nt)(1 + \alpha t)},$$

woraus durch Integration zwischen den Grenzen p', t' und p, t

$$\log \frac{p}{p'} = \frac{1}{1-m} \cdot \frac{\alpha}{\alpha - \frac{n}{1-m}} \left\{ \log \frac{1+\alpha t}{1+\frac{n}{1-m}t} - \log \frac{1+\alpha t'}{1+\frac{n}{1-m}t'} \right\}$$

folgt. Zur Vereinfachung dieser Gleichung kann man den Siedpunkt des Wassers als Anfangspunkt der Temperaturen ansehen und die Spannkraft des Dampfs nach Atmosphärendruck berechnen, wonach $p' = 1$ bei $t' = 0$ ist, also

$$\log p = \frac{1}{1-m} \cdot \frac{\alpha}{\alpha - \frac{n}{1-m}} \log \frac{1+\alpha t}{1+\frac{n}{1-m}t}.$$

In dieser Gleichung sind m und n unbekannt und müssen nach den Beobachtungen bestimmt werden. Zu diesem Behufe stellt Wrede die Gleichung $\frac{dp}{p} = \frac{\alpha dt}{(1-m+nt)(1+\alpha t)}$ unter die Form $m - nt + P = 0$, worin P der Kürze wegen den Ausdruck $\frac{\alpha p}{(1+\alpha t)\frac{dp}{dt}} - 1$ bezeichnet, construirt eine Tafel der Spannkräfte durch eine Interpolationsformel, und bekommt so mit verschiedenen Werthen von t und den dazu gehörigen Grössen von $\frac{dp}{dt}$, eine Reihe Bedingungsgleichungen der Form:

$$m - nt' + P' = 0$$
$$m - nt'' + P'' = 0$$

u. s. w.

aus denen sich nach der Methode der kleinsten Quadrate m und n herleiten lassen. Die Messungen der französischen Academiker geben ihm annähernd ziemlich genau

$$\frac{n}{1-m} = \alpha.$$

Durch diesen Werth geht die obige Differentialgleichung über in:

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{1-m} \cdot \frac{\alpha dt}{(1+\alpha t)^2}$$

und giebt durch die Integration

$$\log p = \frac{\log e}{1-m}\left(\frac{\alpha t}{1+\alpha t}\right) = M\left(\frac{t}{\frac{1}{\alpha}+t}\right).$$

Hierin werde nach Rudberg $\alpha = \frac{0,003646}{1,3646} = 0,002672$ gesetzt, so ist:

$$\log p = M\left(\frac{t}{374,27+t}\right)$$

oder mit abermaliger Rücksicht auf die Versuche

$$\log p = \frac{5,61\,t}{374,27 + t}.$$

Diese Gleichung giebt die Beobachtungen ziemlich genau an; trennt man dagegen $\frac{n}{1-m}$ in $\alpha - \delta$ und sucht den passendsten Werth für die letztere Grösse, so kann man noch eine grössere Uebereinstimmung erzielen. — Dies ist der Gang, den Wrede befolgt, der aber bei genauerer Prüfung vom Thatbestande abweicht. Wenn nämlich das Volum v durch die mitgetheilte Wärme $c\Delta t$ in $v + dv$ übergegangen ist und die Wärme $t + \Delta t$ erlangt hat, so befindet es sich nicht mehr, wie vorausgesetzt wird, im Maximum seiner Dichtigkeit, denn Wasserdampf im Maximum der Dichtigkeit, dessen Volum vergrössert und dessen Temperatur erhöht wird bedarf eines Zuschusses an Dampf, um das Maximum der Dichtigkeit wieder zu erreichen. Ein Theil der Wärme $c\Delta t$ muss also dazu verwandt werden, um eine gewisse Quantität Wasser in Dampf zu verwandeln. Lässt man diesen Fehler ausser Acht und comprimirt das Volum $v + dv$, wie es ist, wieder auf v, so ist abermals dieses Volum Dampf nicht im Maximum seiner Dichtigkeit, da mit der ganzen Operation offenbar nichts anders erzielt ist, als dass man bei gleich bleibendem Volum dem Dampfe Wärme hinzugefügt und dadurch seine Spannkraft vermehrt hat; auch hier muss ein Theil der Wärme absorbirt werden, um neuen Dampf zu erzeugen. Bestimmen wir aber zu diesem Zweck einen Theil der Wärme, so wird zwar das ganze Dampfvolum immer noch auf eine höhere Temperatur steigen, welche seine Spannkraft wie bei der Luft vergrössert, allein es erhält zu gleicher Zeit eine grössere Dichtigkeit, die ebenfalls die Spannkraft vermehrt, und wir bleiben so in der bisherigen Lage, dass wir die Dichtigkeit des Dampfs in ihrem Maximum nicht als eine Funktion der Temperatur anzugeben vermögen.

Siedetemperatur der Flüssigkeiten.

Die Temperatur, bei welcher die verschiedenen Flüssigkeiten sieden, hängt bekanntlich von drei Umständen ab: von der Natur der Flüssigkeit selbst, von dem Barometerstande und von dem Gefässe. Der letztere Umstand, auf den schon Gay-Lussac hingewiesen hat, ist von F. Marcet in einer neuen sorgfältigen Untersuchung genauer als bisher erörtert worden, wobei er zugleich auf die Temperatur des entweichenden Dampfes sein Augenmerk richtete (Mém. de la Soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève T. IX; Pogg. Ann. LVII. p. 218). Wir erhalten nach ihm folgende Resultate: Das Wasser siedet in einem Metall- und in einem Glasgefässe bei ungleichen Temperaturen; giebt jenes bei einem Barometerstande von 28 Zoll für die Siedhitze 100° C., so bekommt man in diesem nur dann eine nahe damit übereinstimmende Angabe, wenn man Hammerschlag einschüttet, unter andern Bedingungen dagegen von einander abweichende Zahlen. So steigt die Siedhitze in einem gewöhnlichen Kolben von dünnem grünen Glase etwas über 101° und noch höher in dickem weissen Glase; sie erhebt sich auf 102° bis 103°, wenn man den Kolben vorher mit einer concentrirten Lösung von ätzendem Kali reinigt, ja sie kommt bis auf 105° oder 106°, wenn man zur Reinigung heisse concentrirte Schwefelsäure anwendet. Grade der umgekehrte Fall lässt sich beobachten, sobald man den Kolben inwendig mit einer Schicht Schellack oder Schwefel überzieht, wobei die Siedhitze noch um 0°,15 bis 0°,20 niedriger als in einem Metallgefässe ausfällt. Der entwickelte Dampf dagegen besitzt in allen Fällen eine gleiche Temperatur, da die beobachteten kleinen Differenzen von dem Umstande abhängig sein möchten, dass sich die Thermometerkugel nur einen halben Zoll über dem siedenden Wasser befand. — Auch auf andere Flüssigkeiten, von denen Salzlösungen und Alkohol untersucht wurden, üben die Gefässe einen ähnlichen Einfluss aus; so siedete Alkohol in einem neuen Glaskolben bei 79°,5 und nach Reinigung desselben mittelst concentrirter Schwefelsäure bei 82°,5.

Zur Erklärung der angegebenen Thatsachen (vergl. Magnus: Ueber die Kraft, welche zur Erzeugung von Dämpfen erforderlich ist; Pogg. Ann. LXI. p. 248) hat man auf mehrere Punkte

zu achten, zuvörderst auf die Erscheinungen, welche beim Kochen des Wassers in den verschiedenen Gefässen hervortreten. Siedet das Wasser in einem mit Schellack überzogenen Glaskolben oder in einem Metallgefässe, so steigen die Dampfblasen ruhig vom Boden auf und das eingesenkte Thermometer bleibt die ganze Zeit über stationär; siedet dagegen das Wasser bei höherer Temperatur, so ist die Dampfentwickelung mit eigenthümlichen Stössen verbunden, und das Thermometer schwankt. Dies zeigt sich am deutlichsten in einem mit Schwefelsäure gereinigten Kolben; bei allmählig gesteigerter Wärme gelangt das Wasser auf 105° — 106°, jetzt entwickeln sich Dampfblasen, die desto heftiger aufwallen, je stärker die Flamme ist, und die Temperatur des Wassers sinkt um 1° — 2°; sie erhebt sich wieder auf ihren frühern Stand, und neue Dampfblasen steigen auf, die ein neues Sinken des Thermometers veranlassen. Löscht man bei heftigem Sieden, wobei die Temperatur gefallen ist, die Flamme aus, so hört zwar das Kochen auf, aber die Wärme steigt noch um etwas. Ferner beachte man die folgende Thatsache, auf die Magnus aufmerksam gemacht hat. Wenn sich in dem geschlossenen Schenkel der Uförmigen Röhre seines Apparates, mit welchem er die Spannkräfte des Wasserdampfs maass, nur etwas Luft über dem Wasser befand, so entwickelten sich die Dämpfe unmittelbar unter dem Drucke, welcher ihrer Temperatur entsprach; schloss dagegen das Wasser dicht an das Glas an, so musste man den Druck der entgegenwirkenden Luft oft bedeutend verringern, ehe die Dämpfe entstanden, die dann auch, weil sie entwickelt eine grössere Spannkraft besassen, das Quecksilber nicht selten aus der Röhre trieben. Endlich hat man die Beobachtung hinzuzunehmen, der gleichfalls Magnus erwähnt, dass die Dämpfe, die sich bei einer Temperatur von 100° C. in seiner geschlossenen Röhre aus Salzwasser entwickelten, eine um einige Zoll geringere Spannkraft besassen als Dämpfe aus destillirtem Wasser. Dasselbe bestätigen die Angaben von Marcet, der die Temperatur der Dämpfe aus Salzlösungen = 101°, 101°,45, 104°,20 fand, wenn die Siedhitze dieser Flüssigkeiten in einem Metallgefäss = 101°25, 101°70, 104°45 war, wennschon Rudberg keinen Unterschied in der Temperatur dieser Dämpfe und derer aus reinem Wasser gefunden hatte. — Die so eben mitgetheilten Beobachtungen

lehren, dass man bei der Dampfbildung während des Kochens drei Punkte in Betrachtung zu ziehen habe: 1) die Temperatur, welche der Dampf erlangen muss, um der Spannkraft der äussern Luft das Gleichgewicht zu halten, 2) die Cohäsion der Flüssigkeit, durch welche sie die Dampfbildung zurückhält, 3) die Kraft derselben Flüssigkeit, mit welcher sie auf den schon entwickelten Dampf einwirkt und ihn wieder in den flüssigen Zustand zurückzuführen trachtet. Was den ersten Punkt betrifft, so kann man die in Frage stehende Temperatur bestimmen, wenn man ein Thermometer in den entweichenden Dampf senkt, nachdem er der Einwirkung der Flüssigkeit durch einen grössern Abstand entzogen, aber gegen Abkühlung sorgfältig geschützt ist. Es ist dies die Siedhitze des Wassers, welche zur Normirung des Thermometers dient und die bei allen Wasserdämpfen gleich ist, welches Salz auch dem kochenden Wasser beigemischt wurde. Dass ferner die Cohäsion der Flüssigkeit die Dampfbildung verzögert, zeigen die ungleichen Temperaturen, auf welche dieselbe Flüssigkeit gebracht werden muss, ehe die Dampfbildung eintritt. Denn nimmt man an, dass die Cohäsion der Flüssigkeit am stärksten wirkt, wenn sich der Dampf mitten in der Flüssigkeit selbst bilden soll, geringer dagegen, wenn er an den Stellen entsteht, wo die Flüssigkeit mit dem Boden des Gefässes oder mit der Luft in Berührung steht, so ist es natürlich, dass die Temperatur der Flüssigkeit bis zum Kochen desto höher ausfällt, je inniger die Verbindung mit dem Gefässe ist, und dass die letzte Grenze erst da liegt, wo sich der Dampf auch innerhalb der Flüssigkeit selbst bilden würde. Das Wasser muss also, um bei dieser Flüssigkeit zunächst zu bleiben, eine schwächere Cohäsion in Berührung mit Metall besitzen, als in Berührung mit Glas, bei diesem wieder eine desto stärkere, je mehr man es von allen fremdartigen Stoffen gereinigt, namentlich durch heisse Schwefelsäure davon befreit hat. Verbindet man nun mit dieser Annahme die schon den dritten Punkt berührende Ansicht, dass sich der Wasserdampf einmal gebildet im Wasser bei einer ziemlich gleichen Temperatur halten könne, welche er nach seiner völligen Entweichung in die Luft zeigt, so sind alle Erscheinungen klar, die sich beim Kochen darbieten. Das Wasser, welches sich in einem Metall- oder in einem mit Schellack überzogenen Glasgefässe befindet,

setzt an den Berührungsstellen der Dampfbildung eine unbedeutende Kraft entgegen; sobald also die Temperatur erreicht ist, wobei der Dampf der Spannkraft der Luft das Gleichgewicht halten kann, entwickeln sich die Dampfblasen, sie steigen auf ohne eine Einwirkung beim Durchgange durchs Wasser zu erfahren, und der ganze Hergang verläuft ruhig und stät. Befindet sich dagegen das Wasser in einem gereinigten Glaskolben, so übt die Cohäsion einen stärkern Einfluss; 105° — 106° müssen erzielt sein, ehe die Dampfblase entsteht; sie reisst sich vom Boden los, tritt in das Wasser ein, aber da sie mit grösserer Wärme und mit grösserer Spannkraft hineinkommt, als es die Gegenwirkungen der Luft und des Wassers verlangen, so dehnt sie sich aus, verliert einen Theil ihrer Wärme sammt Spannkraft, und kühlt das Wasser ab; daher das heftige Aufstossen und das Schwanken des Thermometers. Wollte man gegen die aufgestellte Ansicht geltend machen, dass die Cohäsion zwischen Wasser und Wasser geringer ist, als zwischen Wasser und Metall oder Glas, wie dies die zur Trennung beider erforderliche Kraft beweiset, so muss man sich erinnern, dass schon bei gewöhnlicher Temperatur das Wasser eine Glas- oder Metallfläche nie vollkommen benetzt, sondern sich an einzelnen Stellen zurückzieht, und ebenso dass Wärme, grade wie Elektricität, diese Cohäsion mannigfaltig ändert; an solchen Stellen also, wo die Cohäsion geringer ist, wird die Dampfbildung erfolgen. — Den dritten Umstand, die Wirkung der Flüssigkeit auf den bereits gebildeten Dampf, wodurch sie ihn wieder in dem flüssigen Zustand zurückzuführen sucht, bemerken wir, wie schon angeführt wurde, bei reinem Wasser sehr wenig, da in ihm der Dampf vielleicht nur nahe dieselbe Temperatur zu besitzen braucht, bei welcher er auch den Widerstand der äussern Luft überwindet; deutlich aber tritt diese Wirkung beim Salzwasser hervor, in welchem der Dampf, um sich zu erhalten, einen höhern Grad von Wärme besitzt, weil ihm durch die Attraktion der Flüssigkeit ein Theil seiner Spannkraft entzogen wird und er eben diesen Verlust nur durch eine höhere Temperatur und eine damit verbundene grössere Spannkraft ersetzen kann. Als daher Magnus die Dämpfe von kochendem Wasser mitten in eine bis 100° erwärmte Salzauflösung leitete, gingen sie so lange wieder in Wasser über, bis die dadurch frei gewordene Wärme das Ganze auf 107° gebracht hatte; erst jetzt fing das Kochen an d. h. erst jetzt konnte der eingeführte Dampf, nachdem er sich zusammengezogen und dadurch bis auf 107° erwärmt war, in der eben so heissen Flüssigkeit in seiner Dampfform bestehen. Dieser coërcirende Einfluss der Flüssigkeit muss sich aber auch noch auf den bereits in die Luft eingetretenen Dampf erstrecken, wenigstens erst in einem gewissen Abstande seine Wirkung verlieren; so allein erklären sich die höhern Temperaturen des Dampfes, die Marcet beobachtete, und ebenso die geringere Spannkraft bei 100° C., die Magnus in der verschlossenen Röhre fand. —

Neunzehnter Abschnitt.

Magnetismus der Erde,

(zweiter Bericht) *)

bearbeitet von

Dr. J. Lamont.

Einleitung.

1, Die Untersuchung des Erdmagnetismus ist in neuester Zeit mit einem Eifer und einem Kraft-Aufwande geführt worden, wie man sie vielleicht niemals früher einem so speciellen Zweige der Wissenschaft zugewendet hat. Der Erfolg ist auch von grosser Bedeutsamkeit gewesen. Man hat Methoden und Hülfsmittel einer sorgfältigen Prüfung unterworfen, Vieles dabei verbessert und umgestaltet; man hat eine grosse Menge von Beobachtungs-Daten gesammelt, und wenigstens vorläufig Erfahrungs-Sätze, die einer fernern Entwickelung der Theorie zur Grundlage dienen müssen, abgeleitet; man hat vor Allem durch eine Kette correspondirender Observatorien, welche bereits den ganzen Erdkreis umfasst, eben so grossartige, als wirksame Einrichtungen getroffen, um die magnetischen Phänomene zu ergründen.

In Folge der auf solche Weise begonnenen und ausgeführten Arbeiten hat die Lehre von dem Magnetismus der Erde eine so grosse Ausdehnung gewonnen, dass sie aus der untergeordneten Stellung, die sie bisher im Kreise der physikalischen Disciplinen eingenommen hatte, herausgetreten ist, und von nun an als ein eigenes Fach, gleich der Meteorologie, behandelt werden muss.

Ich beabsichtige in den folgenden Blättern, als Fortsetzung von Moser's Bericht im II. Bande dieses Repertoriums, von den Ergebnissen der neuesten magnetischen Arbeiten eine kurze Darstellung zu entwerfen; dabei setze ich, damit eine Uebersicht und

---

*) Der erste Bericht befindet sich im zweiten Bande des Repertoriums.

ein Zusammenhang möglich werde, folgende Ordnung der zu behandelnden Gegenstände fest:

I. Abschnitt. Instrumente, und deren Gebrauch;

II. Abschnitt. Theorie der Instrumente, und darauf bezügliche Untersuchungen;

III. Abschnitt. Magnetische Observatorien, und Beobachtungen;

IV. Abschnitt. Theorie des Erdmagnetismus, empirische Gesetze der magnetischen Erscheinungen.

Die Ergebnisse magnetischer Beobachtungen findet man in Zeitschriften, academischen Memoiren, und sonst umfangreichen Werken, überall zerstreut, unter verschiedenen Formen, und in verschiedenen Maass-Einheiten ausgedrückt. Wie hinderlich dieser Umstand bei magnetischen Untersuchungen ist, wird Jedem, der in diesem Fache gearbeitet hat, hinreichend bekannt sein. Ich glaubte deshalb ein Verdienst mir dadurch zu erwerben, dass ich die vollständigsten und zuverlässigsten Beobachtungs-Data, solche nämlich, die einen bleibenden Werth haben, und zur Grundlage jeder künftigen Theorie gehören, gesammelt, und sie in gleichförmig reducirte Tabellen gebracht habe. Diese Tabellen hatte ich ursprünglich, der vorhergehenden Eintheilung gemäss, im III. Abschnitte, und zwar einzeln einzuschalten beabsichtiget; da jedoch in dem Drucke Anstände hätten entstehen können, so schien es mir zuletzt am Zweckmässigsten, sie sämmtlich am Ende beizufügen.

I. Abschnitt.

Magnetische Instrumente, und deren Gebrauch.

Allgemeine Bemerkungen.

2. Zu jedem magnetischen Instrumente gehört als Haupt-Bestandtheil ein Magnet, der sehr leicht beweglich sein soll: die Beobachtung besteht darin, dass man die Richtung des Magnets angiebt. Die vollkommene Beweglichkeit suchte man in früherer Zeit bei horizontalen Magneten dadurch zu erzielen, dass man in der Mitte des Magnets ein Agathütchen befestigte, und ihn auf eine feine Spitze stellte. Dieses Mittel hat indessen dem Zwecke nicht hinlänglich entsprochen, und wird gegenwärtig nur mehr bei Seecompassen angewendet. Am zweckmässigsten ist es, um

en nöthigen Grad von Beweglichkeit zu erhalten, die Magnete
ı Coconfäden aufzuhängen. Da aber jeder Faden eine Torsions
:aft hat, also die Richtung des Magnets zum Theile vom Faden
›hängt, so muss hierauf durch Anwendung einer entsprechenden
orrection Rücksicht genommen werden. Man muss suchen die
orsion so gering, als möglich zu machen, d. h. man nimmt den
aden so dünn, dass er gerade den Magnet mit Sicherheit tragen
ınn, und macht ihn so lang, als es mit sonstigen Bedingungen
ıt vereinbar ist. Anstatt der Coconfäden haben einige Physiker
:i grossen Stäben Metallfäden (Stahldrath, Silberdrath, oder ver-
lberten Kupferdrath) gebraucht, weil sie nicht, wie jene, hy-
·ometrisch sind: dagegen ist die Torsionskraft grösser, und be-
ägt unter den gewöhnlich vorkommenden Umständen etwa $\frac{1}{13}$
›n der Directionskraft des Stabes, während bei Coconfäden das
erhältniss $\frac{1}{300}$ bis $\frac{1}{150}$ ist. (Vergl. §. 49.)

3. Die Beobachtung besteht, wie oben bemerkt worden,
ırin, dass man die Richtung des Magnets, oder vielmehr zu-
ächst die Richtung einer mit dem Magnete unveränderlich ver-
ındenen Linie angiebt. Zu diesem Zwecke kann man entweder
ne Linie wählen, welche durch zwei an den Enden des Magnets
zeichnete Puncte geht, und die Richtung durch Microscope ab-
sen, oder man kann einen Spiegel auf dem Magnete festmachen,
ıd die Lage der auf der Spiegelfläche senkrechten Linie (welche
h im Folgenden immer die Axe des Spiegels nennen werde)
essen, oder man kann den Magnet mit einem Collimator ver-
hen, und die Richtung der optischen Axe des Collimators be-
immen. In allen drei Fällen muss der Winkel zwischen der
nie, auf welche sich zunächst die Beobachtung bezieht, und
:r magnetischen Axe bestimmt werden, was durch Umlegen der
rehungs-Axe erlangt wird. Die Drehungs-Axe ist bei der In-
ination-Nadel eine wirkliche Axe, und das Umlegen geschieht
ıdurch, dass der eine Zapfen auf das Lager gebracht wird, wo
ıvor der andere sich befand. Bei einem horizontal aufgehäng-
n Magnete ist die durch die Mitte des Magnets gehende, dem
iden parallele Linie, die Drehungs-Axe: beim Umlegen kommt
e obere Seite hinunter, aber dieselbe Linie muss wieder mit
m Faden parallel sein.

4. Was die bemerkten drei Arten von Ablesung betrifft, so
ird die erstere noch bei Inclinations-Nadeln so angewendet,

dass man die Stellung der beiden zugespitzten Enden des Magnets entweder mit dem freien Auge, oder mit einer Loupe beobachtet: ausserdem ist in neuerer Zeit dieselbe Ablesung mit einiger Modification bei dem Vertical-Intensitäts-Instrumente von Lloyd angewendet worden.

5. Die zweite Ablesungs-Art durch Spiegel, ursprünglich von Poggendorf eingeführt, ist bei magnetischen Instrumenten bei weitem die bequemste und die genaueste, theils, weil sie auf grössere Distanzen zu beobachten gestattet, theils, weil man nur eine Ablesung nöthig hat; während die vorhergehende Methode erfordert, dass an beiden Enden eine Ablesung gemacht werde, um die Excentricität zu eliminiren. Man denke sich (Fig. 1.) den Magnet mm, den daran befestigten Spiegel ss, das Ablesungs-Fernrohr F, und die Scala SS auf eine horizontale Ebene projicirt. Es sei ab die verlängerte optische Axe des Fernrohrs, die von dem Spiegel in der Richtung bd reflectirt würde, bc die senkrechte auf der Spiegelfläche, deren Richtung zu bestimmen ist; es stehe ferner die Scala SS auf ab senkrecht, so hat man nach den Reflexions-Gesetzen $abc = \frac{1}{2}abd$, und da $\operatorname{tg} abd = \frac{ad}{ab}$, so folgt $\operatorname{tg} 2abc = \frac{ad}{ab}$. In den gewöhnlich vorkommenden Fällen kann man $\operatorname{tg} abc = \frac{ad}{2ab}$, oder auch den Winkel $abc = \frac{1}{2ab} \cdot ad$ setzen. Sieht man durch das Fernrohr, so coincidirt der Punct d der Scala mit dem Faden des Fernrohres, und ad ist die Ablesung in Scalatheilen ausgedrückt: der Factor $\frac{1}{2ab}$ oder die Einheit durch die doppelte auf den Horizont projicirte Entfernung zwischen der Scala und der spiegelnden Fläche ist der Werth eines Scalatheils in Bogen ausgedrückt. Will man die Ablesung in Minuten oder Secunden verwandeln, so muss man als Werth eines Scalatheils $\frac{1}{2ab \sin 1'}$ oder $\frac{1}{2ab \sin 1''}$ gebrauchen.

Was die Scalen betrifft, so hat Gauss Papier-Scalen, auf Holz aufgezogen, gebraucht. Sie mussten bei Tage mit einem Beleuchtungs-Spiegel, und bei der Nacht mit intensivem Lampenlichte erhellt werden. Die Schwierigkeiten der Beleuchtung, und den nachtheiligen Einfluss der Feuchtigkeit habe ich beseitiget durch die Einführung der Glas-Scalen, hinter welchen ein Be-

leuchtungs-Spiegel (bei Tage ein gewöhnlicher Planspiegel, bei der Nacht füglicher ein Concavspiegel) angebracht ist.

6. Die dritte Art der Ablesung ist vorzüglich in den Brittischen Observatorien gebraucht worden, nämlich vermittelst eines Collimators. Es sei auf dem Magnete ein Objectiv O und in dessen Focus die Scala S befestiget: be sei die optische Axe dieses Objectivs, deren Richtung zu bestimmen wäre. Ist dc die verlängerte optische Axe des Ablesungs-Fernrohrs F, also c der Punct der Scala S, welcher mit dem Faden coincidirt, so hat man $\operatorname{tg} bac = \frac{bc}{ab}$. Dadurch ist der Winkel bac bestimmt; die weitern Beziehungen sind wie oben. Den Winkel $bac = dae$ kann man aber auch auf andere Art angeben: man dreht nämlich das Fernrohr F bis seine optische Axe parallel wird mit ae, d. h. bis der Faden mit dem Puncte b der Scala coincidirt, und liest den Winkel auf einem mit dem Fernrohre verbundenen horizontalen Kreise ab. Diese Beobachtungsart ist in Greenwich eingeführt.

7. Eine Modification der zweiten Ablesungs-Weise ist von mir eingeführt worden: sie besteht darin, dass man den Magnet, an dessen Mitte der Spiegel befestiget ist, auf einen Theodoliten stellt, und das excentrisch angebrachte und dem Spiegel gegenüberstehende Fernrohr dreht, bis seine optische Axe mit der auf dem Spiegel senkrechten Linie coincidirt. Zu diesem Behufe hat das Fernrohr (Fig. 13.) oben zwischen dem Faden und dem Ocular eine Oeffnung, in welche ein kleiner Spiegelstreifen hineingelegt wird, so dass er das von oben einfallende Licht gegen das Objectiv reflectirt, und den Faden beleuchtet. Das beleuchtete Fadenbild wird von dem Magnetspiegel in das Fernrohr wieder zurückgeworfen, und wenn man Faden und Bild zur Coincidenz bringt, so ist die optische Axe des Fernrohrs senkrecht auf der Spiegelfläche.

8. Bei der Ablesung magnetischer Instrumente ist noch auf den Umstand Rücksicht zu nehmen, dass sie, wenn die Luft Zutritt hat, in beständiger Oscillation sich befinden, mithin die eigentliche Richtung für einen gegebenen Augenblick nicht unmittelbar beobachtet wird, sondern aus mehreren Ablesungen abgeleitet werden muss. Das Einfachste ist, das Mittel zwischen zwei nächsten Elongationen zu nehmen: auf diese Weise kann man

jedoch den Stand für einen beliebigen Augenblick nicht erhalten: zu letzterm Zwecke ist es nöthig, das von Gauss eingeführte Verfahren anzuwenden, und die Stände des Instruments, die den Zeiten $T-\frac{1}{2}t$ und $T+\frac{1}{2}t$ entsprechen, aufzuzeichnen (wo t die Schwingungsdauer bedeutet): das arithmetische Mittel von beiden ist der wahre Stand für die Zeit T. Gewöhnlich sind, um grössere Genauigkeit zu erhalten, mehrere solche Sätze (meistens fünf) vereinigt worden. Bei grösserer Luftbewegung werden die Oscillationen leicht so gross, dass eine genaue Beobachtung sehr schwierig, oder unmöglich wird: um diesen Uebelstand zu beseitigen, hat Gauss Anfangs die Oscillationen durch einen Hülfsstab vermindert, später aber die Beruhigung durch einen kupfernen Dämpfer (wozu ein Ring, ein Bügel, oder blosse Platten gebraucht werden können) eingeführt. Der Gebrauch des Dämpfers ändert an der Beobachtungs-Weise nichts, wohl aber wird dadurch eine verschiedene Berechnung nöthig gemacht, indem nicht mehr das einfache Mittel der zwei, um die Dauer einer Schwingung von einander entfernter Stände n und n' der Mittelrichtung gleich ist, sondern die Correction $(n'-n)\frac{q}{1+q}$ hinzugefügt werden muss, wo q das Verhältniss bedeutet, nach welchem die Schwingungs-Bogen abnehmen. (Result. des magnet. Vereins 1837. S. 78.)

9. Das von Gauss angewendete Verfahren hat Lloyd sehr vortheilhaft so modificirt, dass er die den Zeiten $T-t$, T, $T+t$ entsprechenden Stände n, n', n'' aufzeichnet, und als Resultat für die mittlere Zeit T, den Stand $\frac{1}{4}(n+2n'+n'')$ gelten lässt: er zeigt, dass auch in einem widerstehenden Mittel, folglich auch (bis auf gewisse Gränzen) unter dem Einflusse eines Dämpfers, dieses Verfahren richtig sei. Es kann übrigens hier bemerkt werden, dass die Bestimmung des Standes durch mehrfache Beobachtung, und die Dämpfung der Oscillationen nur dann nöthig ist, wenn man die Magnetstäbe nicht luftdicht einschliesst, oder wenn das Trägheits-Moment der Stäbe zu gross ist, als dass sie den vorkommenden magnetischen Bewegungen schnell genug folgen könnten. (Poggendorffs Annalen 61. S. 107.)

10. Nach diesen allgemeinen Angaben gehe ich zu den einzelnen Instrumenten über, und werde zuerst die Mittel zur Bestimmung der Variationen der magnetischen Elemente, dann, die Mittel zur Bestimmung der absoluten Werthe erwähnen; dabei

llen vorzugsweise nur diejenigen Instrumente berücksichtigt wer-
n, die in Observatorien gebraucht worden sind und Resultate
liefert haben, und deren Construction oder Gebrauch auf eigen-
ümlichen Untersuchungen beruhen: in einem Nachtrage werde
a über einige magnetische Vorrichtungen, die nicht unter diese
ategorie eingerechnet werden können, insbesondere über Reise-
strumente nähere Angaben beifügen.

Variations-Instrumente für Declination.

11. Magnetometer von Gauss. Fig. 1. und 2, welche
e Projection auf den Horizont, und die Ebene des magnetischen
eridians zeigen, werden eine hinreichend richtige Vorstellung
n den wesentlichen Bedingungen des Magnetometers geben.
as Instrument besteht aus einem grossen Magnetstabe (gewöhn-
h zu 4 Pfd., seltener zu 10 Pfd. und 25 Pfd.), an einem Bün-
l von Coconfäden, oder an einem Metalldrathe aufgehängt. Am
nde des Stabes ist der Spiegel angebracht, mittelst eines Spie-
halters von Messing: die Lage des Spiegels kann durch Cor-
tions-Schrauben geändert, und dessen Axe mit der magneti-
en Axe parallel, oder nahe parallel gemacht werden. Mittelst
es am Magnetstabe befindlichen Torsionskreises, von welchem
e Faden ausgeht, kann man dem Faden eine beliebige Drehung
ben, und die Grösse der Drehung messen. Der Stab hängt in
em runden geräumigen Kasten mit einer Oeffnung vor dem
iegel. In einer Distanz von etwa 5 Meter werden Scala und
lesungs-Fernrohr festgemacht; die Scala unter dem Objective
s Fernrohrs. Das Fernrohr muss eine verticale Axenbewegung
ben, damit man es auf die hinter dem Magnetkasten (in der
rlängerung der Linie aa, Fig. 2.) befindliche fixe Mire richten,
d sich von dem unveränderten Stande überzeugen kann. Die
veränderte Lage der Scala wird erkannt durch einen feinen am
tern Ende mit einem Gewichte beschwerten Drath, der vom
jectiv des Fernrohrs hinunter geht, und auf einen gewissen
eilstrich der Scala treffen muss. Die Scalen sind in Millime-
getheilt: drückt man die Distanz $ab = e$ (§. 5.) auch in Mil-
etern aus, so ist der Werth eines Scalatheils, wie oben bereits
egeben wurde, in Secunden $= \frac{1}{2e \sin 1''}$. Dieser Werth wird
ch die Torsionskraft des Fadens etwas vergrössert: hierüber,

wie über die Correction des Standes wegen der Torsion, folgen die näheren Bestimmungen weiter unten.

12. Declinations-Instrument von Lloyd. Fig. 4. stellt den Durchschnitt dieses, im Wesentlichen mit dem Magnetometer von Gauss übereinstimmenden Instrumentes dar. Der Stab ist (nach englischem Maasse) 15 Zoll lang, $\frac{7}{8}$ Zoll breit, $\frac{1}{4}$ Zoll dick, und mit einem Collimator und Scala versehen. Der Magnetkasten *AA* ist ungefähr in demselben Verhältnisse zum Stabe, wie bei dem Magnetometer von Gauss. Die Aufhängung geschieht aber nicht an der Decke des Zimmers, sondern es sind an dem Kasten selbst zwei Säulen *aa*, *bb* und oben ein Querstück *cc* mit dem Torsionskreise angebracht, von wo aus der Faden in dem Glasrohre *dd* herabgeht. Die Beleuchtung geschieht dadurch, dass man mittelst eines Spiegels das Tageslicht, oder das Licht einer Wachskerze durch die Scala gegen das Beobachtungs-Fernrohr richtet. Das erste Instrument dieser Art wurde im Jahre 1838 in Dublin aufgestellt; ähnliche Instrumente sind später für die Brittischen Colonial-Observatorien, dann für die Observatorien in Breslau, Cadix, Cambrigde (Nord-Amerika), Algier, Cairo, Irevandrum und Lucknow hergestellt worden.

13. Declinations-Instrument des Münchner Observatoriums. Gegen Ende des Jahres 1840 unternahm ich eine Reihe von Versuchen, wovon später eine kurze Uebersicht gegeben wird, und welche mich veranlasst haben, von den früher allgemein angenommenen Grundsätzen in mehreren wesentlichen Puncten abzuweichen. Die Form meiner Nadeln stellt Fig. 5. in halber Grösse dar. Die Nadel selbst ist aus einer starken Uhrfeder gemacht, der Spiegel in einen Ring einpolirt. Die Schwingungszeit beträgt gewöhnlich eine Secunde, oder etwas darüber. Zum Aufhängen wird ein einfacher Coconfaden angewendet. Die Grösse der Magnete ist nach meinen Versuchen nicht wesentlich, wohl ist es vortheilhaft kleinere Dimensionen zu wählen. Eine wesentliche Bedingung ist die Einschliessung des Magnets in einen engen Raum. Unter Berücksichtigung dieser Bedingung kann man dem Gehäuse jede beliebige Gestalt geben. Die gewöhnlichste Form ist Fig. 6. abgebildet: in einer mit drei Fussschrauben versehenen massiven Messingscheibe wird ein Schlitz *ab* ungefähr $\frac{1}{2}$ Zoll breit durchgebrochen, und oben und unten mit Glas verschlossen; in diesem Schlitze befindet sich der Magnet, dessen

Spiegel in dem Gehäuse *cd* ist. In einiger Entfernung wird auf einer isolirten steinernen Säule die Messingplatte *AB* festgemacht: unter der Platte ist das Ablesungs-Fernrohr *FF*, über derselben die Scala *SS* (von Glas), und hinter dieser der Beleuchtungs-Spiegel *ff* angebracht. Will man die Variationen der drei magnetischen Elemente zugleich beob chten, so werden auf derselben Platte (Fig. 7.) die drei Fernröhre F_1, F_2, F_3 nebst dem Versicherungs-Fernrohr F_4 (welches auf eine entfernte Mire gerichtet wird, und etwaige Aenderungen der Platte anzeigt) befestiget: darüber befinden sich die Scalen und Beleuchtungs-Spiegel. Auf drei hölzernen Säulen werden dann die Instrumente (*a* das Inclinations-Instrument, *b* das Declinations-Instrument, *c* das Intensitäts-Instrument) aufgestellt. In mancherlei Beziehung ist die von mir (Annalen f. Meteorologie u. Erdmagnet. I. S. 164.) beschriebene Einrichtung bequem, wo die Scala im Focus des Beobachtungs-Fernrohrs sich befindet: hiebei ist jedoch eine stärkere Beleuchtung nothwendig. Wo die Raum-Verhältnisse es zulassen, scheint mir die Fig. 7. abgebildete Einrichtung die zweckmässigste. Die ersten Instrumente dieser Art sind am Anfange des Jahres 1841 im Münchner Observatorium gebraucht worden.

14. Kleiner Declinations-Apparat der Brittischen Observatorien. Das Instrument (Fig. 8. a.) hat ein viereckiges Gehäuse von Kupfer, $3\frac{1}{2}$ Zoll lang, 2 Zoll breit, $1\frac{1}{2}$ Zoll hoch, inwendig mit Klötzchen, von der (Fig. 8. b.) dargestellten Form, ausgefüllt, so dass dem Magnete nur der zu seiner Bewegung nöthige freie Raum übrig bleibt: eine Glasglocke *ggg* hält die Luft ab. Fernrohr und Scala befinden sich in beliebiger Distanz vom Instrumente auf einem isolirten Postamente.

Variations-Instrumente für Horizontal-Intensität.

15. Bifilar-Magnetometer von Gauss. Die Bifilar-Suspension ist bekanntlich zuerst von Snow Harris als Torsionskraft in das Gebiet der Physik eingeführt worden. Ihre Anwendung zum Messen der Variationen der Intensität machte Gauss im Jahre 1837, und Lloyd bald darauf, ohne von der Göttinger Einrichtung Kenntniss erhalten zu haben *). Das Bi-

---

*) S. Lloyd, Account of the Dublin magnetic observatory. S. 28. Ein Instrument bestehend aus einem Magnet, den die Torsion eines

filar-Magnetometer besteht aus einem Magnetstabe, der durch die Torsionskraft zweier Fäden um 90° vom Meridian abgelenkt wird. Die in Betracht kommenden Verhältnisse sind: Länge und Entfernung der Fäden; Gewicht des Magnets; Torsionswinkel; Schwingungszeit. Die Torsionskraft ist der Länge der Fäden umgekehrt, und dem Quadrate ihrer Entfernung von einander direct, endlich dem Gewichte ebenfalls direct proportional. Man kann indessen das zweite Verhältniss wegen der Schwierigkeit der Messung kaum mit Sicherheit benutzen. Was die Schwingungszeiten betrifft, so hat man, wenn der Magnetstab im Meridian schwingt, und der Nordpol desselben nach Norden gerichtet ist, $S+MX=\frac{a}{\tau^2}$, wobei S die Torsionskraft der Suspension, M das magnetische Moment des Stabes, X die absolute Horizontal-Intensität, a eine Constante, τ die Schwingungszeit bedeuten. Dreht man die Fäden um 180°, und lässt den Stab wieder im Meridian schwingen, jedoch so, dass jetzt dessen Nordpol nach Süden gerichtet ist, so erhält man $S-MX=\frac{a}{t^2}$. Die Verbindung beider Gleichungen giebt $MX=S\frac{t^2-\tau^2}{t^2+\tau^2}$. Da die Torsionskraft dem Sinus des Winkels, um welchen man die Fäden an einem Ende dreht, proportional ist, so hat man, wenn die Fäden um den Winkel z gedreht werden müssen, damit der Magnetstab senkrecht auf der Richtung des magnetischen Meridians sei, $S\sin.z = MX\sin.90°$. Betrachtet man hier z und X als veränderlich, so erhält man durch Differentiation $\frac{\partial X}{X}=\frac{\partial z}{\operatorname{tg} z}$; ferner ergiebt sich mit Zuziehung der vorhergehenden Gleichung $\sin.z=\frac{t^2-\tau^2}{t^2+\tau^2}$. Daraus folgt zur Einrichtung und zum Gebrauche des Bifilars folgende Anweisung: man bestimmt τ und t und dreht die Fäden an einem Ende um den Winkel z, dessen Sinus $=\frac{t^2-\tau^2}{t^2+\tau^2}$ ist; alsdann ist der abso-

Drathes senkrecht gegen den magnetischen Meridian hielt, war von Christie viele Jahre früher zur Messung der Intensitäts-Variationen ausgeführt worden. Bei seinen im Jahre 1825 angestellten Intensitäts-Beobachtungen gebrauchte Christie zwei Magnete, um eine freie Nadel senkrecht gegen den Meridian zu halten. Report of the third meeting of the British Association p. 119.

te Werth eines Scalatheils gleich dessen Angulär-Werth, divirt durch die Tangente des Torsionswinkels.

Die Bestimmung des Torsions-Winkels z erlangt Lloyd auf ne verschiedene Weise, indem er den magnetischen Meridian estimmt, und das Collimator-Fernrohr *ff* (Fig. 9.) um 90° dreht, nd dann, nachdem der Stab eingelegt ist, den Torsionskreis dreht, s die Mitte der Scala auf den Faden des Beobachtungs-Fernohrs trifft. Die Richtung des magnetischen Meridians erkennt an daran, dass derselbe Scalatheil auf den Faden des Beobachngs-Fernrohrs trifft, wenn man den Magnetstab mit dem Toronsstabe verwechselt. Eine vorhandene Torsion des einen oder ndern Fadens verräth sich dadurch, dass eine gleich grosse Dreing der Fäden östlich und westlich vom Meridian nicht gleich osse Ablenkungen hervorbringt. (Makerstoun Observations I. XXVII.)

Der Bifilarstab hängt in einem Kasten von derselben Form, ie bei dem Unifilar-Magnetometer. Zur Bestimmung der Temratur wird ein Thermometer T Fig. 4. angebracht, dessen Kul im Magnetkästen sich befindet. (Vergl. §. 38.) Nennt man n Werth eines Scalatheils ε, die Temperatur t, und die Factoren, omit das magnetische Moment, die Länge der Fäden, und ihre itfernung zu multipliciren sind. $(1-\alpha t)$, $(1+\beta t)$, $(1+\beta' t)$, so ist e Reduction auf 0° in Scalatheilen ausgedrückt $= -\frac{\alpha+2\beta'-\beta}{\varepsilon}t$.

neuester Zeit sind in den Brittischen Observatorien kleine Bitre mit dreizölligen Nadeln, analog mit den kleinen Declinationsstrumenten (§. 11.) eingeführt worden.

16. Variations-Instrument des Münchner Observtoriums *). Dieses Instrument besteht in einer Nadel, wele durch zwei fixe Magnete vom magnetischen Meridian abge-

*) Im Jahre 1840 und einem Theil des Jahres 1841 wurde im inchner Observatorium zur Messung der Intensitäts-Variationen ein pfündiger Stab gebraucht, der durch die Torsionskraft einer Englihen Chronometer Feder senkrecht auf den Meridian gehalten wurde. here Angaben finden sich in meiner Abhandlung „Ueber das Obrvatorium der königl. Sternwarte bei München." Auch die Bifilarnrichtung habe ich angewendet, glaube aber, dass die Veränderhkeit der Suspension (insbesondere durch Drehung und Dehnung r Fäden) ein kaum zu beseitigender Uebelstand ist.

lenkt gehalten wird. Die Grösse und Aufstellungsweise der Nadel ist wie bei dem Declinations-Instrumente. Die Ablenkungs-Magnete sind senkrecht auf die Richtung der Nadel, und in derselben horizontalen Ebene. Fig. 10. stellt die Projection des Instruments auf eine horizontale Ebene vor: mm ist der freie Magnet, MM, $M'M'$ die Ablenkungs-Magnete, AC der magnetische Meridian, und $A'CA = \varphi$ der Ablenkungswinkel. Nennt man das Drehungs-Moment, womit die fixen Magnete auf die Nadel wirken, μ, μ', die Temperatur-Coëfficienten α, α', die Temperatur t, so hat man

$$X \sin.\varphi = \mu(1 - \alpha t) + \mu'(1 - \alpha' t),$$

woraus durch Differentiation folgt

$$\frac{\delta X}{X} = -\frac{\delta\varphi}{\operatorname{tg}\varphi} - \frac{\mu\alpha + \mu'\alpha'}{\mu + \mu'}\delta t.$$

Fügt man einen dritten fixen Magnet mit dem Drehungs-Momente μ'', und dem Temperatur-Coëfficienten α'' in solcher Weise hinzu, dass er den beiden andern entgegenwirkt, so hat man die Temperatur-Correction $= -\frac{\mu\alpha + \mu'\alpha' - \mu''\alpha''}{\mu + \mu' - \mu''}$ und es ist leicht die Verhältnisse so zu wählen, dass $\mu\alpha + \mu'\alpha' - \mu''\alpha'' = o$ sei. Hierauf beruht die von mir eingeführte Temperatur-Compensation: die Einrichtung wird übrigens gewöhnlich so gemacht, dass jedem von den Ablenkungs-Magneten ein compensirender Magnet beigefügt wird. Zugleich wird $\mu = \mu'$ gemacht *), in welchem Falle eine etwa vorkommende kleine Aenderung in der Suspension keinen Einfluss hat. Ich habe die fixen Magnete gewöhnlich auf hölzernen Unterlagen, die sich durch die Temperatur nicht ausdehnen, befestiget: gebraucht man Metall, so müssen die Magnete übercompensirt sein, so dass sie die Wirkung der Ausdehnung des Metalls ebenfalls aufheben. Von dem Ablenkungswinkel hängt die Empfindlichkeit des Instruments ab; ich habe gewöhnlich ungefähr $\varphi = 50^{0}$ gemacht. In der Formel $\frac{\delta X}{X} = \frac{\delta\varphi}{\operatorname{tg}\varphi}$ ist $\delta\varphi$ nicht von einem fixen Puncte der Scala, sondern vom magnetischen Meridian zu rechnen, der beständig wechselt, und dessen jedesmalige Lage durch das Declinations-Instrument angegeben wird. Man muss daher für $\delta\varphi$ den Unterschied zwischen der Ablesung des Declinations- und des Intensitäts-In-

---

*) Hier und im Folgenden werden μ, μ' für Drehungs-Momente der compensirten Magnete genommen.

ruments setzen, weshalb bei beiden die Scalatheile denselben ngulärwerth haben sollen. Mann kann die Ablenkungs-Magnete so stark machen, dass sie die freie Nadel um 90° abgelenkt halten, alsdann muss man aber durch einen dritten fixen agnet der Nadel eine Directionskraft, senkrecht auf dem magneschen Meridian geben. Hier braucht man nicht mehr auf die eclinations-Aenderungen Rücksicht zu nehmen. Ein solches strument habe ich angewendet, halte aber die vorhergehende nrichtung, weil sie einfacher ist, für die bessere *).

17. Kreil hat in Mailand die Schwingungsdauer des Declinaons-Magnetometers zur Messung der Variationen der Intensität gewendet: man erhält jedoch auf diese Weise nicht die Intenät, die einem bestimmten Augenblicke entspricht, sondern die ittlere Intensität desjenigen Zeitintervalls, welchen die Schwinngen umfassen. Unter allen Einrichtungen zur Messung der tensität ist übrigens diese diejenige, wobei am wenigsten Inrumental-Fehler zu befürchten sind. Differentiirt man die vollndige Gleichung für die Schwingungen eines Magnets, wie sie s §. 23. hervorgeht, und betrachtet man dabei nur X, T und als veränderlich, so ergiebt sich:

$$\frac{\delta X}{X} = -\frac{2\delta T}{T} + (\alpha + 2\beta')\delta t.$$

nstatt δt kann man auch $t - t'$ schreiben, wenn t' die Normalemperatur, auf welche die Schwingungen reducirt werden sol-n, bedeutet.

Variations-Instrumente für Inclination.

18. Variations-Instrumente für Inclination von upffer und Kreil. Ich stelle diese zwei Instrumente zusamen, weil sie im Grunde dieselbe Construction haben, nämlich ne Inclinations-Nadel von beträchtlicher Länge, in der gewöhnchen Weise aufgestellt, und mit einer sehr feinen Bewegung, doch nur innerhalb ziemlich enger Gränzen. Die Bewegung bei em Instrumente von Kupffer geschieht auf Messerschneiden.

*) Induction weicher Eisenstäbe habe ich in Vorschlag gebracht, nd auch ein Instrument hiernach construirt, bei der Anwendung esselben aber keine Vortheile erkannt, die mich veranlasst hätten, ieser Einrichtung den Vorzug zu geben. Annalen f. Meteorologie u. Erdmagnetism II. S. 151

bei dem Instrumente von Kreil auf Spitzen. Das erste Instrument ist bereits Rep. II. S. 204. erwähnt worden, wegen des letztern verweise ich auf Kreils Beschreibung im I. Supplemento alle Effemeridi astron. di Milano und im I. Bde. der Prager Beobachtungen, und bemerke, dass Instrumente dieser Art kaum in allgemeinern Gebrauch kommen werden, weil es ein mechanisches Problem von äusserster Schwierigkeit ist, eine hinreichend feine Axenbewegung herzustellen, und weil sie auch auf längere Zeit sich nicht in Ordnung halten lässt. Sehr scharfsinnig und merkwürdig ist die Untersuchung von Kreil über die Gestalt der Spitzen, und deren Einfluss auf die Schwingungsdauer der Nadel (Magnet. und meteorolog. Beobachtungen in Prag. Bd. II. S. 21.) Es wäre zu wünschen, dass überall, wo Instrumente mit ähnlicher Axenbewegung gebraucht worden sind, eine analoge Untersuchung stattgefunden hätte.

19. Variations-Instrument für Inclination von Lloyd. Das Instrument besteht aus einer freien Nadel, welche durch den, in einem verticalen weichen Eisenstabe, von der Erde inducirten Magnetismus vom magnetischen Meridian abgelenkt wird. Man denke sich in der, auf der Länge der abgelenkten Nadel, normalen Ebene. einen vertical gestellten Eisenstab, nenne das inducirte magnetische Moment, womit der Eisenstab die Nadel zu drehen sucht, AY, wo Y die verticale Componente des Erdmagnetismus bedeutet, setze ferner das Moment des eigenen permanenten Magnetismus des Stabes $= m$, den Temperatur-Coëfficienten $= \alpha$*), (wobei vorausgesetzt wird, dass das Moment mit der Temperatur zunimmt) den Ablenkungswinkel der Nadel $= \varphi$, die Temperatur $= t$, die Inclination $= i$, so hat man $X \sin.\varphi = (AY + m)(1 + \alpha t)$. Sucht man das Verhältniss der Aenderungen von i und φ und nimmt man dabei die immer sehr kleine Grösse $\frac{m}{AX}$ als constant an, so hat man

$$\delta i = \frac{\delta\varphi}{\text{tg.}\varphi}\left(\tfrac{1}{2}\sin 2i + \frac{m}{AX}\cos^2 i\right) + \tfrac{1}{2}\alpha t \sin 2i.$$

*) Gewöhnlich befestiget man den Eisenstab an einer hölzernen Unterlage, so dass die Entfernung des Stabes von der Nadel sich nicht mit der Temperatur ändert. Nimmt die Distanz bei der Temperatur t im dem Verhältnisse $1 : (1 + \beta t)$ zu, so muss in der obigen Formel $\alpha - 3\beta$ anstatt α gesetzt werden.

Den permanenten Magnetismus *m* bestimmt man durch Umlegen des Stabes. — Lloyd stellte zuerst den weichen Eisenstab vertical in einer durch die Mitte der Nadel gehenden, und auf dem magnetischen Meridian senkrechten Ebene auf: bei dem Instrumente, welches ich für das Münchner Observatorium zu Anfange des Jahres 1843 ausführen liess, wandte ich zwei Eisenstäbe an, die in einer auf die Länge der Nadel senkrechten Ebene, auf beiden Seiten der freien Nadel sich befinden, so dass beide in gleichem Sinne wirken, und der eine aufwärts gehend mit einem Nordpole, der andere abwärts gehend mit einem Südpole, die Nadel ablenkt. Dadurch erhält man stärkere Induction, und kleine Aenderungen in der Aufhängung haben keinen Einfluss auf den Stand des Instruments. Diese später allgemein angenommene Einrichtung stellt Fig. 11. im Durchschnitte vor: *m* ist die freie Nadel, die senkrecht auf der Ebene der Zeichnung ist, *ab* und *a'b'* die Eisenstäbe.

Was die oben angezeigte Art und Weise betrifft, aus den Aenderungen des Ablenkungs-Winkels die Aenderungen der Inclination zu berechnen, so liegt dabei die nicht ganz richtige Voraussetzung zu Grunde, dass die Aenderungen der Induction zur ganzen Induction sich verhalten, wie die Aenderungen der inducirenden Kraft zu dieser Kraft selbst. Ich habe ein Mittel gefunden, um, mit Rücksichtnahme auf diesen Umstand, die Constanten des Inclinations-Instruments zu bestimmen. Man bringt nämlich über dem Instrumente einen kleinen Hülfsmagnet *AB* (Fig. 11.) an, der sich um eine horizontale Axe *C* in einer, auf die Richtung der freien Nadel normalen Ebene drehen lässt. Man sieht nun leicht ein, dass, wenn der Magnet vertical (in der Lage *AB*) gestellt wird, er bloss mittelbar, durch den Magnetismus, den er in den Stäben inducirt, auf die freie Nadel wirkt, wenn er aber horizontal (in der Lage *A'B'*) steht, die Induction aufhört, und nur die unmittelbare Wirkung statt findet. In letzterer Stellung giebt die Ablenkung ein Maass der Kraft des Magnets, in ersterer Stellung ein Maass des durch diese Kraft inducirten Magnetismus. Man erhält also die Induction, die eine Kraft von bekannter Grösse hervorbringt. Die Bestimmung selbst geschieht auf folgende Weise: man mache zwei Beobachtungen bei verticaler Stellung des Hülfs-Magnets, so dass einmal der Nordpol oben, einmal unten sich befinde, und es sei im ersten Falle die

Ablesung des Instruments = n, im zweiten = n': hierauf man zwei Beobachtungen bei horizontaler Stellung des Magnets, so dass der Nordpol einmal westlich, einmal gerichtet sei, und nenne die Ablesung des Instruments im Falle n'', im zweiten Falle n'''. Bezeichnet man die Tot tensität mit I, die Inclination mit i, den Ablenkungs-Wink freien Nadel mit φ, die Ablesung des Inclinations-Instru (nach Einrechnung der Declinations-Aenderungen) mit N Angulärwerth eines Theilstriches mit ε, die Entfernung des Magnets von der freien Nadel mit e, die Entfernung der der weichen Eisenstäbe von der horizontalen Ebene, in w die Nadel sich befindet, mit h, und setzt man

$$p = \tfrac{1}{2}\frac{n'-n}{n'''-n''}\left(1-6\frac{h^2}{e^2}\right)$$

$$a = \frac{\sin\varphi \operatorname{tg} i + p}{p}\cos^2 i \qquad a' = \frac{\cos\varphi\cos i\sin i}{p}\varepsilon$$

$$b = \frac{\sin\varphi - p\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} i\sin\varphi + p} \qquad b' = \frac{\cos\varphi}{\operatorname{tg} i\sin\varphi + p}\varepsilon$$

so erhält man die Variationen der Total-Intensität und In tion durch folgende Gleichungen

$$\frac{\delta I}{I} = a\frac{\delta X}{X} + a'N \qquad \delta i = b\frac{\delta I}{I} + b'N.$$

Unter dieser Form können die Variationen am Bequemste rechnet werden. Weitere Entwickelungen finden sich in §

Variations-Instrumente für Vertical-Intensitä

20. Von dieser Art ist nur ein einziges Instrument in Anwendung gekommen, nämlich die magnetische Waag Lloyd (Fig. 12.). Der Name bezeichnet hinreichend die struction: das Instrument besteht in einem magnetischen balken, dessen Bewegungs-Axe eine auf Agatplatten liegende serschneide ist. Die beiden Enden sind durchbrochen, un Fadenkreuzen versehen, deren Stellung mit Microscopen a sen wird. Wegen der weitern Beschreibung des Instrument seines Gebrauches verweise ich auf Lloyd „Account of th gnetical Observatory of Dublin," und beziehe mich zugleic die oben, hinsichtlich der Inclinations-Instrumente von Ku und Kreil gemachte Bemerkung. Lloyd selbst betrachte Instrument als minder zuverlässig.

Bestimmung der absoluten Declination.

21. Was die Bestimmung der absoluten Declination betrifft, › glaube ich nicht, dass irgend eine wesentliche Verbesserung ı neuerer Zeit eingeführt worden ist. Die Collimation oder der Vinkel der magnetischen Axe mit der Axe des Spiegels (oder 'enn man einen Collimator gebraucht, mit der Axe des Colliators), wird durch Umlegen bestimmt: nach dem Gauss'schen erfahren wird der Magnetstab umgelegt: bei dem magnetischen heodoliten wird das Gehäuse sammt dem Magnet umgelegt, und · auch der Fehler des Parallelismus der Planglas-Flächen aufhoben. Die Torsion ist wohl als eine Hauptfehlerquelle zu beachten: einige Bemerkungen darüber werden weiter unten (§. 49 ff.) gegeben werden. Die meiste Verschiedenheit in Bestimmung der absoluten Declination bezieht sich auf die Art und 'eise, den Winkel zu messen zwischen einer Linie, deren Po:ion gegen die magnetische Axe bekannt ist, und einer terrestrihen Mire, oder dem astronomischen Meridian. Gauss bestimmt mächst den Winkel zwischen einem entfernten terrestrischen Gemstande und einer senkrechten Ebene, welche durch die maıetische Mire und durch einen bestimmten Punct der Scala geht; a Lothfaden vom Objectiv des Theodoliten-Fernrohrs herunterhend bezeichnet diesen Punct der Scala. Da das Ocular für n fernen Gegenstand und die nahe Mire verschieden gezogen in muss, so werden die Einstellungen nicht auf dieselbe optihe Axe des Fernrohrs, sondern auf diejenige Linie bezogen, elche durch die Mitte des Objectivs geht, und auf die Axe der rticalen Bewegung (Rotations-Axe des Fernrohrs) senkrecht .; jede Messung muss desshalb zweifach gemacht und dazwihen das Fernrohr umgelegt werden, so zwar, dass die untere ite des Fernrohrs hinaufkommt, aber die Zapfen in denselben gern bleiben. (Result. des magnet. Vereins. 1841. S. 1.) Bei m magnetischen Theodoliten wird die Richtung der auf dem iegel senkrechten Linie gemessen, wie bereits oben bemerkt urde. Airy bezieht die optische Axe des Magnet-Collimators f Polarsterne, deren oberer und unterer Durchgang beobachtet ird: der dabei gebrauchte Theodolit hat ungefähr die Construcm eines tragbaren Passage-Instruments. Simonoff schlägt r, das vom Magnetspiegel reflectirte Sonnenbild zu beobachten

fachheit zu bringen. Die Lösung des Problems hat F
Wesentlichen gegeben, und als die durch Beobachtung
menden Data bezeichnet:

1) Das Product des Magnetismus der Nadel un
   magnetismus . . . MX.

2) Den Quotienten derselben Grössen . . . $\frac{M}{X}$.

Ich werde hier die verschiedenen Methoden und Instru
durch man die einzelnen Data zu erlangen gesucht
einander stellen, weil auf diese Weise eine bessere
gegeben werden kann.

23. **Bestimmung des Products MX.** Nan l
hiezu durch das Bifilar gelangen *), die practischen l
dürften indessen kaum beseitigt werden können, und
bisher angewendete Mittel ist dasjenige, welches Po
sprünglich bezeichnet hat, nämlich die Schwingungsd
horizontal oscillirenden Magnets. Nennt man die D
Schwingung T und das Trägheits-Moment des Magnets
man bekanntlich:

$$MX = \frac{\pi^2 K}{T^2}.$$

Gauss hat sich veranlasst gesehen, weil bei kleinen
gungs-Bogen, wegen der vorkommenden Störungen oder
mässigkeiten in der Bewegung des Magnets, die Resultat
tig werden, die Magnete in grössern Bogen schwingen z

58.) Als in dem Münchner Observatorium eine luftdichte
e luftdichte Einschliessung der Magnete eingeführt wurde,
othwendigkeit weg, grössere Schwingungs-Bogen zu neh-
t man die Luftvibration ab, so kann man einen Magnet mit
sehr wohl in Bogen von 10′ bis 20′ schwingen lassen,
s eine Störung einträte, oder die Resultate einer Correction
er Schwingungsweite bedürften. Beobachtet man unter
. Bedingungen grosse Bogen mit freiem Auge, so bleibt
hme der Bogen immer nahe gleich *), ein Umstand, den
bequemern Reduction benutzen kann, indem man den
ns-Bogen unmittelbar beobachtet, anstatt ihn aus den
nge und Ende beobachteten Schwingungs-Bogen zu be-
(Vergl. §. 57.)

genaue Messung der Schwingungsdauer fordert noch die
htigung zweier Umstände: fürs erste nämlich hat der
n welchem der Magnet hängt, eine gewisse Torsionskraft,
ne das Moment MX vermehrt wird; fürs zweite inducirt
Magnetismus ein gewisses magnetisches Moment in dem
nden Magnete, wodurch wieder eine Vergrösserung von
gt. Wegen des erstern Umstandes muss man MX mit
or $1+\gamma$ multipliziren, wenn γ das Verhältniss der Tor-
Moment des Stabes ausdrückt, und wegen des letztern
s muss $M+\mu X$ anstatt M gesetzt werden, wobei μ den
s-Coëfficienten bezeichnet. Demnach wird die vollstän-
nel zur Bestimmung der Schwingungs-Dauer sich so

$$(M+\mu X)(1+\gamma)X = \frac{\pi^2 K}{T^2}.$$

mmung der Constante K, welche das Trägheitsmoment

---

den Resultaten des magnetischen Vereins 1837. S. 70. wird
, dass die Abnahme der Bogen sehr verschieden gefunden
d auch mit dem Umstande zusammenzuhängen scheine, ob
el bedeckt sei, oder heiter. Ich habe im Jahre 1841 einen
pparat mit einem luftdicht eingeschlossenen Magnete her-
nd die Schwingungs-Abnahme längere Zeit hindurch täglich
im magnetischen Observatorium beobachtet, aber nie eine
Verschiedenheit der Schwingungs-Abnahme gefunden. Es
nach meiner Meinung keinem Zweifel, dass die Unruhe der
bekanntlich bei heiterm Himmel viel beträchtlicher ist, bei
nger Apparate wirksam gewesen sein muss.

des Magnets bezeichnet, geschieht durch zwei Schwingungs-Beobachtungen, wobei der Magnet einmal allein, einmal belastet mit einem Körper von bekanntem Trägheits-Momente, welches wir R nennen wollen, schwingt. Dadurch erhält man die beiden Gleichungen $MX = \frac{\pi^2 K}{T_0^2}$ und $MX = \frac{\pi^2 (K + R)}{T_1^2}$, wobei vorausgesetzt wird, dass die Schwingungszeiten auf gleiche Temperatur und Intensität reducirt, und wegen der Torsionskraft des Fadens corrigirt seien. Als Resultat ergiebt sich:

$$K = \frac{R T_0^2}{T_1^2 - T_0^2}.$$

Poisson zeigte nur überhaupt die Belastung als Mittel zur Bestimmung des Trägheits-Moments an: Gauss gebrauchte Gewichte, die an einem Querstabe in bestimmten Distanzen hängen (worüber Rep. II. S. 153. bereits ausführlich berichtet worden). Weber hat über den Magnet (Fig. 15.) einen Coconfaden mit zwei messingnen Cylindern von gleichem Gewichte gelegt, welche über die beiden Enden des Magnets herabhängen. Von mir sind Ringe eingeführt worden (Fig. 14.), welche auf den Magnet gelegt werden. Ausserdem dass Ringe sehr genau durch die gewöhnlichen mechanischen Hülfsmittel hergestellt werden können, gewähren sie bei Bestimmung des Trägheits-Moments vor allen andern Formen, die man derselben Masse geben kann, den Vortheil, dass eine Abweichung von der ideellen Form und Homogenität der Masse am wenigsten Einfluss auf das Resultat hat. Bei Bestimmung des Trägheits-Moments verdient die Bemerkung von Gauss, dass „ein Mangel in der festen Verbindung der Theile des schwingenden Apparats unter einander immer eine schnelle und unregelmässige Abnahme der Schwingungsbogen zur Folge hat, und mithin der genauen Beobachtung hinderlich ist,“ (Result. des magnet. Vereins 1837. S. 70.) nicht ausser Acht gelassen zu werden.

24. **Bestimmung des Quotienten $\frac{M}{X}$.** Welche Einrichtungen von Gauss getroffen worden sind, um diesen Zweck zu erreichen, ist bereits im Rep. II. S. 159. dargelegt worden. Die Methode besteht im Wesentlichen darin, dass man die Winkel beobachtet, um welche ein horizontaler, senkrecht auf den magnetischen Meridian gestellter Magnetstab einen frei hängenden

blenkt. Dabei kann die Mitte des Ablenkungs-Stabes ent-
in dem magnetischen Meridian des freien Stabs, oder in
ierauf senkrechten, und durch die Mitte des freien Stabs
en Linie liegen. Jede Ablenkung wird in einer bestimm-
tans vorgenommen, und erfordert eine vierfache Beobach-
indem der Ablenkungsstab auf beiden Seiten des freien
und zwar das Nordende einmal westwärts, einmal ost-
gerichtet aufzulegen ist: jede Ablenkung φ in der Distanz
eine Gleichung von der Form:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{M}{X}\frac{1}{e^3} + \frac{L}{e^5}.$$

darf, um L zu eliminiren, einer zweiten Ablenkung φ' in
stanz e', und nimmt man mehrere Ablenkungen φ'', φ'''...
Distanzen e'', e'''... vor, so lässt sich $\frac{M}{X}$ mittelst der Me-
ler kleinsten Quadrate bestimmen. Die vorzüglichste prac-
Schwierigkeit bei dieser Methode ist die hinreichend ge-
essung der Ablenkungen. Es wäre erforderlich, dass der
ab sich mit vollkommener Sicherheit jedesmal in die
g einstellte, welche er vermöge der combinirten Wirkung
magnetismus und des Ablenkungs-Magnets annehmen sollte;
dessen dies nicht der Fall sei, sondern kleinere störende
n immer vorhanden sind, hat sich dadurch herausgestellt,
desmal bei Vergleichung zweier nahe an einander aufge-
Magnetometer, Abweichungen vom parallelen Gange sich
haben.

Unsicherheit in der Beobachtung der Ablenkungen, wel-
den im Münchner Observatorium angestellten Versuchen
wohl, als an andern Anstalten sich zeigte, hat mich ver-
andere Methoden zu suchen: dabei erkannte ich bald,
an wesentliche Vortheile erlange, wenn man den Ablen-
Magnet nicht senkrecht auf den Meridian, sondern senk-
uf die Länge des abgelenkten Magnets stelle; dadurch wird
die Entwickelung von $\frac{M}{X}$ nach Potenzen von e sehr ver-
t, die Beobachtung grosser Ablenkungs-Winkel möglich
t, und die Entstehung eines durch gegenseitige Einwirkung
en Moments in den Magneten vermieden. Bei der Inten-
Bestimmung selbst gebrauche ich blos eine Ablenkung öst-

lich und westlich, und zwar von 30° — 50°: ich erhalte dadurch die Gleichung:

$$\frac{M}{X} = \tfrac{1}{2}\frac{e^3}{k}\sin\varphi$$

wo e die Distanz, und k eine Constante bedeutet. (Vergl. §. 43.) Verbindet man damit die Schwingungsgleichung $MX = \frac{\pi^2 K}{T^2}$, so ergiebt sich durch Elimination von M

$$\log X = Const. - \tfrac{1}{2}\log\sin\varphi - \log T.$$

Die Constante ist $= \log\pi\sqrt{\frac{2Kk}{e^3}}$.

Um auf die Variationen der Temperatur und Intensität Rücksicht zu nehmen, muss man bei der Schwingung: $M_0(1-\alpha t)$, $X_0(1+n\varepsilon)$, $K_0(1+\beta' t)^2$ anstatt M, X, K, dann bei der Ablenkung: $M_0(1-\alpha t')$, $X_0(1+n'\varepsilon)$, $e_0(1+\beta t')$ anstatt M, X, e setzen, wo α und β' den Temperatur- und Ausdehnungs-Coëfficienten des Magnets, n, n' die Ablesungen des Variations-Instruments, ε den Werth eines Theilstrichs, β den Ausdehnungs-Coëfficienten des Messings (wenn eine messingne Ablenkungs-Schiene gebraucht wird), t und t' die Temperaturen bedeuten: diese Substitution, und die Einführung der am Ende des vorigen §. gefundenen vollständigen Schwingungs-Gleichung giebt:

$$\log X_0 = Const. - \tfrac{1}{2}\log\sin\varphi - \log T - t'\log(1+\tfrac{3}{2}\beta-\beta')$$
$$+(t-t')\log(1+\tfrac{1}{2}\alpha+\beta')+\tfrac{1}{2}(n+n')\log(1+\varepsilon)-\log(1+\tfrac{1}{2}\gamma)$$
$$-\log(1+\tfrac{1}{2}\frac{\mu}{M}X).$$

Die Constante ist $= \log\pi\sqrt{\frac{2K_0k}{e_0^3}}$; die letzte, und (wenn γ einen erheblichen Werth hat), die vorletzte Correction werden gewöhnlich in die Constante eingerechnet. Für Reaumur'sche Grade ist $\log(1+\tfrac{3}{2}\beta-\beta') = 0.0000082$.

Was die Grösse k betrifft, so bestimme ich sie durch eine Combination von Ablenkungen östlich und westlich mit Ablenkungen nördlich und südlich auf folgende Weise: Ausser der Ablenkung φ in der Distanz e beobachtet man eine zweite Ablenkung φ' in einer grössern Distanz E: alsdann bestimmt man für dieselben Distanzen der correspondirenden Ablenkungen nördlich und südlich, nämlich ψ für die Distanz e, und ψ' für die Distanz E. Ist alsdann die Länge des freien Magnets $= l$, und setzt

ıan $\frac{e}{E} = \eta$ und $\left(7 + 3\frac{l^2}{e^2}\cdot\frac{\eta^2}{1+\eta^2}\right)(1-\eta^4)\,\eta^3 = C$, so hat man vergl. §. 47.):

$$k = \frac{C \sin\varphi}{3\sin\psi + 5\sin\psi' - \eta^7(3\sin\varphi + 5\sin\varphi')}.$$

ls Bedingung ist hiebei vorausgesetzt, dass der freie Magnet sehr lein sei, im Verhältniss zu dem Ablenkungs-Magnete.

Der Sicherheit wegen ist es nothwendig, die Bestimmung on k wiederholt vorzunehmen: dabei bleibt der Werth von C mmer unverändert. Die Ablenkungen φ, φ', ψ, ψ' müssen auf eiche Temperatur und Intensität reducirt sein *).

Um dieselbe Zeit als die Untersuchungen, deren Ergebniss h eben angegeben habe, ausgeführt wurden, beschäftigte sich loyd mit demselben Probleme, und gelangte unter der Vorausetzung, dass in Magnetstäben der Magnetismus von der Mitte ıch beiden Enden gleichmässig zunehme, zu dem Resultate, dass, enn die Quadrate der Längen des abgelenkten und ablenkenden

---

*) Da es häufig nöthig ist, Ablenkungen und Schwingungen auf ne Normal-Temperatur und Normal-Intensität zu reduciren, so führe h hier die Formeln an:

Es sei bei der Temperatur t die rechtwinkliche Ablenkung φ ad die Schwingungsdauer T beobachtet worden, so entspricht der ormal-Temperatur t_0

die Ablenkung ... $\varphi + (3\beta + \alpha)\,\mathrm{tg}\,\varphi\,(t - t_0)$, und

die Schwingungsdauer $T - (\beta' + \frac{1}{2}\alpha)\,T(t - t_0)$.

iebei bedeutet α den Temperatur-Coëfficienten des Magnets, β' desn Ausdehnungs-Coëfficienten, und β den Ausdehnungs-Coëfficienn des Maassstabes, worauf die Distanz bei der Ablenkung gemessen urde. Setzen wir ferner, dass die Ablenkung φ und die Schwinıng T der Intensität $X = X_0(1 + n\varepsilon)$ entsprechen, wo n die Ablesung es Variations-Instruments, und ε den Werth eines Scalatheils bedeun, so erhält man für die Intensität $X = X_0(1 + N\varepsilon)$

die Ablenkung ... $\varphi + \varepsilon\,\mathrm{tg}\,\varphi\,(n - N)$

die Schwingungsdauer $T + \frac{1}{2}\varepsilon T\,(n - N)$.

ı den vorhergehenden Formeln ist die Reduction des Winkels in ogen gegeben und muss erst durch Division mit sin 1′ oder sin 1″ in inuten oder Secunden verwandelt werden. In der Praxis ist es veckmässiger, alle bieher gehörigen Rechnungen mit Logarithmen ı führen, und nicht die Schwingungszeit und die Ablenkung, sonrn $\log T$ und $\log\sin\varphi$ zu reduciren: man erhält auf solche Weise:

g Schwingungszeit $= \log T - (t - t_0)\log(1 + \beta + \frac{1}{2}\alpha) + (n - N)\log(1 + \frac{1}{2}\varepsilon)$

g sin Ablenkung.. $= \log\sin\varphi + (t - t_0)\log(1 + 3\beta + \alpha) + (n - N)\log(1 + \varepsilon)$

Magnets sich wie 2 : 3 verhalten, das zweite Glied in der Entwickelung von $\frac{M}{X}$ verschwinde, und man in jeder Distanz, die mehr als viermal die Länge des Ablenkungs-Magnets betrage, die einfache Gleichung erhalte: $\frac{M}{X} = \frac{1}{2} e^3 \operatorname{tg} \varphi$. Lloyd beschränkt die Gültigkeit dieses Verhältnisses auf kleine Magnete und beruft sich dabei auf Versuche von Biot*). (Vergl. §.   .)

25. Was die Hülfsmittel betrifft, welche zur Bestimmung der absoluten Intensität angewendet worden sind, so hat Gauss das Magnetometer, wie bereits im II. Bde. des Repert. berichtet wurde, gebraucht: durch dasselbe Verfahren und gleiche Hülfsmittel ist in Mailand, Prag, Kremsmünster, Christiania, dann in den russischen, und, mit geringer Modification, am Anfange in den brittischen Observatorien die absolute Intensität gemessen worden. Zur Erfüllung der von mir dargestellten theoretischen Bedingungen habe ich den magnetischen Theodoliten (Fig. 13.) construirt. Auf der beweglichen Alhidade *aa* ist der runde Aufsatz *bb* festgemacht und darauf befindet sich in dem kleinen Gehäuse *c* der freie Magnet, der senkrecht auf der Ablenkungs-Schiene ist. Der Spiegel des freien Magnets ist über demselben angebracht und steht dem Objective des Fernrohres gegenüber in dem viereckigen Theile des Gehäuses: der Magnet macht mit dem Spiegel einen Winkel von 45°. Der Ablenkungsmagnet *mm* auf dem Schlitten festgemacht, wird in den bestimmten Distanzen aufgelegt: um den Indexstrich des Schlittens mit dem Theilstriche der Schiene in Coincidenz zu bringen, bedient man sich der Loupe *o*. Die eben angegebene Stellung der Schiene und der Magnete bezieht sich auf Ablenkungen Ost und West: um Ablenkungen Nord und Süd vorzunehmen, dreht man die Ablenkungs-Schiene 90° um den Aufsatz *bb* und bringt sie in die Richtung *ce*, zugleich wird der Magnet *mm* auf dem Schlitten um 90° gedreht und kommt

*) Lloyd, on the determination of the intensity of the earth's magnetic force in absolute measure. Der obige Ausdruck gilt für Ablenkungen Ost und West, senkrecht auf dem magnetischen Meridian: Lloyd setzte dabei nach dem von Gauss aufgestellten Satze voraus, dass, wenn die Distanz mehr als viermal die Länge des Ablenkungsmagnets betrage, das dritte Glied in der Entwickelung von $\frac{M}{X}$ vernachlässigt werden dürfe.

in die Lage $m'm'$. Die Einstellungen geschehen dadurch, dass man im Focus des Fernrohres den Faden mit seinem Bilde in Coincidenz bringt (§. 7.); die Beleuchtung, die nöthig ist um das Bild des Fadens sichtbar zu machen, geschieht durch den kleinen Spiegel n.

Analog mit dem magnetischen Theodoliten hat Lloyd sein Theodolite-Magnetometer construirt, welches jedoch, so viel ich weiss, nur für Ablenkungen Ost und West eingerichtet ist. Derselbe Zweck wird bis auf Ablenkungen von 6° bei den kleinen englischen Declinations-Instrumenten erreicht durch eine drehbare Schiene AB (Fig. 8a.), die unter dem Gehäuse des Magnets durchgeht und so gestellt werden kann, dass sie senkrecht auf der Richtung der freien Nadel steht. Die eben erwähnten Einrichtungen sind seit 1843 in den brittischen Observatorien eingeführt.

26. Es dürfte nicht unzweckmässig sein, hier einige Worte beizufügen über die Einheiten, welche der absoluten Messung der magnetischen Intensität zu Grunde gelegt werden. In der Natur kommt zwar positiver oder negativer Magnetismus nirgends für sich allein vor, in der Abstraction kann man sie aber trennen. Es seien demnach (Fig. .) a und b zwei materielle Puncte, wovon der erstere die Quantität Magnetismus $+\mu$, der letztere $-\mu'$ enthält, so werden sich diese zwei Puncte mit der Kraft $\frac{\mu\mu'}{(ab)^2}$ anziehen. Ist der Punct a fest, b dagegen frei, so wird eine Bewegung des letztern gegen a stattfinden, die Geschwindigkeit, die b dabei erlangt, wird der Anziehungskraft direct und seiner Masse (seinem Gewichte) umgekehrt proportional sein. Hier haben wir vorausgesetzt, dass die Puncte a und b ihrer Lage nach gegeben sind: es kann aber auch der Fall sein, dass a und μ einzeln nicht gegeben sind, sondern nur die Grösse $\frac{\mu}{(ab)^2}$, d. h. die Anziehung, welche im Puncte b ausgeübt wird. Dieser Fall findet bei dem Magnetismus der Erde statt, wo uns die Quelle, von welcher die Anziehung ausgeht, ganz unbekannt und nur die Grösse der Anziehung an einer bestimmten Stelle gegeben ist. Zur Bestimmung des Maasses, nach welchem wir die Anziehungskraft des Erdmagnetismus ausdrücken, dient die Definition: dass diejenige Kraft als Einheit genommen wird, welche im Stande ist der Einheit der Masse in der Einheit der Zeit eine Geschwin-

digkeit = der Längeneinheit zu geben. Setzt man demnach die Einheit der Masse = 1 milligramm, die Einheit der Zeit = 1 Secunde, die Längeneinheit = 1 millimeter, und nimmt man ferner an, dass der Erdmagnetismus $X = 1$ in der Richtung ab den Punct b anzieht, dessen Masse = 1 milligr. und dessen Magnetismus $\mu' = 1$ sei, so wird dieser Punct mit beschleunigter Bewegung gegen a fortrücken und am Ende der ersten Secunde eine Geschwindigkeit von 1 millimeter erlangt haben. Würde die Schwerkraft an der Oberfläche der Erde anstatt X den Punct b anziehen, so würde er bekanntlich am Ende der ersten Secunde eine Geschwindigkeit von 977,94 millimeter (am Aequator) und 977,94 $(1 + 0.00519 \sin^2 \varphi)$ (in der Breite φ) erlangen: dadurch ist ein Verhältniss der Schwerkraft zur Einheit der magnetischen Kraft gegeben *).

Aus dem Vorhergehenden erhellt, dass die Zahlen, welche die Kraft des Erdmagnetismus ausdrücken, je nach den zu Grunde gelegten Längen- und Gewichts-Einheiten verschieden sein werden. In Deutschland hat man überall, nach Gauss, Milligramm und Millimeter als Einheiten angenommen: bei den brittischen Messungen sind dafür der englische Fuss und das Grain, bei den russischen der russische Zoll und das russische Pfund substituirt worden; die ersteren müssen demnach mit 0.46108 (log 9.66378), die letzteren mit 126.98 (log 2.10372) multiplizirt werden, um sie auf die in Deutschland angenommene Einheit zu reduciren.

*) In einer Abhandlung von Poisson (Connoissance des Tems 1841. p. 113) findet man verschiedene Bedenken entwickelt, in wiefern unsere magnetischen Messungen mit Recht absolut zu nennen sind. Allerdings giebt es manche Verhältnisse, über welche erst mit der Zeit empirische Gewissheit zu erlangen ist, z. B. ob der Magnetismus wie er in verschiedenen Körpern vorkommt, derselbe sei, und ob nicht Magnete aus verschiedenen Stahlarten verschiedene Werthe der Intensität geben, desgleichen ob nicht im Verlaufe der Zeit die Gesetze und Constanten magnetischer Attraction und Repulsion eine Aenderung erleiden; vorläufig indessen sind wir durch die Erfahrung, so weit sie geht, und durch die Analogie hinreichend berechtigt anzunehmen, dass die Entscheidung jener Fragen in unseren Intensitäts-Bestimmungen und in der Bedeutung, die wir ihnen beilegen, keine Modification herbeiführen wird.



Bestimmung der absoluten Inclination.

27. Es ist in dieser Beziehung wenig zu erwähnen, da von denjenigen, welche sich mit Bestimmung der absoluten Inclination beschäftigt haben, fast überall die Methoden und Instrumente, deren man sich schon seit langer Zeit bedient hat, gebraucht worden sind. Als neu ist zu erwähnen: Das Oscillations-Inclinatorium von Sartorius v. Waltershausen. Man hat bereits früher das Verfahren gebraucht, eine Inclinations-Nadel zuerst in der Richtung der Totalkraft, dann horizontal schwingen zu lassen, und aus dem Verhältnisse der ganzen Kraft zu ihrer horizontalen Componente die Inclination abzuleiten. Sartorius v. Waltershausen und Listing haben zu demselben Zwecke auf ihrer Reise nach Italien 1834 — 1836 einen Stab, einmal horizontal, einmal vertical schwingen lassen: da aber im letztern Falle die Schwingungsaxe nicht durch den Schwerpunct ging, so musste der Einfluss dieses Umstandes eliminirt werden durch Wiederholung derselben Operation nach Umkehrung der Pole. Die erste horizontale Schwingung giebt die Gleichung:

$$MX = \frac{\pi^2 K}{T_1^2}.$$

Die verticale Schwingung, wobei der Nordpol abwärts gerichtet sein, und der Stab in einer auf dem magnetischen Meridian senkrechten Ebene schwingen muss, giebt:

$$\gamma + MY = \frac{\pi^2 K'}{T_2^2}$$

wo γ das Moment der Schwere, und K' das Trägheitsmoment, bezüglich auf die Schwingungsaxe bedeutet. Werden alsdann durch Streichen des Stabes die Pole umgekehrt, und setzt man das neue magnetische Moment $= M'$, so erhält man die analogen Gleichungen:

$$MX = \frac{\pi^2 K}{T_3^2} \text{ und } \gamma - M'Y = \frac{\pi^2 K'}{T_4^2}.$$

Es ist hier vorausgesetzt, dass die Entfernung der Schwingungs-Axe bei den verticalen Schwingungen von dem Schwerpuncte so gross sei, dass dasselbe Ende immer abwärts trachte, es mag dieses Ende ein Nordpol, oder ein Südpol sein. Durch Elimination der Unbekannten γ, M, M' erhält man:

$$\frac{Y}{X} = \operatorname{tg} i = \frac{K'}{K} \cdot \frac{\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_4^2}}{\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_3^2}}.$$

Die Bestimmung von $\frac{K'}{K}$ bietet keine Schwierigkeit dar. Als Schwingungs-Axe für die verticalen Schwingungen kann man eine runde Axe, oder eine Messerschneide, oder zwei Spitzen gebrauchen: v. Waltershausen und Listing haben Spitzen gebraucht, was bei Weitem den Vorzug verdient, indem man auf solche Weise versichert ist, genau dieselbe Schwingungs-Axe bei den beiden verticalen Schwingungen zu erhalten.

Practisch bietet die Methode Schwierigkeiten dar, wovon ich nur eine erwähnen will, nämlich jede Unregelmässigkeit der Lager und der Axe oder der Spitzen, worauf der Magnet bei verticaler Stellung schwingt, hat Einfluss auf die Schwingungsdauer. Den Einfluss solcher Unregelmässigkeiten kann man weder direct bestimmen, noch aus dem Resultate eliminiren *). (Vergl. §. 15.)

28. Gauss hat in den „Result. des magnetischen Vereins für 1841." S. 11. seine Inclinations-Messungen in Göttingen, wobei er ein Inclinatorium von Robinson gebrauchte, bekannt gemacht, und zugleich das Problem der Inclinations-Bestimmung selbst in umständlicher Entwickelung dargestellt, woraus die Haupt-Gleichungen später (§. 55.) mitgetheilt werden sollen. Das von Gauss angewendete Verfahren kommt im Wesentlichen auf Folgendes zurück: Man stelle den Verticalkreis in den Meridian, und beobachte die Neigung f_0, dann ändere man das Azimut um 180°, lege die Nadel wieder auf, so dass ihre Axe gegen die Weltgegenden wieder dieselbe Lage habe, und beobachte die Neigung $180° - f_1$, alsdann wird $\frac{1}{2}(f_0 + f_1) = f$ die von dem Fehler der Lager und des Nullpuncts befreite Neigung für die eine Stellung der Zapfen sein. Analog mit f erhält man eine zweite Bestimmung g, wenn man die Zapfen verwechselt, d. h. den Zapfen, der in den zwei ersten Messungen gegen Westen gerichtet war, nun nach Osten stellt. Dann muss die Nadel umgestrichen, und die mit f und g correspondirenden Winkel f' und g' bestimmt werden. Ausser diesen durch das Inclinatorium selbst gegebenen Daten muss man vermittelst eines eigenen Schwingungs-Apparats vor und nach dem Umstreichen die Schwingungszeiten T und T'

*) Ich habe selbst ein Oscillations-Inclinatorium hergestellt, aber nach vorgenommener umständlicher Untersuchung wegen des erwähnten Uebelstandes die Resultate als unsicher erkannt.

der Nadel in horizontaler Lage bestimmen. Um nun aus diesen sechs Grössen die wahre Neigung i zu finden, bildet Gauss folgende Gleichungen:

$$i = f + c - t\cos f + u\sin f$$
$$i = g - c - t\cos g - u\sin g$$
$$i = f' + c' - \lambda t\cos f' - \lambda u\sin f'$$
$$i = g' - c' + \lambda t\cos g' + \lambda u\sin g'.$$

Hier bedeuten c und c' den Collimations-Fehler der Nadel, d. h. den Winkel zwischen der magnetischen Axe und der durch die Spitzen der Nadel gehenden Linie vor und nach dem Umstreichen; t und u sind kleine Grössen, durch deren Elimination man den Werth von i findet, ohne dass ihre Bestimmung an und für sich von Interesse wäre; λ ist gleich $\frac{T_1^2}{T^2}$. In so fern man nicht durch besondere Hülfsmittel c und c' bestimmt *), muss man (was immerhin nahe richtig sein wird) $c = c'$ annehmen.

4. Reise-Apparate und sonst angewendete besondere Hülfsmittel magnetischer Messungen.

29. Von Brittischen Gelehrten und Seefahrern ist häufig die Belastung einer Inclinations-Nadel zur Bestimmung der totalen Intensität und Inclination angewendet worden. In den Transactions of the Royal Irish Academy Vol. XVII. hat Lloyd die für diesen Fall geltenden Formeln entwickelt, und die in der Praxis erreichbare Genauigkeit nachgewiesen. Nennt man die Inclination i, die Total-Intensität I, das magnetische Moment der Nadel M, das Moment von zwei der Nadel angefügten Gewichten p und p', die Neigungen der Nadel, wenn sie mit diesem Gewichte beschwert ist, u und u', so hat man:

$$p\cos u = IM\sin(u - i)$$
$$p'\cos u' = IM\sin(u' - i)$$

und demnach:

$$\frac{p}{p'} \cdot \frac{\cos u}{\cos u'} = \frac{\sin(u - i)}{\sin(u' - i)} \quad \ldots\ldots (1)$$

$$I = \frac{p'}{M} \frac{\cos u'}{\cos(u' - i)} \quad \ldots\ldots (2).$$

---

*) Gauss bemerkt, dass man vor und nach dem Umstreichen die Nadel als Declinations-Magnet aufhängen, und durch Microscope c und c' bestimmen könne.

Lässt man für p das Moment der Nadel selbst, bezüglich auf ihre Drehungs-Axe gelten, welches immer sehr klein sein wird, so muss $u-i$ ein sehr kleiner Winkel sein, und man hat:

$$i = u - \frac{p}{p'} \frac{\cos u}{\cos u'} \sin (u' - i) \quad . \; . \; . \; (3).$$

Zur Berechnung des letzten Gliedes braucht man nur einen genäherten Werth von i zu haben. Diese Gleichung in Verbindung mit der Gleichung (2) reicht hin, die Inclination und Total-Intensität zu bestimmen, wenn $\frac{p}{p'}$ und $\frac{p'}{M}$ bekannt sind. Die Gleichung (3) bedarf keiner Correction wegen der Temperatur, wenn diese während des Experiments sich gleich bleibt. In der Gleichung (2) muss dagegen

$$\frac{p'_0(1+\beta' t)}{M_0(1-\alpha t)}$$

anstatt $\frac{p'}{M}$ substituirt werden, wobei β' den Ausdehnungs-Coëfficienten des Stahles *), α den Temperatur-Coëfficienten der Nadel, und t die Temperatur bedeuten, und p'_0 und M_0 für die Temperatur o gelten. Die oben beschriebene Messungs-Methode wird in Englischen Schriften Lloyd's statische Methode genannt. Als Gewichte brauchte Lloyd kleine Stückchen Messingdrath: die Nadel hatte Löcher in verschiedenen Entfernungen, wo die Drathstückchen hineingeschoben werden konnten.

30. Anstatt Gewichte an der Nadel anzubringen, hat Fox einen Coconfaden, an dessen Enden zwei kleine Gewichte angehängt waren, um den dickern Theil der Axe (in einer mit grosser Sorgfalt eingedrehten Vertiefung oder Nuth) herumgehen lassen. Die Differenz der Gewichte brachte ein constantes Drehungs-Moment $= q$ hervor. Ist p wie oben das Moment der Nadel selbst, so haben wir:

$$p \cos u = IM \sin (u - i)$$
$$q + p \cos u' = IM \sin (u' - i)$$

und demnach

$$i = u - \frac{p}{q} \cos u \sin (u' - i) \left(1 - \frac{p}{q} \cos u'\right)$$
$$I = \frac{q}{M \sin (u' - i)} + \frac{p \cos u'}{M \sin (u' - i)}.$$

M hängt von der Temperatur ab und ist $= M_0 (1 - \alpha t)$. Der-

*) Lloyd hat die Ausdehnung des Stahls nicht berücksichtigt.

selbe Zweck, den die oben angeführten Methoden erreichen, kann auch durch Ablenkungs-Magnete erfüllt werden, denen man eine bestimmte Stellung gegen die Inclinations-Nadel giebt. Messungen nach der erstern Einrichtung sind vorzugsweise von Lloyd und Sabine in England, Irland und Schottland vorgenommen worden, die letztere Einrichtung ist von Fox und mit sehr günstigem Erfolge auf der Südsee-Expedition von Ross gebraucht worden. (Siehe Sabine, Contributions to terrestrial Magnetism. IV, VI Philos. Transact. 1842.)

31. Transportable Magnetometer von Weber. Dieser Apparat unterscheidet sich von dem Gauss'schen Magnetometer nur dadurch, dass er in kleinerm Maassstabe ausgeführt ist. Die Beschreibung findet sich in den Resultaten des magnetischen Vereins 1838. S. 68.

32. Inductions-Inclinatorium von Weber. Ein Kupferring wird mit gleichförmiger Geschwindigkeit um eine horizontale Axe, welche im magnetischen Meridian liegt und einen Durchmesser des Ringes bildet, gedreht, in der Mitte des Ringes und von diesem isolirt befindet sich eine feststehende Boussole. In dem Kupferringe inducirt der verticale Theil des Erdmagnetismus ein magnetisches Moment, welches den Dimensionen des Ringes und seiner Rotations-Geschwindigkeit proportional ist, und hiedurch wird die Nadel vom Meridian abgelenkt, während der horizontale Theil des Erdmagnetismus sie in den Meridian zurückzubringen strebt. Als Resultat ergiebt sich, dass die Tangente des Ablenkungs-Winkels, mit einer Constante multiplizirt, der Tangente der Inclination gleich ist. Da die Constante mit den bisher bekannten Hülfsmitteln nicht bestimmt werden kann, so dient das Instrument nur zu relativen Messungen. Resultate, welche damit erlangt worden wären, sind übrigens noch nicht bekannt gemacht worden *). (Result. des magnet. Vereins 1837. S. 81.)

33. Verbesserter Schwingungs-Apparat. Die Bestimmung der Horizontal-Intensität auf Reisen würde eben so ein-

*) Kupffer hat diesen Apparat als Variations-Instrument für Inclination anzuwenden versucht. (Result. des magnet. Vereins 1841. S. 99.) Der Versuch scheint nicht hinreichend entsprochen zu haben, da Kupffer sich später entschlossen hat, das Inclinations-Instrument von Lloyd einzuführen.

fach als sicher durch die Schwingungszeit eines kleinen Magnets geschehen können, wäre man im Stande einen Magnet von constantem Magnetismus zu bekommen, oder ihn vor allen Zufällen auf Reisen so zu schützen, dass kein Kraftverlust eintrete. Diess ist jedoch unmöglich, und es bleibt in den Resultaten immer mehr oder weniger Unsicherheit übrig. Um diesen Uebelstand zu beseitigen, habe ich einen Schwingungs-Apparat nach dem Prinzip der absoluten Intensitäts-Bestimmung construirt, wovon Fig. 16. denjenigen Durchschnitt zeigt, der bei der Aufstellung in den magnetischen Meridian kommt. Das Gestell *aaa* ist von Messing und trägt ein hölzernes Kästchen *bb*, worin man zuerst in der gewöhnlichen Weise einen Magnet A schwingen lässt: die Schwingungsdauer sei $= T_1$. Alsdann legt man den Magnet B auf (seine Stellung ist durch ein Widerlager bestimmt) und bringt mit der Fussschraube F die kleine Spitze k genau über den Strich n, dabei bedient man sich einer in der Seite des Kästchens festgemachten Loupe. Auf solche Weise befindet sich der freie Magnet in einer bestimmten Distanz von dem fixen, und schwingt unter dem combinirten Einflusse des Erdmagnetismus und des fixen Magnets. Seine Schwingungszeit sei T_2. Sobald T_1 und T_2 bestimmt sind, lässt man den aufgelegten Magnet B einmal für sich, und einmal unter dem combinirten Einflusse des Erdmagnetismus und des Magnets A schwingen, und erhält dadurch die analogen Schwingungs-Zeiten T_3 und T_4. Unter T_1, T_2, T_3, T_4 sind hier nicht die unmittelbar beobachteten, sondern die auf unendlich kleine Bogen reducirten Schwingungs-Zeiten verstanden. Vorschriften und Tabellen, um die Reduction leicht und genau vorzunehmen, finden sich weiter unten (§. 56.). Die vier beobachteten Schwingungs-Zeiten geben vier Gleichungen, woraus die magnetischen Momente der Magnete, und zwei unabhängige Werthe der absoluten Intensität abgeleitet werden können, vorausgesetzt, dass man die Constanten des Apparates durch Vergleichung mit einem magnetischen Theodoliten bestimmt habe. Nimmt man auf die Variationen der Temperatur und Intensität sowohl als auf die Induction Rücksicht, so werden die Formeln ziemlich weitläufig; für Messungen, wie man sie auf kleinern Reisen vornimmt, gelten folgende Gleichungen:

$$1)\ MX = \frac{\pi^2 K}{T_1^2} \quad 2)\ MX + kMM' = \frac{\pi^2 K}{T_2^2}$$

$$3)\ M'X = \frac{\pi^2 K'}{T_3^2} \quad 4)\ M'X + k'MM' = \frac{\pi^2 K'}{T_4^2}$$

Venn man $\frac{T_2}{T_1} = \cos x$, $\frac{T_1}{T_3} = \cos x'$ macht, so geben die drei erten Gleichungen:

$$X = \frac{\pi\sqrt{K'k}}{T_3 \operatorname{tg} x}, \quad M' = \pi\sqrt{\frac{K'}{k}}\frac{\operatorname{tg} x}{T_3}$$

nd die erste und zwei letzten Gleichungen:

$$X = \frac{\pi\sqrt{Kk'}}{T \operatorname{tg} x'}, \quad M = \pi\sqrt{\frac{K}{k'}}\frac{\operatorname{tg} x'}{T_1}$$

etzt man die Temperatur $= t$, und bezeichnet $\frac{M}{\pi}\sqrt{\frac{k'}{K}}$, $\frac{M'}{\pi}\sqrt{\frac{k}{K'}}$ für 0° *R* mit μ und μ', $\pi\sqrt{K'k}$, $\pi\sqrt{Kk'}$ ebenfalls für °*R* mit *C*, *C'*, so hat man:

$$X = \frac{C(1 - 0.0000187t)}{T_3 \operatorname{tg} x}, \quad \mu' = \frac{\operatorname{tg} x}{T_3}(1 + a't - 0.0000457t)$$

$$X = \frac{C'(1 - 0.0000187t)}{T_1 \operatorname{tg} x'}, \quad \mu = \frac{\operatorname{tg} x'}{T_1}(1 + at - 0.0000457t).$$

uf einer Reise reicht es aus, diese vollständigen Beobachtungen n einigen Hauptstationen vorzunehmen, an den Zwischenstationen kann man einfache Schwingungs-Beobachtungen (oben T_1 nd T_3) mit *A* oder *B* machen, und die Intensität berechnen ach den Formeln:

$$X = \frac{Q}{\mu T_1^2}(1 + at + 0.000027t), \quad X = \frac{Q'}{\mu' T_3^2}(1 + a't + 0.000027t)$$

wobei μ und μ' aus den an den Hauptstationen bestimmten Werthen interpolirt werden müssen.

34. Magnetischer Reisetheodolit. Die Construction ieses Instruments stimmt im Allgemeinen mit der §. 25. angegebenen Einrichtung überein, und unterscheidet sich hauptsächlich dadurch, dass 1) die Dimensionen kleiner sind; 2) der in er Mitte aufgestellte Magnet grösser ist und zugleich zur Messung der absoluten Declination dient; 3) die Ablenkungs-Schiene urz ist, und nur in einer Distanz die Ablenkungen vorgenommen werden können. Bei den Declinations-Messungen wird die Torion nach §. 51. bestimmt.

II. Abschnitt.

Theorie der Instrumente, und darauf bezügliche Untersuchungen.

Einfluss der Luft.

35. Zu wiederholten Malen findet man in den „Resultaten des magnet. Vereins" den Gebrauch sehr grosser Magnetstäbe als wesentliche Bedingung genauer Beobachtungen bezeichnet: andererseits hat Lloyd bei der Einrichtung der Brittischen Observatorien diese Bedingung nicht befolgt, und die Vortheile kleinerer Dimensionen hervorgehoben; weder von der einen, noch von der andern Seite sind indessen die aufgestellten Ansichten durch bestimmte Versuche bekräftigt worden, und man begnügte sich Hoffnungen und Befürchtungen auszusprechen. Als ich im Jahre 1840 das Münchner Observatorium einrichtete, folgte ich zwar den von Gauss aufgestellten Ansichten und wählte 25pfündige Stäbe: indessen erkannte ich bald mancherlei Schwierigkeiten, die mit dem Gebrauche so grosser Stäbe verbunden sind, und theils dieser Umstand, theils die Ansicht, dass es von wesentlichem Nutzen sein werde, durch Experimente zu entscheiden, ob wirklich in der Bewegung grosser und kleiner Magnete ein wesentlicher Unterschied statt habe, bewog mich gegen Ende des Jahres 1840 Versuche anzustellen. Nach mehreren Reihen gleichzeitiger Beobachtungen mit einem 4pfündigen Stabe im Saale der Sternwarte, und mit dem 25pfündigen im Observatorium, wobei immer beträchtliche Differenzen zum Vorschein kamen, stellte ich im April 1841 einen kleinen Magnet von etwa 2 Grammes Gewicht und $2\frac{1}{2}$ Zoll Länge unter einer Glasglocke *aaa* (Fig. 17.), die auf einer Kupferscheibe *bbb* luftdicht aufgesetzt war, im magnetischen Observatorium auf, um den Gang desselben mit dem 25pfündigen Stabe zu vergleichen. Ich setzte voraus, dass wenn wirklich ein Unterschied im Gange grosser und kleiner Magnete bestände, derselbe bei so beträchtlicher Verschiedenheit der Grösse sich auffallend herausstellen werde.

Die ersten Beobachtungen waren merkwürdig in so fern, als bei der kleinen Nadel alle Oscillation aufhörte, und der Stand jedesmal durch eine einzige Ablesung bestimmt war, was ich einer Beruhigung durch das Kupfer zuschrieb. Nachdem aber die

ersten Vergleichungen gezeigt hatten, dass der Gang des Instruments mit dem 25pfündigen Stabe nicht übereinstimmte, und ich einen nachtheiligen Einfluss des Kupfers vermuthete, so ersetzte ich die unter der Glocke befindliche Kupferplatte durch eine Glasplatte, und fand ganz gegen meine Erwartung, dass die Nadel eben so, wie zuvor, vollkommen frei von Oscillationen blieb. Hiemit war ein merkwürdiges Resultat erlangt, dass nämlich die Oscillationen nicht, wie man bis dahin geglaubt hatte, in der magnetischen Kraft, sondern in der Unruhe der Luft ihren Ursprung haben, und dass es, um sie zu beseitigen, nicht eines kupfernen Dämpfers, sondern einer luftdichten Einschliessung der Magnete bedürfe. Das neue Instrument zeigte übrigens, besonders in den Morgenstunden, einen höchst unruhigen Stand: in Zeit von wenigen Secunden bald mit grösserer, bald mit geringerer Schnelligkeit ging die Nadel vorwärts und rückwärts, und plötzliches Stillstehen und plötzliche Bewegung waren nicht selten zu bemerken *). Dieser Umstand veranlasste mich, einen zweiten Apparat von ähnlichen Dimensionen aufzustellen, um zu entscheiden, ob die bemerkten Bewegungen nicht anderswo, als in der magnetischen Kraft ihren Grund hätten. Die gleichzeitig in Intervallen von 10 Secunden und 15 Secunden aufgezeichneten Beobachtungen der beiden Apparate zeigten die vollkommenste Uebereinstimmung bis ins kleinste Detail; und zwar zeigte sich die Uebereinstimmung eben so vollkommen, es mochte der zweite Apparat im magnetischen Observatorium, oder in einem Zimmer der Sternwarte, oder auf einer Kuppel der Sternwarte aufgestellt sein. Hiemit war der Beweis gewonnen, dass kleine Nadeln nicht blos die Aenderungen der magnetischen Kraft rich-

*) Die hier bemerkte Bewegung ist nicht mit Oscillation zu verwechseln: die Oscillationszeit der Nadel betrug ungefähr 1″, die Dauer der magnetischen Wellen war immer zwischen 6″ und 10″. Wenn ich das Vorwärts- und Rückwärtsgehen der Nadel magnetische Wellen nenne, so ist diess, wie ich glaube, ein ganz naturgemässer Ausdruck: alle magnetischen Bewegungen geschehen, wie die einer flüssigen Masse. Besonders auffallend ist diess bei Störungen, wo die Nadel niemals in gleichmässiger Bewegung nach der einen oder andern Seite geht, sondern lebhaft an das Anschwellen einer grossen Wassermasse erinnert, wo jede folgende Welle etwas höher steigt, als die vorhergehende, und zwischen jedem Vorwärtsgehen ein kurzer Stillstand oder eine rückgängige Bewegung eintritt.

tig anzeigen, sondern dass sie auch die wahre Darstell
Aenderungen geben, denen Stäbe von beträchtlichem T
moment niemals genau nachkommen können. Die Beobac
auf welche die eben ausgesprochenen Schlüsse begründ
dauerten höchstens 10 bis 15 Minuten, und der Erfolg
jeder Beziehung befriedigend; anders verhielt es sich, w
gere Zeiträume beobachtet und die stündlichen Aufzeic
verglichen wurden: die kleinen Magnete stimmten wed
sich, noch mit dem 25pfündigen Stabe zusammen. Die
chungen betrugen im Maximum über 2 Minuten. Nachde
rere Wochen hindurch gleichzeitige Aufzeichnungen Tag u
fortgesetzt worden waren (zu Einer Zeit fanden sich ni
niger als fünf Nadeln aufgestellt, mit welchen gleichzei
obachtungen gemacht wurden), ohne ein weiteres Res
geben, als dass in den Differenzen eine 24stündige Pe
Allgemeinen sich herausstellte, kam ich auf den Gedanl
Paar Tropfen Weingeist auf eine Glasglocke, worin ein
Magnet eingeschlossen war, hinzuspritzen; und als ich h
das Fernrohr hineinsah, bemerkte ich, wie der Magnet
und ohne Oscillation sich mehr als 10 Minuten von sei
lung entfernte, und erst nach langer Zeit allmälig wieder
kehrte. Wurde Weingeist auf die entgegengesetzte S
Glocke gespritzt, so erfolgte eine entgegengesetzte Beweg
Nadel. Die Thatsachen deuteten auf die richtige Erklär
Phänomens so entschieden hin, dass ein Zweifel nicht o
konnte. Ist eine Masse Luft eingeschlossen, und erkal
die eine Seite des einschliessenden Raumes, so fällt das
Luft herab, die darüber befindliche folgt nach, während
unter befindliche vorgedrängt wird. Auf solche Weise
sich eine regelmässige Strömung, die, wenn sie einmal he
ist, lange Zeit andauert und hinreichend stark ist, eine f
gende Magnet-Nadel um eine beträchtliche Grösse von d
ren Richtung abgelenkt zu halten. Es war leicht zu er
dass den Differenzen, die bei den verschiedenen magneti
strumenten zum Vorschein kamen, dieselbe Ursache zu
lag; die tägliche Bewegung der Wärme, welche von d
Seite eintretend nur nach und nach auf den ganzen Ra
ausdehnte, brachte eine Strömung der unter den Glasgloc
geschlossenen Luft hervor. Auch hatte es keine Schwi

die einmal erkannte Fehlerquelle zu beseitigen. Es war bloss nöthig Schirmwände an den Seiten des Magnets und des Spiegels so anzubringen, dass eine Luftströmung dieselben nicht berühren konnte. Der Erfolg entsprach vollkommen, und die verschiedenen Nadeln zeigten nach dieser Veränderung einen parallelen Gang.

Hat die Luftströmung, die durch die tägliche Aenderung der Wärme erzeugt wird, einen so beträchtlichen Einfluss, so wird unter analogen Umständen bei grossen Stäben der Einfluss noch grösser sein, weil den letzteren, im Verhältnisse der Oberfläche, welche sie der Luft darbieten, kein so grosses magnetisches Moment gegeben werden kann. Der Versuch mit einem 25pfündigen Stabe hat diess auch bestätigt *). — Aus dem Vorhergehenden folgt als allgemeiner Grundsatz bezüglich auf die Construction magnetischer Instrumente, dass man die freien Magnete so eng als möglich von allen Seiten einschliessen müsse.

Der Fundamental-Versuch, dass nämlich zwei Declinations-Magnete in geräumigen Kasten, wie es früher gewöhnlich war, eingeschlossen, nicht parallelen Gang auf längere Zeit zeigen, ist in Brüssel, Cambridge (Nord-Amerika) und Greenwich angestellt worden, und überall mit demselben Erfolge: damit stimmen die Beobachtungen von Baily an dem Torsions-Pendel überein. (Poggendorffs Annalen Bd. 61. S. 95 – 99.) — Bei den von mir construirten Instrumenten ist durch den engen Raum der Magnet-Gehäuse, wie durch die Form derselben dem Entstehen der Luftströmung vorgebeugt. Bei den Instrumenten, die man in England macht, werden die Gehäuse geräumig gelassen, damit man die Regulirung des Instruments um so bequemer ausführen könne: nach der Regulirung wird der überflüssige Raum durch hölzerne Klötzchen *nn* (Fig. 8. b.) ausgefüllt. Es ist vielleicht nicht überflüssig zu bemerken, dass eine luftdichte Einschliessung der Magnete im strengen Sinne des Worts nicht erforderlich ist.

*) Ueber das magnetische Observatorium der königl. Sternwarte bei München S. 29. Es ist nicht überflüssig zu bemerken, dass die Luftströmung nicht blos auf die senkrechten, sondern auch auf die horizontalen Seiten des Magnets einwirkt: hievon habe ich mich durch Versuche überzeugt.

Einfluss der Temperatur auf Magnete, Temperatur-Compensation.

36. Eine richtige Darstellung des Einflusses der Temperatur auf die Kraft der Magnete hat Christie im Jahre 1825. (Philos. Transact. 1825. p. 1.) gegeben. In so fern es sich um practische Anwendung bei magnetischen Messungen handelt, folgt aus seinen Untersuchungen, dass bei mässiger Zunahme der Temperatur eine gleichmässige Abnahme des magnetischen Moments stattfindet, dass aber die Grösse der Abnahme bei verschiedenen Magneten verschieden ist; mit andern Worten, das magnetische Moment lässt sich für eine beliebige in der Luft vorkommende Temperatur t durch $M(1-at)$ darstellen, wo der Temperatur-Coëfficient a für jeden Magnet eigens bestimmt werden muss.

Sowohl sonstige Untersuchungen, als auch die Praxis der Beobachter stimmten hiemit überein, bis Weber in den „Resultaten des magnetischen Vereins“ für 1837 eine Reihe von Versuchen bekannt machte, woraus er folgende Schlüsse zieht:

„1) die Variationen des Stabmagnetismus bei steigender Temperatur sind einem ganz andern Gesetze, als die bei sinkender Temperatur unterworfen;

2) derselbe Magnet hält sich sehr verschieden, je nach der Intensität seines Magnetismus, nämlich: wenn er viel Magnetismus besitzt, so hält er ihn sehr fest, und der Wechsel der Temperatur bringt nur kleine Vermehrungen oder Verminderungen hervor; dagegen wenn er wenig Magnetismus hat, wirkt die Temperatur weit stärker auf ihn;

3) die zusammengehörigen Temperatur- und Intensitäts-Aenderungen treten bei steigender Temperatur nicht gleichzeitig ein, sondern jede Temperatur-Erhöhung, nachdem sie schon eingetreten ist, wirkt längere Zeit noch auf die Intensität des Stabs fort, und vermindert sie Anfangs schnell, mit der Zeit aber immer langsamer.“

Dass indessen diese Folgerungen auf Missverständnissen oder Missdeutungen beruhten, ist von mir (Gelehrte Anzeigen 18. December 1841.) und nahe gleichzeitig von Hansteen (De mutationibus virgae magneticae 1842.) nachgewiesen worden.

Hansteen's Versuchen zufolge drückt die bereits oben gegebene Formel $M(1-at)$ das magnetische Moment bei der Temperatur t vollständig aus, und zwar findet er a zwischen den

Gränzen 0.0007 und 0.0010 eingeschlossen: unterdessen habe ich anderswo*) nachgewiesen, dass für grössere Temperatur-Intervalle, wie sie bei magnetischen Beobachtungen bisweilen wohl auch im Freien vorkommen könnten, die Formel $M(1-\alpha t-\beta t^2)$ angewendet werden müsse. Bei allen von mir construirten Instrumenten habe ich übrigens die Einrichtung getroffen, dass eine Berücksichtigung des Gliedes βt^2 nicht mehr nöthig war.

37. Was den Temperatur-Coëfficienten α betrifft, so habe ich durch eine grosse Anzahl von Versuchen mit Magneten von verschiedenen Dimensionen und verschiedener Härte gefunden:

1) dass der Temperatur-Coëfficient um so kleiner ist, je härter der Magnet:

2) dass man nur ganz dünnen Magneten die grösste Härte geben könne, dickere Magnete aber im Innern nicht so hart werden, wie an der Oberfläche, desshalb auch immer einen grössern Temperatur-Coëfficienten haben:

3) dass bei dem grössten Grade von Härte, den man zu geben im Stande ist, ein Magnet von 0″.2 Dicke ungefähr den Temperatur-Coëfficienten 0.0002, ein Magnet von 1‴ Dicke ungefähr 0.0004 haben wird, dass aber, wenn die Magnete blau angelassen werden, der Temperatur-Coëfficient immer zwischen 0.0007 und 0.0010 bleibt.

38. Zur Bestimmung der Temperatur des Bifilars hat man das Thermometer Anfangs in der Fig. 4. angedeuteten Weise angebracht: an den meisten Orten ist auch diese Einrichtung unverändert beibehalten worden, obwohl es bei näherer Betrachtung sogleich einleuchten wird, dass eine Aenderung der Temperatur die Thermometer-Kugel und den Stab nicht auf gleiche Weise afficiren wird. Diesen Umstand hat meines Wissens zuerst Lloyd beachtet: er liess desshalb in einen Messingstab von den Dimensionen des Magnetstabes eine eiserne mit Quecksilber gefüllte Kapsel einlegen, in welche die Thermometer-Kugel eingetaucht

---

*) Annalen f. Meteorologie u. Erdmagnetism. Heft I. S. 190. Hansteen hat mir später geschrieben, dass er ebenfalls bei der im Febr. 1844 eingetretenen grossen Kälte an den Beobachtungen des Bifilars die Nothwendigkeit erkannt habe, ein dem Quadrate der Temperatur proportionales Glied einzuführen. Er fand für die Temperatur t das Moment seines Bifilarstabes (25pfündiger Magnet)

$$= M(1-0{,}00089626t-0{,}0000090 77t^2).$$

war, und wendete die Ablesungen dieses Thermometers zur Correction des Bifilars an. Eine ähnliche Einrichtung machte Broun in Makerstoun (Observations in magnetism and meteorology. S. XXXI.). Die Differenzen, welche man in dem Gange der Bifilare wahrnimmt, hatten mich ebenfalls, ehe ich von Lloyd's Einrichtung Kenntniss erhielt, auf den Gedanken geführt, dass der hier angedeutete Umstand beträchtlichen Einfluss haben könne. Ich liess zu diesem Zwecke in die Mitte eines eisernen Prisma, dessen normaler Durchschnitt ein Quadrat von 11''' Seite bildete, ein Thermometer einlegen, und beobachtete 10 Tage hindurch den Unterschied zwischen diesem Thermometer und zwei neben dem Prisma befindlichen Thermometern. Als Resultat ergab sich, dass die Wendepuncte der täglichen Temperatur-Periode im Prisma um 2 Stunden verspätet, und die Grösse dieser Periode um $\frac{1}{4}$ vermindert wurde. Man sieht hieraus, dass der tägliche Gang der Intensität sehr unrichtig bestimmt wird, wenn man die Temperatur der Luft im Kasten für die Temperatur des Stabes nimmt: der Fehler wird um so beträchtlicher sein, je grösser der Magnetstab ist *).

39. Auf der oben bemerkten Verschiedenheit der Temperatur-Coëfficienten beruht die von mir eingeführte Temperatur-Compensation. Auf dem Haupt-Magnete *NS* (Fig. 20.), der sehr dünn und so hart als möglich sein soll, befestigt man einen kleinen dickern Magnet *ns*, der blau angelassen ist, so dass die entgegengesetzten Pole auf dieselbe Seite kommen. Ein Stückchen Messing verhindert die unmittelbare Berührung. Nennt man das magnetische Moment des Haupt-Magnets M, und seinen Temperatur-

*) Die Temperatur hat auf die Ablesungen des Bifilars Einfluss, nicht blos, weil das magnetische Moment des Stabes, sondern auch weil die Suspension (Länge und Entfernung der Fäden) davon abhängt, und das Thermometer im Kasten giebt eben so wenig die richtige Temperatur der Suspension, als des Stabes an. Quetelet und Broun haben den Corrections-Coëfficienten aus den Beobachtungen selbst abzuleiten gesucht, indem sie voraussetzen, dass der tägliche Gang oder die mittlere Intensität der kältern und wärmern Tage gleich sei: Hypothesen, die allenfalls angenommen werden dürfen, wenn man viele Beobachtungen vereinigt. Die Coëfficienten, die man so erhält, sind immer kleiner, als wenn man nach §. 15. *α, β, γ* bestimmt (Transact. of the R. Society of Edinburgh. Vol. XXI. p. I. S. 67.)

Coëfficienten a, und bezeichnen m und a' die analogen Grössen für den Compensations-Magnet, so hat man das Moment des Systems für die Temperatur t

$$= M - m - (aM - a'm)t.$$

Ist $aM - a'm = o$, so ist die Compensation erreicht: practisch gelangt man zum Zwecke am leichtesten dadurch, dass man das magnetische Moment des Compensations-Magnets Anfangs etwas zu stark nimmt und es nach und nach schwächt, bis die von dem System hervorgebrachte Ablenkung einer freien Nadel beim Vertauschen von warmem und kaltem Wasser sich gleich bleibt.

40. Was die Bestimmung des Temperatur-Coëfficienten betrifft, so geschieht dieselbe am bequemsten mittelst eines magnetischen Theodoliten. Die nach meiner Anleitung gemachten magnetischen Theodoliten sind zu diesem Zwecke mit dem Apparate Fig. 19. versehen, der zugleich zur Bestimmung der Induction dient. Der freie Magnet hängt in dem Gehäuse KK: der Magnetspiegel, vor welchem das Planglas C sich befindet, kommt, wenn der Apparat auf den Theodoliten gesetzt wird, dem Fernrohre gegenüber zu stehen. Das hölzerne Querstück DE, über die Platte PP geklemmt, trägt den zu untersuchenden Magnet NS; G ist ein Gefäss, ruhend zunächst auf einer vom Theodoliten unabhängigen Unterlage, und so weit mit Wasser gefüllt, dass der Magnet NS sich unter dem Wasser befindet. Entfernt man nun, wie es leicht geschehen kann, ohne den Theodoliten zu erschüttern, das Gefäss G, indem man die Unterlage herauszieht, und bringt man ein anderes Gefäss mit Wasser von verschiedener Temperatur an seine Stelle, so zeigt die Bewegung des freien Magnets sogleich den Einfluss der Temperatur an.

Bezeichnet man für die Temperatur t und t' die Ablesungen des Theodoliten mit v' und v'', und die Ablesung, wenn der Magnet NS entfernt ist, mit v, so hat man:

$$M(1-at) = A\sin(v'-v), \quad M(1-at') = A\sin(v''-v)$$

wo A eine Constante ist. Hieraus folgt mit einer für alle Fälle genügenden Approximation:

$$a = \frac{\sin(v'-v'')}{(t'-t)\operatorname{tg}\frac{1}{2}(v'+v''-2v)}.$$

Natürlich beschränkt man sich bei solchen Bestimmungen nicht auf eine einzige Abwechselung von kaltem und warmem Wasser, sondern wiederholt die Operation öfters. Bemerkenswerth ist,

dass beim ersten Eintauchen in warmes Wasser der Magnet immer etwas von seiner Kraft verliert, auch wenn er sonst zu einem constanten magnetischen Momente gelangt ist.

41. Kupffer hat den wichtigen Umstand entdeckt, dass Magnetstäbe aus Bulat-Stahl (von Zlatoust) ihre Kraft wenig oder gar nicht ändern, wenn die Temperatur steigt oder fällt. Sabine bemerkt, dass diese Stäbe aus sehr dünnen parallelen Lagen von Stahl und Eisen bestehen. Der Umstand, dass die magnetische Kraft des Stahls bei der Wärme abnimmt, jene des Eisens zunimmt, erklärt die oben bemerkte Eigenthümlichkeit des Bulatstahls: diese Eigenthümlichkeit geht übrigens, nach Sabine's Angabe, verloren, sobald man den Bulatstahl nach der gewöhnlichen Weise schmiedet. (Sabine; Contributions to terrestrial Magnetism. Nr. IV.)

Entwickelung des Verhältnisses zwischen Distanz und Ablenkung bei Ablenkungs-Versuchen.

42. Im II. Bande des Rep. S. 159. ist nachgewiesen, wie Gauss die Tangente der Ablenkung in eine Reihe nach den negativen Potenzen der Distanz und mit unbestimmten Coëfficienten entwickelt hat; dabei wird als Gesetz angegeben, dass, wenn man die Distanz nicht kleiner, als die vierfache Länge des Ablenkungs-Magnets nimmt, die zwei ersten Glieder der Entwickelung ausreichen, und das dritte als unmerklich vernachlässigt werden könne.

Lloyd ist meines Wissens der erste, der die Form der Coëfficienten einigermassen berücksichtiget hat*). Eine vollständige Darstellung ist von mir im Jahre 1842 gegeben worden**). Bei der steten Anwendung, welche die Formeln in magnetischen Untersuchungen finden, wird es nicht unzweckmässig sein, hier die vorzüglichsten Fälle beizufügen.

43. Wie gewöhnlich bezeichne ich den Ablenkungs-Winkel mit φ, die Distanz mit e, den horizontalen Erdmagnetismus mit X, den freien Magnetismus eines Elements des Ablenkungs-Ma-

*) On the mutual action of permanent magnets.

**) Bestimmung der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus nach absolutem Maasse, dann Annalen f. Meteorologie u. Erdmagnet. IV. Heft.

gnets in der Entfernung x von der Mitte des Magnets mit dm. Für den freien Magnet werden die analogen Bezeichnungen x' und dm' gebraucht. Endlich setze ich das magnetische Moment des Ablenkungs-Magnets $\int x dm = M$, und das magnetische Moment des freien Magnets $\int x' dm' = M'$, ferner $\int x^3 dm = M_3$, $\int x^5 dm = M_5$ u. s. w.

Hienach hat man bei rechtwinklicher Ablenkung:

1) wenn der Mittelpunct des freien Magnets in der verlängerten Axe des Ablenkungs-Magnets liegt:

$$\frac{1}{2}\frac{X}{M}e^3 \sin\varphi = 1 + \frac{p}{e^2} + \frac{q}{e^4}, \text{ wobei}$$

$$p = 2\frac{M_3}{M} - 3\frac{M'_3}{M'}, \quad q = 3\frac{M_5}{M} - 15\frac{M_3 M'_3}{MM'} + \frac{45}{8}\frac{M'_5}{M'}.$$

2) wenn der Mittelpunct des Ablenkungs-Magnets in der verlängerten Axe des freien Magnets liegt:

$$\frac{X}{M}e^3 \sin\varphi = 1 + \frac{p}{e^2} + \frac{q}{e^4}, \text{ wobei}$$

$$p = -\frac{3}{2}\frac{M_3}{M} + 6\frac{M'_3}{M'}, \quad q = \frac{15}{8}\frac{M_5}{M} - \frac{45}{2}\frac{M_3 M'_3}{MM'} + 15\frac{M'_5}{M'}.$$

3) wenn der Mittelpunct des ablenkenden Magnets senkrecht über oder unter dem Mittelpuncte des abgelenkten sich befindet:

$$\frac{X}{M}e^3 \sin\varphi = 1 + \frac{p}{e^2} + \frac{q}{e^4}, \text{ wobei}$$

$$p = -\frac{3}{2}\left(\frac{M_3}{M} + \frac{M'_3}{M'}\right), \quad q = \frac{15}{8}\left(\frac{M_5}{M} + 2\frac{M_3 M'_3}{MM'} + \frac{M'_5}{M'}\right).$$

4) wenn der Ablenkungs-Magnet vertical aufgestellt wird, und zwar in der auf die Länge des freien Magnets senkrechten und durch dessen Mitte gehenden Ebene, und wenn ferner die Axe des Ablenkungs-Magnets die horizontale Ebene, in welcher der freie Magnet liegt, in der Distanz h schneidet, der Mittelpunct in der Entfernung f über oder unter der eben genannten Ebene liegt und die Distanz der Mittelpuncte der beiden Magnete d. h. $\sqrt{h^2 + f^2} = e$ ist:

$$\frac{1}{3}\frac{X}{M}\sin\varphi\frac{e^5}{hf} = 1 + \frac{p}{e^2} + \frac{q}{e^4}, \text{ wobei}$$

$$p = -\frac{5}{2}\left(\frac{M_3}{M} + \frac{M'_3}{M'}\right), \quad q = \frac{35}{8}\left(\frac{M_5}{M} + 2\frac{M_3 M'_3}{MM'} + \frac{M'_5}{M'}\right) + \frac{35}{2}f^2\frac{M_3}{M}.$$

Bei den Ablenkungen nach der Methode von Gauss giebt die vollständige Entwickelung der drei ersten Glieder:

1) für Ablenkungen Ost und West:

$$\frac{1}{2}\frac{X}{M}e^3 \operatorname{tg}\varphi = 1 + \frac{p}{e^2} + \frac{q}{e^4}, \text{ wobei}$$

$$p = 2\frac{M_3}{M} - 3\frac{M'_3}{M'}(1 - 5\sin^2\varphi),\ q = 3\frac{M_5}{M} - 15\frac{M_3 M'_3}{M M'}(1 - 5\sin^2\varphi)$$
$$+ \frac{45}{8}\frac{M'_5}{M'}(1 - 14\sin^2\varphi + 21\sin^4\varphi)$$

2) für Ablenkungen Nord und Süd:

$$\frac{X}{M}e^3 \operatorname{tg}\varphi = 1 + \frac{p}{e^2} + \frac{q}{e^4}, \text{ wobei}$$

$$p = -\frac{3}{2}\frac{M_3}{M} + 6\frac{M'_3}{M'}\left(1 - \frac{15}{4}\sin^2\varphi\right),\ q = \frac{15}{8}\frac{M_5}{M} - \frac{43}{2}\frac{M_3 M'_3}{M M'}\left(1 - \frac{23}{6}\sin^2\varphi\right)$$
$$+ 15\frac{M'_5}{M'}\left(1 - \frac{21}{4}\sin^2\varphi + \frac{21}{8}\sin^4\varphi\right).$$

44. Nimmt man ein Gesetz an bezüglich auf die Vertheilung des Magnetismus in einem Stabe, so lassen sich darnach die Werthe von p und q berechnen: so hat Lloyd, indem er nach Biot eine gleichmässige Zunahme der Kraft von der Mitte nach beiden Enden nimmt, d. h. $dm = Axdx$ setzt und die von $\sin\varphi$ abhängigen Glieder der Entwickelung vernachlässigt, das in §. 24. angegebene Resultat erlangt, ein Resultat, welches von mir bereits früher unter einer weniger naturgemässen Voraussetzung gefunden und als Approximation benutzt worden war (Lloyd. on the absolute determination of the earths magnetic force, und meine Abhandlung über Bestimmung der absoluten Horizontal-Intensität S. 40.). So sehr übrigens für magnetische Messungen daran gelegen wäre, die Werthe von p und q auf directem Wege zu ermitteln, so bietet sich hiezu nach meinen Versuchen keine Hoffnung dar, vornämlich aus dem Grunde, weil die Vertheilung des Magnetismus in den Magneten verschieden ist. Was insbesondere die von Lloyd angenommene Hypothese betrifft, so habe ich gefunden, dass sie die Werthe von $\frac{M_3}{M}$, $\frac{M_5}{M}$ zu klein giebt.

Bei vielen Untersuchungen ist es nützlich für p und q wenigstens Gränzwerthe theoretisch zu bestimmen: zu diesem Behufe kann man zwei Hypothesen der Rechnung zu Grunde legen, einmal, dass aller Magnetismus in den Endpuncten angesammelt sei, dann dass der Magnetismus von der Mitte aus nach beiden Enden gleichmässig zunehme: die erstere Hypothese giebt entschieden für p und q zu grosse Werthe, von der letztern ist eben bemerkt worden, dass sie zu kleine Resultate giebt. Die in p

und q vorkommenden Grössen $\frac{M_3}{M}$, $\frac{M_5}{M}$ erhalten alsdann folgende Werthe:

a) nach der ersten Hypothese . . . $\frac{M_3}{M} = \frac{1}{4} l^2$ . . $\frac{M_5}{M} = \frac{1}{16} l^4$

b) nach der zweiten Hypothese . . $\frac{M_3}{M} = \frac{3}{20} l^2$ . . $\frac{M_5}{M} = \frac{3}{112} l^4$

wobei l die Länge des Magnets bedeutet.

Um hievon eine Anwendung zu geben, will ich die Frage untersuchen, ob bei der Intensitäts-Bestimmung nach der Methode von Gauss das dritte Glied $\frac{q}{e^4}$ vernachlässigt werden dürfe. Sind die beiden Magnete von gleicher Länge, und setzt man $e = 4l$, $\varphi = 2° 50'$, so finden sich für Ablenkungen Ost und West die Gränzwerthe

$$\frac{q}{e^4} = -0.001558 \; . \; . \; . \; \frac{q}{e^4} = -0.000419$$

für Ablenkungen Nord und Süd kann $\varphi = 1° 25'$ gesetzt werden, alsdann sind die Gränzwerthe:

$$\frac{q}{e^4} = -0.001369 \qquad \frac{q}{e^4} = -0.009214.$$

In keinem Falle darf also das dritte Glied in der Entwickelung von $\mathrm{tg}\,\varphi$ vernachlässigt werden*). Durch ähnliche Betrachtungen, wie die vorhergehenden, habe ich nachgewiesen, dass bei der Intensitäts-Methode, die ich im Münchner Observatorium eingeführt habe, das dritte Glied der Entwickelung in Rechnung zu bringen sei; dagegen das vierte Glied vernachlässigt werden könne**).

45. An das Vorhergehende knüpft sich noch die weitere Untersuchung an, in wie fern die Werthe von p und q bei allmäliger Abnahme der Kraft der Magnete eine Aenderung erleiden. Setzt man zu diesem Zwecke am Anfange $dm = (ax + bx^3$

*) In den „Resultaten des magnetischen Vereins" für 1840, S. 122, werden Intensitäts-Messungen, die in Göttingen gemacht wurden, umständlich entwickelt: dabei wurde die nächste Distanz, ungefähr gleich der dreifachen Länge des Ablenkungs-Magnets genommen, und dessen ungeachtet das dritte Glied in der Entwickelung von $\mathrm{tg}\,\varphi$ vernachlässigt, obwohl in diesem Falle der Betrag dreimal grösser gewesen sein muss, als unter den bei unserer Rechnung angenommenen Bedingungen.

**) Annalen f. Meteorol. u. Erdmagnet. IV. S. 223.

$+cx^5..)dx$ und nachdem der Magnet einen Theil seiner Kraft verloren hat $dm=(ax+bx^3+cx^5+..)(1-\alpha-\beta x^2-\gamma x^4..)dm$, wobei α, β, γ kleine Grössen sein sollen, und bezeichnet man $\int x\,dm$, $\int x^3\,dm$ im ersten Falle, wie oben, mit M, M_3, im letztern Falle mit (M), (M_3), so hat man:

$$\frac{(M_3)}{(M)}=\frac{M_3}{M}\cdot\frac{1-\alpha-\beta\frac{M_5}{M_3}-\gamma\frac{M_7}{M_3}-\ldots}{1-\alpha-\beta\frac{M_3}{M}-\gamma\frac{M_5}{M}-\ldots}.$$

Bei dem allmäligen Kraftverluste der Magnete ist es wohl der wahrscheinlichste Fall, dass die Kraft in allen Theilen nach demselben Verhältnisse abnehmen wird. In diesem Falle zeigt die Formel, dass $\frac{(M_3)}{(M)}=\frac{M_3}{M}$ ist, mithin die Werthe von p und q unverändert bleiben. So lange β, γ.. klein sind, wird man bei Bestimmung der damit multiplizirten Grössen M_3, M_5.. die Rechnung so führen dürfen, als wenn die ganze magnetische Kraft in zwei Puncten des Magnets und zwar nahe an beiden Enden concentrirt wäre: für diesen Fall hat man $\frac{M_5}{M_3}=\frac{M_3}{M}$, $\frac{M_7}{M_3}=\frac{M_5}{M}$ u. s. w., so dass wieder durch den Kraftverlust keine Aenderung im Werthe von p und q entsteht.

Gesetzt aber der ganze Verlust hinge von β ab, und man hätte für M den Verlust $\beta\frac{M_3}{M}=\frac{1}{40}M$, was schon sehr bedeutend ist, so würde man näherungsweise, unter Voraussetzung, dass $dm=Ax\,dx$ sei, $\beta\frac{M_5}{M_3}=\frac{5}{168}M$ setzen dürfen: alsdann hat man $\frac{(M_3)}{(M)}=\frac{M_3}{M}\left(1-\frac{1}{210}\right)$, und da $\frac{1}{e^2}\frac{M_3}{M}$ kaum mehr, als $\frac{1}{20}$ betragen wird, so folgt, dass in der absoluten Intensität ein Fehler von $\frac{1}{4200}$ entstehen kann. Aehnliche Verhältnisse finden bei $\frac{M_5}{M}$ statt. Man darf aus dem Vorhergehenden schliessen, dass in der Praxis kein Fall vorkommen wird, wo die Werthe von p und q in Folge des Kraftverlustes der Magnete eine Aenderung erleiden sollten. Diess stimmt auch vollkommen mit der Erfahrung überein; insbesondere können hier die Versuche von Ångström (Annalen f. Meteorologie und Erdmagnetism. IX. Heft. S. 180.) erwähnt werden.

46. **In Beziehung** auf die Bestimmung von p und q durch Ablenkungs-Versuche möchte es nicht unzweckmässig sein, den Umstand zu erwähnen, dass man die Ablenkungen nur in Distanzen, die wenig von einander verschieden sind, vornehmen kann: bei kleinen Distanzen lässt sich keine Ablenkung vornehmen, weil der Ablenkungs-Magnet stärker wird, als die magnetische Kraft der Erde, und in grössern Distanzen wird der Ablenkungs-Winkel zu klein, um mit der nöthigen Sicherheit beobachtet zu werden. Die Bestimmung von p und q ist also ein Problem von ähnlicher Art, als wenn ein kleines Stück einer parabolischen Linie gegeben wäre, und man hätte die Gleichung der Linie zu suchen, mit andern Worten, es werden jedesmal mehrere Gleichungen angegeben werden können, welche wenigstens innerhalb der Gränzen der Beobachtungs-Fehler Genüge leisten. Hätte man z. B. mit einem magnetischen Theodoliten, wie sie in England gebraucht werden, in den Distanzen 1.0, 1.2, 1.3, 1.4 die Winkel gemessen*):

12° 59′ 50″
7 31 20
5 55 38
4 45 16,

so liessen sie sich durch die Formel

$$\sin\varphi = \frac{0.23424}{e^3}\left(1 - \frac{0.0700}{e^2} + \frac{0.0300}{e^4}\right),$$

so darstellen, dass die Differenz der Rechnung und Beobachtung in keinem Falle über 15″ ginge. Aber auch die Formel $\sin\varphi = \frac{0.22881}{e^3}\left(1 - \frac{0.0100}{e^2} - \frac{0.0075}{e^4}\right)$ stellt die beobachteten Winkel eben so gut dar. Die eine Formel giebt indessen den Werth von $\frac{M}{X}$ und $\frac{1}{e^3}$ grösser, als die andere.

47. Die durch dieses Beispiel angedeutete Unsicherheit in der Bestimmung von p und q hat mich veranlasst, den früher befolgten Weg zu verlassen, und durch eine Combination von

---

*) Das Beispiel ist nach Riddell, magnetical instructions S. 49. eingerichtet. Dass durch eine vortheilhaftere Wahl der Ablenkungs-Distanzen und durch Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate der hier hervorgehobene Uebelstand vermindert aber nicht beseitigt werden könne, brauche ich kaum zu erwähnen.

Ablenkungen Nord und Süd, dann Ost und West, das zweite Glied, soweit es von dem Ablenkungs-Magnete abhängt, zu eliminiren. Hat man nämlich nach §. 24. in der Distanz e die Ablenkung φ östlich und westlich, und die Ablenkung φ' nördlich und südlich beobachtet, so erhält man nach dem vorhergehenden §. zwei Gleichungen, die im zweiten Gliede $\frac{1}{e^2}\frac{M_3}{M}$ enthalten: durch Elimination dieser Grösse ergiebt sich, wenn $\frac{15}{7}\frac{M'_3}{M} = p$ und $\frac{33}{14}\frac{M_5}{M} - \frac{135}{7}\frac{M_3 M'_3}{M M'} + \frac{615}{56}\frac{M'_5}{M'} = q$ gesetzt wird:

$$\frac{1}{14}\frac{X}{M}e^3(3\sin\varphi + 8\sin\varphi') = 1 + \frac{p}{e^2} + \frac{q}{e^4}.$$

Die analogen Ablenkungen ψ und ψ' in der Distanz E geben eine zweite Gleichung von derselben Form, nämlich $\frac{1}{14}\frac{X}{M}E^3(3\sin\psi + 8\sin\psi') = 1 + \frac{p}{E^2} + \frac{q}{E^4}$. Je kleiner man den freien Magnet macht, desto kleiner werden die Grössen $\frac{p}{e^2}$ und $\frac{p}{E^2}$ sein. Man kann zwar den freien Magnet nicht wohl so klein machen, dass diese Grössen gänzlich vernachlässigt werden dürften, aber es ist leicht, die Verhältnisse so zu wählen, dass die Werthe mit der nöthigen Sicherheit theoretisch bestimmt werden können. Es ist bereits oben bemerkt worden, dass der Werth von p zu gross wird, wenn man voraussetzt, dass der ganze Magnetismus in den Enden des Magnets vereinigt sei, und zu klein, wenn man eine gleichmässige Zunahme von der Mitte aus gegen die beiden Enden annimmt. Die erste Hypothese giebt, wenn man die Länge des Magnets $= l$ setzt, $p = \frac{15}{28}l^2$, die letztere $p = \frac{9}{28}l^2$. Es lässt sich nun leicht nachweisen, dass, wenn man für p den Mittelwerth $\frac{3}{7}l^2$ nimmt, der mögliche Fehler immer weniger, als $\frac{1}{10.000}$ der Intensität betragen wird, so lange l kleiner ist, als $\frac{1}{9}e$. Bei dem magnetischen Theodoliten wird l zwischen $\frac{1}{15}e$ und $\frac{1}{30}e$ genommen; für diesen Fall also darf man unbedenklich $p = \frac{3}{7}l^2$ setzen, und wenn man ferner zu den eben gefundenen

zwei Gleichungen die Gleichung $\frac{M}{X} = \frac{1}{2} \frac{e^3 \sin \varphi}{k}$ hinzufügt, dann $\frac{M}{X}$ und φ eliminirt, so erhält man für k den Werth, den wir am Ende von §. 24. bereits angeführt haben.

Correction der Ablenkungen wegen Ungleichheit der Winkel.

48. Bei jeder Ablenkung legt man den Ablenkungs-Magnet viermal auf und liest vier Winkel ab. Die daraus abgeleiteten vier Ablenkungs-Winkel (wovon die eigentliche Ablenkung φ das arithmetische Mittel ist) würden einander gleich sein, wenn die Distanz bei den vier Einstellungen dieselbe wäre: diess ist aber fast niemals der Fall, und man muss desshalb an φ eine Correction anbringen, die auf folgende Weise bestimmt wird. Nennt man (unter Voraussetzung, dass die Kreis-Ablesungen von Nord über West zunehmen) die zwei Kreis-Ablesungen östlich v_0, v_1, die zwei Kreis-Ablesungen westlich v_2, v_3, und das Mittel aus diesen vier Ablesungen V, so hat man, wenn der freie Magnet bei den zwei ersten Einstellungen um δe, bei den zwei letzten um $\delta e'$ von der Mitte entfernt ist:

$$\frac{M}{X} = (e + \delta e)^3 \sin (V - v_0), \quad \frac{M}{X} = (e + \delta e')^3 \sin (v_2 - V),$$

$$\frac{M}{X} = (e - \delta e)^3 \sin (V - v_1), \quad \frac{M}{X} = (e - \delta e')^3 \sin (v_3 - V).$$

Setzt man $v_1 - v_0 = \delta v$, $v_3 - v_2 = \delta v'$, und eliminirt die unbekannten δe, $\delta e'$, so erhält man:

$$\frac{M}{X} = e^3 \sin \varphi \cos \left(V - \frac{v_0 + v_1 + v_2 + v_3}{4}\right) \left[1 - (\delta v^2 + \delta v'^2)(\tfrac{1}{18} - \tfrac{1}{12} \cos^2 \varphi)\right].$$

Da man immerhin bei einem nur mit gewöhnlicher Sorgfalt regulirten Instrumente $\cos \left(V - \frac{v_0 + v_1 + v_2 + v_3}{4} \right) = 1$ setzen kann, so ergiebt sich die Correction von φ

$$= -(\tfrac{1}{18} \operatorname{tg} \varphi + \tfrac{1}{12} \operatorname{cotg} \varphi)(\delta v^2 + \delta v'^2).$$

Die Correction ist in dieser Form zur Anwendung bequem, wenn man blos die Ablenkung sucht: will man auch die Torsion des Fadens bestimmen, so ist es geeigneter die Mittel der Ablesungen, nämlich $\frac{1}{2}(v_0 + v_1)$ und $\frac{1}{2}(v_2 + v_3)$ jedes für sich zu corrigiren; zu diesem Zwecke muss man der ersten Grösse $+ (\frac{1}{5} \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{6} \operatorname{cotg} \varphi) \delta v^2$ und der letztern $- (\frac{1}{5} \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{6} \operatorname{cotg} \varphi) \delta v'^2$ beifügen.

Wie die Correctionen sich gestalten, wenn man auf die während der Beobachtung vorkommenden Aenderungen der Temperatur und der magnetischen Kraft Rücksicht nimmt, habe ich (Annalen f. Meteorol. u. Erdmagnet. IX. S. 191.) entwickelt.

Torsion.

49. Zum Aufhängen grösserer Magnete braucht man eine Anzahl paralleler Coconfäden, bisweilen auch einen Stahldrath, oder einen versilberten Kupferdrath. Das Verhältniss der Torsions-Kraft des Fadens oder Drathes zu der Directions-Kraft des Magnets bestimmt man dadurch (Rep. Bd. II. S. 154.), dass man den Torsionskreis um n Grade dreht, und dann die Aenderung, welche dadurch im Stande des Magnets hervorgebracht wird, beobachtet. Ist diese Aenderung, in Graden ausgedrückt, $= m$, so drückt $\eta = \sin \frac{m}{n}$ das Verhältniss der Torsionskraft des Fadens oder Drathes zur Directions-Kraft des Magnets aus. Hängt man an die Stelle des Magnets einen unmagnetischen Messingstab von gleichem Gewichte ein, so wird er sich, falls die Torsion berichtigt ist, in den magnetischen Meridian stellen. Ist bei dem Versuche diess nicht der Fall, so muss entweder der Torsionskreis gedreht werden, bis der Messingstab in den magnetischen Meridian sich stellt, oder man vermindert, wenn der Stab um x Grade westlich vom magnetischen Meridian abweicht, die westliche Declination um ηx.

Auch auf den Werth eines Scalatheils hat die Torsion Einfluss: man muss nämlich den nach §. 5. bestimmten Werth mit dem Factor $1 + \eta$ multipliziren.

50. Ein wesentlicher Uebelstand bei grossen Magneten ist die Unbestimmtheit und Veränderlichkeit der Torsion. Gebraucht man Coconfäden, so wird der Torsionsstab jedesmal, so oft man ihn einhängt, eine etwas verschiedene Stellung annehmen, und wenn man ihn zur Ruhe kommen lässt und nach einer Stunde wieder nachsieht, so ist er nicht mehr an der vorigen Stelle. Ich habe hinreichend Gelegenheit gehabt, die Schwierigkeit der Torsionsberichtigung kennen zu lernen, während ich im Münchner Observatorium 25pfündige Stäbe aufgestellt hatte. Eine factische Nachweisung liefern die magnetischen Beobachtungen in Greenwich, wo in der Regel jede Woche die Torsion untersucht

und berichtigt wird. Vergleicht man aber die Beobachtungen mit denen anderer Observatorien, so muss man, um eine Uebereinstimmung herzustellen, annehmen, dass in Greenwich die Torsion gewöhnlich keine oder höchstens nur eine geringe Aenderung erlitten habe, und dass die oft sehr beträchtlichen Abweichungen, welche der Torsions-Stab anzeigte, und die auch wirklich corrigirt wurden, nur in der Unbestimmtheit der Torsion ihren Grund hatten, d. h. man muss die Beobachtungs-Resultate wegen der Fehler des Torsions-Stabes corrigiren. Dieselben Erfahrungen sind in Toronto und andern Observatorien, wo eine öftere Untersuchung der Torsion vorgenommen wurde, gemacht worden. (Vergl. §. 73.)

Ein Uebelstand bei Seidenfäden ist auch die Abhängigkeit der Torsion von dem Feuchtigkeits-Zustande der Luft. Bei Metallfäden hat die Feuchtigkeit keinen Einfluss, constant habe ich übrigens auch bei diesen die Torsion nicht gefunden. Metallfäden dehnen sich mit der Zeit um einen nicht unbeträchtlichen Theil ihrer Länge, eben so mit der Wärme, und es scheint, dass mit der Ausdehnung auch eine Drehung verbunden ist *).

Zur Torsions-Bestimmung hat man bisweilen Messingstäbe gebraucht, in denen kleine Magnete eingelassen sind, wodurch die Operation abgekürzt wird.

Auch bei ganz kleinen Magnetnadeln, wo die Torsion nur 1/1000 von der Directionskraft der Nadel beträgt, ist sie nichts desto weniger von grossem Einflusse; insbesondere bringt eine Dehnung des Fadens, dadurch hervorgebracht, dass man ihn etwas spannt und wieder nachlässt, oder durch einen Stoss in verticaler Richtung, immer eine beträchtliche, meistens permanente Aenderung im Stande des Magnets hervor. Vorzüglich aus diesem Grunde ist es nöthig in magnetischen Observatorien zwei Systeme von Instrumenten zu haben, Differential-Instrumente, die nie gestört oder geändert werden, und absolute Instrumente, womit man die zur Bestimmung der Constanten oder absoluten Werthe nöthigen Operationen vornimmt. Um die Variationen mit der erforderlichen Feinheit und Sicherheit anzuge-

*) In der Vorrede zu Kupffer's Annuaire magnétique et météorologique, année 1841, finde ich die hier angeführten Ergebnisse meiner Untersuchungen über die Veränderlichkeit der Torsion vollkommen bestätigt.

ben, ist ein ungestörter Stand des Instruments nothwendig: bei den absoluten Bestimmungen muss die Unsicherheit der Torsion durch wiederholte Messungen eliminirt werden.

51. Eine neue Methode, die Torsion zu bestimmen, nämlich durch Ablenkungen, habe ich bei dem magnetischen Reise-Theodoliten in Anwendung gebracht: sie beruht darauf, dass die Directionskraft eines Magnets, der vom Meridian abgelenkt ist, im Verhältnisse des Cosinus der Ablenkung vermindert wird, mithin der Faden mit derselben Drehungskraft den Magnet weiter aus seiner Richtung bringt, wenn er abgelenkt wird, als wenn er im Meridian ist. Es seien v_0, v_1, v_2, v_3 die vier Ablesungen, die zu einer Ablenkung gehören (die ersten zwei östlich, die letzten zwei westlich), und v die freie Richtung des Magnets: bezeichnen wir nun die Torsion mit ϑ, die Ablenkung mit φ, und die wegen der Ungleichheit der Ablenkungen corrigirten Werthe von $\frac{1}{2}(v_0 + v_1)$, $\frac{1}{2}(v_2 + v_3)$ mit u und u', so haben wir folgende verbesserte Kreis-Ablesungen:

$$u + \frac{\vartheta}{\cos\varphi},\quad v + \vartheta,\quad u' + \frac{\vartheta}{\cos\varphi}.$$

Die Ablenkungen westlich und östlich vom Mittelstande müssen vollkommen gleich sein, woraus folgt:

$$\vartheta = \left(v - \frac{u + u'}{2}\right)\frac{\cos\varphi}{2\sin^2\frac{1}{2}\varphi}.$$

Wenn auf die während der Beobachtung eintretenden Änderungen der Temperatur und der magnetischen Kraft Rücksicht genommen werden soll, so ist eine etwas umständlichere Entwickelung nöthig, die in den Annalen f. Meteorologie u. Erdmagnet. IX. S. 191. zu finden ist.

Kraft der Magnete, und deren allmälige Verminderung mit der Zeit.

52. Ob eine Nadel etwas mehr oder weniger Magnetismus besitze, ist ein Umstand, der auf die Resultate magnetischer Beobachtungen keinen wesentlichen Einfluss hat *). Die gewöhn-

*) In Beziehung auf die Brauchbarkeit verschiedener Stahlarten zu Magneten bemerke ich, dass ich bei meinen Versuchen keinen wesentlichen Unterschied gefunden habe. Nur eine Bedingung habe ich als nothwendig erkannt, dass der Stahl homogen sei. Wenn beim Härten, wie es bisweilen geschieht, einzelne Stellen weniger hart

lichen Magnetisirungs-Methoden geben immer so viel Kraft, als zum Erfolge magnetischer Messungen nöthig ist, und somit unterlasse ich hier die Mittel zu erwähnen, wodurch man die Kraft zu erhöhen gesucht hat. Wünschenswerth wäre es nur, dass man den Magneten eine constante Kraft vom Anfange geben könnte; allein diess ist noch Niemandem gelungen: jeder Magnet nimmt Anfangs weit mehr Magnetismus auf, als er im Verlaufe der Zeit behält.

Ueber den allmäligen Kraftverlust der Magnete hat Hansteen eine schätzbare Untersuchung geliefert in seiner Dissertation de mutationibus virgae magneticae. Er zeigt, dass das magnetische Moment durch die Formel

$$C + Be^{-qt}$$

wo C, B, q Constanten sind und t die Zeit bedeutet, dargestellt werden könne. Der constante Stand, zu welchem am Ende der Magnet gelangt, wird durch C ausgedrückt: diesen Stand erlangt der Magnet mehr oder minder schnell, je nachdem q einen grössern oder kleinern Werth hat: auch von B hängt das frühere oder spätere Erreichen eines constanten Standes ab. Hansteen führt 9 Magnete an, für welche er die Constanten bestimmt hat; dabei ersieht man, dass einige Magnete der wahren Gränze der Unveränderlichkeit sich bis auf 0.00001 (wo man sie schon für die Beobachtung als unveränderlich betrachten kann) in 200 Tagen oder in einem Jahre nähern, während andere erst in 12 und 14 Jahren dahin gelangen. Eben so ist der Verlust, den sie erleiden, bis sie constant werden, sehr verschieden.

Bei den Untersuchungen Hansteen's wird der Kraftverlust als eine Function der Zeit allein angenommen, ich habe jedoch bei den im Münchner Observatorium angewendeten Magneten bemerkt, dass der Verlust an Kraft auch in sehr beträchtlichem Maasse von der Temperatur abhängt und im Sommer weit grösser ist, als im Winter. Bei den zwei Ablenkungs-Magneten, die ich in den Jahren 1841 und 1842 an dem Intensitäts-Instrumente hatte, betrug der tägliche Kraftverlust:

---

werden, als andere, dann nimmt der Stab so wenig Magnetismus an, dass er unbrauchbar ist, zugleich hat er einen grossen Temperatur-coëfficienten.

Nov.	1841.	0.00042	April	1842.	0.00005
Dec.	-	0.00010	Mai	-	0.00009
Jan.	1842.	0.00007	Juni	-	0.00011
Febr.	-	0.00004	Juli	-	0.00017.
März	-	0.00004			

Diese Magnete wurden später durch zwei neue ersetzt, und ein ähnlicher Erfolg trat ein: die letztern näherten sich indessen viel schneller, als die erstern, einem constanten Stande. — Um einen constanten Stand herbeizuführen, räth Hansteen, die Magnete vor dem Gebrauche längere Zeit in Wasser von ungefähr 30° R. zu legen: ich habe denselben Zweck durch wiederholtes Eintauchen abwechselnd in warmes und kaltes Wasser, erreicht.

Induction in Magnetstäben, und deren Einfluss auf absolute Intensitäts-Bestimmungen.

53. Ueber das magnetische Moment, welches durch den Erdmagnetismus in den Magneten inducirt wird, waren entgegengesetzte Ansichten von Barlow und Kupffer aufgestellt worden: während nämlich der erstere aus seinen Versuchen den Schluss zog, dass die Erde keinen merklichen Magnetismus durch Induction im gehärteten und magnetisirten Stahl hervorrufe, gab der letztere als Erfahrungs-Resultat an, dass ein Stab im Meridian stärker sei, als senkrecht auf dem Meridian. Weder im einen, noch im andern Falle sind jedoch, wie es scheint, die Versuche als entscheidend betrachtet worden. Mit der weitern Untersuchung hierüber hat sich meines Wissens Niemand beschäftigt, auch hatte Niemand einen practischen Nutzen der Entscheidung dargethan, bis ich im Jahre 1842 Mittel fand, den inducirten Magnetismus mit aller Schärfe zu messen *), und die Nachweisung gab, dass eine beträchtliche Correction desshalb an die absoluten Intensitäts-Messungen angebracht werden müsse.

Die Methode besteht einfach darin, dass man den zu untersuchenden Magnetstab in die zwei entgegengesetzten Lagen *NS* und *N'S'* (Fig. 18.) bringt und die Winkel misst, um welche er

*) Später ist von Lloyd in den Revised Instructions eine Methode angegeben worden die Induction mit Hülfe des Bifilars zu messen: es sind jedoch practische Hindernisse damit verbunden. (S. Annalen f. Meteorol. u. Erdm. III. 208.) Dass die Methode angewendet worden wäre, ist mir nicht bekannt.

die frei hängende Nadel ns vom Meridian ablenkt. Der Stab wird dabei vertical in der auf der Mitte der freien Nadel senkrechten Ebene festgemacht, und ist im ersten Falle eben so viel über der durch ns gehenden Horizontal-Ebene, als er im zweiten Falle sich darunter befindet. Demnach wird der permanente Magnetismus des Stabes in beiden Fällen dieselbe Ablenkung der Nadel hervorbringen: was das inducirte Moment betrifft, welches durch den verticalen Erdmagnetismus hervorgerufen wird, so hat man in S einen Südpol, und in S' einen Nordpol; die Wirkung wird also im zweiten Falle eine entgegengesetzte sein. Stellt man das permanente Moment durch M, das inducirte durch μY (wo $Y =$ verticaler Erdmagnetismus) vor, und nennt man die Ablenkungswinkel φ' und φ'', so hat man im ersten Falle: $M + \mu Y = A \sin \varphi'$ und im zweiten: $M - \mu Y = A \sin \varphi''$, woraus folgt

$$\frac{\mu}{M} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi' - \varphi'')}{Y \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi' + \varphi'')} \text{ oder } = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{tg} \delta\varphi}{X \operatorname{tg} i \operatorname{tg} \varphi},$$

wo i die Inclination, φ die mittlere Ablenkung, und $\delta\varphi$ den Unterschied zwischen der Ablenkung oben und unten bedeuten.

Die Vorrichtung zum Messen des Inductions-Coëfficienten, die einen Theil des magnetischen Theodoliten bildet, stellt Fig. 19 dar. Der freie Magnet hängt in dem Gehäuse KK, der Ring RR wird auf die drei Schrauben a, b, c aufgelegt, und dessen innere Fläche steht gegen das Widerlager d an. Durch Umlegen des Ringes bringt man den Magnet NS in die Fig. 18 bezeichneten Stellungen. Da jedoch die hiebei vorausgesetzten Bedingungen, bezüglich auf den Ring und die damit verbundenen Theile, practisch nur näherungsweise erfüllt werden können, so ist es nöthig, die kleinen stattfindenden Abweichungen durch Messung in entgegengesetzten Lagen aufzuheben. Nimmt man an, dass die zwei Flächen des Ringes und die Fläche des Querstückes AB, an welcher der Magnet NS anliegt, Ebenen sind, was mechanisch mit hinreichender Genauigkeit zu erreichen ist, so erlangt man die Bestimmung der Induction durch 8 Messungen, die in folgender Ordnung gemacht werden:

Magnet auf Seite A, Nord inwendig	Nord unten *) . . v_1 Nord oben . . . . v_2
Magnet auf Seite B, Nord inwendig	Nord unten . . . v_3 Nord oben . . . . v_4
Magnet auf Seite B, Nord auswendig	Nord unten . . . v_5 Nord oben . . . . v_6
Magnet auf Seite A, Nord auswendig	Nord unten . . . v_7 Nord oben . . . . v_8.

Es ist alsdann $\varphi = \frac{1}{8}(v_5 + v_6 + v_7 + v_8 - v_1 - v_2 - v_3 - v_4)$ und $\delta\varphi = \frac{1}{4}(v_1 - v_2 + v_3 - v_4 + v_5 - v_6 + v_7 - v_8)$.

Die Entfernung des Magnets NS von der Mitte ist gleichgültig, wenn nur jedesmal beim Umkehren, wie beim Verlegen von der einen Seite auf die andere, dieselbe Entfernung genau eingehalten wird: weil indessen diess Schwierigkeiten hat, so ist es practisch vortheilhafter, die Entfernung zu suchen, wo die Ablenkung ein Maximum ist: alsdann braucht man auf eine so genaue Einstellung der Entfernung nicht mehr Rücksicht zu nehmen.

Anstatt die Richtigkeit des eben angegebenen Verfahrens nachzuweisen, lasse ich hier drei Messungen folgen, welche Dr. Langberg am 28. und 29. Aug. 1844 im Münchner Observatorium mit dem auf seiner magnetischen Reise gebrauchten Cylinder gemacht hat:

	I. Messung.	II. Messung.	III. Messung.
v_1 =	100° 1′ 0″	106° 24′ 32″	130° 42′ 16″
v_2 =	99 44 48	106 0 20	129 42 20
v_3 =	99 53 44	106 19 56	130 32 50
v_4 =	99 47 4	106 7 40	129 23 50
v_5 =	80 18 36	76 18 42	46 33 24
v_6 =	80 9 14	76 30 56	47 50 20
v_7 =	80 11 4	76 15 36	47 4 30
v_8 =	80 32 4	76 44 40	48 4 30
φ =	9 44	14 52	41 21
$\delta\varphi$ =	13 19	19 24	1 ′ 6 28
$\frac{\mu}{M}$ =	0.00274	0.00258	0.00267

*) Nord unten und Nord oben wird durch Umlegen des Ringes zu Stande gebracht.

Die Uebereinstimmung der drei Resultate ist so gross, als ır immer erwartet werden kann, wenn man bedenkt, dass die ıduction nicht augenblicklich eintritt, sondern eine Function der eit bildet, was eigentlich bei den Messungen hätte berücksich- ʒt werden sollen, aber nicht berücksichtigt worden ist, weil die ısserste erreichbare Genauigkeit hier nicht erfordert wird. Der er gefundene Werth von $\frac{\mu}{M}$ ist der grösste, der mir bisher vor- ꞉kommen ist, was davon herrührte, dass der Magnet ungewöhn- ꞉h schwach war. Für Magnete, wie sie gewöhnlich für Inten- täts-Bestimmungen gebraucht werden, variirt der Werth von $\frac{\mu}{M}$ zwischen 0,0006 und 0,0020, und hängt hauptsächlich, eben) wie der Temperatur-Coëfficient, von dem Grade der Härte). Man wird, wenn sonst kein Mittel da ist, die Induction zu ꞉stimmen, näherungsweise $\frac{\mu}{M} = 2\alpha$ annehmen können, wenn α ꞉n Temperatur-Coëfficienten bedeutet. Bei einem 4pfündigen tabe von Meyerstein in Göttingen habe ich die Induction $\frac{\mu}{M}$ = 0,00205 gefunden.

54. Fast alle vorhandenen Intensitäts-Bestimmungen, die an blos durch Schwingungs-Beobachtungen hergestellt hat, sind ıch der Formel $X = \frac{C}{T^2}$ berechnet worden, wobei C so gewählt urde, dass die Formel die absolute Intensität der Central- oder aupt-Station darstellte, ohne Rücksicht auf Induction. Mit ücksicht auf Induction wäre $C\left((1 + \frac{\mu}{M} X_0\right)$ anstatt C zu setzen, 'o X_0 die absolute Intensität der Centralstation bezeichnet, und sdann hätte man die vollständige Gleichung:

$$X = \frac{C}{T^2}\left[1 + \frac{\mu}{M}(X_0 - X_1)\right].$$

An die nach der Formel $X = \frac{C}{T^2}$ berechneten Zahlen wäre ꞉so nachträglich die Correction $+\frac{\mu}{M}(X_0 - X)X$ anzubringen. ꞉er Betrag dieser Correction kann oft sehr beträchtlich sein. So ıb z. B. die Nadel des Capt. Belcher die absolute Horizontal- ıtensität in Woolwich (als Centralstation) = 3,720, und in mboyna-Insel = 8,144 (in Englischen Einheiten). Die Cor-

pothesen, müssen wir auf die von Gauss gegebene Darstellung verweisen. (Resultate des magnet. Vereins 1841. S. 11.)

56. Die Erfahrung hat gezeigt, dass verschiedene Nadeln, auf dieselben Lager gelegt, sehr verschiedene Werthe der Inclination geben: die Unterschiede können bis 40 Minuten gehen. (Vergl. V Report, of the British Association S. 142.) Unterschiede bis 15′ habe ich selbst bei einem Inclinatorium von Repsold gefunden. Diese Unterschiede haben ihren Grund ohne Zweifel in der unvollkommenen Figur der Axen und der Lager. Bekanntlich ist es ein mechanisches Problem von grösster Schwierigkeit, runde Zapfen zu drehen; noch schwerer ist es die zwei Zapfen so zu drehen, dass ihre Axen in einer geraden Linie liegen *). Es ist leicht begreiflich, wie Fehler dieser Art einen beträchtlichen Einfluss auf die Inclinations-Bestimmungen haben können.

Bestimmungen der Schwingungsdauer eines Magnets.

57. Bei Bestimmung der Schwingungsdauer eines Magnets hat man in früherer Zeit die Momente der grössten Elongation notirt: das Intervall zwischen zwei beobachteten grössten Elongationen, dividirt durch die Zahl der Schwingungen, wurde als Dauer einer Schwingung betrachtet. Gauss hat anstatt der Momente der grössten Elongation die Durchgänge durch eine Mittelrichtung eingeführt, wobei dieselbe Schätzungs-Methode, die man bei Meridian-Durchgängen der Sterne anwendet, gebraucht wird. Die erstere Beobachtungsweise gewährt die heut zu Tage erforderliche Schärfe nicht mehr.

Lässt man einen Magnet in kleinen Bogen schwingen (etwa 10′ bis 20′), so bedarf es keiner Correction wegen der Schwingungsweite: ist der Schwingungsbogen gross und nennt man die unmittelbar gefundene Schwingungsdauer T', die auf unendlich kleine Bogen reducirte T, die Schwingungsweite (Entfernung der

*) Bei allen Reichenbachschen Meridiankreisen machen die zwei Zapfen, um welche sich das Fernrohr dreht, einen merklichen Winkel mit einander, ungeachtet nach den Hülfsmitteln und Vorsichtsmaassregeln, womit sie gedreht wurden, die Entstehung eines solchen Fehlers unbegreiflich scheint.

grössten Elongation von der Mittelrichtung) h, so hat man bekanntlich *):

$$T = \frac{T'}{1 + \frac{1}{16}h^2}.$$

Beobachtet man zwei Reihen von je l Durchgängen mit einem Intervall von n Schwingungen, so zwar, dass bei jeder Reihe der je $m$te Durchgang **) notirt wird, und ist beim ersten Durchgang die Schwingungsweite h_0, beim $n$ten h_1, so muss die unmittelbar abgeleitete Dauer einer Schwingung, um sie auf unendlich kleine Bogen zu reduciren, mit $1 + \frac{1}{16}\,\frac{h_0^2}{ln}\cdot\frac{1-q^{2lm}}{1-q^{2m}}\cdot\frac{1-q^{2n}}{1-q^2}$ dividirt werden, wobei q aus der Gleichung $\frac{h_1}{h_0} = q^n$ zu bestimmen ist.

Man kann $\frac{h_0^2}{ln}\cdot\frac{1-q^{2lm}}{1-q^{2m}}\cdot\frac{1-q^{2n}}{1-q^2} = h_0^2\, q^{2r}$ d. h. gleich dem Quadrate des Bogens der $r$ten Schwingung setzen: bestimmt man demnach r aus dieser Gleichung und beobachtet den Schwingungsbogen, welcher bei der $r$ten Schwingung stattfindet, und den wir h nennen wollen, so hat man, wie oben:

$$T = \frac{T'}{1 + \frac{1}{16}h^2},$$

wo die unreducirte Schwingungsdauer mit T' bezeichnet ist.

Wir wollen hier noch den Fall erwähnen, wo ausser dem Erdmagnetismus ein zweiter fixer Magnet auf die schwingende Nadel wirkt. Ich habe diese Aufgabe umständlich entwickelt und das Resultat gefunden, dass die auf unendlich kleine Bogen reducirte Zeit durch die Formel:

$$T = \frac{T'}{1 + \frac{1}{16}a^2h^2}$$

zu berechnen ist. Eine hinlänglich genaue Bestimmung der Constante a kann theoretisch nicht ermittelt werden, sondern man muss aus Beobachtungen, die bei grössern und kleinern Bogen gemacht sind, den Werth von a ableiten. Ich habe gefunden, dass bei demselben Magnete q als constant angesehen werden

*) Vergl. Resultate des magnetischen Vereins 1837. S. 65.

**) Beobachtet man mit Magneten, deren Schwingungsdauer 4″ beträgt, so kann man höchstens nur jeden dritten, bei 2″ jeden fünften Durchgang nehmen.

kann: man braucht desshalb diese Grösse nur ein für allemal zu bestimmen.

Ich füge hier zwei Tabellen bei, wovon die erste die Reduction auf unendlich kleine Bogen, die zweite den Werth von r angiebt.

Tabelle I.

Reduction der Schwingungen auf unendlich kleine Bogen.

ah	$\log(1+\frac{1}{16}a^2h^2)$	Diff. für 1°	ah	$\log(1+\frac{1}{16}a^2h^2)$	Diff. für 1°
1°	0.00001		31°	0.00787	50,5
2	3	3,0	32	839	52,0
3	7	5,0	33	891	53,0
4	13	7,0	34	945	55,0
5	21	8,5	35	1001	57,0
6	30	10,0	36	1059	58,0
7	41	11,5	37	1117	59,5
8	53	13,0	38	1178	61,5
9	67	15,0	39	1240	62,5
10	83	16,5	40	1303	64,0
11	100	18,0	41	1368	66,0
12	119	20,0	42	1435	67,0
13	140	21,5	43	1502	68,5
14	162	23,0	44	1572	70,5
15	186	24,5	45	1643	72,0
16	211	26,0	46	1714	73,0
17	238	28,0	47	1789	75,0
18	267	29,5	48	1864	76,0
19	297	31,0	49	1941	77,5
20	329	33,0	50	2019	79,0
21	363	34,5	51	2099	80,5
22	398	36,5	52	2180	82,0
23	436	38,0	53	2263	83,0
24	474	39,0	54	2346	84,5
25	514	41,5	55	2432	86,0
26	557	43,5	56	2518	87,5
27	599	44,0	57	2607	89,0
28	643	45,5	58	2696	90,0
29	690	47,5	59	2787	91,5
30	0.00738	48,5	60	2879	

Tabelle II.

Bestimmung des Werthes von r.

er bedeuten h_0 und h_1 die am Anfange und Ende eines Inter-
lls von 100 Schwingungen beobachteten Bogen. Wenn man
n Bogen um m Schwingungen zu spät beobachtet hat, so muss
$\log(1 + \frac{1}{16} a^2 h^2)$ multiplizirt werden mit $(1 + 2ms)$.

[illegible]	s.	Diff.	Werth von r für ein Intervall von 100 Schwingungen	
			wenn jeder dritte Durchgang beobachtet wird.	wenn jeder fünfte Durchgang beobachtet wird.
,1	0.00095		62,3	71,1
,2	182	84	61.4	70,1
,3	263	77	60,6	69.3
,4	337	71	60.0	68,5
,5	406	67	59,3	67,8
,6	471	63	58,8	67,2
,7	532	59	58,2	66,5
,8	590	56	57,7	65.9
,9	0.00644		57.2	65.4

Bei Bestimmung der Schwingungsdauer kann man entweder
n Magnet mit einem Spiegel versehen und die Beobachtung mit
nem Fernrohre vornehmen, oder man kann mit freiem Auge be-
achten; im letztern Falle muss natürlich ein grösserer Schwin-
ngs-Bogen genommen werden. Die erstere Methode ist bisher
r genauer gehalten worden: indessen habe ich mich durch viel-
che Versuche überzeugt, dass die Beobachtung mit freiem Auge
en so genaue Resultate gewährt; dabei hat sie den Vorzug der
nfachheit, der in Messungen dieser Art wesentlich ist. Eine
dingung ist dabei sorgfältig zu berücksichtigen, dass nämlich
r Magnet in einem geräumigen Gehäuse oder Kästchen schwin-
n und von den Wänden entfernt sein muss: auch die Spitze
s Magnets, deren Durchgänge über einem Gradbogen beobach-
: wird, soll wenigstens 2 Pariser Linien vom Gradbogen ent-
nt sein. Ueber den Einfluss, den eine Fläche auf einen dar-
er in kleiner Entfernung schwingenden Magnet ausübt. hat
n Charante in Leyden schätzbare Versuche angestellt, wo-
n die Resultate in seiner im Jahre 1843 herausgegebenen In-
gural-Dissertation gegeben sind.

Correction der Beobachtungen wegen der in der Nähe befindlichen magnetischen Einflüsse.

58. Magnetische Beobachtungen werden in Observatorien gemacht, wo gewöhnlich mehrere Magnete vorhanden sind, oder in sonstigen Gebäuden, wo ausserdem Eisentheile sich vorfinden, oder auf Schiffen, wo das Eisen des Schiffes Einfluss hat: in allen diesen Fällen müssen an den Beobachtungen die entsprechenden Correctionen angebracht werden.

Betrachten wir zuerst den einfachsten Fall, wo auf einen freien Magnet ns (Fig. 22.) ein in derselben horizontalen Ebene befindlicher fixer Magnet NS einwirkt. Da die Wirkungen, um die es sich hier handelt, immer sehr klein sein werden, so reicht es hin, blos das erste Glied der nach den negativen Potenzen der Entfernung entwickelten Ausdrücke zu berücksichtigen. Bezeichnet man demnach die Momente von ns und NS mit m und M und die Entfernung mit e, so giebt es vier Hauptfälle: nämlich zwei mit ns parallele Stellungen NS und N_1S_1, wo kein Drehungsmoment stattfindet, aber die Directionskraft von ns um die Grössen $+\frac{mM}{e^3}$ und $-\frac{mM}{e^3}$ vermehrt wird, dann zwei auf ns normale Stellungen N_2S_2 und N_3S_3, wo die Directionskraft keine Aenderung erleidet, aber ein Drehungsmoment $=\frac{mM}{e^3}$ und $\frac{2mM}{e^3}$ entsteht. Jede gegebene gegenseitige Lage der Magnete kann man auf diese vier Hauptfälle zurückführen, indem man anstatt der Magnete ihre Projectionen substituirt. So kann man z. B. anstatt NS (Fig. 23.) ein System zweier Magnete $N'S' = NS\cos\varphi$ mit dem Momente $M\cos\varphi$, und $N''S'' = NS\sin\varphi$ mit dem Momente $M\sin\varphi$, eben so anstatt ns ein System $n's'$ und $n''s''$ mit den Momenten $m\cos\psi$ und $m\sin\psi$ substituiren. Berechnet man dem Vorhergehenden zufolge den Einfluss von $N'S'$ und $N''S''$ auf $n's'$ und $n''s''$, so ergiebt sich, wenn wir die Directionskraft von ns mit K und den Winkel, um welchen ns durch NS aus seiner Richtung gebracht wird, mit α bezeichnen, eine Vermehrung der Directionskraft

$$\delta K = \frac{Mm}{e^3}(2\cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi)$$

und ein Drehungs-Moment

$$K \sin \alpha = \frac{Mm}{e^3} (2 \sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi).$$

Indem man den Magnet *NS* abwechselnd entfernt und wieder hinlegt, oder indem man ihn um 180° dreht, kann man α, somit auch $\frac{Mm}{e^3}$ bestimmen.

Als Resultat erhält man zuletzt, dass, wegen des Einflusses, den der Magnet *NS* ausübt, der Stand der Nadel *ns* (die Ablesung der Scala) um α vermindert und der Werth der Scalatheile mit $\frac{K}{K + \delta K}$ multiplizirt werden muss. Dasselbe Verfahren giebt allgemein die Wirkung eines Magnets, der nicht in der Ebene des freien Magnets sich befindet. Alsdann müssen die Magnete auf drei normale Coordinaten-Axen projicirt werden.

Ich begnüge mich damit, die Art und Weise in welcher der Einfluss eines fixen Magnets auf einen frei hängenden berücksichtigt werden kann, angedeutet zu haben, und bemerke, dass ausführliche Vorschriften von Gauss in den Resultaten des magnet. Ver. 1840. S. 26 zu finden sind. In demselben Jahre erschien eine Abhandlung von Lloyd, worin er von der allgemeinen Darstellung der Wirkung eines Magnets in der Ferne auf die Einrichtungen übergeht, die man treffen kann, um vorhandene gegenseitige Einflüsse durch einen fixen Corrections-Magnet aufzuheben. Insbesondere zeigt er, wie die magnetische Waage in einem Observatorium als Corrections-Magnet für den gegenseitigen Einfluss des Declinatoriums und des Bifilars benutzt werden kann.

59. Was das Eisenwerk in Gebäuden betrifft, wo magnetische Instrumente aufgestellt sind, so muss dessen Einfluss eben so, wie der Einfluss permanenter Magnete, in Rechnung gebracht werden; nur ist die Bestimmungsweise verschieden. Während nämlich bei permanenten Magneten der Einfluss (zunächst der Werth von α) durch veränderte Stellung der Magnete bestimmt werden kann, muss man, um den Einfluss der Eisentheile eines Gebäudes an einer bestimmten Stelle kennen zu lernen, zuerst an dieser Stelle, dann im Freien die Werthe der magnetischen Constanten bestimmen: die Unterschiede geben den gesuchten Einfluss. Im strengen Sinne wäre übrigens die Wirkung der Eisentheile eines Gebäudes nicht als constant zu betrachten, weil

der Magnetismus des Eisens mit der Zeit immer stärker wird, und die Stärke überdies von der Temperatur abhängt: berücksichtigt man indessen, welchen Theil des ganzen Effects die eben erwähnten Ursachen ausmachen, so wird man deren Berücksichtigung in allen Fällen als unnöthig anerkennen *).

60. Weit verwickelter, als bei einem Gebäude, ist die Berechnung des in einem Schiffe befindlichen Eisenwerks auf die zur See angestellten magnetischen Beobachtungen, weil das Schiff als drehbar um eine verticale Axe gedacht werden muss und der inducirte Magnetismus eine Function des Azimuths sein wird. Das Problem ist von Barlow practisch, und von Poisson theoretisch im Jahre 1824 in zwei Abhandlungen (Mémoires de l'Académie 1821.) entwickelt worden: im Jahre 1839 wurden neue theoretische und practische Untersuchungen von Airy unternommen, wovon die Resultate in seiner Abhandlung: Account of experiments on iron built ships instituted for discovering the deviation of the compass produced by the iron of the ships, gegeben sind. Wegen der Entwickelung des Problems verweise ich auf die erwähnten Arbeiten, und bemerke, dass Airy die Mittel angegeben hat, den inducirten Magnetismus des Schiffs-Eisens durch eine zusammengerollte Eisenplatte, und den permanenten Magnetismus durch einen fixen Magnet aufzuheben, so zwar, dass die Bewegungen des Compasses dieselben waren, als wenn kein Eisen auf dem Schiffe vorhanden gewesen wäre. Sehr ausführliche Versuche zur Bestimmung der Einflüsse des Eisenwerks auf den Schiffen der magnetischen Südsee-Expedition Erebus und Terror, so wie die Art und Weise die entsprechenden Correctionen zu berechnen, findet man in Sabine, Contributions to terrestrial magnetism. Nro V. Dabei wird als Erfahrungs-Satz

---

*) Es ist viel von der Nothwendigkeit eisenfreier Gebäude für magnetische Beobachtungen gesagt worden: in der That ist aber diese Nothwendigkeit nur vorhanden, wo man absolute Bestimmungen herstellen will. Wenn man hie und da die Besorgniss ausgedrückt findet, es möchte der tägliche Gang bei Variations-Instrumenten durch das Eisenwerk eines Gebäudes entstellt werden, oder wenn man bei wahrgenommenen Differenzen relativer Bestimmungen alle Schuld auf die veränderliche Einwirkung des Eisenwerkes der Gebäude legt, so lässt sich hierin nur der gänzliche Mangel präciser Begriffe erkennen.

angenommen, dass in den gewöhnlichen Schiffen alle magnetische Einwirkung als von Induction herrührend betrachtet werden könne. Bekanntlich hat Airy bei eisernen Schiffen den permanenten Magnetismus überwiegend gefunden.

Bestimmung des Widerstandes, den die Induction im weichen Eisen findet.

61. Als Lloyd im Jahre 1842 im Dubliner Observatorium die Induction eines weichen Eisenstabes zur Messung der Inclinations-Variationen anwenden wollte, nahm er zuerst einige Versuche vor *), um sich zu überzeugen, ob bei jeder vorkommenden Aenderung in der inducirenden Kraft eine correspondirende Aenderung des inducirten magnetischen Moments eintrete. Er gelangte dabei zu dem Schlusse, dass jede Aenderung der Kraft eine proportionale Aenderung des inducirten Moments, und zwar augenblicklich hervorrufe: die Mittel aber, die er hiebei angewendet hat, dürfen kaum als hinreichend fein zur Entscheidung der Frage angesehen werden. Zu Anfange des Jahres 1843 nahm ich die Untersuchung, aber mit feinern Hülfsmitteln vor. Ich brachte senkrecht über dem Inclinations-Instrument (Fig. 11.) einen Magnet AB an, der sich um eine horizontale Axe in der Ebene der Nadel drehen liess. Bei verticaler Stellung hatte der Magnet auf die freie Nadel keinen directen Einfluss, vermehrte aber den inducirten Magnetismus der Eisenstäbe, wenn sein Nordpol abwärts gerichtet war, und verminderte ihn in der entgegengesetzten Lage. Wenn man demnach schnell den Magnet um 180° drehte, so trat derselbe Erfolg ein, als wenn eine entsprechende Aenderung des verticalen Erdmagnetismus stattgefunden hätte, und die Beobachtung des Inclinations-Instruments musste also nachweisen, ob in solchem Falle die Aenderung des magnetischen Moments der Eisenstäbe auch augenblicklich hervorgerufen werde. Um zu zeigen, wie sich die Induction wirklich hiebei verhalte, führe ich folgende Versuchsreihe an:

---

*) Lloyd, on a new magnetical Instrument for the measurement of the Inclination and its changes in den Proceedings of the R. Irish Academy 1842.

Verflossene Zeit.	Ablesung	
	Nordpol unten.	Nordpol oben.
	Theilstriche.	Theilstriche.
1′	137,25	4,10
1½	138,90	3,60
2	139,65	2,10
2½	140,40	1,63
3	140,55	1,48
3½	140,70	1,20
4	140,90	1,20

Man sieht, dass die Induction nicht augenblicklich eintritt, sondern zu deren Entwickelung eine gewisse Zeit erfordert wird. Nennt man N die Anzahl Theilstriche der Scala des Inclinations-Instruments, um welche es bei einer plötzlichen Aenderung der inducirenden Kraft sich bewegen sollte, und hat sich das Instrument nach der Zeit t um x Theilstriche bewegt, so sollte, wie ich gezeigt habe*), $N - x = Ne^{-ht}$ sein: die vorhergehende Versuchsreihe, eben so wie die übrigen von mir angestellten Versuche, zeigen indessen, dass die Bewegung des Instruments Anfangs viel schneller, am Ende langsamer ist, als sie nach diesem Ausdrucke sein sollte. Modificirt man hiernach den Ausdruck, ohne die allgemeine Form zu ändern, so kann man den Versuchen Genüge leisten, wenn man $N - x = Ne^{-h\sqrt{t}}$ und für den gegenwärtigen Fall $h = 3.75$ setzt. — Es hat keine Schwierigkeit hienach die Correction zu berechnen, welche wegen des Widerstandes, den das weiche Eisen der Induction entgegenstellt, an die Ablesungen des Inclinations-Instruments angebracht werden müssen: ich unterlasse indessen die von mir am angeführten Orte entwickelten Ausdrücke hier beizufügen, weil mir noch kein Fall vorgekommen ist, wo eine Correction zu berücksichtigen gewesen wäre. Einige Versuche über den von der Erde im Eisen inducirten Magnetismus theilt Weber (Result. des magnetischen Vereins 1841. S. 85.) mit, welche übrigens keineswegs in der Weise eingerichtet sind, dass sie den nur im Allgemeinen

*) Gel. Anzeigen der Baier. Acad. 1843. No. 147.

von ihm ausgesprochenen Zweifel über die Brauchbarkeit des Lloyd'schen Instruments begründen könnten.

Bestimmung des absoluten Werthes der Theilstriche bei dem Variations-Instrumente für Inclination.

62. Der inducirte Magnetismus der Eisenstäbe ab, $a'b'$ Fig. 11. durch die Vertical-Intensität Y hervorgerufen, und als dieser Kraft proportional anzunehmen, lenkt die freie Nadel des Inclinations-Instruments vom Meridian ab, während die Horizontal-Intensität X sie in den Meridian zurückzubringen sucht: nennt man demnach den Ablenkungswinkel φ, so geht aus der Bedingung, dass die eben genannten Kräfte im Gleichgewichte sein sollen, eine Gleichung hervor von der Form: $aY = X \sin\varphi$, oder da $\frac{Y}{X} = \operatorname{tg} i$ ist, $a \operatorname{tg} i = \sin\varphi$, woraus durch Differentiation folgt:

$$\delta i = \tfrac{1}{2} \frac{\sin 2i}{\operatorname{tg}\varphi} \delta\varphi.$$

Diese Gleichung ist indessen aus doppeltem Grunde nicht brauchbar: fürs Erste nämlich haben die Eisenstäbe neben dem inducirten Magnetismus immer auch einigen permanenten Magnetismus, von welchem die Ablenkung zum Theile abhängt: fürs Zweite ist man nicht berechtigt anzunehmen, dass, wenn die inducirende Kraft um einen aliquoten Theil sich ändert, auch die Wirkung des inducirten magnetischen Moments der Eisenstäbe um denselben aliquoten Theil sich ändern werde. Eine vollkommene Proportionalität in letzterer Beziehung würde nicht blos der Erfahrung entgegen sein, dass die Induction im Eisen einen Widerstand erleidet, sondern würde auch eine besondere Vertheilung des Magnetismus in den Eisenstäben voraussetzen, zu deren Annahme kein hinlänglicher Grund vorhanden ist. Lloyd hat bei seinem Instrumente *) den permanenten Magnetismus des Eisenstabes durch Umlegen bestimmt. Der Stab liess sich nämlich um eine in der Horizontal-Ebene der Nadel befindliche und auf den magnetischen Meridian senkrechte Axe drehen; eine Drehung von 180° brachte somit ein entgegengesetztes inducirtes Moment hervor, während die Wirkung des permanenten Magne-

*) On a new magnetic instrument for the measurement of the Inclination and its changes (Proceedings of the R. Irish Academy 1842.)

tismus in den beiden Lagen dieselbe blieb. Auf solche Weise konnte die Trennung des inducirten und permanenten Magnetismus erlangt werden. Den zweiten eben berührten Umstand hat Lloyd unberücksichtigt gelassen.

63. Bei dem Inclinations-Instrumente des Münchner Observatoriums habe ich zur Bestimmung des Werthes der Theilstriche eine Methode in Anwendung gebracht, welche nicht blos den Einfluss des permanenten Magnetismus berücksichtigt, sondern auch unabhängig ist von jeder Voraussetzung, bezüglich auf das Verhältniss, nach welchem die Induction wirkt. Ich brachte nämlich vertical über dem Inclinations-Instrumente einen kleinen Magnetstab AB (Fig. 11.) an, der sich um eine mit der freien Nadel parallele Axe drehen liess. Um die Bedingungen des Gleichgewichts für den Fall, dass ausser dem Erdmagnetismus auch der Magnetstab auf die freie Nadel wirke, zu entwickeln, nenne ich den Ablenkungs-Winkel der Nadel φ (westlich positiv), ferner seien dm, dm', $d\mu$, $d\mu'$ Elemente der magnetischen Kraft des Magnetstabes, der freien Nadel, des östlichen und westlichen Eisenstabes, entsprechend den respectiven Entfernungen von der Mitte x, x', ξ, ξ', endlich seien die beiden Eisenstäbe gleich weit, nämlich um die Grösse k von der Nadel entfernt, und die Mitte des östlichen Eisenstabes befinde sich um die Grösse h über der Horizontal-Ebene der Nadel, die Mitte des westlichen Stabes eben so viel darunter. Betrachten wir nun die verschiedenen Kräfte, die auf die freie Nadel einwirken. Fürs Erste übt der horizontale Erdmagnetismus das Drehungsmoment $M'X$ aus, wo M' das magnetische Moment der Nadel bezeichnet. Was die Eisenstäbe betrifft, so kann man das durch sie hervorgebrachte Drehungs-Moment durch $M'P + M'p\delta Y$ darstellen, wo P sich auf die durch die mittlere Vertical-Intensität Y inducirte Kraft und auf den permanenten Magnetismus der Eisenstäbe bezieht, $p\delta Y$ aber die Zunahme, welche der Intensitäts-Zunahme δY entspricht, bedeuten. Der Magnetstab AB wird, wenn sein Nordpol den Winkel ψ (über Westen gezählt) mit der Verticalen macht, das Drehungsmoment $\int\int \frac{xx' \sin \psi \, dm \, dm'}{\varrho^3}$ ausüben, wo ϱ die gegenseitige Entfernung der Elemente dm, dm' bedeutet. Ausser diesem directen Einflusse hat der Magnet AB auch indirecten Einfluss auf die Stellung der freien Nadel, indem er analog mit δY in

den Einsenstäben Magnetismus inducirt. Um die Grösse dieses indirecten Einflusses zu berechnen hat man in dem oben gefundenen Ausdrucke die Summe der Anziehung aller Elemente des Magnets in allen Puncten der Eisenstäbe zu substituiren. Nun ist die Anziehung des Elements dm in den Puncten $d\mu$ und $d\mu'$ der Eisenstäbe $= \frac{e-h+\xi+x\cos\psi}{f^3}\,dm$ und $\frac{e+h+\xi'+x\cos\psi}{f'^3}\,dm$ wo e die Entfernung des Magnets von der freien Nadel, f und f' die Entfernungen der Puncte $d\mu$, $d\mu'$ von dm bedeuten. Die Gesammtwirkung zu finden muss man anstatt ϱ, f, f' die Werthe

$$\varrho^2 = e^2 + x'^2 + x^2 \sin^2\psi,$$

$$f^2 = (e - h + \xi + x\cos\psi)^2 + (k + x\sin\psi)^2,$$

$$f'^2 = (e + h + \xi' + x\cos\psi)^2 + (k - x\sin\psi)^2$$

setzen und nach den negativen Potenzen von e bis zur fünften ausschliesslich entwickeln: die Integration hat alsdann keine Schwierigkeit und es ergiebt sich das direct und indirect (durch Induction) von dem Magnet AB auf die freie Nadel ausgeübte Drehungs-Moment

$$= \frac{MM'}{e^3}\sin\psi + 2\,\frac{MM'}{e^3}\,p\cos\psi\left(1 + 6\,\frac{h^2}{e^2}\right).$$

Dieses Moment trachtet den Ablenkungswinkel zu vermindern, eben so wie $M'X\sin\varphi$, während $M'P + M'p\delta Y$ in entgegengesetztem Sinne wirkt. Die Summe aller auf die Nadel wirkenden Kräfte muss $= o$ sein, woraus, wenn man $X = X_0 + \delta X$, $\varphi = \varphi_0 + \delta\varphi$ setzt und die Mittelwerthe φ_0, X_0, Y so wählt, dass $P - X\sin\varphi = o$ wird, folgt:

$$p\delta Y - \frac{M\sin\psi}{e^3} - \frac{2Mp\cos\psi}{e^3}\left(1 + 6\frac{h^2}{e^2}\right) - X_0\delta\varphi\cos\varphi_0$$
$$-\delta X\sin\varphi_0 = o \ldots (A).$$

Man setze nun $\psi = o°$, $\psi = 180°$, $\psi = 90°$, $\psi = 270°$, und es seien $\delta\varphi_1$, $\delta\varphi_2$, $\delta\varphi_3$, $\delta\varphi_4$ die entsprechenden Werthe von $\delta\varphi$, so erhält man vier Gleichungen: die Differenz der zwei ersten, dann der zwei letzten giebt

$$4\,\frac{Mp}{e^3}\left(1 + 6\,\frac{h^2}{e^2}\right) + X_0\cos\varphi_0\,(\delta\varphi_2 - \delta\varphi_1) = o$$

$$2\,\frac{M}{e^3} + X_0\cos\varphi_0\,(\delta\varphi_4 - \delta\varphi_3) = o.$$

Durch Elimination von M erhält man hieraus p: ferner giebt die Hauptgleichung (A) für den Fall, dass der Magnet AB entfernt wird

$$p\delta Y = X_0^n \cos\varphi_0\, \delta\varphi + \delta X \sin\varphi_0.$$

Substituirt man hier den Werth von p und setst $\delta Y = \delta(X\,\mathrm{tg}\,i)$ $= \mathrm{tg}\,i\,\delta X + \frac{X}{\cos^2 i}\delta i$, so ergeben sich die Formeln, welche wir bereits in §. 15 angeführt haben.

Bestimmung der absoluten Inclination mittelst eines weichen Eisenstabes.

64. Das Instrument, womit Lloyd seine in §. 62 erwähnten Versuche über die Induction im weichen Eisen angestellt hat, bestand aus einer Nadel von 3 Zoll Länge und einem runden Eisenstabe von 12 Zoll Länge und $\frac{3}{4}$ Zoll Durchmesser, wovon das eine Ende in der horizontalen Ebene der Nadel eine Drehungs-Axe hatte. Die Axe war senkrecht auf dem magnetischen Meridian, und ihre Verlängerung ging durch die Mitte der freien Nadel, so dass also der Stab in der Ebene des magnetischen Meridians gedreht werden konnte. Da die inducirende Kraft, und nach Lloyd's Versuchen auch die Induction dem Cosinus des Winkels, den der Stab mit der Richtung der totalen Intensität macht, proportional ist, so darf man nur die Induction mittelst der hervorgebrachten Ablenkung der Nadel in zwei Stellungen des Stabes messen, um die Richtung der totalen Intensität, d. h. die Inclination zu bestimmen. Lloyd wählte zu diesem Zwecke die verticale und horizontale Stellung des Cylinders, wobei jedoch das Verhältniss zwischen dem magnetischen Moment und der Ablenkung etwas zu complicirt erscheint. Bei Experimenten, die ich in dieser Beziehung vorgenommen habe, suchte ich die Lage, wo der inducirte Magnetismus verschwindet, wo also der Cylinder auf die Richtung der Totalkraft senkrecht stehen wird*). Diese Methode bietet eben so wenig theoretisch, als practisch eine Schwierigkeit dar, besonders wenn man die freie Nadel schief stellt, so dass sie ungefähr in der Richtung der Totalkraft sich befindet und der Cylinder senkrecht darauf steht: allein der Erfolg wird dadurch unsicher, dass das Eisen zur magnetischen

*) Als ich im Jahre 1844 in Utrecht war, zeigte mir Prof. van Rees im physikalischen Cabinet daselbst eine magnetische Vorrichtung von Brugmann, welcher genau dieselbe Idee zu Grunde lag, und wovon die Beschreibung in „Brugmanni materia magnetica" zu finden ist.

aft sich verhält, wie ein unvollkommener elastischer Körper einem darauf ausgeübten Drucke, wo Druck und Einwirkung r für kleine Aenderungen, nicht für grössere proportional sind, d nach Aufhebung des Druckes ein Theil der Einwirkung übrig ibt, der nur nach und nach oder gar nicht mehr verschwindet. h habe jedoch Grund zu glauben, dass die angedeuteten Hinrnisse noch beseitigt werden können.

III. Abschnitt.

Magnetische Observatorien und Beobachtungen.

65. Die magnetischen Beobachtungen, welche während der auer des im gegenwärtigen Berichte betrachteten Zeitraums herstellt worden sind, zerfallen in drei Klassen: Termin-Beobachngen, tägliche Beobachtungen, absolute Messungen.

Da die magnetischen Termine durch Gauss veranlasst und n ihm und Weber in den „Resultaten aus den Beobachtungen s magnetischen Vereins" bekannt gemacht worden sind, so hien es mir zweckmässig eine Uebersicht der Orte, wo diese eobachtungen angestellt wurden, den Resultaten des Göttinger bservatoriums beizufügen und eine weitere Erwähnung bei den nzelnen Stationen nicht mehr vorzubringen. Uebrigens sind bis r die Terminbeobachtungen der von Gauss angedeuteten Bebeitung (vergl. §. 86.) nicht unterzogen, auch sonst keine erhebben Resultate bekannt gemacht worden, desshalb ist es nöthig e weitere Bericht-Erstattung über deren Erfolg einer künftigen elegenheit vorzubehalten.

Die täglichen Beobachtungen liefern zunächst zweierlei Data, orauf jede künftige Theorie gebaut werden muss; die regelmässgen Aenderungen, die mit der Zeit vor sich gehen, und die ausrordentlichen Zustände, die von Zeit zu Zeit eintreten. Die stern sind durch die monatlichen Mittelwerthe gegeben, die letzrn durch die Störungstage. Von den monatlichen Mitteln der sher bekannt gewordenen Beobachtungen habe ich das Wichgste in den am Ende beigefügten Tabellen zusammengetragen: e Ergebnisse der Störungen musste ich vorläufig unberücksichgt lassen, weil die ausführliche Darstellung der Beobachtungen

zu vielen Raum eingenommen haben würde, und die Theorie noch nicht festgesetzt hat, welche Bestimmungen als die wesentlichen hervorzuheben seien.

Absolute Messungen dienen zweierlei theoretischen Untersuchungen zur Grundlage, nämlich der Untersuchung über die Verbreitung der magnetischen Kraft auf der Erdoberfläche, und der Untersuchung über die Aenderungen, welche im Verlaufe längerer Perioden darin vorgehen. Mit Rücksicht auf diese Zwecke habe ich die sämmtlichen absoluten Messungen, die zu meiner Kenntniss gekommen sind, in den Tabellen IV — XXVI zusammengestellt.

Nach dieser allgemeinen Uebersicht lasse ich hier eine Aufzählung der vorzüglichsten magnetischen Observatorien und magnetischen Expeditionen folgen.

Göttingen.

66. Im Jahre 1833 liess Gauss in der Nähe der Göttinger Sternwarte ein magnetisches Observatorium von eigenthümlicher Einrichtung und mit eigenthümlichen Messungsmitteln versehen herstellen. Hiemit eröffnet sich eine neue Epoche in der Geschichte des Erdmagnetismus, characterisirt der frühern Zeit gegenüber durch grosse Schärfe und Feinheit der Instrumente, durch systematische Einrichtung der Beobachtungen und durch ein allgemeines Zusammenwirken der Beobachter in allen Theilen der Welt. Das Göttinger Observatorium bildet einen Saal von ungefähr 11 Meter Länge und 5 Meter Breite, und enthält ein Magnetometer mit 4pfündigem Stabe zu absoluter Declinations- und Intensitäts-Messung sowohl, als zu Variations-Beobachtungen der Declination anwendbar. Im Jahre 1834 machte Gauss den Anfang zu einer Reihe von täglichen Declinations-Beobachtungen, wovon die Resultate bis März 1842*) bekannt gemacht worden sind: die monatlichen Mittel findet man in Tab. V und VI. Die Jahres-Mittel geben:

1835	18° 39′, 33	1839	18° 21′, 57
1836	35, 05	1840	16, 04
1837	30, 82	1841	9, 62.
1838	26, 70		

*) Resultate 1836 und 1841.

e absolute Horizontal-Intensität wurde in Göttingen zum
ıale von Gauss im Jahre 1834, später zu wiederholten
von Goldschmidt bestimmt; die Resultate sind:

834 Jul. 19. 1.77480 1840 Sept. 20. 1.78173
839 Sept. 10. 1.78200 1841 Aug. 1. 1.78477.

e absolute Inclination hat Gauss mit einem Robinson-
Inclinatorium bestimmt, und für Oct. 2. 1841 67° 42′ 39″
en.

ıch mehreren vorläufigen Versuchen fingen im Jahre 1836
min-Beobachtungen auf grosser Ausdehnung und mit glei-
ıstrumenten an, bezogen sich aber im ersten Jahre nur
clination. Im Jahre 1837 wurde in der Göttinger Stern-
ein Bifilar aufgestellt, und im folgenden Jahre an mehre-
dern Stationen. Bis zum Jahre 1841 sind folgende Ter-
ekannt gemacht worden:

n	3	Dublin	6	Kuopio	1
ına	1	Genf	3	Leipzig	27
sburg . . .	2	Göttingen . . .	28	Mailand	25
sund . . .	1	Greenwich . .	5	Marburg . . .	25
in	27	Haag	2	München . . .	18
la	25	Hammerfest .	1	Petersburg . .	9
slau	27	Hannover . . .	4	Prag	9
ssel	8	Havösund . .	1	Seeberg	4
istiania . .	3	Heidelberg . .	15	Stockholm . .	6
enhagen .	24	Freiburg . . .	5	Upsala	28.
zau	8	Kremsmünster	10		

ıch in dem Beobachtungs-Plane der Brittischen und Rus-
Observatorien sind die Termine aufgenommen worden,
var so, dass jeden Monat ein Termintag gehalten werden
während Gauss nur vier Tage des Jahres vorgeschrieben
Ausser den brittischen und russischen Observatorien nahm
ɔer auch in folgenden Orten an diesen monatlichen Ter-
Theil: Algier, Boston, Breslau, Brüssel, Christiania, Krems-
r *), Mailand, München, Prag, Philadelphia.

den „Resultaten" für 1840 sind einige Ergebnisse aus den
ger Termin-Beobachtungen bezüglich auf den täglichen Gang

Die monatlichen Termine von München, Kremsmünster, Prag,
, finden sich in den Annalen f. Meteorol. u. Erdmagnetismus.

der Declination und ihre jährliche Aenderung entwickelt; es lässt sich jedoch nicht in Abrede stellen, dass die Beobachtungen von vier Tagen des Jahres nur über wenige der hieher gehörigen Fragen mit Sicherheit entscheiden können.

Mailand *).

67. Im Jahre 1836 wurden magnetische Instrumente von Kreil in der Mailänder Sternwarte aufgestellt, und von ihm, in Verbindung mit Della Vedova und andern Adjuncten der Sternwarte, drei Jahre hindurch die Declination und Inclination sechsmal, die Intensität aber zwölfmal des Tages beobachtet. Zu der Declination wurde ein Gauss'sches Magnetometer mit 4pfündigem Stabe verwendet, die Intensitäts-Variationen wurden durch die Oscillationszeit dieses selben Magnetometers bestimmt: zur Messung der Inclinations-Aenderungen stellte Kreil einen Magnet von $\frac{3}{4}$ Meter Länge auf Spitzen auf, so dass er sich in der Richtung der Totalkraft frei bewegen konnte. Vom 1. Januar bis 1. Juli 1836 befanden sich die Instrumente in einem Locale, wo die Anziehung des in der Nähe befindlichen Eisenwerks stark genug war, um das Magnetometer mehr als 4° aus dem magnetischen Meridian abzulenken und die Oscillations-Dauer in dem Verhältnisse von 1 : 0.98507 zu vermindern. Im später gewählten Locale scheint ein Einfluss des Eisenwerks, wodurch die Variationen merklich hätten geändert werden sollen, nicht stattgefunden zu haben. Den in Tab. I und II enthaltenen Resultaten der Mailänder Beobachtungen habe ich eine andere Form gegeben, als die, welche Kreil ursprünglich gewählt hat; ich beabsichtigte, dadurch deren Vergleichung mit den analogen Resultaten anderer Orte zu erleichtern. Bei den Intensitäts-Variationen habe ich die Temperatur-Correction nicht angebracht, sondern die Temperatur-Aenderungen beigefügt. Nach Kreil's Experimenten (Primo Supplem. alle Effemeridi Astronom. di Milano p. 168.) würde man $\alpha + 2\beta$ $= 0.000289$ (§. 17.) haben. Diese Grösse ist nun entschieden zu klein, dessenungeachtet werden die Correctionen zu gross, ohne Zweifel, weil die angegebene Temperatur nicht die des Ma-

*) Das Detail bezüglich auf das Mailänder Observatorium ist in Supplemento I und Supplemento II alle Effemeridi astron. di Milano zu finden.

gnetstabes war (§. 38). Man wird der Wahrheit vielleicht am nächsten kommen, wenn man voraussetzt, dass die Temperatur des Magnetstabes constant geblieben ist: alsdann stimmt der Gang der Intensität mit den neuern Beobachtungen ziemlich genau überein: wichtig sind aber die Mailänder Bestimmungen in so fern, als man daraus ersieht, dass in den Jahren 1837—1838 die Bewegung der Intensität, wie jene der Declination, viel grösser war, als sie jetzt ist.

Was die Inclinations-Variationen betrifft, so zeigen sie nur den Gang, nicht die absolute Grösse an, weil der Schwerpunct der Nadel nicht genau in die Bewegungs-Axe fiel.

Die absolute Intensität fand Kreil nach der Gauss'schen Methode:

1836 . . 11—25. Oct. . . . . 2.01839 . . (9 Beobacht.)
1837 . . Mai, Juni, August . . . 2.02598 . . (10 Beobacht.)
1838 . . April, Oct. . . . . 2.04231 . . (6 Beobacht.).

Ein Inclinatorium von Lenoir gab:

1836 . . Oct. 23—26. Mittags . . . 63° . 44′,6 (4 Beobacht.)
1837 . . Aug. 25—27 - . . . 63° . 50′,7 (3 Beobacht.)
1837 . . Dec. 5. - . . . 63° . 55′,1 (1 Beobacht.)
1838 . . Oct. 8—10. . . . . 63° . 44′,7 (4 Beobacht.).

Im Ganzen wird man die Mailänder Resultate als einen werthvollen Beitrag zur Kenntniss der täglichen Variationen der magnetischen Kraft anerkennen: zur Bestimmung der absoluten Werthe und ihrer jährlichen und seculären Aenderungen waren die örtlichen Verhältnisse minder günstig.

Prag *).

68. Was Kreil in Mailand begonnen hatte, setzte er in Prag in gleichem Sinne, aber in grösserer Ausdehnung fort. Ein Magnetometer und Bifilar nach Gauss und eine Inclinations-Nadel von der Grösse und Einrichtung, wie er in Mailand gehabt hatte, wurden in einem Saale aufgestellt, und Anfangs 13 Mal, später 10 Mal täglich aufgezeichnet. In der Tabelle I sind die Resultate der Declinations-Beobachtungen beigefügt; die wegen der Temperatur corrigirten Resultate der Intensitäts-Beobachtun-

*) Das Nähere in „Magnetische und meteorologische Beobachtungen in Prag," wovon bereits vier starke Quartbände erschienen sind.

gen hat Kreil noch nicht bekannt gemacht. Die absolute Intensität wurde an vier Tagen, vom 29. Juli bis 2. August 1843 mit einem magnetischen Theodoliten gemessen, und gab:

Mittlere Intensität für 1. Aug. 1843 *) . . 1.8831.

Die Inclinations-Messungen vom 14–18. Aug. 1843 geben:

Mittlere Inclination für 15. Aug. . . 66° . 9',4.

Der mit Kreil's Nadel No. II erhaltenen Bestimmung habe ich hier eine Correction von — 7',7 beigefügt, um sie mit Robinson's Inclinatorium übereinstimmend zu machen**). Im Jahre 1843 hat Kreil eine magnetische Reise in Böhmen ausgeführt, wovon die Resultate in Tab. XVI gegeben sind.

Brüssel***).

69. Seit 1827 wurden an der Sternwarte in Brüssel magnetische Bestimmungen vorgenommen; eine regelmässige Reihe täglicher Beobachtungen fing aber erst im Jahre 1840 an. Die Variations-Instrumente, ein Magnetometer nach Gauss und ein Bifilar und eine magnetische Waage nach Lloyd wurden in einem Saale der Sternwarte aufgestellt: für absolute Messungen ist im Garten der Sternwarte ein eigenes magnetisches Häuschen (von Backsteinen und mit Zink gedeckt) gebaut worden. Seit der Mitte des Jahres 1841 hat Quetelet das vollständige System der Brittischen Observatorien ausgeführt. Die Resultate der Declinations-Beobachtungen, von 1840 anfangend, finden sich in Tabelle I und II. Die zweistündigen Beobachtungen der Horizontal- und Vertical-Intensität sind noch nicht reduzirt erschienen. Die absolute Horizontal-Intensität wurde von mir mit einem magnetischen Reise-Theodoliten = 1.7662 (für 1. Jan. 1845) bestimmt. Das Verhältniss der Horizontal-Intensität in Brüssel und Paris ist theils von Quetelet, theils von andern Beobachtern sehr genau bestimmt worden: als End-Resultat ergiebt sich (Annuaire de l'Observatoire de Bruxelles 1845. S. 289.) 0.963 für Brüssel, wenn Paris = 1 gesetzt wird.

---

*) Die gleichzeitigen Beobachtungen in München geben: 1.9359 für die Intensität an letzterm Orte.

**) Magnetische und meteorologische Beobachtungen in Prag. IV. Bd. S. 5.

***) Näheres in den Mémoires de l'Académie de Bruxelles, und in den Annales de l'Observatoire de Bruxelles.

Die im Rep. II. S. 215 gegebene Reihe von Declinations- nd Inclinations-Messungen hat Quetelet seither fortgesetzt, nd findet:

Zeit der Beobachtungen.	Declination.		Inclination.	
1837 am Ende März	22°	4′,1	68°	28′,8
1838 - - -	22	3,7	68	26,1
1839 - - -	21	53,6	68	22,4
1840 im März	21	46,1	68	21,4
1841 - -	21	38,2	68	16,2
1842 - -	21	35.5	68	15,4
1843 - -	21	26,2	68	10,9
1844 - -	21	13,2	68	9,2
1845 . .	.	.	.	.

Die von Quetelet in den Jahren 1830 und 1839 ausgeführ- n Bestimmungen der horizontalen Intensität und Inclination fin- n sich in Tab. XIV und XV zusammengestellt.

Kremsmünster.

70. An der Sternwarte in Kremsmünster hat Koller ma- etische Instrumente, nämlich ein Magnetometer und ein Bifilar, ide mit 25pfündigen Stäben aufgestellt, um die Termin-Beob- htungen auszuführen. Ausserdem hat er im Garten der Stern- arte die absolute Declination und absolute Intensität nach der thode von Gauss bestimmt, und gefunden:

absolute Declination.

		8h Morg.	2h Ab.
1841.	Juni	15° . 38′,5	15° . 51′,7
	Juli	39,3	51,5
	Aug.	38,9	51,0
	Sept.	36,3	47,1
	Oct.	29,5	38,1
	Nov.	24,7	29,8
	Dec.	25,1	26,0
1842.	Jan.	24,7	25,6
	Febr.	23,3	29,7
	März	20,7	29,8
	April	26,8	37,3
	Mai	31,9	42,1.

absolute Horizontal-Intensität.

1841. Juli 29. . . .	1,9423.	1842. Oct. 24. . . .	1,9418.
1842. Juli 1. . . .	1,9345.	Nov. 14. . . .	1,9458.
Oct. 15. . . .	1,9414.	Dec. 2. . . .	1,9582.

Die Declinationen sind das Mittel aus zwei gewöhnlich am Anfange und Ende des Monats gemachten Beobachtungen, und geben natürlich die monatlichen Aenderungen nicht mit Sicherheit an, dagegen wird das Mittel:

15° 34',15

für den 1. Dec. 1841 geltend, als sehr sicher angesehen werden dürfen*). Die Intensitäts-Bestimmungen sind um die Mittagszeit gemacht: die Messungen von 1842 geben im Mittel 1,9449 für 1842,72. Die Inclination hat Koller mit einem Brander'schen Inclinatorium gemessen und 64° 12',8 für 1842? gefunden.

Greenwich**).

71. Im Jahre 1837 liess Airy südöstlich von der Greenwicher Sternwarte ein magnetisches Observatorium errichten. Während der ersten Jahre wurden nur die Termine beobachtet, von 1841 anfangend sind aber ununterbrochene zweistündige Beobachtungen aufgezeichnet worden. Das Observatorium ist ein geräumiges hölzernes Gebäude: als Declinations-Magnet dient ein 4pfündiger Stab mit Collimator (S. §. 6.) an einem Seidenfaden aufgehängt, dessen Torsion sehr stark ($=\frac{1}{181}$) ist. Die Beobachtung geschieht mit einem Theodoliten, und die Richtung des astronomischen Meridians wird unmittelbar mittelst Durchgänge der Polarsterne bestimmt. Ein Bifilar ist zur Bestimmung der Horizontal-Intensitäts-Variationen, und eine magnetische Waage nach Lloyd zur Bestimmung der Aenderungen der Vertical-Intensität aufgestellt. Zur Messung der absoluten Horizontal-Intensität hat Airy ein kleines Pavillon herstellen lassen, worin die im Münchner Observatorium eingeführte Methode angewendet wird. Die Inclination wird ebenfalls in einem eigenen Pavillon mit einem Instrumente von Robinson bestimmt. Aus den zweistündlichen

*) Um die wahre mittlere Declination zu erhalten, müsste man noch eine Correction wegen der Beobachtungsstunden beifügen.

**) Näheres in Magnetical and Meteorological Observations in Greenwich, wovon zwei Bände (1841 und 1842) erschienen sind.

eobachtungen des Jahres 1842 leitet Airy die mittlere Decliation $= 23° . 14',5$ ab.

Dublin.

72. Das Observatorium in Dublin ist von Lloyd im Jahre 338 vollständig mit Instrumenten eingerichtet worden; eine Behreibung des Observatoriums und der Instrumente erschien im ıhre 1842 *). Von den Resultaten ist bisher nichts bekannt geacht worden. Dublin kann als Central-Observatorium des Britschen Reiches betrachtet werden: die Wirksamkeit der Anstalt ıt sich nicht blos auf die Beobachtung, sondern auch auf Meıoden und Instrumente erstreckt.

rittische Colonial-Observatorien und Südsee-Expedition in den Jahren 1840—1842.

73. In Folge der von A. v. Humboldt im Jahre 1836 an e königl. Societät in London ergangenen Aufforderung wenden mehrere Brittische Gelehrte, unter denen wir vorzugsweise abine und Lloyd zu erwähnen haben, ihren Einfluss und ihre emühungen daran, ein System magnetischer Beobachtungen nach m grossartigsten Maassstabe in den verschiedenen Welttheilen, o sich Brittische Besitzungen finden, zur Ausführung zu brinn. Kupffer hatte seinerseits, in Bezug auf das Russische eich, welches durch seine grosse Ausdehnung, wie durch die unificenz, womit wissenschaftliche Unternehmungen daselbst gerdert werden, die Hauptbedingungen eines günstigen Erfolgs reinigte, einen gleichen Plan entworfen. Nach mehreren vorreitenden Schritten, insbesondere von Seiten der Brittischen ssociation und der königl. Societät in London fasste endlich im ıhre 1839 das englische und in Folge dessen auch das russische ouvernement den Entschluss, in verschiedenen entfernten Theien der Welt eine Anzahl Observatorien zu errichten, wo nach eichem Plane **) eine ununterbrochene Reihe stündlicher Beobhtungen Tag und Nacht aufgezeichnet werden sollte.

---

*) Account of the magnetical Observatory of Dublin. Dublin 1842.

**) Die Bestimmungen bezüglich auf diese Beobachtungen findet m in folgenden Schriften: Report of the Committee of Physics inuding Meteorology 1840; Revised instructions for the use of magnetic d meteorological Observatories (beide auf Kosten der königl. Societät

In Folge dieses Entschlusses sind im Laufe des Jahres 1840 in Toronto, am Cap d. g. H., in St. Helena und Vandiemens-Insel Observatorien erbaut worden. Jedes Observatorium erhielt einen Artillerie-Officier als Director und mehrere Unterofficiere als Gehülfen: die General-Direction wurde dem Oberst Sabine in Woolwich übertragen. Dem Beispiele des Gouvernements folgte bald auch die Ostindische Compagnie, und liess unter ähnlichen Bestimmungen magnetische Anstalten in Simla, Madras, Singapore und Bombay errichten.

Von den hier aufgezählten Observatorien sind bisher nur sehr wenig Resultate bekannt gemacht worden; nämlich die Störungs-Beobachtungen vom 21. Sept. 1844 in Toronto, Trevandrum, St. Helena, Cap d. g. H., Vandiemens-Insel, die vollständigen, während der Jahre 1840 und 1841 beobachteten Störungen in Toronto, St. Helena, Cap d. g. H. und Vandiemens-Insel, endlich die regelmässigen Beobachtungen in Toronto von 1840 bis 1842.

Aus der Einleitung, welche den letztern Beobachtungen vorangeht, entnehme ich folgende, wie mir scheint characteristische Thatsachen. Die Instrumente, denen des Dubliner Observatoriums gleich, wurden am 5. Febr. 1840 vorläufig, bis zur Erbauung des Observatoriums, in einer damals nicht bewohnten Caserne aufgestellt, erst am 12. Sept. desselben Jahres konnte ihnen im Observatorium selbst eine definitive Aufstellung gegeben werden. Die Regulirung und Beobachtung der Instrumente geschah genau nach den von der Royal Society bekannt gemachten Vorschriften. Der erste Anstand, der dabei zum Vorschein kam, betraf die Torsion des Fadens, an welchem der Declinations-Magnet hing: folgender Auszug aus dem Journal des Observatoriums giebt einen Begriff davon:

1840. Nov. 7. Der Torsionsstab war die vorige Nacht hindurch eingehängt, und zeigt ungefähr 15° östl.; corrigirt.
Nov. 8. Der Torsionsstab war die vorige Nacht hindurch eingehängt, und zeigt jetzt 45° westl.; corrigirt.

in London gedruckt, und was den magnetischen Theil betrifft, von Lloyd verfasst); ferner magnetical instructions for the use of portable instruments, by Ridell, London 1844 (bekannt gemacht auf Kosten der Admiralität).

1840. Nov. 15. Der Torsionsstab, die vorige Nacht hindurch eingehängt, zeigt 20° östl.; corrigirt.

Nov. 29. Der Torsionsstab, ungefähr 14 Stunden eingehängt, zeigt 20° östl.; corrigirt.

So wurde bis zum 30. Sept. 1841 fortgefahren, ohne dass zwei auf einander folgende Experimente dieselbe Torsion zeign: endlich entschloss man sich die Torsions-Untersuchungen änzlich aufzugeben und das Magnetometer ungestört zu lassen.

Der zweite Anstand, der sich darbot, betraf die Messung r absoluten Intensität, wobei die einzelnen Resultate so wenig ebereinstimmung zeigten, dass deren weitere Fortsetzung gegen nde des Jahres 1841 aufgegeben wurde.

Ein dritter Anstand ging daraus hervor, dass die Instruction r Royal Society vorschrieb, den Magnet des Bifilars von Zeit Zeit herauszunehmen, um durch Schwingungen dessen Moment bestimmen, während bald die Erfahrung zeigte, dass diess nicht schehen konnte, ohne dass das Moment sich änderte und die ihe unterbrochen wurde. Auch die Befolgung dieser Vorschrift urde vom Monat August 1841 anfangend unterlassen.

Diese Erfahrungen und die in Europa nach und nach entandenen Verbesserungen der magnetischen Instrumente führten ne gänzliche Umgestaltung des Observatoriums in Toronto heri. Die Anstalt besitzt gegenwärtig ausser den ursprünglichen strumenten für Declination, Horizontal- und Vertical-Intensität*) n Declinatorium, ein Bifilar und Inductions-Inclinatorium für riations-Beobachtungen, sämmtlich mit dreizölligen Nadeln, dann r Bestimmung der absoluten Werthe der Declination und Insität, Instrumente nach neuer Construction**), ebenfalls mit eizölligen Magneten, wobei eine in jeder Beziehung befriedinde Uebereinstimmung die Zuverlässigkeit der Resultate verrgt. Die Elemente für Toronto sind: Declination + 1°. 14',24 r 1841,5, und 1°. 18',93 für 1842,5: Inclination 75°. 17',0 r 1841,6 und 75°. 16',4 für 1842,5: absolute Intensität 3,540

*) Schon im Jahre 1842 gab man den Magneten in den Brittiben Observatorien, um den Einfluss der Luftcirculation im Innern s Magnetkastens zu beseitigen, ein zweites inneres Gehäuse, wobei ir der für die Bewegung der Stäbe nöthige freie Raum gelassen ırde.

**) Riddell, magnetical Instructions, London 1844.

(nach englischen Einheiten) für 1841,7 nach 13 Messungen zwischen Oct. 1840 und Dec. 1842. Die geographische Position von Toronto ist nördl. Breite 44° 33′; Länge 79° 20′ westlich von Greenwich.

Zugleich mit der Herstellung der Colonial-Observatorien veranstaltete das Brittische Gouvernement eine andere für die Theorie des Erdmagnetismus eben so wichtige Unternehmung: es wurde nämlich eine See-Expedition, bestehend aus den Schiffen Erebus und Terror unter dem Befehle des Capt. Ross, während der drei Jahre 1840—1842 in die Südsee abgesendet, um magnetische Bestimmungen vorzunehmen. Für die Messungen zur See waren die Schiffe mit Azimuthal-Compassen und Inclinatorien nach der Einrichtung von Fox (auch zur Bestimmung der Total-Intensität anwendbar) versehen; ausserdem hatten sie dieselben Instrumente, wie die fixen Observatorien, um auf dem Eise, oder auf dem festen Lande, wenn Gelegenheit vorhanden war, Beobachtungen zu machen. Die Ergebnisse dieser Expedition, so weit sie bisher von Sabine bekannt gemacht worden sind, enthalten die Tab. XXIII—XXVI. Die Correction wegen des Einflusses der auf den Schiffen befindlichen Eisentheile ist bereits eingerechnet.

Makerstoun.

74. Sir Th. Brisbane hat in Makerstoun (Breite 55°.34′.45″, Zeitdiff. mit Göttingen 49′.50″) unweit Edinburg ein magnetisches Observatorium errichtet, und mit Instrumenten nach dem Muster des Dubliner Observatoriums versehen. In dem Zeitraume Iuli 1841 bis Dec. 1843 sind täglich Beobachtungen um 8 und 11 Vormittags, 2 und 5 Nachmittags angestellt worden: während der zwei Jahre 1844 und 1845 wurden stündliche Aufzeichnungen gemacht. Die Beobachtungen von 1841 und 1843 sind von Broun (Observations in magnetism. and meteorology made at Makerstoun in Scotland 1841 and 1842) bekannt gemacht worden. Die Constanten sind: Declination 1842,5 25°.27′.35 (Mittel aus 8h und 2h vermindert um 1′,11). Inclination 71°.11′.5, absolute Horizontal-Intensität 1,368 (sehr unsicher).

Russische Observatorien.

75. Im Jahre 1839 beschloss die Russische Regierung, wie bereits oben bemerkt worden ist, den damals bestehenden magnetischen Observatorien eine vollständigere Einrichtung zu geben und neue hinzuzufügen, so dass die stündlichen Beobachtungen, von 1840 anfangend, in zehn Observatorien ausgeführt werden sollten. Die General-Direction wurde dem Academiker Kupffer übertragen. Bei der grossen Entfernung der einzelnen Stationen von der Hauptstadt, und bei der Schwierigkeit der Communication überhaupt, bedurfte es jedoch geraumer Zeit, um die beschlossenen Anordnungen ins Werk zu setzen, und noch im Jahre 1842 waren nur von fünf Stationen (Petersburg, Catherinenburg, Barnaul, Nertchinsk, Sitka) Beobachtungen bekannt gemacht worden.

Jedes Observatorium soll, dem ursprünglichen Plane gemäss, aus zwei kleinen hölzernen Gebäuden bestehen; in dem einen werden die Variationen, in dem andern die absoluten Werthe beobachtet. Ausser den unter Kupffer's unmittelbarer Leitung hergestellten Observatorien waren andere ähnliche Anstalten an einigen Universitäten eingerichtet worden, wie in Helsingfors und Kasan. In den sämmtlichen Russischen Observatorien sind bezüglich auf die horizontalen Componenten der magnetischen Kraft die Gauss'schen Instrumente und Methoden eingeführt: die Inclinatorien sind von Gambey. Zur Beobachtung der Variationen der Vertical-Intensität wurde einige Zeit hindurch die magnetische Waage von Lloyd angewendet, aber zuletzt wegen der Unsicherheit der Resultate entfernt. Die absoluten Werthe der Declination, Inclination und Intensität, dann die Monatmittel der Variationen der zwei letzten Elemente, so weit die erforderlichen Reductions-Constanten gegeben waren, habe ich aus den Jahrgängen 1841 und 1842 von Kupffer's Annuaire météorologique et magnétique ausgezogen, bemerke jedoch, dass, wie in den andern Observatorien, so auch in den Anstalten Russlands die anfänglichen Resultate als minder zuverlässig zu betrachten sein möchten: insbesondere mag die Veränderlichkeit der Torsion und die eigenthümlichen Schwierigkeiten der Intensitäts-Methode einigermaassen nachtheiligen Einfluss gehabt haben. Bezüglich auf die einzelnen Observatorien kann Folgendes bemerkt werden:

1) Petersburg. Das magnetische Observatorium bildet einen

Theil des „Physikalischen Observatoriums," und steht unter Kupffer's unmittelbarer Leitung. Die geographische Position ist: nördl. Breite 59° 57', Länge östl. von Paris 27° 58' (1^h 2' 31" Zeitdifferenz mit Göttingen). Die Inclination war 70° 59',0 für 1841,67 und 71°.0',3 für 1842,5 (Mittel aus Beobachtungen um 10^h Morg. und 4^h Ab.): mittlere Declination nach den stündlichen Beobachtungen für dieselben Epochen + 6° 25',95, und + 6° 21',27, die absolute Intensität 1.6523 für 1841,5, und 1.6582 für 1842.5.

2) Catherinenburg. Geographische Breite 56° 50'; Länge 48° 14' östlich von Paris (3^h 22' 31" Zeitdiff. mit Göttingen). Das Observatorium steht auf einer Anhöhe, dicht an der Stadt: der Boden besteht grösstentheils aus Diorit, was auf die magnetischen Constanten einigen Einfluss haben mag. Die Inclination ist: 69° 54'.2 für 1841,8, und 69° 53'.5 für 1842,5. Die Declination 6° 38'.5 östlich für 1841,58 (aus 10monatlichen Beobachtungen), und 6° 38'.87 für 1842.5. Die absolute Horizontal-Intensität = 1,840 ungefähr für 1841.6, und 1,8379 für 1842,44.

3) Barnaul. Geographische Breite 53° 20'; Länge 81° 7' östlich von Paris (4^h 54' 3" Zeitdiff. mit Göttingen). Das magnetische Observatorium ist in der Stadt, die fast durchgängig aus hölzernen Häusern besteht. Die magnetischen Constanten sind: Inclination 69° 5'.3 für 1. Oct. 1841 (aus 47 Beobachtungen um 9^h Morg. und 4^h Ab.), und 70° 7',2 für 1842,50. Declination — 8° 19',0 (östl.) für 1841.75 (aus den stündlichen Beobachtungen), und — 8° 24'.82 für 1842,51. Absolute Horizontal-Intensität 2,047 (5 Beobachtungen), ungefähr für 1841,7, und 2,0512 für 1842,6.

4) Nertchinsk. Geographische Breite 51° 18'; Länge 117° 1' östl. von Paris (7^h 17' 39" Zeitdiff. mit Göttingen). Das Observatorium war Anfangs auf einer kleinen Anhöhe in einiger Entfernung von der Stadt erbaut, ist aber später in die Stadt verlegt worden; die Höhe über dem Meere ist ungefähr 2000 Fuss. Die magnetischen Constanten sind: Inclination 67° 6'.4 für 1. Oct. 1841 (aus Beobachtungen um $9\frac{1}{2}^h$ Morg. und 4^h Ab.), und 67° 7',9 für 1842,50. Declination + 3° 43',8 für 1841.79 (aus stündlichen Beobachtungen). Absolute Horizontal-Intensität 2,2131 für 1841,75, und 2,2063 für 1842.5.

5) Sitka. Die geographische Position ist 57° 3' nördl. Breite

und 222° 15′ östl. Länge von Paris (14h 19′ 14″ Zeitdiff. mit Göttingen). Nähere Bestimmungen der Lage des Observatoriums sind nicht angegeben, auch fehlen die magnetischen Constanten bisher.

6) Kasan. Geographische Breite 55° 48′; Länge 46° 48′ östl. von Paris (2h 21′ 51″ Zeitdiff. mit Göttingen). Das magnetische Observatorium, unter Simonoff's Leitung gebaut, ist nahe an der Sternwarte gelegen. Die Beobachtungen wurden mit dem Anfange des Jahres 1841 begonnen, aber im folgenden Jahre durch den Brand, der das Observatorium zerstörte, unterbrochen. Magnetische Constanten: Inclination 68° 21′,9 für 1841,6 (71 Beobacht.); Declination — 3° 24′,3 (östl.) für 1841,7*) (1 Beobacht.); Intensität 1,8769 (Nov. 1841.) (1 Beobacht.).

7) Helsingfors. Unter der Leitung Nevander's ist ein magnetisches Observatorium in Helsingfors erbaut, und die Beobachtungen von 10′ zu 10′ ununterbrochen angestellt worden. Die Resultate sind mir noch nicht zugekommen.

Ausser den obigen Observatorien hat die Russische Regierung auch in Tiflis und Pekin magnetische Anstalten einrichten lassen, wovon jedoch keine weitern Resultate bekannt geworden sind, als die Inclinations-Beobachtungen in Pekin, welche 55° 42′,0 für 1842,5 geben.

München.

76. Das Münchner Observatorium ist ein unterirdischer Bau mit doppelten Bretterwänden. Die Beobachtungen fingen am 1. Aug. 1840 an, mit einem Unifilar-Magnetometer und einem Variations-Instrumente für Intensität; beide waren mit 25pfündigen Stäben versehen. Am 5. Mai 1841 wurde das Magnetometer entfernt und eine kleine Nadel zur Bestimmung der Declinations-Aenderungen aufgestellt; erst am 3. Juni desselben Jahres wurde die Nadel vor Luftströmung gehörig geschützt, und von da fangen die genauen Beobachtungen an. Die absoluten Intensitäts-Beobachtungen mit Hülfe des magnetischen Theodoliten fingen im Oct. 1841 an, erst dadurch wurde eine Controle des Diffe-

*) Diese Bestimmung ist mit einer Declinations-Boussole von Gambey gemacht; dasselbe Instrument gab in Butirka, einem Dorfe bei Kasan, die Declination = — 2° 50′,8.

rential-Instruments für Intensität erlangt und eine richtige Bestimmung der Variationen möglich gemacht; jedoch sind später einige Verbesserungen an dem Differential-Instrumente vorgenommen worden. Die absolute Declination und Intensität nach den zweistündlichen Beobachtungen waren:

1841 . . .	16° 53′,86	——
1842 . . .	16 47,38 . . .	1.9314
1843 . . .	16 40,66 . . .	1.9354
1844 . . .	16 33,81 . . .	1.9374
1845 . . .	16 27,11 . . .	1.9388.

Im Juli 1845 wurde die absolute Inclination mit einem der Prager Sternwarte gehörigen Inclinatorium von Repsold bestimmt, und es ergab sich im Mittel:

65° 10′.

Die einzelnen Resultate stimmten gut überein, so lange die Axen der Nadeln unverändert blieben, wurden aber die Axen gedreht, so fanden sich sehr abweichende Resultate, und zwar zwischen 64° 56′ und 65° 19′.

Das Münchner Observatorium ist in neuester Zeit mit verschiedenen auswärtigen Puncten durch magnetische Messungen verbunden worden, namentlich sind hier die mit magnetischen Theodoliten ausgeführten Messungen von Ångström zwischen München und Upsala, und von mir zwischen München und London zu erwähnen.

Berlin.

77. Das magnetische Observatorium in Berlin befindet sich in der Nähe der Sternwarte. Die täglich Morg. und Nachm. von Mai 1836 bis Aug. 1839 angestellten Declinations-Beobachtungen hat Encke in dem ersten Bande der Berliner Beobachtungen bekannt gemacht: die Tab. I. und IV. gegebenen Resultate habe ich daraus abgeleitet. Nach den 12 letzten Monaten hätte man die mittlere Declination in Berlin für 1839,17 = 16° 42′,76, hiebei wäre aber noch eine Correction beizufügen, um das Mittel von 8^h und 1^h auf die wahre mittlere Declination zu reduciren. Vergleicht man die Beobachtungen von Berlin mit denen von Göttingen, so ergeben sich hie und da auffallende Unterschiede, wovon der Grund wahrscheinlich in der Torsion zu suchen ist.

Christiania.

78. In Christiania wurde ein magnetisches Observatorium unter Hansteen's Leitung erbaut, und im Nov. 1841 eine Beobachtungs-Reihe mit einem Gauss'schen Magnetometer begonnen, wobei jede zehnte Minute der Stand aufgezeichnet worden ist. Stündliche Aufzeichnungen des Bifilars wurden, vom Jan. 1843 anfangend, hinzugefügt. Mit Ende Juni 1843 wurden diese Beobachtungen aufgegeben und bloss zweimal des Tages um 9^h Morg. und 2^h Nachm. der Stand beider Instrumente beobachtet. Die Resultate der Declinations-Beobachtungen sind bisher nur zum Theil bekannt gemacht worden, die Bifilar-Beobachtungen finden sich am Ende Tab. II. D.

Die absolute Intensität hat Hansteen mit einem transportabeln Weber'schen Magnetometer bestimmt und = 1.5540 (Mittel aus 10 Beobachtungen) gefunden für die Mitte Nov. 1840. Eine zehnmalige absolute Messung der Intensität mit dem Gauss-schen Magnetometer gab ungefähr für die Mitte April 1841 = 1.5475 *).

Ausser den von Hansteen im Jahre 1839 auf seiner Reise nach Deutschland gemachten magnetischen Messungen (Tab. XI.) habe ich in Tab. XII. auch einige Bestimmungen, welche von Norwegischen Seeofficieren nach Hansteen's Anleitung ausgeführt worden sind, beigefügt.

Genf.

79. Im Jahre 1842 hat Plantamour in Genf ein magnetisches Observatorium erbaut und ein Gauss'sches Magnetometer aufgestellt, womit eine Reihe von täglichen Declinations-Beobachtungen angefangen wurde, auch die vierteljährlichen Termine sind bis 1844 beobachtet worden. Vom 9. April bis 25. Juni

*) Gleichzeitig wurden mit dem Dollond'schen Cylinder Schwingungs-Beobachtungen angestellt, wonach sich ergab, dass der Logarithmus der absoluten Intensität $= 6.00857 - 2 \log T$ ist, wenn T die Dauer von 300 Schwingungen des Cylinders bezeichnet. Berechnet man mit dieser Constante die absolute Intensität aus den Schwingungs-Beobachtungen, welche correspondirend mit den Messungen des Weber'schen Magnetometers gemacht wurden, so ergiebt sich 1.5441, also um 0.0099 kleiner, als das Resultat des Weber'schen Magnetometers.

1843 zeigte der Stab beständig die Declination um 18′ bis 20′ zu gross, wahrscheinlich in Folge einer Aenderung des Apparats, die plötzlich eingetreten und eben so plötzlich verschwunden ist, ohne dass der Grund hätte entdeckt werden können. Als Resultat der Beobachtungen von Juni 1842 bis März 1843 giebt Plantamour mittlere Declination für 1. Jan. 1843 = 18° 56′,76 an, wobei er eine Correction von — 0′,53 beigefügt hat, um das Mittel der täglichen sechs Beobachtungen auf das wahre Mittel zu reduciren.

Cracau.

80. An der Sternwarte in Cracau hat Weisse ein Magnetometer nach Gauss im Jahre 1840 aufgestellt und ausser den Terminen auch täglich zweimal um 8h Morg. und 2h Nachm. die Declination beobachtet. Die Resultate finden sich in Taf. I.

Algier.

81. Die Französische Regierung hat im Jahre 1841 den Academiker Aimé nach Algier gesendet, um mit den Lloyd·schen Instrumenten magnetische Beobachtungen correspondirend mit den Englischen und Russischen Observatorien anzustellen. Eine kurze Uebersicht seiner Resultate findet sich im Februar-Heft der Annales de Chimie et Physique 1844, wonach die mittlere absolute Declination im Oct. 1842 = 18° 35′ 25″, und die Inclination = 57° 21′ (etwa für die Mitte von 1842 gültig), die absolute Intensität = 2.373 (ungefähr für Sept. 1842) gefunden wurde. Die Beobachtungen dehnen sich im Ganzen über 19 Monate aus und umfassen die monatlichen magnetischen Termine, auch Beobachtungen an einigen andern Tagen in Intervallen von 5 Minuten; stündliche Beobachtungen in ununterbrochener Reihe sind in Algier nicht gemacht worden.

Nordamericanische Freistaaten.

82. In Washington, Philadelphia. Cambrigde, Boston und Hudson sind magnetische Anstalten eingerichtet worden, worüber mir jedoch nähere Angaben bisher fehlen. Die von Loomis in Sillimann's Journal of science XLIII. gegebene Zusammenstellung der in Nordamerika gemachten absoluten Bestimmungen finden sich in Tab. VII — IX. Sehr zweckmässig hat Bache im

Jahre 1844 mit der trigonometrischen Aufnahme des Landes die Bestimmung der magnetischen Constanten an einigen Hauptpuncten verbunden: die Resultate sind noch nicht bekannt gemacht.

IV. Abschnitt.

Theorie des Erdmagnetismus, empirische Gesetze der magnetischen Erscheinungen.

83. Eine Theorie des Erdmagnetismus hat die Vertheilung der magnetischen Kraft auf der Erdoberfläche, und die Aenderungen, die im Verlaufe der Zeit eintreten, zu erklären, den Zusammenhang von Ursache und Wirkung nachzuweisen. In Beziehung auf diese Erklärung und Nachweisung zerfallen die Phänomene, welche in das Gebiet physikalischer Beobachtung überhaupt gehören, in zwei Klassen; die erste Klasse umfasst diejenigen Phänomene, denen eine einzige oder wenige bestimmte Ursachen zu Grunde liegen, und wobei die Beobachtung durch die Theorie bis ins kleinste Detail dargestellt werden muss, wie diess bei den Bewegungen der Himmelskörper der Fall ist: unter die zweite Klasse sind diejenigen Phänomene einzureihen, welche ausser einer Hauptursache noch eine unendliche Zahl secundärer Ursachen haben, die keine Theorie vollständig umfassen kann, so dass man sich darauf beschränken muss, in den Mittelwerthen den Zusammenhang von Ursache und Wirkung darzustellen. Ein Beispiel letzterer Art bietet die Meteorologie dar. Es ist kaum nöthig hier die Gründe aufzuzählen, nach welchen wir die Erscheinungen des Erdmagnetismus in die letztere Klasse zu stellen uns veranlasst finden, da die Entscheidung niemals einem Zweifel unterliegen konnte. Diesem gemäss wird also die Theorie den Grund der mittlern Vertheilung des Magnetismus auf der Erdoberfläche, den Grund der mittlern täglichen Bewegung, wie sie in den verschiedenen Jahreszeiten sich darstellt, und den Grund der allmäligen Aenderungen, die in längern Epochen erfolgen, zu erforschen haben. Der Gang der Untersuchung wird darin bestehen, dass man eine Hypothese aufstellt und deren Folgen vollständig mathematisch entwickelt mit der Erscheinung vergleicht. Auf diesem Wege hat Moser (Rep. II. 238—263.) einige merkwürdige Resultate zusammengestellt: dass in ähnlicher Weise neuere Versuche gemacht worden wären, ist mir nicht bekannt.

84. Von einer andern Seite hat Gauss den Gegenstand aufgefasst: nach ihm soll der Theorie keine Hypothese zu Grunde gelegt, sondern rückwärts aus den Erscheinungen auf die wirkenden Kräfte und die Bedingungen, unter welchen sie wirken, geschlossen werden. Da die Abhandlung, worin Gauss seine „Theorie des Erdmagnetismus" entwickelt hat (Resultate des magn. Vereins 1838. S. 1.), nicht wohl eines Auszuges fähig ist, so muss ich den Leser auf diese Arbeit selbst verweisen, und beschränke mich hier darauf, einige Betrachtungen, welche zur Erläuterung dienen können, beizufügen. Zerlegt man die magnetische Kraft in drei rechtwinkliche Componenten, wovon die eine vertical Z (nach abwärts positiv), die zweite mit dem Meridian parallel X (nach Norden positiv), die dritte senkrecht auf dem Meridian Y (nach Westen positiv) sein soll, so wird jede von diesen Componenten bisweilen $= o$, bisweilen positiv, bisweilen negativ, niemals unendlich werden. Wenn demnach für einen Punct der Erdoberfläche, für welchen die Componenten X, Y, Z gelten, die Nordpol-Distanz mit u, die geographische Länge mit λ bezeichnet, so kann man immerhin annehmen:

$$X = a + A_1 \cos\lambda + A_2 \cos 2\lambda + A_3 \cos 3\lambda + \ldots$$
$$+ A'_1 \sin\lambda + A'_2 \sin 2\lambda + A'_3 \sin 3\lambda + \ldots$$
$$Y = b + B_1 \cos\lambda + B_2 \cos 2\lambda + B_3 \cos 3\lambda + \ldots$$
$$+ B'_1 \sin\lambda + B'_2 \sin 2\lambda + B'_3 \sin 3\lambda + \ldots$$
$$Z = c + C_1 \cos\lambda + C_2 \cos 2\lambda + C_3 \cos 3\lambda + \ldots$$
$$+ C'_1 \sin\lambda + C'_2 \sin 2\lambda + C'_3 \sin 3\lambda + \ldots$$

wobei $a, b, c, A_1, B_1 \ldots$ Functionen von $\cos u$ und $\sin u$ sind. Was die Form dieser Functionen betrifft, so kann sie verschieden gewählt werden, nur die einzige Bedingung ist zu berücksichtigen, dass $A_1, A_2, A'_1, A'_2 \ldots B_1, B_2 \ldots$ den Factor $\sin u$ enthalten müssen, damit sie für $u = o$ und $u = 180°$ verschwinden. Mit Rücksicht auf die späteren Entwickelungen wählen wir folgende Form:

$$a = \alpha + \beta \cos u + \gamma \cos^2 u + \ldots$$
$$A_1 = (\alpha_1 + \beta_1 \cos u + \gamma_1 \cos^2 u + \ldots) \sin u$$
$$A_2 = (\alpha_2 + \beta_2 \cos u + \gamma_2 \cos^2 u + \ldots) \sin^2 u$$
$$A'_1 = (\alpha'_1 + \beta'_1 \cos u + \gamma'_1 \cos^2 u + \ldots) \sin u$$
$$A'_2 = (\alpha'_2 + \beta'_2 \cos u + \gamma'_2 \cos^2 u + \ldots) \sin^2 u$$

u. s. w.;

wobei α, α_1, α_2, β, β_1... bestimmte Zahlen-Coëfficienten sind, die aus Beobachtungen entwickelt werden müssen.

Unter der Form, die wir für X, Y, Z angenommen haben, kann man bekanntlich jede beliebige Function von λ und u, deren Werth zwischen gewissen Gränzen eingeschlossen bleibt und nicht unendlich wird, ausdrücken: die Reihen sind übrigens blosse Interpolations-Reihen, und allgemein betrachtet, besteht weder zwischen den Reihen selbst, noch zwischen den Gliedern der einzelnen Reihe ein Verhältniss der Abhängigkeit. Diese Unabhängigkeit wäre auch noch vorhanden, wenn die magnetischen Erscheinungen durch Kräfte hervorgebracht wären, die nach bestimmten Richtungen wirkten: sie hört aber auf, sobald man annimmt, dass der Magnetismus der Erde von magnetischen Molecülen herrührt, die irgendwo im Raume sich befinden, und nach allen Richtungen umgekehrt, wie die Quadrate der Entfernung anziehen und abstossen.

85. Um die hier stattfindenden Verhältnisse darzulegen, wollen wir zuerst annehmen, dass die magnetischen Molecüle im Innern der Erde, die wir als sphärisch betrachten, nach irgend einem Gesetze, und zwar vom Mittelpuncte bis zur Oberfläche hinauf, vertheilt sind. An einer bestimmten Stelle in der Entfernung r' vom Mittelpuncte der Erde befinde sich ein Molecül, welches in der Distanz 1 die Anziehung dm ausübt: nennt man ϱ die Entfernung dieses Molecüls von dem Puncte der Erdoberfläche, dessen Polar-Coordinaten r, u, λ sind, so ergiebt sich die Anziehung von dm auf letztern Punct $= \frac{dm}{\varrho^2}$ oder $\frac{dm}{r^2 - 2rr'\cos\eta + r'^2}$, wenn der Winkel der Radien r und r' am Mittelpuncte der Erde $= \eta$ gesetzt wird (vergl. Rep. II. S. 238.). Nennen wir ferner das Azimuth von dm, von Nord über West gezählt, α, so haben wir, um die obige Kraft nach den Axen der X, Y, Z zu zerlegen, sie mit $\frac{r'\sin\eta\cos\alpha}{\varrho}$, $\frac{r'\sin\eta\sin\alpha}{\varrho}$, $\frac{r - r'\cos\eta}{\varrho}$ zu multipliziren: die Summen der so zerlegten Kräfte, auf alle dm ausgedehnt, giebt die drei Componenten der magnetischen Kraft, nämlich:

$$X = \int \frac{r' \sin\eta \cos\alpha\, dm}{\varrho^3}$$

$$Y = \int \frac{r' \sin\eta \sin\alpha\, dm}{\varrho^3}$$

$$Z = \int \frac{(r - r'\cos\eta)\, dm}{\varrho^3}.$$

Nennt man analog mit r, u, λ die dem Molecül dm zugehörigen Polar-Coordinaten r', u', λ', so hat man:

$$\cos\eta = \cos u \cos u' + \sin u \sin u' \cos(\lambda - \lambda')$$

$$\sin\eta \cos\alpha = \sin u \cos u' - \cos u \sin u' \cos(\lambda - \lambda')$$

$$\sin\eta \sin\alpha = \sin u' \sin(\lambda - \lambda').$$

Substituirt man diese Werthe in den Gleichungen für X, Y, Z, und setzt $-\int \frac{dm}{\varrho} = V$, so erhält man sogleich folgende auch sonst bekannte Relationen:

$$X = \frac{dV}{r du},\quad Y = \frac{dV}{r \sin u\, d\lambda},\quad Z = \frac{dV}{dr}.$$

Substituirt man die hieraus abgeleiteten Werthe von $\frac{dV}{du}, \frac{dV}{d\lambda}, \frac{dV}{dr}$ in den identischen Ausdrücken:

$$\frac{d\left(\frac{dV}{du}\right)}{d\lambda} = \frac{d\left(\frac{dV}{d\lambda}\right)}{du},\quad \frac{d\left(\frac{dV}{du}\right)}{dr} = \frac{d\left(\frac{dV}{dr}\right)}{du},\quad \frac{d\left(\frac{dV}{d\lambda}\right)}{dr} = \frac{d\left(\frac{dV}{dr}\right)}{d\lambda}$$

so folgt unmittelbar:

$$\frac{d(rX)}{d\lambda} = \frac{d(r\sin u Y)}{du} \text{ oder } \frac{dX}{d\lambda} = Y\cos u + \frac{dY}{du}\sin u$$

$$\frac{d(rX)}{dr} = \frac{dZ}{du} \ldots\ldots \text{ oder } X + r\frac{dX}{dr} = \frac{dZ}{du}$$

$$\frac{d(r\sin u Y)}{dr} = \frac{dZ}{d\lambda} \ldots \text{ oder } Y + r\frac{dY}{dr} = \frac{1}{\sin u}\frac{dZ}{d\lambda}.$$

Die Möglichkeit aus diesen Gleichungen durch Integration vollständige Werthe abzuleiten, hängt davon ab, in wie fern durch die partielle Differentiation einzelne Glieder ausfallen können. Aus der weiter unten vorkommenden Entwickelung der Function V kann man aber ersehen, dass in allen Gliedern r, u, λ zugleich vorkommen, mit Ausnahme der zwei ersten Glieder, wovon das eine blos r, das andere r und u ohne λ enthält. Man kann demnach setzen:

$$V = f(r) + f'(u, r) + V'.$$

Ersetzt man hieraus die durch Differentiation ausfallenden Glieder, so hat man:

$$X = \int \frac{d(\sin u Y)}{du} d\lambda + \frac{df'(u,r)}{r du}$$

$$X = \frac{1}{r} \int \frac{dZ}{du} dr$$

$$Y = \frac{1}{r \sin u} \int \frac{dZ}{d\lambda} dr$$

$$Y = \frac{1}{\sin u} \int \frac{dX}{d\lambda} du$$

$$Z = \int \frac{d(rX)}{dr} du + \frac{df(r)}{du}$$

$$Z = \int \frac{d(r \sin u Y)}{dr} d\lambda + \frac{df(r)}{dr} + \frac{df'(u,r)}{dr}.$$

Man sieht hieraus, dass, wenn für irgend eine Compo-nte ein Ausdruck gefunden ist, die Ausdrücke für e übrigen Componenten daraus abgeleitet werden nnen, in einzelnen Fällen jedoch der Werth der gesuchten mponente für einen Punct der Erdoberfläche, oder für einen eridian bekannt sein muss.

86. Der practische Nutzen der hier entwickelten Formeln t indessen vorerst darin zu suchen, dass wenn die Werthe von , Y, Z für eine hinreichend grosse Anzahl von Puncten an der doberfläche gegeben sind, und daraus Interpolations-Reihen ch der Form §. 84. abgeleitet werden, sich entscheiden lässt, die Beobachtungen durch eine im Innern der Erde befindliche aft erklärt werden können. In diesem Falle müssen nämlich e gefundenen Reihen den im vorhergehenden §. entwickelten ei Bedingungsgleichungen entsprechen. Unmittelbare Anwen-ng findet jedoch nur die erste Gleichung: bei den zwei andern ird erfordert, dass man erst die Zahlen-Coëfficienten der Grös-n a, b, c, A_1, B_1, C_1 ... u. s. w., wo $r = 1$ gesetzt ist, nach n Potenzen von r trenne. Diess lässt sich durch die Ent-ickelung der Function V auf folgende Weise bewerkstelligen.

87. Wenn man in der Gleichung $V = -\int \frac{dm}{\varrho}$ für ϱ den §. 85. fundenen Werth substituirt und nach den negativen Potenzen n r entwickelt, so erhält man:

$$= -\frac{1}{r}\int dm - \frac{1}{r^2}\int r' \cos\eta dm - \frac{1}{r^3}\int r'^2 (\tfrac{3}{2}\cos^2\eta - \tfrac{1}{2}) dm \ldots .$$

$$= \frac{1}{r} P_0 + \frac{1}{r^2} P_1 + \frac{1}{r^3} P_2 + \ldots$$

Da die Erde ohne Zweifel, wie bei sonstigen magnetischen Körpern der Fall ist, eben so viel positiven, als negativen Magnetismus besitzen wird, so hat man $-\int dm = P_0 = o$; was die Integration der übrigen Glieder betrifft, so muss sie von $r' = o$ bis $r' = 1$, von $\lambda' = o$ bis $\lambda' = 2\pi$, und von $u' = o$ bis $u' = \pi$ ausgedehnt werden, dabei wird dm eine Function von r', u', λ' und ihren Differentialen sein, und wenn man anstatt $\cos \eta$ seinen Werth $\cos u \cos u' + \sin u \sin u' \cos(\lambda - \lambda')$ substituirt und innerhalb der oben angegebenen Gränzen $-\int r' \cos u' \, dm = a_1$, $-\int r' \sin u' \sin \lambda' \, dm = b_1$ u. s. w. setzt, so ergiebt sich:

$$P_1 = a_1 \cos u + b_1 \sin u \sin \lambda + c_1 \sin u \cos \lambda,$$

$$P_2 = a_2 (\cos^2 u - \tfrac{1}{3}) + b_2 \cos u \sin u \sin \lambda + c_2 \cos u \sin u \cos \lambda + d_2 \sin^2 u \sin 2\lambda + e_2 \sin^2 u \cos 2\lambda,$$

$$P_3 = a_3 (\cos^3 u - \tfrac{3}{5} \cos u) + b_3 (\cos^2 u - \tfrac{1}{5}) \sin u \sin \lambda + c_3 (\cos^2 u - \tfrac{1}{5}) \sin u \cos \lambda + d_3 \cos u \sin^2 u \sin 2\lambda + e_3 \cos u \sin^2 u \cos 2\lambda + f_3 \sin^3 u \sin 3\lambda + g_3 \sin^3 u \cos 3\lambda,$$

$$P_4 = a_4 (\cos^4 u - \tfrac{6}{7} \cos^2 u + \tfrac{3}{35}) + b_4 (\cos^3 u - \tfrac{3}{7} \cos u) \sin u \sin \lambda + c_4 (\cos^3 u - \tfrac{3}{7} \cos u) \sin u \cos \lambda + d_4 (\cos^2 u - \tfrac{1}{7}) \sin^2 u \sin 2\lambda + e_4 (\cos^2 u - \tfrac{1}{7}) \sin^2 u \cos 2\lambda + f_4 \cos u \sin^3 u \sin 3\lambda + g_4 \cos u \sin^3 u \cos 3\lambda + h_4 \sin^4 u \sin 4\lambda + k_4 \sin^4 u \cos 4\lambda.$$

Stellt man den Ausdruck für V nach den Sinussen und Cosinussen von λ, $2\lambda \ldots$ geordnet, unter folgender Form dar:

$$V = A + B \sin u \sin \lambda + C \sin^2 u \sin 2\lambda + D \sin^3 u \sin 3\lambda + \ldots + B' \sin u \cos \lambda + C' \sin^2 u \cos 2\lambda + D' \sin^3 u \cos 3\lambda + \ldots$$

so ist:

$$A = -\frac{1}{3}\frac{a_2}{r^3} + \frac{3}{35}\frac{a_4}{r^5} + \left(\frac{a_1}{r^2} - \frac{3}{5}\frac{a_3}{r^4}\right)\cos u + \left(\frac{a_2}{r^3} - \frac{6}{7}\frac{a_4}{r^5}\right)\cos^2 u + \ldots$$

$$B = \frac{b_1}{r^2} - \frac{1}{5}\frac{b_3}{r^4} + \left(\frac{b_2}{r^3} - \frac{3}{7}\frac{b_4}{r^5}\right)\cos u + \frac{b_3}{r^4}\cos^2 u + \ldots$$

$$B' = \frac{c_1}{r^2} - \frac{1}{5}\frac{c_3}{r^4} + \left(\frac{c_2}{r^3} - \frac{3}{7}\frac{c_4}{r^5}\right)\cos u + \frac{c_3}{r^4}\cos^2 u + \ldots$$

u. s. w.

Aus diesem Werthe von V kann man für X, Y, Z Ausdrücke von ähnlicher Form ableiten, und vergleicht man die Coëfficienten mit den nach §. 84. aus der Beobachtung ermittelten Werthen von α, $\beta \ldots\ldots$, so kann man $\frac{a_1}{r^2}$, $\frac{b_1}{r^2}$, $\frac{c_1}{r^2}$, $\frac{a_2}{r^3} \ldots\ldots$ bestimmen. Auf solche Weise wird der am Ende des vorigen §. gestellten Forderung genügt.

88. Das Vorhergehende enthält die Kriterien wonach man entscheiden kann, ob die magnetischen Erscheinungen, wenn sie einmal durch Beobachtung bekannt sind, einer in der Erdmasse vertheilten Kraft zugeschrieben werden können. Hätte die magnetische Kraft ausser der Erde, etwa in der Atmosphäre ihren Sitz, so müsste man den Werth von V nach den Potenzen von $\frac{r}{r'}$ entwickeln, und man bekäme alsdann ein Resultat von der im vorhergehenden §. gefundenen Form, wobei jedoch die Grössen $\frac{1}{r^3}, \frac{1}{r^4} \ldots \frac{1}{r^n}$ durch r^2, r^3, r^{n-1} ersetzt wären. Wenn also die Kraft ausserhalb der Erde sich befindet, so bleibt zwar das Verhältniss von X und Y dasselbe, aber die Trennung der Zahlen-Coëfficienten nach Potenzen von r wird ganz anders, und damit ändert sich das Verhältniss von Z zu den übrigen Componenten. Aus dem Verhältnisse von Z zu X und Y muss demnach entschieden werden, ob die magnetische Kraft innerhalb der Erde, oder ausserhalb vorhanden sei.

Gauss zeigt, indem er die Folgerungen, die wir eben erwähnt haben, an allgemeine Betrachtungen und Lehrsätze knüpft, dass man nicht bloss entscheiden könne, ob die magnetische Kraft in der Erde, oder ausserhalb derselben vorhanden sei, sondern dass auch, falls ein Theil der Wirkungen von Oben, ein Theil von Unten käme, die Theorie beide zu trennen im Stande sein würde. Er bemerkt ferner, dass die täglichen sowohl, als die unregelmässigen Aenderungen der magnetischen Componenten einer ähnlichen Behandlung, wie diese Componenten selbst, unterworfen werden können, somit über Natur und Sitz der Kräfte, durch welche diese Aenderungen hervorgerufen werden, eine Entscheidung zu erlangen sei, sobald die Beobachtung uns die nöthigen Data geliefert hat.

89. Aus den Bestimmungen der Declination, Inclination und Intensität, welche bis zum Jahre 1838 bekannt geworden waren, hat Gauss für V, X, Y, Z folgende Ausdrücke abgeleitet, wo $r = 1$, $\cos u = e$ und $\sin u = f$ gesetzt ist:

$$\begin{aligned} V = & + 1{,}977 - 937.103e - 71.245e^2 + 18.868e^3 + 108.855e^4 \\ & + (-64.437 + 79.518e - 122.936e^2 - 152.589e^3) f \cos\lambda \\ & + (+188.303 + 33.507e - 47.794e^2 - 64.112e^3) f \sin\lambda \\ & + (-7{,}035 + 73.193e + 45{,}791e^2) f^2 \cos 2\lambda \end{aligned}$$

$$+(+45{,}092+22{,}766e+42{,}573e^2)f^2\sin 2\lambda$$
$$+(-1{,}396-19.774e)f^3\cos 3\lambda-(+18{,}750+0.178e)f^3\sin 3\lambda$$
$$-4.127f^4\cos 4\lambda-3.175f^4\sin 4\lambda.$$

$$X=(937{,}103+142{,}490e-56{,}603e^2-435{,}420e^3)f$$
$$+(-79{,}518+181{,}435e-298{,}732e^2-368{,}808e^3+610{,}357e^4)\cos\lambda$$
$$+(-33{,}507+283{,}892e+259{,}349e^2-143{,}383e^3-256{,}448e^4)\sin\lambda$$
$$+(-73{,}193-105{,}652e+219{,}579e^2+183{,}164e^3)f\cos 2\lambda$$
$$+(-22{,}766+175{,}330e+68{,}098e^2-170{,}292e^3)f\sin 2\lambda$$
$$+(19{,}774-4{,}188e-79{,}096e^2)f^2\cos 3\lambda$$
$$+(-0{,}178+56{,}250e+0{,}716e^2)f^2\sin 3\lambda$$
$$-16{,}508ef^3\cos 4\lambda-12{,}701ef^3\sin 4\lambda.$$

$$Y=(188{,}303+33{,}507e-47{,}794e^2-64{,}112e^3)\cos\lambda$$
$$+(64{,}437-79{,}518e+122{,}936e^2-152{,}589e^3)\sin\lambda$$
$$+(90{,}184-45{,}532e-85{,}146e^2)f\cos 2\lambda$$
$$+(14{,}070-146{,}368e-91{,}582e^2)f\sin 2\lambda$$
$$+(56{,}250+0{,}534e)f^2\cos 3\lambda+(4{,}188+59{,}322e)f^2\sin 3\lambda$$
$$-12{,}701f^3\cos 4\lambda+16{,}508f^3\sin 4\lambda.$$

$$Z=-24{,}593+1896{,}847e+400{,}343e^2-75{,}471e^3-544{,}275e^4$$
$$+(79{,}700-107{,}763e+491{,}744e^2-762{,}946e^3)f\cos\lambda$$
$$+(-395{,}724-155{,}473e+191{,}176e^2+320{,}500e^3)f\sin\lambda.$$
$$+(34{,}187-292{,}772e-228{,}955e^2)f^2\cos 2\lambda$$
$$+(-147{,}439-91{,}064e+212{,}865e^2)f^2\sin 2\lambda$$
$$+(5.584+98{,}870e)f^3\cos 3\lambda+(-75{,}000-0{,}890e)f^3\sin 3\lambda$$
$$+20{,}635f^4\cos 4\lambda+15{,}876f^4\sin 4\lambda.$$

Die graphische Darstellung dieser Formeln findet man in dem „Atlas des Erdmagnetismus von Gauss und Weber.“

Aus dem Verhältnisse von Z zu X und Y würde folgen, dass die magnetische Kraft in der Erde, nicht über der Erde sich befinde: ich muss jedoch hinsichtlich dieses Umstandes, wie hinsichtlich der Entwickelung der Theorie überhaupt, auf die oben angeführte Abhandlung von Gauss verweisen, und füge hier noch einige Betrachtungen bei, zu welchen mich Moser's Darstellung im II. Bde. des Rep. veranlasst.

90. Galvanische Ströme, in der Luft oder an der Erdoberfläche fortgepflanzt, hat in neuester Zeit ein grosser Theil der Physiker als die wahrscheinlichste Ursache des Erdmagnetismus sich vorgestellt, und auch diejenigen, welche eine Verbindung

der magnetischen Kraft mit den Bestandtheilen der Erde annehmen, haben die Voraussetzung, dass die Kraft in einer grössern Tiefe liege, der Erklärung sämmtlicher Phänomene nie zu Grunde zu legen versucht. Die tägliche Bewegung und die Störungen kommen hier zunächst in Betracht. Unbezweifelt bringt die Wärme die tägliche Bewegung hervor: nehmen wir nun oberflächliche Kräfte an, so können wir sehr wohl begreifen, wie sie durch die Wärme modificirt, eine tägliche Periode haben, wie diese Periode selbst nicht regelmässig ist, sondern gleich der Erwärmung der Erd-Oberfläche, sich jeden Tag, innerhalb gewisser Gränzen, anders gestaltet. Liegt aber die magnetische Kraft in grösserer Tiefe, so würde die tägliche Periode nur dann sich erklären lassen, wenn wir annehmen wollten, dass die Wärme auf die magnetische Kraft sehr beträchtlichen Einfluss habe, was aller bisherigen Erfahrung widerspricht. Noch schwieriger wäre es zu erklären, wie die Kraft magnetischer Elemente, die tief in der Erde liegen, so gewaltige Aenderungen erleiden könne, wie wir bei grossen magnetischen Störungen wahrnehmen. Die Gesammtheit der Erscheinungen, die uns die Physik der Erde entwickelt, macht uns geneigt, starre Verhältnisse im Innern der Erde, und Veränderlichkeit nur an der Oberfläche, durch atmosphärische Erscheinungen bedingt, zu suchen: und giebt die Beobachtung (wie es nach dem Obigen wirklich der Fall wäre) eine Form von X, Y, Z, die durch eine an der Erdoberfläche befindliche Kraft nicht erklärt werden könnte, so wäre man, wie ich glaube, genöthigt, ausser der Kraft, welche den Total-Effect hervorbringt, eine zweite Kraft anzunehmen, welche den Aenderungen zu Grunde liegt und jedenfalls der Erdoberfläche angehört. Mit Bezug auf diese Untersuchung halte ich es für zweckmässig die Verhältnisse hier zu entwickeln, welche stattfinden, wenn eine in oder nahe an der Erdoberfläche befindliche Kraft auf die Magnetnadel wirkt.

91. Nach dem Vorhergehenden giebt das Verhältniss von X und Y über den Sitz der magnetischen Kraft keine Auskunft, und wir können uns darauf beschränken, das Verhältniss von Z zu den horizontalen Componenten, oder was gleichbedeutend ist, zu V zu betrachten. Unsere Formeln geben

$$V=\int\frac{dm}{(r^2-2rr'\cos\eta+r'^2)^{\frac{1}{2}}},\quad Z=\int\frac{(r-r'\cos\eta)\,dm}{(r^2-2rr'\cos\eta+r'^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Setzen wir $r=1$, $r'=1+h$, so folgt, wenn man im Nenner vernachlässigt und h als constant betrachtet:

$$Z=\frac{1}{2(1+h)}V-\frac{h}{2\sqrt{2}(1+h)^{3}}\int\frac{\cos\eta\, dm}{(1-\cos\eta)^{\frac{3}{2}}}.$$

Daraus leiten wir folgende Sätze ab:

1) Wenn die Kraft, welche auf die Magnetnadel wirkt, an der Oberfläche der Erde sich befindet, so ist

$$Z=\tfrac{1}{2}V,$$

oder die verticale Componente ist genau die Hälfte der Func V. Diese Gleichung ist auch desshalb merkwürdig, weil dara die Frage, ob die Kraft an der Erdoberfläche sich befinde o nicht, entschieden werden kann, wenn man nur den Werth X und Z auf einem einzigen Meridian oder den Werth vo und Z auf einem einzigen Parallelkreis um die ganze Erde ke

2) Ist h sehr klein, so kann man $\int\cos\eta\,(1-\cos\eta)^{-\frac{3}{2}}$ näherungsweise $=2\sqrt{2}(1-h)V$ setzen, alsdann hat man

$$Z=\tfrac{1}{2}V.\frac{1-2h}{1+h},$$

d. h. die verticale Componente ist gleich der Function V mul plizirt mit einer Constante, die kleiner oder grösser als $\frac{1}{2}$ s wird, je nachdem der Sitz der Kraft über oder unter der E oberfläche sich befindet.

3) Falls h einen grössern Werth hat, erhält man die Gl chung

$$Z=\tfrac{1}{2}V\frac{1-2h}{1+h}-\frac{h}{2\sqrt{2}(1+h)^{3}}\int dm(\tfrac{3}{2}\cos^{2}\eta+\tfrac{5}{8}\cos^{3}\eta+\ldots),$$

woraus zu schliessen ist, dass die Reihen für Z und V jede falls grosse Aehnlichkeit haben werden und der Unterschied da bestehen wird, dass alle Coëfficienten in der erstern Reihe etw grösser (ohne Rücksicht auf das Zeichen) oder alle etwas kl ner sein werden, als in der letztern.

Wenn die auf die Nadel wirkende Kraft nicht in einer u endlich dünnen Schicht, sondern in einer dickern Kugelschaale u die Erde vertheilt ist, so erhält man auch noch Gleichungen v der vorhergehenden Form, vorausgesetzt, dass $dm=HU'dhd\lambda'$ ist, wo H nur von h, und U' nur von u' und λ' abhängt. F den besondern Fall, dass die Dichtigkeit des magnetischen Fl dums in jeder Verticale sich gleich bleibt, gelten die obigen Au drücke ohne Aenderung, auch für eine dickere Kugelschaale, we

h die Entfernung der Mitte der Kugelschaale von der Erdoberfläche bezeichnet.

92. In dem Maasse, als die magnetischen Beobachtungen auf grössere Zeiträume und auf möglichst viele Puncte der Erdoberfläche ausgedehnt werden, dürfen wir hoffen nicht nur über die §§. 84—91 berührten Verhältnisse eine Entscheidung zu erlangen, sondern auch durch Beantwortung der weiter sich darbietenden Fragen einer vollständigen Erkenntniss der Natur des Erdmagnetismus näher zu kommen. Dem gewöhnlichen Entwickelungsgange der Naturwissenschaften zufolge lässt sich erwarten, dass man zuerst einzelne empirische Gesetze finden wird, die eine künftige Theorie in Zusammenhang bringen und höheren Gesetzen unterordnen soll. In dem Folgenden werde ich einige Erscheinungen erwähnen, für welche solche Gesetze gefunden worden sind, oder zunächst erwartet werden dürfen.

Die tägliche Bewegung der magnetischen Elemente kennen wir zwar für eine ziemlich grosse Anzahl von Puncten, wo stündliche Beobachtungen gemacht worden sind; Gesetze hat man indessen daraus noch nicht abgeleitet. Es dürfte jedoch zweckmässig sein, hier einige charakteristische Thatsachen, die für künftige Untersuchungen nützlich sein können, hervorzuheben.

1) Der tägliche Gang ist von einem Tage zum andern oft beträchtlich verschieden; merkwürdig ist aber, dass die mittlere Declination der Tage (von der Säcularabnahme befreit), immer sehr nahe sich gleich bleibt, während die Intensität und Inclination mehrere Tage grösser, dann wieder mehrere Tage kleiner sein können, eben so, wie es bei dem Barometerstande der Fall ist.

2) Die täglichen Curven, wie sie aus den einzelnen Monaten hervorgehen, sind sehr ungleich, jedoch zeigen die Sommermonate unter sich viele Aehnlichkeit, ebenso die Wintermonate, so dass man das Jahr in eine Sommer- und Winterhälfte abtheilen kann.

3) In der Winterhälfte giebt es zwei Maxima und zwei Minima, die ungefähr zu folgenden Tageszeiten eintreten:

Declination. Maxima: 5^h Morg.*, 1^h Mitt. — Minima: 8^h Morg., 10^h Abd.*

Horizontal-Intensität. Maxima: 6^h Morg.*, 8^h Abd. — Minima: 10^h Morg., 12^h Mittern.*

Inclination. Maxima: 10^h Morg., 6^h Abd.* — Minima: 7^h M[illegible]
2^h Abd.*

In den Sommermonaten verschwinden die mit *) bezeic[illegible]ten Wendepuncte, oder sie treten nur schwach hervor, un[illegible] bleibt bloss ein Maximum und ein Minimum übrig.

4) Die Grösse der täglichen Bewegung ist in den vers[illegible]denen Jahren nicht gleich. Die mittlere Differenz der Dec[illegible]tion zwischen 8^h Morg. und 1^h Nachmitt. war nach den Gö[illegible]ger Beobachtungen:

1834—35	8,25′	1840—41	9,50′
1835—36	10,04	1841—42	8,50
1836—37	12,90	1842—43	7,55
1837—38	12,29	1843—44	7,63
1838—39	12,16	1844—45	7,41.
1839—40	11,05		

Die drei letzten Jahre sind aus den Münchener Beobach[illegible]gen ergänzt, unter Voraussetzung, dass die tägliche Beweg[illegible] in Göttingen um $\frac{9}{100}$ grösser ist, als in München. Die peri[illegible]sche Zu- und Abnahme der mittleren täglichen Bewegung s[illegible] sich hier sehr deutlich heraus, um aber das Gesetz aufzufin[illegible] bedürfen wir noch länger fortgesetzter Beobachtungen. Das[illegible] sich auf ähnliche Weise mit der Intensität verhalte, ersehen [illegible] aus Kreil's Beobachtungen in Mailand: die Differenz zwisc[illegible] $10\frac{1}{2}^h$ Morg. und $7\frac{1}{2}^h$ Abd. (in Zehntausendstel der Intensität [illegible]gedrückt) war 1837 . . 18,4, 1838 . . 15,7; gegenwärtig k[illegible] sie, nach den Beobachtungen anderer Orte zu schliessen, k[illegible] mehr, als 9,0 betragen.

5) Die Wendepunkte der täglichen Bewegung treten u[illegible]fähr zu derselben Ortszeit überall ein, aber die Grösse ist [illegible] verschiedenen Orten verschieden: so hat man für 1842 die [illegible]leren Differenzen zwischen Maximum und Minimum:

---

*) Die Reihen von Sinussen und Cosinussen der Zeit, wod[illegible] man die tägliche Bewegung der magnetischen Elemente darge[illegible] hat, führe ich nicht an, weil nach meiner Ansicht keine Folgeru[illegible] darauf begründet werden können, so lange der tägliche Gang [illegible] dem Einflusse der Störungen nicht befreit ist. Dies ist um so sch[illegible]riger, da die Störungen auch ihre tägliche Periode haben. Ich gla[illegible] dass es zweckmässig wäre, bei Bestimmung der täglichen Beweg[illegible] aus den Monatmitteln die Störungstage alle wegzulassen: eine ei[illegible] grosse Störung kann die Monatmittel beträchtlich entstellen.

Beobachtungsort.	Declination. (Minuten.)		Intensität. (Zehntausendstel.)	
	Sommer.	Winter.	Sommer.	Winter.
lünchen	9',34	6',37	16,08	5,76
'etersburg	10,07	5,88	14,21	10,32
ireenwich	8,16	7,02	25,63	6,90
'atherineuburg	8,43	3,89	7,68	4,10
'arnaul	7,34	2,96	—	—
'ertschinsk	7,51	2,53	—	—
'oronto	10,70	6,64	22,30	13,76
'andiemens-Insel . . .	9,78	5,18	—	—

Diese Tabelle wird von den vorkommenden Unterschieden ne Vorstellung geben: um übrigens ein Gesetz zu finden, sind ie bisherigen Data nicht zureichend.

Ich darf jedoch nicht unterlassen, hier zu bemerken, dass n hohen Norden alle magnetischen Verhältnisse sich anders gealten, als in den gemässigteren Gegenden: so giebt Bravais ls Resultat der von ihm und den übrigen Theilnehmern der ranzösischen Nord-Expedition in Bosskop vom 16. März bis . April 1839 angestellten stündlichen Intensitäts-Beobachtungen, lgende Reihe an, wobei die mittlere Intensität = 1 gesetzt ist:

0h Mittags	1,0010	12h Mitternacht . . .	0,9945
2 Nachmittags . .	1,0060	2 Morgens	0,9939
4 Abends	1,0080	4 -	0,9954
6 -	1,0063	6 -	0,9990
8 -	1,0012	8 -	1,0003
10 -	0,9942	10 -	1,0003.

Man sieht, dass die Wendepuncte um 6 bis 8 Stunden früer eintreffen, als bei uns, und die Bewegung selbst um mehr, ls das Zehnfache grösser ist. Hiebei mag allerdings viel davon bhängen, dass die Störungstage nicht ausgeschlossen sind.

93. Die Frage, ob die magnetischen Elemente eine jährche Periode haben, ist wiederholt erörtert worden, ohne dass isher eine sichere Entscheidung hätte erlangt werden können. Nimmt man das Mittel aus je zwei gleich weit von der Mitte es Jahres entfernten Monaten, wodurch die Säcular-Abnahme liminirt wird, so ergiebt sich für 1842 folgende Zusammenstelmg der Declination:

Beobachtungsort.	Januar u. Dec.	Febr. u. Nov.	März u. Oct.	April u. Sept.	Mai u. August.	Juni u. Juli.	Winter.	Sommer.
München . . .	+ 16° 46',9	+ 16° 47',2	+ 16° 47',6	+ 16° 47',1	+ 16° 47',5	+ 16° 47',8	+ 16° 47',2	+ 16° 47',5
Petersburg . .	+ 6 21,7	+ 6 21,4	+ 6 22,1	+ 6 21,2	+ 6 20,9	+ 6 20,1	+ 6 21,7	+ 5 20,7
Catherinenburg	— 6 43,4	— 6 46,5	— 6 44,0	— 6 39,7	— 6 33,3	— 6 26,2	— 6 44,6	— 6 33,1
Barnaul	— 8 25,2	— 8 29,3	— 8 30,2	— 8 23,2	— 8 20,8	— 8 17,9	— 8 28,2	— 8 20,6
Nertschinsk . .	+ 3 46,2	+ 3 45,3	+ 3 47,2	+ 3 47,3	+ 3 49,1	+ 3 46,2	+ 3 46,2	+ 3 47,5
Toronto	+ 1 17,9	+ 1 19,1	+ 1 19,9	+ 1 18,4	+ 1 18,8	+ 1 19,4	+ 1 19,0	+ 1 18,9

Ungeachtet der beträchtlichen Differenz bei Catherinenburg ıd Barnaul glaube ich kaum, dass man zur Annahme einer ırlichen Periode der Declination hinreichenden Grund habe.

Für Horizontal-Intensität leitet **Sabine** aus den Beobachngen von Toronto im Jahre 1842 eine jährliche Periode ab, it einem Minimum im kältesten, und einem Maximum im wärmen Monate. Aus den Müncheuer Beobachtungen desselben Jahs hatte ich eine ähnliche Folgerung gezogen, die jedoch mit n späteren Jahrgängen als unvereinbar sich gezeigt hat. Nach ıer Mittheilung von **Hansteen** geben für Christiania die Bifilarobachtungen, in Zehntausendstel der ganzen Horizontal-Intenät verwandelt, folgende Reihen:

Monat.	1842—43.	1843 - 44.	1844—45.	Mittel.
ai	4,51	21,89	19,83	1,28
.ni	0,00	21,79	21,70	0,36
li	0,60	19,57	22,23	0,00
ıgust	11,39	32,78	16,16	5,98
ptember	0,35	28,18	17,86	1,32
:tober	6,32	24,86	22,48	3,76
›vember	4,36	39,83	25,77	9,19
ecember	13,71	40,87	31,18	14,46
nuar	16,25	43,85	34,07	17,26
:bruar	16,71	43,54	37,87	18,58
ärz	16,18	27,41	29,53	10,24
pril	22,55	27,51	—	—

Hieraus folgt gerade das Gegentheil von dem, was **Sabine** funden hat, nämlich ein Maximum im kältesten, und ein Minimum im wärmsten Monate.

94. In Beziehung auf die Säcular-Aenderungen der magneıchen Elemente hat man bisher weder ein empirisches Gesetz, ıch eine Erklärung aufgestellt; ich begnüge mich desshalb einige esultate der Beobachtung anzuführen. Aus den Göttinger Beıachtungen leitet **Goldschmidt** folgenden Ausdruck für die ısolute Declination ab:

$$\text{Decl.} = 18^\circ\, 41',52 - 3',158\, t - 0',2242\, t^2,$$

o t die seit dem 1. October 1834 verflossene Zeit in Jahren

bedeutet. Nach den Münchener Beobachtungen war die Abnahme der Declination im Jahre

1841,5—1842,5 . . .	6',48
1842,5—1843,5 . . .	6',72
1843,5—1844,5 . . .	6',85
1844,5—1845,5 . . .	6',70.

Diese Zahlen nehmen nicht so schnell zu, als die obige Formel erfordern würde. Aus Tab. I. kann man für verschiedene Orte die Säcular-Aenderungen der Declination ableiten, dabei darf man aber nicht ausser Acht lassen, dass in den meisten Observatorien nicht gleich vom Anfange diejenige Sicherheit erlangt worden ist, die zu genauer Bestimmung der Säcular-Aenderung der Declination erfordert wird. Noch mehr ist dies der Fall bezüglich auf die Horizontal-Intensität, so zwar, dass es unnöthig scheint, die Resultate hier anzuführen. Aus Beobachtungen mit mehrjährigem Intervalle (Tab. XII.) findet Hansteen die jährliche Zunahme der Intensität, nach absolutem Maasse, in

Neu Elfsborg	0,0027
Gibraltar	0,0026
Algier	0,0033
Milo	0,0010
Malta	0,0017
Fredriksvaern	0,0016.

Die Münchener Beobachtungen geben im Mittel eine jährliche Zunahme von 0,0029: diese Säcular-Bewegung der Intensität ist jedoch weit weniger regelmässig, als die Bewegung der Declination.

Die Säcular-Abnahme der Inclination wird gegenwärtig in Europa immer langsamer, und Hansteen berechnet aus dem von ihm, nach seinen 23jährigen Beoabachtungen in Christiania abgeleiteten Ausdrucke:

$$\text{Incl.} = 72^\circ\, 41',1 - 3',640(t - 1820) + 0',0562(t - 1820)^2,$$

dass die Inclination im Jahre 1852 ein Minimum erreichen werde. Aus den Pariser Beobachtungen hat Hansteen einen analogen Ausdruck:

$$\text{Incl.} = 69^\circ\, 38',9 - 4',465(t - 1800) + 0,023395(t - 1800)^2,$$

gefunden, wonach das Minimum erst im Iahre 1895 eintreffen würde.

95. Es ist oben bemerkt worden, dass die Säcular-Bewegung der Horizontal-Intensität nicht so gleichmässig mit der Zeit fortschreitet, wie jene der Declination. Sehr merkwürdig ist in dieser Beziehung die von Hansteen aus seinen Beobachtungen der Horizontal-Intensität in Christiania abgeleitete 19jährige Periode, die er mit der Bewegung der Mondsknoten in Verbindung bringt. Nennt man die Länge des Mondsknotens N, und die Zeit (in Jahren ausgedrückt) t, so findet er, dass die Dauer von 300 Schwingungen seines Dollondschen Cylinders nach seinen 20jährigen Beobachtungen in Christiania durch folgende Formel sehr genau dargestellt werde:

$$816'',5419 - 0'',15796\,(t - 1820) + 2'',2205 \sin(266^\circ\, 8' + N) + 0'',5808 \sin(54^\circ\, 23' + 2N).$$

Hansteen bemerkt, dass man die beobachtete Periode entweder einem unmittelbaren Einflusse des Mondes *), oder der durch die Nutation veränderten Stellung der heissen Zone zuschreiben könne, und erinnert zugleich an die 19jährige Periode, welche in der Intensität der Nordlichter, dann in der Grösse der täglichen Aenderung der Declination nachgewiesen worden ist.

96. Unter den Bewegungen, die wir in der magnetischen Kraft wahrnehmen, hat keine so sehr die Aufmerksamkeit der Physiker in Anspruch genommen, als die magnetischen Stürme oder Störungen, worunter man die grössern Abweichungen von dem regelmässigen täglichen Gange versteht. Die früher schon durch gleichzeitige Beobachtungen mehrerer europäischen Stationen erkannte Uebereinstimmung im Grossen haben die von Gauss veranlassten Terminbeobachtungen auch bis ins kleinste Detail, jedoch mit vielfachen Modificationen, nachgewiesen. Nach der grossen Menge gleichzeitiger Beobachtungen, die jetzt vorliegen, kann nicht verkannt werden, dass dieselben Ursachen gleichzeitige Aenderungen, wenn nicht auf der ganzen Erdoberfläche, doch auf einem grossen Theile derselben, hervorrufen. Dabei findet aber weder eine genaue Gleichzeitigkeit, noch eine genaue Gleichheit des Verlaufes statt: vielmehr kommen selbst

*) Der von Kreil erkannte unmittelbare Einfluss des Mondes auf die magnetischen Elemente ist bereits in dem ersten Berichte, Rep. II. S. 213. erwähnt; die Bestätigung seiner früheren Resultate durch neuere Untersuchungen findet man in seinen „Magnetischen u. meteorolog. Beobacht. in Prag."

bei nahe gelegenen Orten beträchtliche Abweichungen vor, bei sehr entfernten verschwindet die Aehnlichkeit ganz und gar. So zeigten die Beobachtungen in Alten keine Aehnlichkeit mit denen der übrigen Europäischen Stationen: desgleichen kann man bei den von Sabine (Observations at Toronto 1840—1842) gegebenen graphischen Darstellungen der Termincurven für Toronto, Philadelphia, Boston und Prag im Allgemeinen keinen Zusammenhang der Amerikanischen Bewegungen mit den Europäischen erkennen*), während die erstern unter sich eben so gut übereinstimmen, wie es bei den Europäischen Curven der Fall ist. Gauss hat, wie bereits oben bemerkt worden ist, den Weg angedeutet, wie die Störungen oder unregelmässigen Bewegungen der Termincurven benutzt werden können, um die Quelle, von welcher sie ausgehen, zu ermitteln: Rechnungen sind indessen auf diese Basis noch nicht gegründet worden. Dass magnetische Störungen von bestimmten Quellen ausgehen, und in dem Maasse, als sie sich von der Quelle entfernen, an Intensität abnehmen, auf ihrem Wege auch vielfach modificirt werden, ist höchst wahrscheinlich: dabei tritt aber der für theoretische Untersuchung sehr hinderliche Umstand ein, dass die Bewegungen, wie wir sie beobachten, nicht einer einzigen, sondern vielen gleichzeitig wirkenden Ursachen zuzuschreiben sind, und dass es unmöglich ist, aus der Gesammtwirkung dasjenige herauszuheben, was jeder einzelnen Ursache zugehört.

97. Eine merkwürdige Thatsache, bezüglich auf die Grösse der Declinations-Störungen (d. h. bezüglich auf die Differenz zwischen dem grössten und kleinsten Stande, die während einer Störung vorkommen), habe ich durch Vergleichung der Beobachtungen von Prag und München erkannt, und später als allgemein bezüglich auf alle Europäischen Orte nachgewiesen, nämlich dass, wenn eine Störung eintritt, sie an verschiedenen Orten, immer nach einem constanten Maassstabe oder Verhältnisse sich äussert. Aus den magnetischen Terminbeobachtungen habe ich folgende Tabelle abgeleitet, wobei die Grösse einer Störung in Mailand = 1 angenommen ist:

*) Es mag vielleicht für künftige Erklärung die Bemerkung nicht überflüssig sein, dass, wo eine Störung in Prag und Toronto gleichzeitig eintritt, die Bewegungen im entgegengesetzten Sinne stattfinden.

Mailand	1,00	Berlin	1,52
Kremsmünster	1,09	Breslau	1,57
München	1,10	Breda	1,60
Cracau	1,21	Göttingen	1,83
Prag	1,22	Upsala	1,86
Brüssel	1,32	Dublin	2,07
Leipzig	1,34	Copenhagen	2,21
Marburg	1,38	Stockholm	2,38.

98. Ein anderes Störungsgesetz, welches eben so merkwürdig ist als das vorhergehende, aber für jetzt aus Mangel an Beobachtungsdaten nicht weiter entwickelt werden kann, ist aus der Discussion der Münchner Beobachtungen im Jahre 1843 hervorgegangen, nämlich, dass bei magnetischen Störungen der Intensität die Variation der Horizontal-Intensität jedesmal doppelt so gross ist, als die Variation der Total-Intensität. Nennt man die Total-Intensität I, die Horizontal-Intensität X, und die Inclination i, so hat man dem eben Gesagten zufolge:

$$\frac{\delta X}{X} = 2\frac{\delta I}{I},$$

daraus folgt dann das Gesetz für die Inclinations-Variationen:

$$\delta i = -\frac{1}{\operatorname{tg} i}\frac{\delta I}{I}.$$

Dieses gilt für München; eine weitere Erörterung ist unmöglich, bis man analoge Bestimmungen für andere Orte hergestellt hat.

99. Hier kann eine andere Thatsache bemerkt werden, welche Sabine*) anführt. Nimmt man an, dass die Störungen hervorgebracht werden durch eine Kraft, deren Intensität $= f$ (die Totalkraft $= 1$ gesetzt), deren Azimuth vom magnetischen Norden über Westen gezählt $= \psi$, und deren Neigung gegen den Horizont ϑ ist, so findet Sabine für die drei merkwürdigen Störungen in Toronto am 29. Mai 1840, dann am 24. Oct. und 18. Nov. 1841 zur Zeit der grössten Störung folgende Werthe:

	29. Mai 1840.	24. Oct. 1741.	18. Nov. 1841.
$\psi =$	130° 10′	135° 0′	139° 8′
$\vartheta =$	− 40 50	− 39 6	− 31 15
$f =$	0,0136	0.0054	0,0093.

*) Observations on days of unusual magnetic disturbance p. XIX.

Die Uebereinstimmung der Richtung in diesen drei Fällen ist gewiss sehr beachtenswerth.

100. Die allgemeinen Verhältnisse der Störungen mit Bezug auf Tages- und Jahreszeit sind von Kreil zuerst in den Mailänder Ephemeriden (II. Supplemento), dann in dem II. Bd. der Prager Beobachtungen, später von Sabine in den Toronto Observations Vol. I. untersucht worden. Die vielen Andeutungen, welche daraus hervorgehen, führe ich hier nicht an, weil wir von den neuesten, weit vollständigeren Beobachtungen, sicherere Bestimmungen zu erwarten haben; nur im Allgemeinen bemerke ich, dass die störenden Kräfte höchst wahrscheinlich in allen Jahreszeiten, ungefähr nach gleicher Weise, und in gleichem Maasse in Wirkung treten, dass aber eine entschiedene tägliche Periode sich zeigt, und die Richtung und Häufigkeit der Störungen in Amerika, wie in Europa ganz in gleicher Weise von der Tageszeit abhängen. Was die Verbindung der magnetischen Störungen mit Nordlichtern betrifft, so hat Siljeström in den Verhandlungen der Schwedischen Academie für 1841 die Beobachtungen bekannt gemacht, welche er mit andern Theilnehmern der Französischen Nord-Expedition während des Winters 1838 bis 1839 in Alten (Finnmark) angestellt hat. Unter den Schlüssen, die er auf diese Beobachtungen gründet, bemerke ich folgende: magnetische Störungen treffen nicht immer mit dem Erscheinen der Nordlichter ein *): wenn eine Störung mit einem Nordlichte eintritt, so bewegt sich die Declinationsnadel anfangs nach Westen, gegen Ende nach Osten, und zwar ist die östliche Digression gewöhnlich weit grösser, als die westliche: die Bewegungen der Horizontal-Intensität, Inclination und Declination hängen so zusammen, dass im Allgemeinen eine westliche Bewegung der Declination mit einer Vermehrung, eine östliche mit einer Verminderung der Intensität verbunden ist, und die Horizontal-Intensität zu- oder abnimmt, wenn die Inclination kleiner oder grösser wird.

---

*) Nach Argelander's Angabe sind Nordlichter jede Nacht zu sehen, wenn der Himmel nicht bewölkt ist. Bulletins de l'Académie R. de Bruxelles IX. 2. p. 311.

Tabellarische Zusammenstellung
der vorzüglichsten neueren Beobachtungsresultate.

In folgenden Tabellen habe ich mit Rücksicht auf die §. 65. ıgedeuteten Zwecke die Hauptresultate der neuern magnetischen eobachtungen zusammengetragen, und zwar zuerst die täglichen ıd jährlichen Variationen, dann die zu Lande gemachten absoın Bestimmungen, endlich die Beobachtungen zur See. Was e letzteren betrifft, so habe ich nicht die an einzelnen Stellen :obachteten Werthe angeführt, sondern diese in Gruppen zuımmengestellt, und von jeder Gruppe das arithmetische Mittel :geben; hiedurch sind die Tabellen ungefähr auf den vierten heil des Raumes, den sie sonst erfordert hätten, gebracht wor:n, ohne, wie ich glaube, ihrer Brauchbarkeit Eintrag zu thun.

Ich bemerke noch, dass westlichen Declinationen kein Zeiıen vorangesetzt ist, östliche Declinationen aber mit — bezeich:t werden, ferner dass bei Darstellung der täglichen Bewegung :r magnetischen Elemente der kleinste Werth (die kleinste 'estliche Declination, die kleinste Intensität und die kleinste ıclination) von den Beobachtungen der einzelnen Stunden abgeıgen ist. Die tägliche Bewegung der Declination und Inclinaon ist in Minuten, jene der Horizontal-Intensität in Zehnusendstel dieser Intensität ausgedrückt.

Tabelle I.

Tägliche Bewegung der Declination, in Minuten ausgedrückt.

Ort u. mittlere Zeit des Orts		Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
A. Göttingen.													
1834	1h 20h			—	18',83	15',30	15',56	15',37	13',50	12',30	11',17	7',42	5',38
1838	-	8',18	9',70	14',72	17,80	17,03	17,42	15,02	16,25	15,00	10,83	6,13	4,75
1839	-	6,55	7,18	11,72	14,00	12,97	13,35	13,82	16,43	13,75	11,10	7,12	4,13
1840	-	5,12	8,38	12,47	15,68	12,78	11,53	11,97	11,80	11,23	8,47	4,55	4,97
1841	-	4,60	6,68	9,62	13,50	11,60	12,42	10,80	10,03	9,28	7,92	4,22	3,73
1842	- -	3,85	5,47	9,13	—	—	—	—	—	—	—	—	—
B. Mailand.													
1837	20h 0'	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,38	1,82
	22 30	3,07	2,87	6,43	6,47	4,68	7,30	7,68	6,75	7,12	4,02	4,80	3,68
	1 0	9,27	8,15	13,13	17,62	14,47	15,32	14,73	14,12	13,20	11,60	8,92	6,25
	4 30	5,45	4,98	7,27	11,92	10,70	11,43	11,17	8,05	5,87	5,93	5,13	3,62
	7 30	2,97	3,45	5,00	7,40	5,73	6,42	7,07	4,32	2,40	2,25	2,78	2,45
	11 0	0,63	0,78	2,52	5,93	5,18	5,53	5,72	3,58	1,35	0,92	0,00	0,00
1838	20 0	1,78	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,78	2,15
	22 30	4,37	3,55	3,27	5,42	8,20	7,85	8,03	8,33	7,72	4,57	3,90	3,28
	1 0	8,23	9,33	12,78	16,13	16,17	16,48	14,45	15,80	15,00	11,23	7,22	6,48
	4 30	4,12	6,03	8,48	11,50	10,48	11,20	10,45	8,78	8,68	6,28	4,45	3,87
	7 30	1,58	2,48	4,32	6,87	6,75	6,82	6,93	6,13	3,30	3,27	1,72	1,83
	11 0	0,00	0,72	2,90	5,47	6,18	5,87	5,18	4,82	2,07	1,53	0,00	0,00
C. Berlin.													
1836	1h — 20h	—	—	—	—	12,55	15,03	13,33	13,42	12,28	11,15	5,40	5,60
1837	- - -	9,18	7,28	12,58	18,22	15,70	15,97	15,90	12,87	11,33	11,07	6,87	3,98
1838	- - -	5,97	9,93	14,32	16,88	16,65	—	—	—	14,20	10,75	5,57	4,22
1839	- - -	6,00	7,05	11,45	14,17	13,57	13,87	13,82	16,27	—	—	—	—

D. P[illegible]

1840	12h	17,9	—	—	—	—	4,42	4,15	2,27	2,20	1,10	0,15	0,63	1,55
	14	17,9	—	—	—	—	4,53	3,28	1,93	4,47	2,07	0,47	1,63	2,08
	16	17,9	3,63	—	—	—	3,88	1,78	1,77	0,00	0,93	3,00	3,55	3,28
	17	17,9	3,70	3,23	2,27	3,40	1,83	0,60	0,52	—	—	—	—	—
	18	17,9	4,08	3,28	2,25	1,57	0,60	0,00	0,00	0,25	1,38	2,42	3,43	4,23
	19	17,9	3,70	3,58	1,10	0,00	0,00	0,20	0,02	—	—	—	—	—
	20	17,9	3,43	1,63	0,00	0,18	0,95	0,87	1,18	0,17	0,25	1,20	3,55	4,05
	21	17,9	4,55	1,37	0,93	2,17	2,93	2,73	2,70	—	—	—	—	—
	22	17,9	5,10	4,03	3,70	5,95	6,70	6,02	5,40	4,68	4,87	4,62	5,32	5,70
	23	17,9	6,43	6,23	7,75	10,63	10,23	8,95	8,42	—	—	—	—	—
	0	17,9	7,60	8,45	10,25	13,33	12,90	11,32	11,13	10,07	10,75	8,87	7,33	8,38
	1	17,9	8,18	9,65	11,42	14,80	13,35	12,73	12,18	10,95	10,73	9,38	7,97	8,30
	2	17,9	7,68	10,07	11,42	14,37	12,15	12,22	11,82	11,02	9,95	8,72	6,50	7,63
	3	17,9	6,20	8,40	10,17	12,32	10,48	11,25	9,48	—	—	—	—	—
	4	17,9	5,45	5,80	7,00	9,67	8,43	9,25	7,72	6,77	4,93	4,48	4,30	5,07
	5	17,9	4,90	5,75	5,58	7,07	7,08	7,5[illegible]	5,48	—	—	—	—	—
	6	17,9	4,22	3,10	4,75	5,92	6,08	6,[illegible]7	4,95	3,03	1,03	3,52	1,28	3,95
	7	17,9	2,88	2,80	3,48	4,73	5,60	5,30	4,28		—	—	—	—
	8	17,9	1,65	2,07	2,73	4,07	5,47	4,90	4,20	2,32	0,10	1,40	2,82	2,33
	9	17,9	1,42	0,00	2,42	3,58	4,97	4,58	3,72	—	—	—	—	—
	10	17,9	0,80	0,38	1,32	3,68	4,45	4,78	3,67	1,63	0,00	0,00	0,00	0,00
	11	17,9	0,00	1,10	1,82	3,32	4,23	4,25	3,08	—	—	—	—	—
1841	12	17,9	0,25	0,00	1,15	2,27	—	—	—	—	—	—	—	—
	14	17,9	2,63	0,50	4,15	1,67	—	—	—	—	—	—	—	—
	16	17,9	2,38	2,72	2,03	2,37	—	—	—	—	—	—	—	—
	18	17,9	2,83	2,32	1,90	2,35	0,00	0,00	0,10	0,00	2,43	3,90	3,88	3,10
	20	17,9	2,37	1,77	1,27	0,00	0,13	0,42	0,00	0,95	1,22	2,78	3,22	3,12
	22	17,9	3,68	3,03	4,95	5,33	5,55	5,58	3,93	5,03	5,45	5,80	4,77	4,28
	0	17,9	6,25	7,32	9,87	12,35	10,67	11,35	8,90	9,90	9,92	9,35	7,02	5,92
	1	17,9	7,05	8,07	9,77	13,03	11,08	12,12	10,10	10,65	10,05	9,65	7,17	6,07
	2	17,9	6,32	8,93	9,37	11,95	10,07	11,70	9,55	9,33	9,48	8,40	6,27	5,05

Ort u. mittlere Zeit des Orts.			Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
D. Prag.														
1841	4h	17',9	4',18	5',95	5',55	7',93	7',03	8',63	6',77	5',73	3',70	5',73	3',30	1',83
	6	17,9	3,15	4,27	2,78	3,10	4,30	5,57	4,22	2,80	2,90	2,62	2,22	1,17
	8	17,9	1,12	1,40	2,07	3,50	3,28	4,50	2,92	2,12	0,75	0,00	0,00	0,68
	10	17,9	0,00	0,90	0,00	2,88	2,68	3,85	1,92	1,12	0,00	1,57	0,83	0,00
1842	18	17,9	2,55	1,00	1,92	1,93	0,03	0,55	0,82	0,00	0,15	1,73	2,47	1,67
	20	17,9	2,40	1,27	0,68	0,00	0,00	0,00	0,00	0,77	0,33	0,35	1,92	1,38
	22	17,9	3,83	1,53	4,08	4,67	5,00	3,70	3,10	5,23	4,58	3,48	3,43	2,70
	0	17,9	5,95	5,73	8,32	10,12	10,02	8,70	7,32	9,38	8,28	6,82	5,70	4,23
	1	17,9	5,97	5,38	8,90	10,80	10,33	10,07	8,07	9,95	8,25	7,22	5,57	4,18
	2	17,9	4,42	5,55	7,47	9,80	9,80	10,00	8,33	8,90	6,60	6,35	4,43	3,57
	4	17,9	3,50	3,60	5,05	6,05	6,80	7,85	5,80	5,22	2,83	3,95	2,08	2,28
	6	17,9	2,95	2,82	3,58	3,52	3,85	5,03	3,75	2,95	1,73	0,73	2,07	1,62
	8	17,9	1,47	0,90	1,95	2,08	3,67	2,80	2,67	2,53	0,00	0,53	0,73	0,00
	10	17,9	0,00	0,00	0,00	0,87	3,12	2,85	0,10	1,95	0,42	0,00	0,00	0,28
1843	18	17,9	1,22	1,80	1,17	1,25	0,67	0,35	0,22	0,58	0,77	1,62	1,00	1,87
	20	17,9	0,68	1,87	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,33	0,27	0,67	1,72
	22	17,9	1,87	3,55	2,23	3,97	4,47	3,90	3,43	4,33	3,83	3,70	2,43	2,95
	0	17,9	3,97	5,57	6,67	9,15	9,22	9,23	8,43	9,83	8,70	7,70	4,62	4,52
	1	17,9	4,57	6,00	7,13	9,95	9,62	10,33	9,47	10,23	9,10	7,15	4,13	4,47
	2	17,9	3,73	5,70	7,00	9,30	9,03	10,33*	9,45	8,42	7,82	6,00	3,25	3,87
	4	17,9	1,80	3,48	4,30	5,68	5,58	6,98	6,08	5,43	4,45	2,95	2,40	2,47
	6	17,9	1,30	2,55	2,22	2,48	3,50	3,87	3,45	2,72	2,92	1,67	0,20	0,80
	8	17,9	0,15	0,75	0,73	1,57	2,67	3,62	2,63	2,23	0,38	0,92	0,00	0,03
	10	17,9	0,00	0,00	0,68	1,20	2,33	3,22	1,32	2,92	0,00	0,00	0,10	0,00
1844	18	17,9	1,37	0,88	1,43	1,75	0,39	0,00	0,00	0,01	0,71	3,00	3,20	1,22
	20	17,9	1,70	1,37	0,00	0,00	0,00	0,00	0,44	0,00	0,43	1,37	3,09	1,76
	22	17,9	2,95	3,50	3,24	3,73	4,05	4,63	4,92	5,61	5,48	4,60	4,65	2,49

*) Vielleicht ein Druckfehler in den Prager Beobachtungen II. IV. S. 75.

	11	37,7	0,42	0,00	1,23	2,30	2,83	2,77	2,20	1,27	0,00	1,22	0,83	0,77
1843	13	37,7	0,97	0,65	0,80	2,48	2,20	2,87	1,73	2,80	1,87	0,90	1,25	1,58
	15	37,7	1,12	0,97	1,08	2,00	1,55	2,02	1,43	1,80	1,80	1,40	1,22	1,58
	17	37,7	1,55	1,15	0,83	1,78	0,53	0,37	0,00	0,00	0,47	1,33	1,12	1,47
	19	37,7	1,08	0,90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,12	0,28	0,37	0,12	0,68	1,40
	20	37,7	0,78	0,93	0,25	0,75	1,08	1,37	1,33	2,05	1,37	0,00	0,87	1,18
	21	37,7	2,15	2,45	1,67	2,55	3,63	3,70	3,20	4,52	3,78	2,12	1,93	2,18
	23	37,7	4,60	4,92	6,15	9,62	8,27	9,35	8,05	9,27	9,08	6,55	4,42	4,27
	0	37,7	5,32	5,10	7,12	10,27	8,98	10,60	9,45	10,60	9,48	6,52	4,35	4,45
	1	37,7	4,92	5,03	6,83	9,65	8,77	10,88	9,28	9,55	8,33	6,40	3,27	3,80
	3	37,7	2,67	2,37	4,22	5,95	5,85	7,98	6,25	6,35	5,28	2,73	2,48	2,73
	5	37,7	1,65	1,90	2,60	3,45	3,52	4,35	3,88	3,37	2,20	1,65	1,18	1,50
	7	37,7	0,75	0,32	1,55	2,87	2,87	3,92	2,48	2,48	1,22	0,80	0,00	0,40
	9	37,7	0,22	0,18	0,93	2,3	3,02	3,73	2,55	2,65	0,00	0,25	0,10	0,00
	11	37,7	0,00	0,25	1,15	2,51	1,80	2,83	2,40	2,23	1,80	1,15	0,21	0,30
1844	13	37,7	0,50	0,78	1,37	2,23	2,11	—	—	—	—	—	—	—
	15	37,7	1,12	0,85	1,67	2,26	1,21	1,55	1,68	0,58	1,04	1,65	1,31	1,77
	17	37,7	1,03	0,85	1,49	1,36	0,31	0,00	0,00	1,05	0,60	1,25	1,53	1,45
	19	37,7	0,97	1,53	0,04	0,00	0,00	0,25	0,31	0,00	0,00	0,03	1,68	1,38
	20	37,7	1,40	1,78	0,00	0,68	1,46	1,65	1,96	1,48	1,50	0,00	1,75	1,78
	21	37,7	1,87	2,36	1,99	2,71	3,45	3,63	3,88	3,68	4,32	2,08	2,61	2,38
	23	37,7	3,73	4,55	7,09	8,76	7,86	8,73	8,10	8,13	9,10	6,92	5,46	4,68
	1	37,7	4,13	4,73	7,97	10,10	8,61	9,55	8,81	8,93	8,79	7,08	5,50	4,65
	3	37,7	2,72	3,83	7,55	9,70	8,05	9,30	8,88	8,87	7,99	6,73	4,88	3,90
	5	37,7	1,75	2,11	4,45	6,43	5,81	6,86	5,93	6,45	4,17	3,82	2,95	2,70
	7	37,7	1,43	2,18	2,52	4,06	4,13	4,28	3,98	3,32	2,69	2,30	1,76	1,33
	9	37,7	0,75	1,15	2,27	2,58	3,26	3,85	3,16	2,38	1,94	1,12	0,78	0,45
	11	37,7	0,22	0,00	1,09	2,76	2,73	3,63	2,70	2,08	2,15	0,07	0,00	0,00
G. Greenwich.														
1842	13h	20,2	3,98	0,70	1,60	0,70	2,75	1,75	0,72	1,57	0,70	1,80	1,80	1,30
	15	20,2	3,58	1,78	1,60	1,32	2,74	1,46	0,23	0,35	1,12	2,18	2,22	1,80
	17	20,2	3,96	2,35	2,14	2,85	1,14	1,08	2,78	0,40	1,62	2,10	2,27	1,55

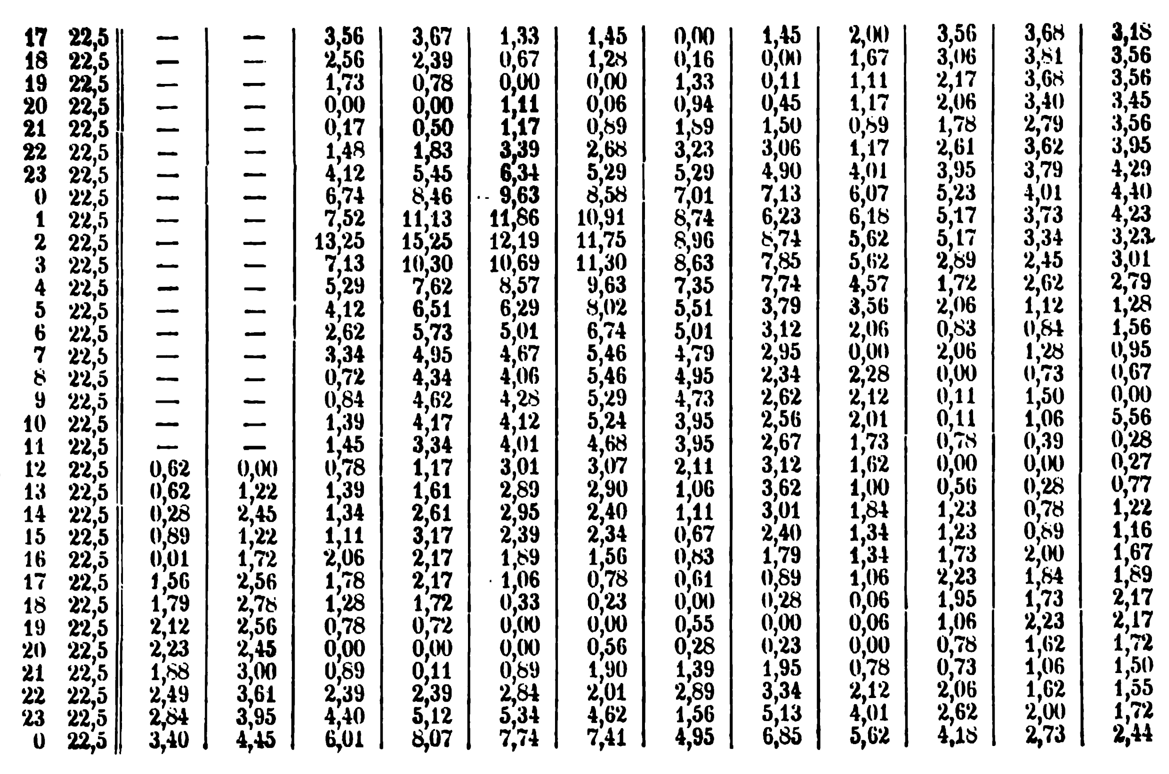
Ort u. mittlere Zeit des Orts.			Januar	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
G. Greenwich.														
1842	19h	20',2	3',83	3',75	1',64	1',49	0',00	0',00	0',00	0',00	2',30	1',72	2',62	2',27
	21	20,2	4,90	4,58	5,04	3,95	3,42	1,76	3,35	3,53	5,14	2,95	3,42	2,89
	23	20,2	6,80	7,42	8,32	7,27	9,35	6,00	8,08	8,62	9,65	8,05	6,25	5,29
Ab.	1	20,2	7,25	9,52	10,10	10,54	11,27	9,06	10,98	10,37	10,20	9,58	7,08	5,52
	3	20,2	4,78	8,17	7,97	7,94	9,05	8,16	9,18	7,45	6,19	7,12	4,27	3,70
	5	20,2	3,85	5,75	5,14	4,94	5,52	5,20	6,55	4,07	3,07	4,07	3,08	1,84
	7	20,2	2,20	3,32	3,52	2,09	5,49	2,77	4,23	2,60	0,50	2,12	1,82	0,80
	9	20,2	0,00	2,27	0,00	0,99	4,50	2,13	1,18	1,13	0,97	0,00	0,00	0,00
	11	20,2	0,78	0,00	1,05	0,00	3,22	0,18	1,15	0,95	0,00	1,20	0,57	0,42
H. Makerstoun.														
1842	19h	10',2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	22	10,2	0,51	2,05	3,62	4,18	5,01	4,31	3,52	5,55	4,55	2,63	1,36	1,01
	1	10,2	2,81	6,28	8,12	9,30	10,46	9,98	8,95	9,35	7,72	7,00	3,58	2,68
	4	10,2	1,29	1,77	4,41	5,16	7,71	8,27	6,85	4,62	2,32	2,52	0,00	0,51
I. Genf. *														
1842	20h		—	—	—	—	—	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,54	1,01
	21		—	—	—	—	—	0,81	0,82	1,05	1,19	0,13	0,50	0,88
	0		—	—	—	—	—	8,33	6,74	7,93	7,87	6,92	4,53	4,03
	1		—	—	—	—	—	9,40	8,17	8,88	8,19	7,71	4,95	4,21
	8		—	—	—	—	—	3,57	3,29	2,30	0,42	0,98	0,13	0,38
	9		—	—	—	—	—	3,47	3,12	2,27	0,60	0,66	0,00	0,00
1843	20		0,38	0,54	0,35	0,09	—	0,00	0,00	0,00	0,00	0,56	—	—
	21		0,00	0,97	0,00	0,00	—	1,33	0,91	1,51	0,58	0,00	—	—
	0		3,85	4,54	6,69	8,64	—	11,47	8,03	9,03	8,42	8,12	—	—
	1		4,60	5,07	7,65	10,16	—	13,03	9,48	10,11	9,26	8,36	—	—
	8		0,39	0,72	1,75	2,93	—	5,05	3,26	2,71	0,98	1,69	—	—
	9		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,57	0,75	—	—

K. Cracau.														
1841	1h — 20h		5,97	7,73	9,20	13,27	10,98	11,68	10,25	9,65	9,32	7,92	4,65	4,28
1842	- - -		4,95	5,53	8,62	11,22	10,58	10,55	9,52	9,57	8,53	7,77	5,15	4,48
1843	- - -		4,58	4,77	8,10	10,42	10,05	11,32	11,55	10,27	9,52	7,55	5,05	4,82
1844	- - -		3,33	3,72	7,90	10,60	8,98	9,65	9,23	9,50	8,15	7,05	5,23	5,23
L. Petersburg.														
1841	12h	21,5	0,00	0,13	2,87	2,56	2,74	4,91	2,39	0,84	1,63	1,72	0,58	1,33
	13	21,5	0,44	0,75	1,76	2,87	3,32	3,14	1,94	0,00	0,35		0,67	1,68
	14	21,5	2,34	1,99	2,56	2,12	2,70	2,92	0,13	1,02	0,71	2,92	0,67	2,30
	15	21,5	3,62	1,46	2,78	2,96	1,42	1,72	0,31	1,11	2,25	3,49	0,76	2,79
	16	21,5	4,42	3,31	2,74	1,86	0,49	1,15	0,22	1,11	2,17	3,80	0,67	3,05
	17	21,5	3,67	3,85	2,94	1,99	0,44	0,53	0,00	1,33	2,96	3,36	1,37	3,23
	18	21,5	2,83	2,87	1,28	1,37	0,35	0,00	0,22	1,02	1,77	3,14	0,93	2,87
	19	21,5	3,18	2,12	1,37	0,93	0,00	0,00	0,00	1,15	2,30	2,87	0,76	2,83
	20	21,5	2,87	1,50	1,63	0,00	0,75	0,13	0,13	2,08	2,34	3,00	1,42	3,23
	21	21,5	3,31	2,43	2,83	1,19	0,75	1,90	0,71	1,59	3,18	3,93	2,21	3,71
	22	21,5	4,37	3,67	4,95	4,38	4,77	5,44	0,84	6,06	5,44	4,95	2,35	4,02
	23	21,5	4,81	5,48	7,11	7,43	8,40	8,44	5,52	8,00	7,56	6,23	2,39	3,67
	0	21,5	6,01	6,28	9,23	11,05	10,56	12,16	7,78	10,39	8,22	7,38	1,86	3,67
	1	21,5	6,89	8,53	9,72	12,20	11,89	12,42	9,15	9,90	9,06	6,81	1,99	5,04
	2	21,5	6,98	7,91	8,97	11,80	10,70	11,67	9,28	9,42	7,87	6,54	1,90	4,42
	3	21,5	5,52	8,09	8,26	9,37	8,53	10,39	7,29	6,68	6,94	5,08	1,37	3,49
	4	21,5	4,94	6,59	7,20	7,52	7,07	8,62	6,72	5,17	5,22	2,74	0,76	3,63
	5	21,5	4,68	3,47	4,33	5,70	5,30	6,52	4,82	3,27	1,59	3,14	0,58	2,52
	6	21,5	3,93	2,74	3,67	3,45	2,30	5,13	3,89	2,66	3,23	1,94	0,84	2,43
	7	21,5	2,91	3,36	2,21	3,32	2,30	5,17	3,36	3,01	1,63	0,92	0,40	0,84
	8	21,5	1,46	1,77	3,05	3,36	2,43	5,79	1,50	2,52	0,00	0,84	0,58	0,97
	9	21,5	0,79	0,49	1,72	2,70	5,30	5,22	3,92	2,30	1,06	0,00	0,00	0,44
	10	21,5	0,88	0,00	0,92	2,87	5,13	4,51	2,74	3,10	0,66	1,46	0,53	0,84
	11	21,5	0,17	0,86	0,00	2,03	2,92	4,64	2,34	2,61	1,41	2,12	0,31	0,00
1842	12	21,5	0,40	0,80	1,46	9,24	3,85	3,40	0,09	2,24	0,70	1,59	1,06	1,33
	13	21,5	0,75	1,15	1,90	9,15	3,50	3,00	0,80	2,39	0,53	2,34	1,81	2,12

Ort u. mittlere Zeit des Orts.			Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
L. Petersburg.														
1842	14h	21',5	0',00	0',93	2',70	9',59	3',05	3',31	0',00	1',86	1',46	3',31	2',30	2',17
	15	21,5	1,64	0,40	2,25	9,50	2,35	1,63	1,82	2,17	0,92	3,49	3,49	2,61
	16	21,5	1,64	0,40	2,47	9,46	1,73	1,32	0,67	1,24	0,22	3,67	3,27	3,05
	17	21,5	2,48	1,51	2,70	9,24	1,20	0,84	1,02	0,00	0,48	3,80	4,42	3,18
	18	21,5	2,30	1,28	1,86	1,72	0,49	0,57	0,31	0,05	0,44	3,76	4,28	3,14
	19	21,5	2,39	1,55	2,30	0,84	0,00	0,66	0,93	0,49	0,79	2,78	3,84	2,96
	20	21,5	2,61	2,26	2,17	0,27	0,27	0,00	0,53	0,67	0,97	2,47	3,83	2,87
	21	21,5	2,65	2,26	2,70	1,24	1,82	1,63	1,24	2,35	2,25	2,83	3,58	2,96
	22	21,5	3,23	3,36	4,20	3,32	4,42	3,98	2,66	4,07	4,46	4,07	4,33	3,85
	23	21,5	3,54	3,98	6,19	6,28	8,05	6,85	5,31	6,77	6,27	5,58	5,12	4,29
	0	21,5	4,38	4,47	7,42	8,62	10,66	9,55	7,92	9,07	7,64	6,89	5,83	4,73
	1	21,5	4,73	5,35	8,22	10,52	11,85	11,14	9,02	9,64	8,35	7,38	6,14	4,69
	2	21,5	4,02	5,04	8,04	9,50	11,50	11,49	9,02	9,46	7,60	7,38	5,48	4,38
	3	21,5	3,49	5,35	6,98	7,91	10,08	10,65	8,22	7,56	5,70	6,10	4,37	3,80
	4	21,5	3,45	4,51	6,32	6,45	8,76	9,41	7,61	6,02	3,40	4,24	3,71	3,71
	5	21,5	2,96	4,11	5,26	4,86	6,99	8,71	6,37	4,73	1,59	4,51	2,52	3,45
	6	21,5	2,39	2,92	4,99	3,40	5,35	7,11	5,71	2,70	1,85	3,23	2,56	2,61
	7	21,5	2,43	3,45	3,84	2,83	4,91	6,45	4,87	3,14	1,54	0,97	2,43	2,52
	8	21,5	0,71	2,83	2,47	2,34	5,00	5,57	4,20	2,83	0,75	0,71	2,21	1,42
	9	21,5	0,49	1,99	2,12	4,33	4,91	4,24	3,98	3,19	0,00	0,44	1,06	0,22
	10	21,5	0,84	0,00	1,55	0,00	4,65	3,93	2,48	2,97	0,13	0,00	1,01	0,00
	11	21,5	0,27	0,67	0,00	0,40	3,89	3,84	0,58	3,59	0,44	0,84	0,00	1,24
M. Catherinenburg.														
1841	12h	22',5	—	—	2,12	3,78	3,95	4,18	3,56	1,95	2,01	1,39	0,34	1,62
	13	22,5	—	—	5,18	3,67	3,51	3,84	3,67	2,23	2,39	2,06	0,00	1,51
	14	22,5	—	—	4,68	4,45	2,95	3,57	3,06	1,67	2,17	2,28	1,56	3,01
	15	22,5	—	—	4,12	4,06	3,12	2,45	3,11	1,95	1,28	2,78	1,95	2,73
	16	22,5	—	—	3,07	4,00	2,28	1,84	1,95	2,28	1,89	3,06	3,01	2,90

	17	22,5	—	—	3,56	3,67	1,33	1,45	0,00	1,45	2,00	3,56	3,68	3,18
	18	22,5	—	—	2,56	2,39	0,67	1,28	0,16	0,00	1,67	3,06	3,81	3,56
	19	22,5	—	—	1,73	0,78	0,00	0,00	1,33	0,11	1,11	2,17	3,68	3,56
	20	22,5	—	—	0,00	0,00	1,11	0,06	0,94	0,45	1,17	2,06	3,40	3,45
	21	22,5	—	—	0,17	0,50	1,17	0,89	1,89	1,50	0,89	1,78	2,79	3,56
	22	22,5	—	—	1,48	1,83	3,39	2,68	3,23	3,06	1,17	2,61	3,62	3,95
	23	22,5	—	—	4,12	5,45	6,34	5,29	5,29	4,90	4,01	3,95	3,79	4,29
	0	22,5	—	—	6,74	8,46	9,63	8,58	7,01	7,13	6,07	5,23	4,01	4,40
	1	22,5	—	—	7,52	11,13	11,86	10,91	8,74	6,23	6,18	5,17	3,73	4,23
	2	22,5	—	—	13,25	15,25	12,19	11,75	8,96	8,74	5,62	5,17	3,34	3,23
	3	22,5	—	—	7,13	10,30	10,69	11,30	8,63	7,85	5,62	2,89	2,45	3,01
	4	22,5	—	—	5,29	7,62	8,57	9,63	7,35	7,74	4,57	1,72	2,62	2,79
	5	22,5	—	—	4,12	6,51	6,29	8,02	5,51	3,79	3,56	2,06	1,12	1,28
	6	22,5	—	—	2,62	5,73	5,01	6,74	5,01	3,12	2,06	0,83	0,84	1,56
	7	22,5	—	—	3,34	4,95	4,67	5,46	4,79	2,95	0,00	2,06	1,28	0,95
	8	22,5	—	—	0,72	4,34	4,06	5,46	4,95	2,34	2,28	0,00	0,73	0,67
	9	22,5	—	—	0,84	4,62	4,28	5,29	4,73	2,62	2,12	0,11	1,50	0,00
	10	22,5	—	—	1,39	4,17	4,12	5,24	3,95	2,56	2,01	0,11	1,06	5,56
	11	22,5	—	—	1,45	3,34	4,01	4,68	3,95	2,67	1,73	0,78	0,39	0,28
1842	12	22,5	0,62	0,00	0,78	1,17	3,01	3,07	2,11	3,12	1,62	0,00	0,00	0,27
	13	22,5	0,62	1,22	1,39	1,61	2,89	2,90	1,06	3,62	1,00	0,56	0,28	0,77
	14	22,5	0,28	2,45	1,34	2,61	2,95	2,40	1,11	3,01	1,84	1,23	0,78	1,22
	15	22,5	0,89	1,22	1,11	3,17	2,39	2,34	0,67	2,40	1,34	1,23	0,89	1,16
	16	22,5	0,01	1,72	2,06	2,17	1,89	1,56	0,83	1,79	1,34	1,73	2,00	1,67
	17	22,5	1,56	2,56	1,78	2,17	1,06	0,78	0,61	0,89	1,06	2,23	1,84	1,89
	18	22,5	1,79	2,78	1,28	1,72	0,33	0,23	0,00	0,28	0,06	1,95	1,73	2,17
	19	22,5	2,12	2,56	0,78	0,72	0,00	0,00	0,55	0,00	0,06	1,06	2,23	2,17
	20	22,5	2,23	2,45	0,00	0,00	0,00	0,56	0,28	0,23	0,00	0,78	1,62	1,72
	21	22,5	1,88	3,00	0,89	0,11	0,89	1,90	1,39	1,95	0,78	0,73	1,06	1,50
	22	22,5	2,49	3,61	2,39	2,39	2,84	2,01	2,89	3,34	2,12	2,06	1,62	1,55
	23	22,5	2,84	3,95	4,40	5,12	5,34	4,62	1,56	5,13	4,01	2,62	2,00	1,72
	0	22,5	3,40	4,45	6,01	8,07	7,74	7,41	4,95	6,85	5,62	4,18	2,73	2,44

Ort u. mittlere Zeit des Orts.	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
L. Petersburg.												
1842 14h 21′,5	0′,00	0′,93	2′,70	9′,59	3′,05	3′,31	0′,00	1′,86	1′,46	3′,31	2′,30	2′,17
15 21,5	1,64	0,40	2,25	9,50	2,35	1,63	1,82	2,17	0,92	3,49	3,49	2,61
16 21,5	1,64	0,40	2,47	9,46	1,73	1,32	0,67	1,24	0,22	3,67	3,27	3,05
17 21,5	2,48	1,51	2,70	9,24	1,20	0,84	1,02	0,00	0,48	3,80	4,42	3,18
18 21,5	2,30	1,28	1,86	1,72	0,49	0,57	0,31	0,05	0,44	3,76	4,28	3,14
19 21,5	2,39	1,55	2,30	0,84	0,00	0,66	0,93	0,49	0,79	2,78	3,84	2,96
20 21,5	2,61	2,26	2,17	0,27	0,27	0,00	0,53	0,67	0,97	2,47	3,83	2,87
21 21,5	2,65	2,26	2,70	1,24	1,82	1,63	1,24	2,35	2,25	2,83	3,58	2,96
22 21,5	3,23	3,36	4,20	3,32	4,42	3,98	2,66	4,07	4,46	4,07	4,33	3,85
23 21,5	3,54	3,98	6,19	6,28	8,05	6,85	5,31	6,77	6,27	5,58	5,12	4,29
0 21,5	4,38	4,47	7,42	8,62	10,66	9,55	7,92	9,07	7,64	6,89	5,83	4,73
1 21,5	4,73	5,35	8,22	10,52	11,85	11,14	9,02	9,64	8,35	7,38	6,14	4,69
2 21,5	4,02	5,04	8,04	9,50	11,50	11,49	9,02	9,46	7,60	7,36	5,48	4,38
3 21,5	3,49	5,35	6,98	7,91	10,08	10,65	8,22	7,56	5,70	6,10	4,37	3,80
4 21,5	3,45	4,51	6,32	6,45	8,76	9,41	7,61	6,02	3,40	4,24	3,71	3,71
5 21,5	2,96	4,11	5,26	4,86	6,99	8,71	6,37	4,73	1,59	4,51	2,52	3,45
6 21,5	2,39	2,92	4,99	3,40	5,35	7,11	5,71	2,70	1,85	3,23	2,56	2,61
7 21,5	2,43	3,45	3,84	2,83	4,91	6,45	4,87	3,14	1,54	0,97	2,43	2,52
8 21,5	0,71	2,83	2,47	2,34	5,00	5,57	4,20	2,83	0,75	0,71	2,21	1,42
9 21,5	0,49	1,99	2,12	4,33	4,91	4,24	3,98	3,19	0,00	0,44	1,06	0,22
10 21,5	0,84	0,00	1,55	0,00	4,65	3,93	2,48	2,97	0,13	0,00	1,01	0,00
11 21,5	0,27	0,67	0,00	0,40	3,89	3,84	0,58	3,59	0,44	0,84	0,00	1,24
M. Catherinenburg.												
1841 12h 22′,5	—	—	2,12	3,78	3,95	4,18	3,56	1,95	2,01	1,39	0,34	1,62
13 22,5	—	—	5,18	3,67	3,51	3,84	3,67	2,23	2,39	2,06	0,00	1,51
14 22,5	—	—	4,68	4,45	2,95	3,57	3,06	1,67	2,17	2,28	1,56	3,01
15 22,5	—	—	4,12	4,06	3,12	2,45	3,11	1,95	1,28	2,78	1,95	2,73
16 22,5	—	—	3,67	4,00	2,28	1,84	1,95	2,28	1,89	3,06	3,01	2,90



	17	22,5	—	—	3,56	3,67	1,33	1,45	0,00	1,45	2,00	3,56	3,68	3,18
	18	22,5	—	—	2,56	2,39	0,67	1,28	0,16	0,00	1,67	3,06	3,81	3,56
	19	22,5	—	—	1,73	0,78	0,00	0,00	1,33	0,11	1,11	2,17	3,68	3,56
	20	22,5	—	—	0,00	0,00	1,11	0,06	0,94	0,45	1,17	2,06	3,40	3,45
	21	22,5	—	—	0,17	0,50	1,17	0,89	1,89	1,50	0,89	1,78	2,79	3,56
	22	22,5	—	—	1,48	1,83	3,39	2,68	3,23	3,06	1,17	2,61	3,62	3,95
	23	22,5	—	—	4,12	5,45	6,34	5,29	5,29	4,90	4,01	3,95	3,79	4,29
	0	22,5	—	—	6,74	8,46	9,63	8,58	7,01	7,13	6,07	5,23	4,01	4,40
	1	22,5	—	—	7,52	11,13	11,86	10,91	8,74	6,23	6,18	5,17	3,73	4,23
	2	22,5	—	—	13,25	15,25	12,19	11,75	8,96	8,74	5,62	5,17	3,34	3,23
	3	22,5	—	—	7,13	10,30	10,69	11,30	8,63	7,85	5,62	2,89	2,45	3,01
	4	22,5	—	—	5,29	7,62	8,57	9,63	7,35	7,74	4,57	1,72	2,62	2,79
	5	22,5	—	—	4,12	6,51	6,29	8,02	5,51	3,79	3,56	2,06	1,12	1,28
	6	22,5	—	—	2,62	5,73	5,01	6,74	5,01	3,12	2,06	0,83	0,84	1,56
	7	22,5	—	—	3,34	4,95	4,67	5,46	4,79	2,95	0,00	2,06	1,28	0,95
	8	22,5	—	—	0,72	4,34	4,06	5,46	4,95	2,34	2,28	0,00	0,73	0,67
	9	22,5	—	—	0,84	4,62	4,28	5,29	4,73	2,62	2,12	0,11	1,50	0,00
	10	22,5	—	—	1,39	4,17	4,12	5,24	3,95	2,56	2,01	0,11	1,06	5,56
	11	22,5	—	—	1,45	3,34	4,01	4,68	3,95	2,67	1,73	0,78	0,39	0,28
1842	12	22,5	0,62	0,00	0,78	1,17	3,01	3,07	2,11	3,12	1,62	0,00	0,00	0,27
	13	22,5	0,62	1,22	1,39	1,61	2,89	2,90	1,06	3,62	1,00	0,56	0,28	0,77
	14	22,5	0,28	2,45	1,34	2,61	2,95	2,40	1,11	3,01	1,84	1,23	0,78	1,22
	15	22,5	0,89	1,22	1,11	3,17	2,39	2,34	0,67	2,40	1,34	1,23	0,89	1,16
	16	22,5	0,01	1,72	2,06	2,17	1,89	1,56	0,83	1,79	1,34	1,73	2,00	1,67
	17	22,5	1,56	2,56	1,78	2,17	1,06	0,78	0,61	0,89	1,06	2,23	1,84	1,89
	18	22,5	1,79	2,78	1,28	1,72	0,33	0,23	0,00	0,28	0,06	1,95	1,73	2,17
	19	22,5	2,12	2,56	0,78	0,72	0,00	0,00	0,55	0,00	0,06	1,06	2,23	2,17
	20	22,5	2,23	2,45	0,00	0,00	0,00	0,56	0,28	0,23	0,00	0,78	1,62	1,72
	21	22,5	1,88	3,00	0,89	0,11	0,89	1,90	1,39	1,95	0,78	0,73	1,06	1,50
	22	22,5	2,49	3,61	2,39	2,39	2,84	2,01	2,89	3,34	2,12	2,06	1,62	1,55
	23	22,5	2,84	3,95	4,40	5,12	5,34	4,62	1,56	5,13	4,01	2,62	2,00	1,72
	0	22,5	3,40	4,45	6,01	8,07	7,74	7,41	4,95	6,85	5,62	4,18	2,73	2,44

Ort u. mittlere Zeit des Orts.	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
M. Catherinenburg.												
1842 1h 22′,5	3′,40	4′,23	6′,29	9′,85	8′,35	8′,08	6′,45	8′,02	6′,07	4′,40	2′,84	2′,89
2 22,5	2,45	4,17	5,68	9,79	10,02	9,13	7,23	8,02	5,35	4,07	2,62	2,39
3 22,5	2,06	3,61	4,68	8,74	9,02	9,30	7,29	7,18	5,23	3,34	1,73	1,72
4 22,5	1,51	2,84	4,01	6,45	8,13	7,74	5,84	5,96	3,45	2,90	1,28	1,72
5 22,5	1,62	2,56	3,23	4,90	6,40	6,46	5,01	4,62	1,84	2,12	0,72	1,22
6 22,5	1,01	2,00	2,84	4,28	4,90	5,29	4,45	3,62	2,01	1,67	0,89	1,33
7 22,5	1,17	1,76	2,67	3,67	4,29	5,46	4,67	3,23	1,56	1,45	0,56	1,22
8 22,5	0,56	1,28	1,89	3,00	4,23	5,18	4,06	3,23	1,34	4,00	0,00	0,83
9 22,5	0,39	0,89	1,78	2,67	3,56	4,68	3,39	3,34	1,23	0,62	0,00	0,89
10 22,5	0,06	0,11	1,28	2,11	3,51	3,73	3,34	2,79	0,95	0,17	0,17	0,16
11 22,5	0,00	0,94	0,83	2,61	3,28	3,51	2,67	3,12	1,34	0,34	0,06	0,00
N. Barnaul.												
1842 12h 54′	0,70	0,76	1,57	3,38	3,09	3,32	3,31	2,68	2,10	0,46	0,06	0,00
13 54	0,82	0,70	1,81	3,03	2,80	3,09	3,08	3,20	1,86	1,05	0,41	0,23
14 54	0,64	0,53	2,15	2,91	2,80	2,91	3,02	3,32	1,80	1,05	0,35	0,52
15 54	1,11	0,93	2,04	3,38	2,45	4,77	2,79	2,85	2,21	1,34	0,76	0,52
16 54	0,64	1,46	2,27	3,55	1,63	2,15	1,05	2,04	2,04	1,45	0,76	1,22
17 54	1,29	0,92	2,27	2,45	0,93	1,75	0,17	0,87	1,34	1,80	1,40	1,57
18 54	1,75	2,27	1,81	1,69	0,12	0,41	0,11	0,41	0,58	1,39	1,46	1,22
19 54	1,81	1,98	0,58	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,52	1,05	1,10
20 54	1,69	1,52	0,00	0,00	0,82	0,41	0,87	0,58	0,52	0,00	0,58	0,64
21 54	1,40	1,98	0,93	0,76	2,39	1,98	1,92	1,92	1,34	0,17	0,76	0,23
22 54	1,57	2,45	2,27	2,85	4,48	3,96	3,55	3,96	2,97	0,87	2,04	0,46
23 54	1,45	2,56	3,96	5,18	6,46	6,17	5,58	5,12	2,72	1,86	1,57	1,16
0 54	2,10	2,45	5,00	7,04	7,91	7,85	6,57	5,64	4,36	3,43	2,27	1,57
1 54	2,33	2,68	5,47	7,86	8,38	8,79	6,75	6,34	4,48	3,43	1,98	1,57
2 54	1,98	2,45	4,77	8,09	7,97	9,16	7,56	6,05	3,90	2,50	2,33	1,51
3 54	1,22	1,75	3,90	6,93	7,22	7,91	7,39	5,35	2,56	1,86	1,28	1,05

	4	54	1,11	1,92	2,97	5,76	5,24	6,40	5,35	4,54	2,62	1,98	0,53	0,58
	5	54	0,70	1,81	3,09	4,43	4,83	5,41	4,75	3,49	2,10	1,98	0,70	0,58
	6	54	0,12	1,75	3,20	4,46	4,48	5,24	4,42	3,61	1,92	1,98	0,35	0,23
	7	54	1,05	0,93	2,85	4,08	4,31	5,18	4,24	3,37	1,63	1,39	0,41	0,23
	8	54	0,70	0,88	2,56	3,84	4,13	5,64	4,54	3,14	2,04	0,87	1,12	0,35
	9	54	0,24	0,64	2,39	3,79	4,02	5,30	4,54	2,91	1,98	1,10	1,53	0,06
	10	54	0,00	0,41	1,98	3,67	4,02	4,77	4,07	2,97	1,92	0,70	0,00	0,23
	11	54	0,06	0,00	1,51	3,44	3,44	4,13	3,78	2,91	1,63	0,52	0,00	0,17
O. Nertschinsk. 1842	12h	17,6	0,00	0,41	0,97	2,42	3,45	3,96	3,80	3,05	0,98	1,10	0,17	0,17
	13	17,6	0,35	0,00	0,80	2,07	3,39	3,47	3,10	2,71	0,98	1,56	0,00	0,23
	14	17,6	0,81	0,41	0,97	1,96	2,93	2,87	3,22	2,42	0,93	0,75	0,12	0,29
	15	17,6	0,46	0,58	1,09	2,13	2,64	2,18	2,36	2,30	1,21	0,70	0,29	0,58
	16	17,6	0,69	0,58	1,78	2,36	2,07	1,55	2,42	2,08	1,04	0,75	0,69	0,58
	17	17,6	1,38	1,04	2,01	1,90	1,27	0,57	2,36	1,56	0,52	1,62	0,81	1,04
	18	17,6	0,92	1,33	1,78	1,90	0,34	0,00	1,21	0,58	0,47	1,62	1,10	1,21
	19	17,6	0,67	1,85	1,03	1,32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,98	1,15	0,98
	20	17,6	1,84	1,15	0,00	0,00	0,40	0,11	0,58	0,58	0,24	0,00	0,58	0,75
	21	17,6	1,15	1,50	0,34	0,52	1,38	1,38	2,42	2,19	1,10	0,12	0,23	0,35
	22	17,6	1,15	1,96	1,61	1,72	3,39	3,33	4,72	4,38	2,02	1,33	0,58	0,86
	23	17,6	1,78	2,59	3,62	3,91	5,64	5,23	6,15	6,27	3,28	2,36	2,02	1,44
	0	17,6	2,53	2,94	5,17	6,04	7,25	6,90	7,42	7,48	4,32	3,34	2,36	2,30
	1	17,6	2,76	3,34	5,40	7,99	8,22	8,22	8,40	7,94	4,49	3,00	2,25	2,24
	2	17,6	2,01	3,11	5,23	8,51	8,28	8,45	8,74	7,19	3,92	2,13	1,84	1,61
	3	17,6	1,32	2,13	4,42	7,88	7,76	8,11	7,82	6,16	2,94	2,19	1,15	0,98
	4	17,6	1,32	1,79	3,10	6,32	6,84	6,78	6,33	4,78	1,27	1,92	1,15	0,75
	5	17,6	1,38	1,73	2,47	5,29	5,41	5,35	5,64	4,32	1,04	2,08	0,94	0,75
	6	17,6	1,38	2,25	2,70	3,97	4,49	4,08	4,37	3,34	1,21	1,92	0,98	0,75
	7	17,6	0,63	1,96	2,58	3,57	4,08	4,25	3,80	3,80	1,90	2,13	0,81	0,29
	8	17,6	0,23	0,75	2,58	3,22	4,49	4,08	4,37	3,63	1,73	1,73	0,87	0,52
	9	17,6	0,52	0,52	2,24	2,99	4,26	4,31	4,66	3,86	1,50	1,79	0,46	0,17
	10	17,6	0,23	0,12	1,61	2,82	4,26	4,48	4,60	3,69	1,27	1,27	0,29	0,11

Ort u. mittlere Zeit des Orts.	Januar.	Februar.	Mrz.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
O. Nertschinsk.												
1842 11ʰ 17′,6	0′,35	0′,52	1′,55	2′,47	4′,03	4′,37	4′,20	3′,34	1′,44	1′,04	0′,29	0′,00
P. Toronto.												
1841 13ʰ 57′,5	1,27	2,95	3,00	2,23	4,31	6,41	4,97	5,06	2,36	0,40	1,01	2,62
15 57,5	1,54	2,14	2,54	2,06	3,30	5,14	4,73	5,86	2,16	0,41	0,98	2,12
17 57,5	3,20	0,05	1,83	0,73	0,00	0,72	1,59	1,20	0,54	1,56	2,65	1,24
19 57,5	1,30	0,88	0,00	0,00	0,33	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,28	2,40
21 57,5	0,37	0,56	3,16	3,09	3,42	6,12	4,30	5,55	4,61	1,30	2,45	2,39
23 57,5	4,36	4,87	8,47	9,15	9,23	11,09	11,50	12,76	8,77	6,61	5,93	5,94
1 57,5	6,46	7,36	9,84	11,11	10,95	12,08	13,12	13,37	9,78	7,10	6,08	6,78
3 57,5	5,83	5,93	7,89	8,62	8,84	9,82	10,34	9,74	6,38	4,54	4,06	4,14
5 57,5	3,60	4,32	5,04	5,66	5,64	6,19	7,37	8,41	4,97	2,00	1,38	0,33
7 57,5	0,83	1,07	3,94	3,68	4,16	6,72	5,91	4,16	2,38	0,48	0,00	0,00
9 57,5	0,00	0,00	2,98	2,35	3,71	5,81	4,16	2,26	3,23	0,45	1,01	1,16
11 57,5	0,72	1,86	3,37	2,96	3,89	4,86	3,39	5,71	1,81	1,04	0,00	1,43
1842 13 57,5	2,81	1,46	2,88	2,17	3,39	5,36	6,47	5,50	3,75	4,87	2,17	1,63
15 57,5	2,95	1,39	2,52	0,00	3,01	4,69	6,15	4,08	2,01	3,46	1,01	1,29
17 57,5	2,76	0,44	2,66	1,44	0,31	0,70	2,74	0,88	0,28	2,91	1,00	1,01
19 57,5	0,00	0,00	0,00	0,85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
21 57,5	1,85	0,41	1,22	3,64	4,53	3,81	4,39	6,85	4,66	3,08	2,10	0,16
23 57,5	6,37	4,29	7,25	8,44	9,48	9,86	10,59	12,00	9,67	7,92	5,70	4,07
1 57,5	6,93	5,49	8,99	9,49	9,73	11,90	12,28	11,13	9,63	8,19	5,53	4,56
3 57,5	5,16	4,78	7,59	8,51	7,00	9,32	10,06	7,21	6,36	6,24	3,23	2,89
5 57,5	2,90	3,01	5,49	6,05	4,57	6,54	7,09	5,38	4,74	4,54	1,11	1,33
7 57,5	1,49	1,36	3,24	5,29	4,38	5,17	3,91	4,44	2,66	3,14	0,29	0,54
9 57,5	0,93	0,35	2,32	4,51	3,51	4,61	4,46	4,97	3,69	1,98	0,21	0,11
11 57,5	2,42	0,73	2,21	4,00	3,77	4,65	3,64	4,62	3,16	4,14	0,73	1,47
Q. Vandiemens-Insel.												
1841 12ʰ 10′	4,60	1,39	2,85	1,10	0,25	0,37	0,55	0,50	1,38	2,32	2,63	2,83

4	54	1,11	1,92	2,97	5,76	5,24	6,40	5,35	4,54	2,62	1,98	0,53	0,58
5	54	0,70	1,81	3,09	4,43	4,83	5,41	4,75	3,49	2,10	1,98	0,70	0,58
6	54	0,12	1,75	3,20	4,48	4,48	5,24	4,42	3,61	1,92	1,98	0,35	0,23
7	54	1,05	0,93	2,85	4,08	4,31	5,18	4,24	3,37	1,63	1,39	0,41	0,23
8	54	0,70	0,88	2,56	3,84	4,13	5,64	4,54	3,14	2,04	0,87	1,12	0,35
9	54	0,24	0,64	2,39	3,79	4,02	5,30	4,54	2,91	1,98	1,10	1,53	0,06
10	54	0,00	0,41	1,88	3,67	4,02	4,77	4,07	2,97	1,92	0,70	0,00	0,23
11	54	0,06	0,00	1,51	3,44	3,44	4,13	3,78	2,91	1,63	0,52	0,00	0,17
O. Nertschinsk. 1842													
12h	17,6	0,00	0,41	0,97	2,42	3,45	3,96	3,80	3,05	0,98	1,10	0,17	0,17
13	17,6	0,35	0,00	0,80	2,07	3,39	3,47	3,10	2,71	0,98	1,56	0,00	0,23
14	17,6	0,81	0,41	0,97	1,96	2,93	2,87	3,22	2,42	0,93	0,75	0,12	0,29
15	17,6	0,46	0,58	1,09	2,13	2,64	2,18	2,36	2,30	1,21	0,70	0,29	0,58
16	17,6	0,69	0,58	1,78	2,36	2,07	1,55	2,42	2,08	1,04	0,75	0,69	0,58
17	17,6	1,38	1,04	2,01	1,90	1,27	0,57	2,36	1,56	0,52	1,62	0,81	1,04
18	17,6	0,92	1,33	1,78	1,90	0,34	0,00	1,21	0,58	0,47	1,62	1,10	1,21
19	17,6	0,67	1,85	1,03	1,32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,98	1,15	0,98
20	17,6	1,84	1,15	0,00	0,00	0,40	0,11	0,58	0,58	0,24	0,00	0,58	0,75
21	17,6	1,15	1,50	0,34	0,52	1,38	1,38	2,42	2,19	1,10	0,12	0,23	0,35
22	17,6	1,15	1,56	1,61	1,72	3,39	3,33	4,72	4,38	2,02	1,33	0,58	0,86
23	17,6	1,78	2,59	3,62	3,91	5,64	5,23	6,15	6,27	3,28	2,36	2,02	1,44
0	17,6	2,53	2,94	5,17	6,04	7,25	6,90	7,42	7,48	4,32	3,34	2,36	2,30
1	17,6	2,76	3,31	5,40	7,99	8,22	8,22	8,40	7,94	4,49	3,00	2,25	2,24
2	17,6	2,01	3,11	5,23	8,51	8,28	8,45	8,74	7,19	3,92	2,13	1,84	1,61
3	17,6	1,32	2,13	4,42	7,88	7,76	8,11	7,82	6,16	2,94	2,19	1,15	0,98
4	17,6	1,32	1,79	3,10	6,32	6,84	6,78	6,33	4,78	1,27	1,92	1,15	0,75
5	17,6	1,38	1,73	2,47	5,29	5,41	5,35	5,64	4,32	1,04	2,08	0,94	0,75
6	17,6	1,38	2,25	2,70	3,97	4,49	4,08	4,37	3,34	1,21	1,92	0,98	0,75
7	17,6	0,63	1,96	2,58	3,57	4,08	4,25	3,80	3,80	1,90	2,13	0,81	0,29
8	17,6	0,23	0,75	2,58	3,22	4,49	4,08	4,37	3,63	1,73	1,73	0,87	0,52
9	17,6	0,52	0,52	2,24	2,99	4,26	4,31	4,66	3,86	1,50	1,79	0,46	0,17
10	17,6	0,23	0,12	1,61	2,82	4,26	4,48	4,60	3,69	1,27	1,27	0,29	0,11

[illegible] Zeit des Orts		Januar	Februar.	[illegible]	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
O [illegible]													
1 [illegible]	11h 17',5	0',35	0',52	1',55	2',47	4',03	4',37	4',20	3',34	1',44	1',04	0',29	0',00
P Toronto													
1841	13h 57',5	1,27	2,95	3,00	2,23	4,31	6,41	4,97	5,06	2,36	0,40	1,01	2,62
	15 57,5	1,51	2,11	2,51	2,06	3,30	5,14	4,73	5,86	2,16	0,41	0,98	2,12
	17 57,5	3,20	0,05	1,83	0,73	0,00	0,72	1,59	1,20	0,54	1,56	2,65	1,24
	19 57,5	1,30	0,88	0,00	0,00	0,33	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,28	2,40
	21 57,5	0,37	0,56	3,16	3,09	3,42	6,12	4,30	5,55	4,61	1,30	2,45	2,39
	23 57,5	4,36	4,87	8,47	9,15	9,23	11,09	11,50	12,76	8,77	6,61	5,93	5,94
	1 57,5	6,46	7,36	9,84	11,11	10,95	12,08	13,12	13,37	9,78	7,10	6,08	6,78
	3 57,5	5,83	5,93	7,89	8,62	8,84	9,82	10,34	9,74	6,38	4,54	4,06	4,14
	5 57,5	3,60	4,32	5,01	5,66	5,64	6,19	7,37	8,41	4,97	2,00	1,38	0,33
	7 57,5	0,83	1,07	3,94	3,68	4,16	6,72	5,91	4,16	2,38	0,48	0,00	0,00
	9 57,5	0,00	0,00	2,98	2,35	3,71	5,81	4,16	2,26	3,23	0,45	1,01	1,16
	11 57,5	0,72	1,86	3,37	2,96	3,89	4,86	3,39	5,71	1,81	1,04	0,00	1,43
1842	13 57,5	2,81	1,16	2,88	2,17	3,39	5,36	6,47	5,50	3,75	4,87	2,17	1,63
	15 57,5	2,95	1,39	2,52	0,00	3,01	4,69	6,15	4,08	2,01	3,46	1,01	1,29
	17 57,5	2,76	0,44	2,66	1,44	0,31	0,70	2,74	0,88	0,28	2,91	1,00	1,01
	19 57,5	0,00	0,00	0,00	0,85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	21 57,5	1,85	0,41	1,22	3,64	4,53	3,81	4,39	6,85	4,66	3,08	2,10	0,16
	23 57,5	6,37	4,29	7,25	8,44	9,48	9,86	10,59	12,00	9,67	7,92	5,70	4,07
	1 57,5	6,93	5,19	8,99	9,49	9,73	11,90	12,28	11,13	9,63	8,19	5,53	4,56
	3 57,5	5,16	4,78	7,59	8,51	7,00	9,32	10,06	7,21	6,36	6,24	3,23	2,89
	5 57,5	2,90	3,01	5,49	6,05	4,57	6,54	7,09	5,38	4,74	4,54	1,11	1,33
	7 57,5	1,49	1,36	3,24	5,29	4,38	5,17	3,91	4,44	2,66	3,14	0,29	0,54
	9 57,5	0,93	0,35	2,32	4,51	3,51	4,61	4,46	4,97	3,69	1,98	0,21	0,11
	11 57,5	2,42	0,73	2,21	4,00	3,77	4,65	3,64	4,62	3,16	4,14	0,73	1,47
Q. Vandiemens-Insel.													
1841	12h 10'	4,59	1,39	2,85	1,10	0,25	0,37	0,55	0,50	1,38	2,32	2,63	2,83

14	10	4,03	[illegible]	2,91	2,43	[illegible]	0,83	0,74	[illegible]	0,75	[illegible]	4,00	3,15
16	10	4,02	2,02	3,75	2,24	[illegible]	1,53	2,64	[illegible]	2,98	4,00	4,22	3,51
18	10	2,00	0,13	2,54	2,51	[illegible]	1,44	[illegible]	2,04	[illegible]	2,69	2,35	2,35
20	10	0,00	0,00	0,00	0,56	[illegible]	1,70	1,55	[illegible]	0,55	0,00	0,00	0,00
22	10	[illegible]	1,64	1,76	0,00	0,00	0,97	[illegible]	[illegible]	0,00	1,38	[illegible]	1,61
0	10	9,01	6,42	7,47	3,74	[illegible]	1,81	2,27	2,87	[illegible]	7,26	7,48	7,55
2	10	12.77	8,42	10,07	6,74	4,73	3,58	[illegible]	5,08	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11,36
4	10	[illegible]	7,31	8,29	5,20	4,25	3,07	3,95	5,03	[illegible]	[illegible]	9,73	9,94
6	10	[illegible]	5,32	5,22	2,84	2,46	1,72	[illegible]	2,97	[illegible]	5,89	7,06	7,33
8	10	6,29	4,34	3,86	[illegible]	0,32	0,72	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3,91	[illegible]	5,66
10	10	4,34	2,67	2,83	0,89	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2,45	[illegible]	4,24

Tabelle II.

Tägliche Bewegung der Horizontal-Intensität, in Zehntausendstel der Horizontal-Intensität.

Ort u. mittlere Zeit des Orts.	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
4. Mailand.												
1837 20h 0'	18,3	6,4	10,8	17,0	2,0	8,2	6,0	11,6	11,8	13,1	10,9	11,0
	—1,32	—1,83	—2,56	—1,22	—1,19	—1,00	—0,83	—0,89	—1,72	—1,67	—2,13	—1,37
21 15	2,7	2,5	2,7	3,9	0,5	0,0	0,0	0,0	0,4	2,6	[illegible]	3,7
	—0,96	—1,22	—0,79	—0,55	—0,49	0,00	0,00	0,00	—0,70	—0,78	—1,95	—1,04
22 30	2,5	1,9	0,0	0,0	0,0	3,3	11,4	1,3	0,0	0,0	3,6	1,3
	—0,42	—0,63	0,00	0,00	0,00	+0,71	+0,54	+0,73	0,00	0,00	—0,99	—0,52
23 45	0,0	0,0	6,6	9,2	5,9	7,6	12,9	10,9	10,3	8,7	0,0	2,0
	0,00	0,00	+0,42	+0,42	+0,42	+1,40	+1,09	+1,42	+0,70	+0,85	0,00	—0,11
1 0	6,0	0,3	7,6	9,5	5,3	10,1	16,6	10,4	17,9	16,2	1,4	1,3
	+0,31	+0,10	+0,94	+0,74	+0,82	+1,91	+1,72	+1,75	+0,95	+1,06	—0,01	+0,16
2 45	9,6	4,3	11,0	17,2	10,8	19,3	22,6	16,0	19,3	17,0	5,9	4,2
	+0,45	+0,82	+1,13	+0,90	+1,13	+2,48	+2,53	+2,16	+1,25	+1,34	+0,05	+0,32

[illegible]	[illegible]	Zeit der Obs.		Januar	Februar	Marz.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
A [illegible]															
	[illegible]	5h	30'	15,6	4,0	11,1	21,4	15,3	26,6	27,1	20,1	19,7	16,0	0,5	0,0
				+0,14	+0,1[illegible]	+0,71	+0,44	+0,99	+2,35	+2,23	+1,86	+0,78	+0,78	—0,35	0,00
		6	0	16,2	2,9	20,1	23,6	20,2	26,8	33,0	30,0	25,6	21,1	5,1	5,8
				0,18	—0,26	+0,28	—0,01	+0,59	+1,41	+1,64	+1,63	+0,23	+0,20	—0,96	—0,23
		7	30	18,9	4,6	18,5	27,0	22,6	29,6	33,6	32,2	27,1	22,0	6,8	2,5
				0,51	- 0,66	- 0,21	—0,58	—0,18	+1,31	+0,35	+0,27	—0,56	—0,41	—1,19	—0,34
		9	15	16,1	5,0	23,0	27,9	14,9	25,9	31,5	31,0	27,6	25,3	5,8	4,7
				- 0,81	- 1,05	—0,68	—1,05	—1,20	—0,70	—0,81	—0,63	—1,48	—1,02	—1,67	—0,50
		11	0	17,9	5,2	23,2	26,1	17,2	26,8	29,6	29,9	29,1	24,1	11,4	6,5
				0,95	—1,32	—0,87	—1,38	—1,64	—1,51	—1,62	—1,42	—2,34	—1,68	—2,07	—0,67
		Nacht		19,7	8,7	19,8	23,0	10,9	23,9	24,7	26,3	25,3	25,1	13,5	10,2
				—1,11	—1,74	—1,40	—1,70	—1,94	—1,78	—1,43	—1,19	—2,67	—1,87	—2,28	—0,95
	1838	20	0	14,6	18,1	11,5	17,0	4,9	0,0	1,2	3,6	15,2	13,9	12,4	10,2
				—1,18	—1,24	—1,77	—2,19	—0,96	0,00	—1,52	—0,97	—1,79	—2,05	—2,14	—1,32
		21	15	5,9	7,0	6,3	6,2	0,0	0,1	0,7	0,0	5,9	16,4	3,9	5,3
				- 0,68	- 0,75	—0,97	—0,94	0,00	+0,84	—0,56	0,00	—0,90	—0,99	—1,66	—0,80
		22	30	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	0,9	0,0	0,5	0,0	0,0	1,8	0,0
				0,00	0,00	0,00	0,00	+0,85	+1,48	0,00	+0,92	0,00	0,00	—0,88	0,00
		23	45	6,0	1,3	3,9	3,4	5,2	9,2	8,1	9,4	11,5	4,8	0,6	1,3
				+0,49	+0,57	+0,69	+0,79	+1,57	+2,00	+0,52	+1,69	+0,70	+0,72	—0,29	+0,61
		1	0	5,7	4,6	7,3	6,1	5,4	13,1	10,1	16,8	15,5	3,7	0,0	1,9
				+0,64	+0,81	+1,08	+1,09	+2,38	+2,35	+2,37	+2,28	+1,12	+1,42	0,00	+0,87
		2	45	11,0	5,2	12,2	12,4	10,5	19,2	18,2	20,9	19,6	10,3	3,8	3,9
				+0,57	+0,86	+1,25	+1,18	+2,81	+2,67	+1,76	+2,72	+1,32	+1,80	+0,15	+0,96
		4	30	11,2	4,7	15,3	15,9	14,9	19,6	16,7	20,8	18,2	8,9	6,7	3,5
				+0,11	+0,63	+0,87	+0,45	+2,59	+2,95	+1,96	+2,65	+1,05	+1,23	+0,32	+0,68
		6	0	13,9	11,2	16,0	21,2	19,5	22,2	20,7	23,1	23,5	14,7	9,1	4,7
				—1,09	-0,09	+0,18	—0,15	+1,08	+2,78	+1,31	+2,12	+0,40	+0,15	—0,44	+0,14

VII.

	7	30	13,1	8,0	17,0	20,2	18,9	18,9	22,1	22,1	28,5	16,7	11,4	4,9
			−0,49	−0,37	+0,09	−1,10	−0,02	+1,02	+0,14	+0,87	−0,38	−0,52	−0,95	−0,35
	9	15	13,7	9,5	17,0	9,7	10,6	23,7	21,7	22,2	27,1	18,4	11,9	4,7
			−0,70	−0,68	−0,47	−2,20	−1,09	−0,42	−1,25	−0,39	−1,04	−1,27	−1,42	−0,81
	11	0	13,4	13,3	16,2	20,9	15,2	20,9	18,6	18,1	23,7	18,2	11,2	3,6
			−0,88	−0,92	−1,00	−2,91	−1,86	−0,66	−2,47	−1,33	−1,79	−1,95	,40	−1,14
	Nacht		16,8	17,7	17,7	19,7	4,9	18,3	5,4	17,7	21,4	19,2	3,7	7,1
			−1,05	−1,04	− 1,44	3,36	−2,00	−1,11	2,69	−1,59	−2,14	−2,18	,5	−1,22
B. München.														
1842	14h	6,7	0,52	3,17	6,44	4,04	8,26	0,28	14,51	11,95	11,86	10,34	5,94	1,73
	16	6,7	1,91	3,86	6,96	2,30	7,38	2, 7	12,84	9,70	11,39	,17	7,55	3,41
	18	6,7	3,90	4,99	6,68	1,06	5,76	4,61	9,02	8,72	8,66	10,70	7,00	4,93
	19	6,7	4,94	5,11	5,26	8,65	3,60	,37	7,75	4,68	5,62	9,	6,65	4,52
	20	6,7	4,06	4,20	3,65	5,2	1, 9	0,37	4,08	0,65	2,33	5,81	5,52	3,70
	21	6,7	2,00	2,76	0,79	2,29	0,00	0,30	0,00	0,00	0,95	2,69	2,99	1,42
	22	6,7	0,00	0,78	0,00	0,73	0,6	0,00	1,86	,42	0,00	,00	0,00	0,00
	23	6,7	0,29	0,00	0,60	0,00	4,44	2,69	3,86	3, 3	2,46	,84	0,02	0,00
	0	6,7	2,17	0,53	2,96	4, 6	6,35	5,76	6,08	8,06	7,67	3,	0,59	0,49
	1	6,7	2,80	1,51	4,87	8,88	7,08	7,76	8,17	,86	11,08	5,5	2,12	1,54
	2	6,7	3,40	2,78	6, 7	0,46	8,54	10,94	12,32	12,54	13,19	7,69	1,10	1,40
	3	6,7	2,48	1,75	7,26	3,9	10,6	3,63	13,57	13,61	13,15	6,82	1,14	2,04
	4	6,7	1,48	1,28	6, 2	3,60	9,74	3,82	15,68	14,32	11,59	6,59	1,25	1,60
	5	6,7	1,18	0,60	6,92	3,22	9, 3	3,06	16,30	12,98	12,07	8,28	2,89	1,60
	6	6,7	1,79	2,50	6,82	3,90	1,50	4, 6	17,16	14,58	13,69	9,06	4, 3	2,42
	8	6,7	1,78	3,95	7, 3	17,96	12,28	3,48	18,54	18,70	16,69	9,89	6,44	0,94
	10	6,7	1,36	2,18	7,08	5,3	12,46	3,66	16,72	19,03	14,83	1,36	4,26	15
	12	6,7	0,68	2,98	5,72	6,02	1 ,0	,45	4,75	16,32	14,11	9,92	4,97	1,92
1843	13	6,7	2,60	3,71	7,6	9,92	,03	3,62	5,76	17,83	14,56	2,31	4,49	1,94
	14	6,7	2,74	2,63	7,64	9,72	10,08	2, 2	4,81	15,96	15,07	1,74	5,28	2,41
	16	6,7	4,08	2,46	6,80	8,22	9,46	12,05	13,97	15,59	14,60	12,05	6,08	4,99
	18	6,7	5,84	2,99	7,34	8,56	7,46	10,52	11,75	11,62	13,09	13,3	6,35	6,01

* Den 17. und 18. in den Mitteln ausgelassen.

I

Ort u. mittlere Zeit des Orts.			Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
B. München.														
1843	19h	6',7	6',25	3',46	7',52	8',44	4',07	8',17	9',66	10',08	9',98	11',22	7',00	7',43
	20	6,7	5,71	3,48	5,70	5,72	1,48	4,72	6,18	5,21	6,01	6,49	4,91	7,13
	21	6,7	3,06	1,73	3,16	1,48	0,00	1,32	2,77	1,98	2,48	2,93	2,09	4,26
	22	6,7	0,96	1,22	0,34	0,00	1,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,36	1,01
	23	6,7	0,16	0,00	0,00	1,74	2,77	0,94	0,11	2,57	1,10	0,56	0,00	0,73
	0	6,7	0,00	0,76	2,64	4,68	6,22	3,67	3,37	7,79	7,37	2,47	1,46	1,82
	1	6,7	2,06	2,36	4,62	7,14	9,22	8,53	7,36	11,21	9,36	5,04	3,72	1,67
	2	6,7	2,88	2,76	5,96	8,21	11,91	11,52	9,38	13,21	9,62	7,14	2,72	1,64
	3	6,7	3,79	1,85	4,19	7,84	11,77	13,12	14,03	15,49	10,88	7,74	2,66	0,80
	4	6,7	3,92	1,62	5,42	8,30	11,93	13,24	14,10	16,02	11,47	6,80	2,45	1,50
	5	6,7	2,78	1,46	4,60	8,44	12,94	13,64	14,98	16,13	10,91	8,12	3,02	0,22
	6	6,7	2,78	0,88	4,19	8,68	13,54	13,45	15,73	16,87	11,44	10,10	4,30	0,48
	7	6,7	—	3,08	4,31	8,08	14,84	15,78	15,58	18,70	15,43	12,98	4,09	0,00
	8	6,7	3,08	2,74	5,04	8,99	13,94	16,21	15,55	18,97	14,34	11,80	3,77	1,04
	9	6,7	—	4,19	6,17	9,19	13,19	16,30	16,60	19,38	16,30	12,20	3,66	1,43
	10	6,7	3,08	3,61	6,52	9,97	13,00	16,22	16,67	19,56	17,63	13,15	3,86	1,55
	12	6,7	3,49	4,27	5,83	10,22	11,45	15,46	15,70	17,05	14,75	11,98	4,37	3,59
1844	13	6,7	3,07	2,02	8,87	14,04	10,52	12,86	13,78	17,92	14,52	12,23	4,94	3,48
	14	6,7	2,75	0,72	5,74	13,11	9,74	12,91	13,52	16,30	13,64	12,31	4,55	3,47
	16	6,7	5,03	2,00	7,04	10,39	8,40	12,43	13,55	14,88	14,74	14,52	6,23	5,08
	18	6,7	6,72	3,94	7,39	12,36	7,63	9,64	9,82	11,15	13,43	13,01	6,24	7,08
	19	6,7	7,02	3,82	7,00	8,84	5,02	7,06	7,58	8,60	10,12	10,72	7,50	6,98
	20	6,7	6,23	3,71	5,30	5,38	2,76	4,07	3,95	3,04	4,86	7,03	5,44	7,14
	21	6,7	4,08	2,95	1,78	1,52	0,00	1,28	1,21	0,00	0,48	2,53	4,14	5,08
	22	6,7	2,14	1,91	0,34	0,00	0,97	0,00	0,00	1,26	0,00	0,00	2,35	3,76
	23	6,7	0,00	1,14	0,00	1,94	3,02	3,85	1,64	4,27	1,09	0,32	1,74	2,94
	0	6,7	1,93	1,09	2,39	4,37	5,69	5,29	5,05	8,83	4,99	5,22	1,85	3,56
	1	6,7	3,48	1,93	4,04	6,55	7,76	8,42	9,18	11,33	8,90	6,22	3,31	3,78

	2	6,7	4,02	3,59	5,46	9,92	8,57	10,28	12,07	14,00	10,94	8,10	1,62	0,72
	3	6,7	3,91	2,41	4,16	10,12	9,86	13,32	13,66	15,85	10,45	7,56	1,31	0,46
	4	6,7	3,12	9,35	5,32	9,35	8,90	12,54	12,73	16,50	8,74	6,94	0,41	0,08
	5	6,7	3,31	0,00	4,88	10,37	12,12	12,20	12,47	15,05	9,59	9,08	0,00	0,00
	6	6,7	3,04	0,31	6,77	12,02	12,44	14,12	13,92	17,38	10,60	10,39	1,55	1,58
	7	6,7	3,07	0,94	8,90	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	8	6,7	2,59	2,22	9,65	14,09	15,35	16,31	17,74	20,40	12,96	9,96	4,49	0,53
	9	6,7	2,87	2,12	10,99	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	10	6,7	2,82	3,38	10,31	14,39	13,09	15,26	15,42	19,87	4,66	12,38	4,02	1,79
	11	6,7	—	—	—	14,77	12,98	15,34	15,37	19,87	4,71	12,91	3,71	1,75
	12	6,7	3,02	1,79	8,21	14,21	11,59	13,50	14,36	18,73	14,77	13,09	4,12	2,82
1845	13	6,7	0,65	5,98	11,54		12,18	5,92	14,14	18,48	14,64	10,72	5,99	—
	14	6,7	0,82	5,04	11,15		12,29	15,20	13,50	17,51	15,06	11,22	6,42	—
	16	6,7	3,85	4,54	11,15		10,97	15,17	13,22	16,80	13,75	11,77	8,28	—
	18	6,7	5,56	6,52	9,84		7,15	11,30	9,23	13,48	12,02	11,64	9,34	—
	19	6,7	5,94	7,39	9,64	11,88	4,22	7,08	6,44	8,99	7,96	9,89	9,37	—
	20	6,7	6,55	5,83	6,88	7,30	1,13	2,56	2,64	1,94	2,24	6,00	7,03	—
	21	6,7	5,30	3,90	3,08	2,47	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,08	3,36	—
	22	6,7	4,66	0,00	0,00	0,00	[illegible],15	1,07	0,19	1,07	0,43	0,00	0,00	—
	23	6,7	2,56	1,15	0,44	0,54	3,80	5,10	3,38	4,85	2,00	2,11	0,36	—
	0	6,7	3,97	2,81	5,46	4,37	6,12	9,26	7,85	8,88	6,54	3,89	0,49	—
	1	6,7	5,20	4,40	8,29	8,20	7,92	13,49	10,39	12,62	8,60	5,29	2,41	—
	2	6,7	4,01	3,54	7,72	10,52	8,24	14,57	13,09	16,19	9,38	6,19	2,54	—
	3	6,7	0,96	3,76	9,05	12,48	7,97	17,09	13,43	16,22	8,39	5,17	1,98	—
	4	6,7	0,02	2,17	8,00	12,54	11,45	15,78	13,39	16,12	8,77	5,34	2,87	—
	5	6,7	0,00	1,62	6,89	13,87	1[illegible],90	14,57	12,06	15,22	8,64	6,90	3,02	—
	6	6,7	0,66	2,87	7,14	13,01	12,49	15,24	13,09	16,08	10,28	8,45	4,67	—
	8	6,7	1,33	5,45	10,52	16,44	15,07	17,75	15,98	20,50	14,36	10,64	4,78	—
	10	6,7	2,22	6,61	12,43	16,48	13,84	17,50	14,99	20,51	15,01	11,47	5,74	—
	11	6,7	2,75	6,86	12,62	16,30	12,47	16,87	13,93	19,15	14,87	11,34	5,93	—
	12	6,7	3,02	6,97	12,38	15,46	12,17	16,60	14,29	19,94	15,49	11,11	6,40	—

Ort u. mittlere Zeit des Orts.	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
C. Greenwich.												
1842 13h 22',7	0',65	3',72	14',22	23',96	13',43	15',91	15',85	23',17	17',89	15',65	5',74	3',34
15 22,7	0,88	2,69	13,25	21,14	9,68	14,13	12,81	19,48	14,96	12,65	7,91	5,84
17 22,7	5,84	5,97	15,39	21,32	8,60	12,12	12,81	18,89	16,32	12,28	6,77	8,90
19 22,7	6,27	7,71	12,51	17,21	11,33	6,62	9,08	13,12	13,60	17,10	7,13	9,61
21 22,7	2,69	3,16	3,62	3,34	2,16	0,00	0,30	0,00	0,00	3,82	1,84	3,45
23 22,7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,17	0,00	3,85	3,66	0,00	0,00	2,93
1 22,7	5,14	2,54	9,46	11,75	9,45	8,84	14,95	17,41	15,35	8,01	1,45	4,04
3 22,7	5,02	5,43	16,69	24,54	19,76	15,58	21,68	24,53	19,54	15,90	3,09	3,56
5 22,7	3,60	6,61	15,41	24,04	25,00	20,30	25,25	24,46	20,43	16,64	4,96	4,55
7 22,7	3,21	7,55	15,96	29,46	25,86	20,84	26,15	26,62	24,84	17,60	4,86	0,00
9 22,7	2,59	3,86	13,41	23,21	22,27	17,95	20,30	27,33	22,04	18,74	1,62	1,15
11 22,7	1,99	3,29	12,71	25,88	21,21	16,99	21,63	26,09	22,11	18,19	4,65	1,07
D. Christiania.												
1842* 12h 3',2	4,28	—	—	—	—	—	16,95	17,23	16,13	11,00	4,16	0,71
14 3,2	3,16	—	—	—	—	—	11,32	13,43	13,34	10,54	5,49	1,01
16 3,2	4,50	—	—	—	—	—	13,80	15,44	15,59	10,16	6,31	3,07
18 3,2	7,00	—	—	—	10,10	6,96	9,54	11,96	13,68	14,29	8,17	5,58
20 3,2	6,38	—	—	—	4,08	2,61	4,52	4,76	6,84	8,64	5,43	2,87
22 3,2	2,58	—	—	—	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,98
0 3,2	0,00	—	—	—	4,33	7,61	6,74	8,56	7,76	2,41	1,09	0,03
2 3,2	4,68	—	—	—	17,01	20,34	20,01	22,22	19,06	10,30	3,86	3,44
4 3,2	5,87	—	—	—	21,94	28,87	27,33	29,44	21,80	10,80	5,67	2,77
6 3,2	4,30	—	—	—	28,79	33,63	29,92	29,04	21,39	12,34	6,47	3,34
8 3,2	4,74	—	—	—	25,05	30,70	29,81	27,55	20,75	10,63	4,46	0,00
10 3,2	3,81	—	—	—	17,78	14,68	22,47	22,07	16,79	13,25	4,68	1,39
E. Petersburg.												
1841 12h 21',5	—	13,6	7,6	24,9	23,7	23,1	31,7	25,6	15,9	11,4	0,1	2,3

*) Januar für 1843.

	13	21,5	—	5,3	5,4	20,3	25,1	24,6	29,2	23,8	14,3	9,0	1,2	0,7
	14	21,5	—	6,2	4,4	17,8	21,9	24,2	30,9	25,2	11,6	7,3	0,0	1,5
	15	21,5	—	5,9	3,0	19,2	20,8	22,8	32,2	25,2	16,1	8,9	2,1	0,4
	16	21,5	—	2,6	3,9	19,4	20,3	21,4	28,1	25,6	12,8	10,2	6,9	2,5
	17	21,5	—	4,7	7,7	17,9	14,8	19,2	23,7	18,2	14,9	13,3	5,3	7,1
	18	21,5	—	11,2	10,5	18,2	13,8	15,5	21,9	18,6	13,8	15,5	8,5	10,5
	19	21,5	—	14,5	9,2	16,7	9,4	10,4	19,1	12,4	10,4	12,7	7,3	11,2
	20	21,5	—	18,0	6,2	12,9	4,7	6,8	13,1	5,6	4,7	6,9	7,0	8,9
	21	21,5	—	5,3	3,4	6,9	0,5	2,7	11,1	0,0	2,4	0,8	5,9	10,8
	22	21,5	—	13,6	0,0	1,2	0,0	0,0	9,0	1,0	0,2	0,0	4,4	9,1
	23	21,5	—	0,0	2,2	0,0	3,0	5,3	8,9	3,9	0,0	1,6	3,0	7,8
	0	21,5	—	15,2	7,6	5,1	12,3	9,1	0,0	12,1	5,9	8,6	2,6	5,4
	1	21,5	—	15,8	11,6	15,2	26,2	22,4	24,4	25,3	16,3	11,2	3,9	7,9
	2	21,5	—	19,1	17,5	19,3	31,4	32,2	36,4	33,7	27,1	14,4	5,7	6,6
	3	21,5	—	21,1	20,3	24,5	33,8	34,2	39,2	36,2	22,9	14,0	3,6	0,9
	4	21,5	—	19,3	22,1	25,1	36,2	37,1	42,7	38,8	31,5	13,0	1,3	2,0
	5	21,5	—	15,6	14,3	27,3	36,8	34,9	42,5	38,7	25,5	10,8	2,9	4,6
	6	21,5	—	16,8	14,1	28,2	33,4	38,6	41,2	33,7	23,3	11,1	4,5	2,0
	7	21,5	—	18,0	12,4	29,2	33,2	32,6	39,0	32,7	15,4	10,5	5,6	4,8
	8	21,5	—	17,4	11,4	26,4	33,2	30,9	36,9	30,3	12,7	10,5	4,5	2,2
	9	21,5	—	11,0	10,9	24,7	28,1	29,2	35,3	26,0	21,5	15,2	7,5	0,0
	10	21,5	—	10,1	14,8	24,9	25,6	24,3	33,9	25,1	18,2	13,1	3,2	2,5
	11	21,5	—	12,9	10,0	23,4	24,0	23,6	33,9	22,8	18,3	12,5	2,0	1,4
1842	12	21,5	0,00	5,54	8,06	17,05	13,61	15,37	16,97	14,59	18,07	11,33	4,88	4,30
	13	21,5	0,17	1,26	6,97	15,46	12,43	14,70	13,36	12,67	16,90	9,19	7,72	3,13
	14	21,5	1,43	0,00	4,70	14,95	12,94	15,62	18,56	11,71	13,87	8,30	5,37	2,93
	15	21,5	0,34	1,85	6,22	14,28	13,02	15,46	11,76	13,27	14,94	8,11	7,42	2,84
	16	21,5	2,18	2,27	5,54	13,44	12,26	14,11	13,69	12,93	15,23	10,26	3,81	2,53
	17	21,5	7,06	4,62	8,99	14,95	11,17	11,09	12,52	12,41	15,05	10,16	2,44	2,73
	18	21,5	15,46	12,10	14,53	11,34	9,16	7,64	15,12	7,78	13,97	11,53	5,95	5,57
	19	21,5	12,85	11,84	12,01	7,48	6,47	4,12	11,00	4,37	8,99	15,92	13,97	14,46
	20	21,5	11,18	7,73	7,06	5,71	4,62	0,67	3,36	2,62	5,08	10,75	10,55	11,23

Ort u. mittlere Zeit des Orts.	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
E. Petersburg.												
1842 21h 21′,5	8′,99	4′,62	2′,52	0′,00	′,51	0′,50	0′,84	0′,00	1′,86	5′,28	5′,17	6′,93
22 21,5	6,97	3,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,52	0,29	2,53	3,02	4,30
23 21,5	5,29	2,10	1,18	1,60	1,51	2,35	5,12	0,44	0,00	0,00	2,15	3,33
0 21,5	5,96	2,86	3,95	3,61	6,22	6,80	11,76	1,83	3,13	0,88	2,05	2,73
1 21,5	6,72	3,53	8,65	11,34	12,68	15,20	15,12	4,19	8,59	2,93	1,37	2,53
2 21,5	5,38	3,70	10,75	17,14	20,33	21,17	23,18	9,79	13,19	4,59	1,66	3,51
3 21,5	5,12	2,52	12,94	20,66	23,35	24,78	31,16	13,19	14,75	6,93	0,29	2,64
4 21,5	3,02	1,18	11,51	26,12	23,69	26,88	28,14	17,21	17,00	6,35	0,49	1,66
5 21,5	2,44	1,93	9,49	23,02	22,34	23,81	29,74	15,90	15,54	5,57	0,00	0,00
6 21,5	3,19	3,28	8,32	22,43	21,50	25,45	27,97	15,29	15,72	11,72	10,26	6,15
7 21,5	5,29	4,96	13,19	21,67	21,92	26,54	28,81	15,55	17,29	14,17	9,77	7,72
8 21,5	5,88	3,95	14,45	20,24	15,54	22,93	30,74	15,98	19,05	12,90	9,37	7,13
9 21,5	6,22	7,90	12,26	20,08	17,47	21,76	25,54	14,85	18,96	11,43	8,59	6,05
10 21,5	4,37	2,18	11,26	16,04	15,29	17,98	21,42	15,81	18,47	11,63	7,91	5,77
11 21,5	3,19	2,69	11,59	17,30	13,94	14,87	21,00	14,77	15,34	11,21	7,81	4,40
F. Catherinenburg.												
1841 12h 22′,5	—	—	15,98	14,38	16,40	14,61	11,13	15,58	12,95	14,66	1,05	4,46
13 22,5	—	—	13,04	13,26	15,96	13,05	10,42	15,32	11,07	14,26	1,92	3,72
14 22,5	—	—	11,23	12,94	15,95	13,71	7,79	16,74	8,93	13,57	2,11	3,53
15 22,5	—	—	10,48	12,00	15,81	15,26	7,52	14,73	9,79	11,52	1,98	2,48
16 22,5	—	—	9,48	11,67	16,63	16,76	12,99	13,97	7,92	11,45	1,30	2,91
17 22,5	—	—	9,97	10,86	17,01	20,43	11,72	13,53	7,35	10,38	1,92	2,91
18 22,5	—	—	12,15	13,36	17,59	17,48	11,25	12,81	6,22	8,31	0,31	2,73
19 22,5	—	—	11,74	11,04	11,68	12,79	7,51	9,42	5,36	8,56	0,68	0,31
20 22,5	—	—	9,56	6,41	5,43	6,72	3,44	8,59	0,00	7,14	1,43	1,98
21 22,5	—	—	6,38	2,67	2,22	2,51	1,79	4,16	2,94	4,26	4,09	0,50
22 22,5	—	—	0,00	1,39	0,00	0,00	1,03	0,73	2,48	2,63	3,60	1,36
23 22,5	—	—	5,63	0,00	3,48	0,77	0,54	0,00	3,93	0,71	2,67	0,06

	0	22,5	—	—	9,77	2,73	6,28	2,44	0,00	3,62	5,95	0,00	1,80	0,00
	1	22,5	—	—	11,58	5,03	9,56	6,91	2,97	5,73	8,37	9,77	0,99	0,56
	2	22,5	—	—	12,82	7,38	12,66	11,75	7,57	8,66	8,75	11,90	3,10	2,73
	3	22,5	—	—	12,20	10,69	18,19	20,25	7,69	13,69	11,62	13,82	4,59	1,36
	4	22,5	—	—	14,37	11,54	18,73	23,60	14,83	15,99	11,43	8,72	2,54	2,29
	5	22,5	—	—	13,22	10,91	18,55	22,73	14,82	16,59	13,17	10,14	4,46	5,15
	6	22,5	—	—	8,87	9,62	18,16	20,34	16,80	18,26	11,54	10,50	3,04	9,73
	7	22,5	—	—	8,93	11,34	15,60	21,27	14,23	19,48	12,59	13,91	2,91	3,53
	8	22,5	—	—	10,57	13,85	15,08	21,65	14,21	18,20	9,58	15,33	2,79	3,72
	9	22,5	—	—	12,30	14,90	16,61	19,27	12,81	23,02	13,30	15,32	0,00	2,60
	10	22,5	—	—	13,57	13,21	16,47	18,26	13,58	22,44	10,98	14,94	1,12	2,98
	11	22,5	—	—	15,50	12,83	15,85	18,79	12,13	18,03	12,71	15,66	0,50	1,86
1842	12	22,5	1,10	6,02	7,92	13,51	10,12	12,47	16,95	10,81	10,25	6,32	4,73	3,93
	13	22,5	2,02	4,91	8,35	11,55	9,14	12,10	15,72	10,62	9,58	6,07	5,34	3,43
	14	22,5	0,67	4,98	6,26	12,28	9,51	13,26	14,74	10,20	9,76	5,95	4,79	4,11
	15	22,5	2,27	4,73	6,20	12,10	9,45	13,57	13,45	8,97	8,66	5,89	4,60	3,00
	16	22,5	1,78	4,42	5,28	12,28	10,43	13,63	14,12	8,72	8,35	5,34	5,16	3,31
	17	22,5	1,96	4,73	6,20	11,67	9,33	11,61	11,60	8,60	7,37	5,64	4,36	3,31
	18	22,5	2,45	4,24	6,02	11,67	8,28	11,30	9,76	8,05	7,55	5,83	4,54	3,19
	19	22,5	2,70	3,69	6,63	9,28	5,95	7,86	8,84	6,02	6,02	4,91	3,87	2,45
	20	22,5	3,62	4,55	3,56	5,90	2,33	3,81	4,67	2,34	1,53	4,61	4,30	2,45
	21	22,5	2,70	4,18	0,80	13,14	0,00	2,15	0,00	1,11	0,92	2,33	2,70	2,02
	22	22,5	2,58	2,83	0,00	0,43	0,55	0,00	2,46	0,00	0,00	0,00	2,64	1,04
	23	22,5	2,58	3,99	0,80	0,00	1,47	2,76	2,95	0,25	0,25	0,30	2,58	0,00
	0	22,5	1,96	2,77	1,23	3,75	3,43	3,93	6,63	3,44	1,53	0,73	2,45	0,00
	1	22,5	2,82	4,30	3,87	6,94	6,13	6,63	6,26	5,96	2,64	0,12	2,09	0,49
	2	22,5	3,07	3,56	4,82	7,25	6,50	8,35	9,70	6,33	4,05	1,04	1,41	0,98
	3	22,5	2,58	2,28	5,28	8,66	7,24	12,04	12,65	8,66	6,88	2,33	1,53	2,51
	4	22,5	1,86	1,60	6,08	10,57	8,84	14,12	13,88	9,95	7,55	1,35	0,31	2,70
	5	22,5	2,45	0,00	4,92	9,83	8,22	14,61	16,15	9,58	7,43	1,47	0,00	2,08
	6	22,5	0,00	2,77	4,67	11,24	8,04	14,74	15,96	9,95	7,67	1,72	0,92	2,27
	7	22,5	0,67	3,01	5,59	11,30	4,11	15,04	15,72	10,13	8,10	2,08	1,23	3,07

Ort u. mittlere Zeit des Orts.		Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
F. Catherinenburg.													
1842	8h 22',5	1',66	3',07	4',79	13',08	9',14	15',23	15',90	10',75	8',17	3',19	2',15	3',68
	9 22,5	2,39	3,13	3,51	13,39	10,80	15,29	15,47	11,55	8,78	6,14	3,56	3,86
	10 22,5	2,82	5,96	7,55	13,14	10,43	14,00	17,99	11,73	10,38	5,89	3,81	3,99
	11 22,5	2,33	4,98	6,69	14,31	10,55	14,49	16,76	11,42	10,56	6,32	5,09	3,80
G. Toronto.													
1841	14h	10,0	9,4	8,8	15,5	11,8	8,8	6,4	6,7	13,2	10,3	1,7	7,1
	16	9,7	10,3	8,7	15,6	12,2	6,2	6,7	9,0	11,8	11,3	5,3	7,7
	18	13,5	12,1	9,9	15,8	12,6	10,3	7,3	11,4	17,9	10,2	5,8	12,9
	20	14,9	10,4	6,3	9,0	7,2	5,7	5,6	9,3	12,4	5,8	4,6	8,2
	22	10,3	4,0	0,2	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,1	0,0	5,1
	0	0,0	0,0	0,0	0,0	5,2	6,5	1,3	7,0	9,3	0,0	0,1	0,0
	2	5,1	3,6	9,6	14,7	15,6	14,5	13,9	21,1	19,4	9,2	6,2	6,9
	4	12,7	11,2	15,0	20,9	22,6	18,8	18,4	26,3	23,6	14,3	10,5	10,9
	6	13,4	15,5	11,9	21,0	20,4	15,9	16,2	20,5	21,3	13,0	9,6	8,4
	8	11,5	8,9	9,7	14,1	15,0	9,0	7,6	9,6	20,5	10,6	7,8	8,6
	10	8,7	10,7	8,4	14,2	13,1	7,2	6,2	7,2	16,0	8,9	5,6	8,7
	12	8,4	8,5	7,4	13,3	12,4	7,7	5,5	7,7	15,4	6,3	3,3	8,1
1842	14	6,33	4,20	7,53	2,67	12,14	6,36	6,98	15,36	11,91	12,61	6,10	7,21
	16	7,88	5,83	8,65	4,37	10,76	7,58	9,81	14,13	11,73	12,74	10,54	8,78
	18	6,76	7,58	8,87	7,06	8,52	8,48	7,00	13,99	15,82	13,22	12,49	10,34
	20	8,20	6,19	6,32	5,72	6,01	6,96	4,93	7,22	8,23	8,58	7,85	8,95
	22	0,15	4,59	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,84
	0	0,00	0,00	0,88	4,00	7,91	2,56	3,92	9,78	6,01	1,07	2,44	0,00
	2	8,20	7,26	9,44	13,87	18,33	10,36	17,56	21,60	15,25	9,92	10,16	5,76
	4	14,79	12,35	14,39	18,88	21,65	18,84	26,75	26,60	21,06	14,39	13,52	12,23
	6	9,57	10,22	12,21	16,35	18,95	15,64	20,87	22,98	16,86	15,27	12,93	11,31
	8	10,73	6,83	9,72	11,03	15,40	12,85	14,17	18,63	15,88	13,00	11,14	9,26
	10	8,32	4,75	7,44	7,14	13,66	10,20	10,22	17,63	15,03	12,99	8,40	7,31

	12		7,30	3,10	5,80	1,37	12,49	7,33	10,73	14,92	15,59	11,80	7,47	6,65
***H.* Makerstoun.**														
1842	19ʰ	10′,2	4,28	4,13	7,38	4,96	6,73	5,63	1,76	6,26	9,91	9,70	3,87	2,47
	22	10,2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	1	10,2	8,99	9,30	13,76	18,68	14,96	17,58	24,64	21,20	18,77	13,57	8,98	5,18
	4	10,2	7,80	13,20	21,17	33,02	24,42	29,08	32,86	29,09	23,34	15,92	9,41	4,45
***I.* Prag.**														
1843	18ʰ	17′,9	—	—	—	11,39	8,58	14,44	14,26	11,90	14,71	15,99	6,78	7,61
	20	17,9	—	—	—	6,92	0,00	5,22	7,10	4,82	6,43	8,14	3,93	6,81
	22	17,9	—	—	—	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,58
	0	17,9	—	—	—	6,24	6,65	5,63	6,28	10,13	8,86	5,33	2,20	2,23
	1	17,9	—	—	—	10,45	11,40	12,65	11,20	14,90	12,83	8,72	3,61	1,93
	2	17,9	—	—	—	10,49	15,07	16,05	14,60	16,21	12,07	9,50	2,30	0,78
	4	17,9	—	—	—	11,28	15,56	19,04	20,03	19,46	13,03	9,20	0,70	0,00
	6	17,9	—	—	—	11,62	17,39	19,93	21,70	20,10	12,53	13,60	5,08	1,40
	8	17,9	—	—	—	13,24	18,65	23,32	21,54	25,62	17,75	15,23	3,84	1,77
	10	17,9	—	—	—	13,56	13,77	23,34	22,03	22,68	19,33	15,97	3,21	1,50
1844	18	17,9	6,00	4,26	8,05	12,46	6,20	7,91	11,62	8,39	13,56	14,67	7,62	7,50
	20	17,9	3,36	1,94	5,46	4,26	0,40	2,42	3,72	0,17	2,78	7,17	5,46	7,44
	22	17,9	0,40	0,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,37	4,20
	0	17,9	0,65	2,60	5,31	8,59	6,25	5,43	7,77	10,02	9,05	7,67	0,00	7,17
	1	17,9	3,98	4,21	8,59	11,28	12,25	9,94	13,37	13,72	14,11	10,96	3,09	6,58
	2	17,9	3,60	5,25	9,66	14,12	10,64	11,77	16,68	16,59	16,44	12,79	2,43	1,25
	4	17,9	0,00	0,27	8,66	13,15	10,60	13,10	16,97	18,01	12,03	9,95	0,21	0,33
	6	17,9	2,07	0,00	10,46	15,23	13,25	13,89	17,26	17,49	14,15	13,61	2,03	0,67
	8	17,9	0,11	2,51	12,76	17,50	15,47	16,23	21,06	20,31	19,20	13,37	4,17	0,00
	10	17,9	2,58	4,42	10,65	20,39	13,96	15,39	18,43	19,39	18,08	16,19	6,11	1,53

Tabelle III.

Tägliche Bewegung der Inclination, in Minuten ausgedrückt.

Ort u. mittlere Zeit des Orts.			Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
München.														
1843	13h	6',7	—	0',00	0',00	0',00	0',25	0',15	0',00	0',00	0',46	0',32	0',45	0',79
	14	6,7	—	0,15	0,04	0,00	0,40	0,34	0,15	0,27	0,40	0,42	0,47	0,74
	16	6,7	—	0,19	0,09	0,20	0,51	0,27	0,23	0,29	0,39	0,28	0,22	0,36
	18	6,7	—	0,10	0,08	0,28	0,72	0,61	0,56	0,99	0,62	0,00	0,16	0,09
	19	6,7	—	0,03	0,05	0,35	1,22	1,03	0,86	1,12	1,11	0,45	0,00	0,00
	20	6,7	—	0,03	0,29	0,52	1,61	1,60	1,39	1,81	1,74	1,10	0,41	0,02
	21	6,7	—	0,32	0,56	1,00	1,78	2,14	1,79	2,18	2,20	1,61	0,79	0,36
	22	6,7	—	0,44	0,92	1,14	1,57	2,19	2,11	2,51	2,52	1,83	0,98	0,89
	23	6,7	—	0,64	0,99	0,94	1,39	1,93	2,12	1,99	2,38	1,95	1,16	1,05
	0	6,7	—	0,75	0,63	0,66	0,92	1,70	1,72	1,25	1,82	1,78	0,99	0,91
	1	6,7	—	0,52	0,42	0,44	0,62	1,17	1,25	0,95	1,64	1,54	0,83	1,05
	2	6,7	—	0,53	0,29	0,56	0,44	0,99	1,11	0,86	1,67	1,35	0,94	1,79
	3	6,7	—	0,68	0,41	0,70	0,55	0,74	0,58	0,86	1,55	1,33	0,98	1,29
	4	6,7	—	0,73	0,52	0,73	0,60	0,71	0,62	0,83	1,56	1,43	1,07	1,02
	5	6,7	—	0,76	0,52	0,65	0,37	0,63	0,56	0,64	1,48	1,24	0,89	1,29
	6	6,7	—	0,74	0,55	0,54	0,28	0,57	0,40	0,51	1,44	0,85	0,76	1,14
	7	6,7	—	0,96	0,59	0,62	0,00	0,15	0,38	0,18	0,77	0,35	0,76	1,32
	8	6,7	—	0,53	0,42	0,51	0,11	0,09	0,36	0,09	0,72	0,51	0,78	1,09
	9	6,7	—	0,26	0,17	0,32	0,23	0,02	0,19	0,14	0,40	0,37	0,71	1,00
	10	6,7	—	0,30	0,08	0,16	0,17	0,00	0,02	0,01	0,00	0,23	0,69	0,92
	12	6,7	—	0,17	0,09	0,17	0,34	0,07	0,15	0,25	0,43	0,61	0,63	0,54
1844	13	6,7	0,68	0,31	0,13	0,00	0,22	0,28	0,27	0,02	0,18	0,32	0,36	0,59
	14	6,7	0,67	0,51	0,51	0,10	0,34	0,24	0,25	0,29	0,28	0,27	0,55	0,55
	16	6,7	0,37	0,33	0,29	0,34	0,51	0,27	0,23	0,44	0,00	0,00	0,26	0,32
	18	6,7	0,03	0,07	0,38	0,02	0,67	0,60	0,59	0,92	0,44	0,09	0,24	0,00

	19	**6,7**	0,00	0,03	0,25	0,56	0,96	0,99	0,95	1,31	0,98	0,52	0,00	0,03
	20	6,7	0,11	0,01	0,54	1,09	1,27	1,46	1,49	2,07	1,78	1,08	0,38	0,02
	21	6,7	0,48	0,00	0,95	1,52	1,59	1,80	1,77	2,13	2,12	1,72	0,71	0,23
	22	6,7	0,78	0,29	1,10	1,63	1,40	1,85	1,85	2,22	2,17	2,11	1,06	0,52
	23	6,7	1,16	0,51	1,14	1,34	1,03	1,40	1,65	1,76	2,04	2,14	1,45	0,68
	0	6,7	0,48	0,51	0,92	1,10	0,72	1,38	1,26	1,18	1,50	1,68	1,66	0,72
	1	6,7	0,76	0,48	0,90	0,93	0,62	1,01	0,83	0,98	1,10	1,52	1,40	0,81
	2	6,7	0,70	0,31	0,86	0,74	0,70	0,66	0,59	0,76	0,90	1,33	1,55	1,34
	3	6,7	0,68	0,53	1,13	0,85	0,63	0,56	0,50	0,72	1,02	1,45	1,50	1,39
	4	6,7	0,79	0,82	1,03	1,15	0,84	0,75	0,74	0,76	1,30	1,55	1,52	1,44
	5	6,7	0,75	0,82	0,99	0,97	0,43	0,78	0,78	0,90	1,11	1,23	1,52	1,39
	6	6,7	0,78	0,80	0,66	0,74	0,38	0,47	0,62	0,59	0,92	1,00	1,29	1,14
	7	6,7	0,71	0,67	0,20	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	8	6,7	0,82	0,46	0,17	0,32	0,00	0,04	0,00	0,14	0,30	0,99	0,75	1,21
	9	6,7	0,79	0,42	0,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	10	6,7	0,71	0,19	0,06	0,16	0,06	0,08	0,22	0,06	0,29	0,53	0,56	0,90
	11	6,7	—	—	—	0,05	0,06	0,00	0,17	0,00	0,26	0,31	0,41	0,88
	12	6,7	0,64	0,38	0,17	0,07	0,19	0,23	0,28	0,09	0,23	0,24	0,35	0,71
1845	13	6,7	0,86	0,18	0,12	0,17	0,21	0,16	0,11	0,27	0,13	0,12	0,62	—
	14	6,7	0,83	0,37	0,15	0,27	0,15	0,28	0,18	0,34	0,02	0,06	0,58	—
	16	6,7	0,39	0,45	0,13	0,50	0,37	0,30	0,29	0,52	0,21	0,00	0,24	—
	18	6,7	0,15	0,10	0,38	0,46	0,90	0,79	0,76	0,99	0,46	0,07	0,00	—
	19	6,7	0,10	0,00	0,42	0,81	1,29	1,36	1,18	1,63	1,22	0,32	0,00	—
	20	6,7	0,00	0,19	0,80	1,35	1,66	2,06	1,80	2,75	2,12	0,88	0,35	—
	21	6,7	0,24	0,52	1,33	1,90	1,72	2,35	2,27	3,06	2,59	1,54	0,91	—
	22	6,7	0,40	1,10	1,66	2,14	1,47	2,14	2,35	3,03	2,58	1,75	1,57	—
	23	6,7	0,78	0,94	1,60	2,01	1,07	1,55	1,89	2,44	2,38	1,51	1,60	—
	0	6,7	0,43	0,81	0,93	1,52	0,80	1,05	1,26	1,90	1,83	1,52	1,68	—
	1	6,7	0,43	0,66	0,67	1,21	0,69	0,53	0,94	1,47	1,65	1,33	1,53	—
	2	6,7	0,63	0,82	0,88	1,05	0,88	0,50	0,60	1,04	1,54	1,28	1,51	—
	3	6,7	1,05	0,87	0,74	0,89	0,66	0,23	0,60	1,13	1,66	1,48	1,63	—
	4	6,7	1,18	1,05	0,95	0,81	0,49	0,46	0,56	1,19	1,51	1,36	1 42	—

Ort u. mittlere Zeit des Orts.			Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
München.														
1845	5h	6',7	1',23	1',12	1',11	0',67	0',42	0',61	0',80	1',18	1',47	1',05	1',36	—
	6	6,7	1,01	0,93	0,93	0,68	0,34	0,45	0,53	0,93	1,09	0,79	1,02	—
	8	6,7	0,90	0,45	0,38	0,12	0,00	0,00	0,00	0,14	0,36	0,36	0,92	—
	10	6,7	0,65	0,22	0,05	0,06	0,05	0,02	0,04	0,00	0,15	0,13	0,66	—
	11	6,7	0,55	0,06	0,00	0,00	0,24	0,10	0,21	0,23	0,18	0,09	0,57	—
	12	6,7	0,46	0,08	0,08	0,12	0,28	0,11	0,13	0,07	0,00	0,13	0,57	—

Tabelle IV.

Monatliche Mittel der Declination.

Ort.		Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
A. Göttingen*).													
	1837	18° 32',68	18° 32',03	18° 32',10	18° 31',28	18° 30',93	18° 30',58	18° 29',23	18° 30',12	18° 31',18	18° 31',42	18° 29',50	18° 28',55
	1838	29,52	28,78	26,13	27,05	27,25	26,38	26,30	26,87	25,78	25,38	25,17	23,95
	1839	24,30	23,73	24,02	21,73	21,77	20,58	21,37	21,90	20,57	20,33	19,58	18,98
	1840	18,25	18,07	17,47	17,28	16,40	14,78	17,57	15,40	15,75	14,55	13,63	13,32
	1841	12,67	11,90	11,63	9,37	9,07	9,22	9,37	10,67	8,58	8,52	7,88	6,55
	1842	5,07	5,12	4,52	—	—	—	—	—	—	—	—	
B. Berlin*)													
	1836	—	—	—	—	16° 51',72	16° 53',77	16° 54',15	16° 55',03	16° 55',53	16° 55',62	16° 56',05	16° 43',63
	1837	16° 42',93	16° 41',88	16° 43',80	16° 54',38	53,83	52,62	51,78	53,22	54,18	53,10	52,12	52,42
	1838	52,80	49,50	51,22	49,95	48,81	—	—	—	45,82	45,38	43,73	46,80
	1839	47,03	45,20	42,28	41,03	40,63	39,12	37,70	38,43	—	—	—	—
C. Mailand.													
	1836	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18° 35',30	18° 34',72	18° 33',52
	1837	18° 34',28	18° 31',73	18° 32',50	18° 31',40	18° 32',18	18° 34',93	18° 32',63	18° 31',75	18° 33',55	33,78	32,17	31,80
	1838	32,17	34,66	34,77	33,05	32,60	34,35	32,30	30,10	29,20	20,13	20,03	28,18

*) Mittel aus den Beobachtungen von 8h Morgens und 2h Nachmittags.

D. **Brüssel.**	1840	—	21° 42′,23	21° 42′,48	21° 47′,22	21° 42′,50	21° 41′,82	21° 41′,95	21° 41′,98	21° 41′,00	21° 35′,12	21° 38′,17	21° 36′,17
	1841	21° 35′,90	36,30	35,40	36,25	40,02	39,90	38,83	37,75	37,67	36,17	35,42	34,80
	1842	33,62	32,33	31,03	30,07	30,25	28,70	27,85	26,62	25,93	25,28	23,95	21,98
	1843	29,70	24,33	22,90	21,57	19,78	18,30	16,33	15,25	14,20	14,38	12,58	9,35
E. **München.**	1840	—	—	—	—	—	—	—	16° 60′,39	16° 59′,61	16° 58′,76	16° 58′,46	16° 57′,52
	1841	16° 57′,60	16° 56′,98	16° 56′,86	16° 55′,82	16° 54′,77	16° 53′,81	16° 53′,35	53,00	51,73	50,69	51,39	50,61
	1842	50,18	49,84	49,81	48,95	48,61	48,24	47,42	46,49	45,38	45,48	44,53	43,68
	1843	43,22	42,43	42,49	41,98	41,78	41,36	40,89	40,11	39,44	38,58	38,35	37,36
	1844	36,83	36,16	35,67	35,35	34,17	34,12	33,13	32,90	32,52	32,28	31,63	30,98
F. **Genf.**	1842	—	—	—	—	—	18° 58′,42	18° 57′,08	18° 59′,12	18° 59′,54	18° 58′,84	18° 58′,39	18° 57′,93
	1843	18° 57′,75	18° 57′,48	18° 56′,93	—	—	—	54,55	53,53	53,00	52,93	—	—
G. **Petersburg.**	1841	—	—	—	—	6° 25′,6	6° 22′,4	—	6° 30′,2	6° 27′,5	6° 26′,2	—	6° 23′,8
	1842	6° 21′,48	6° 21′,65	6° 23′,28	6° 21′,93	21,28	20,63	6° 19′,67	20,58	20,58	20,93	6° 21′,23	21,95
H. **Catherinenburg.**	1841	—	—	—6° 38′,6	—6° 43′,8	—6° 44′,2	—6° 36′,5	—6° 30′,3	—6° 37′,7	—6° 46′,1	—6° 39′,2	—6° 33′,9	—6° 32′,8
	1842	—6° 34′,30	—6° 40′,32	40,03	35,15	26,48	22,77	29,73	40,10	44,33	48,00	52,67	52,45
I. **Toronto.**	1841	1° 11′,3	1° 12′,1	1° 12′,2	1° 13′,7	1° 14′,8	1° 16′,3	1° 16′,4	1° 15′,0	1° 14′,6	1° 14′,7	1° 14′,6	1° 15′,2
	1842	14,1	16,6	18,2	18,8	19,1	20,3	18,5	18,5	18,1	21,7	21,6	21,4
K. **Barnaul.**	1842	—8° 22′,85	—8° 22′,92	—8° 23′,08	—8° 24′,37	—8° 20′,92	—8° 17′,75	—8° 18′,10	—8° 20′,68	—8° 22′,03	—8° 37′,43	—8° 35′,80	—8° 27′,56
L. **Nertschinsk.**	1842	3° 45′,87	3° 46′,55	3° 49′,32	3° 47′,42	3° 47′,63	3° 48′,90	3° 43′,43	3° 50′,65	3° 47′,23	3° 45′,17	3° 44′,12	3° 46′,67

Tabelle V.

Monatliche Mittel der Horizontal-Intensität in München.

Monat.	1842.	1843.	1844.	1845.
Januar	1,9303	1,9335	1,9379	1,9376
Februar	1,9311	1,9329	1,9369	1,9393
März	1,9319	—	1,9365	1,9396
April	1,9316	1,9347	1,9364	1,9385
Mai	1,9328	1,9360	1,9375	1,9390
Juni	1,9298	1,9362	1,9380	1,9386
Juli	1,9302	1,9359	1,9386	1,9390
August	1,9288	1,9360	1,9380	1,9391
September . . .	1,9315	1,9349	—	1,9380
October	1,9321	1,9360	1,9368	1,9385
November . . .	—	1,9366	1,9371	1,9397
December . . .	1,9343	1,9368	1,9373	—

Tabelle VI.

Bestimmungen der Inclination und Intensität in England, Irland und Schottland, von Sabine und Lloyd, unter Mitwirkung von Philipps, Fox und Ross.

(Die Messungen sind von 1833—1837 gemacht; die Inclinations-Beobachtungen sind sämmtlich auf 1. Januar 1837 reducirt; die Intensitäten sind auf jene von London als Einheit bezogen. Die Bestimmungen der Horizontal-Intensität sind mit dem Hansteen-schen Schwingungs-Apparate, jene der Total-Intensität mittelst der statischen Methode gemacht. Die mit * bezeichneten Total-Intensitäten sind aus der beobachteten Horizontal-Intensität und Inclination abgeleitet.)

Beobachtungs-Ort.	Breite.	Länge von Greenwich.	Inclination 1837.	Horizontal-Intensität.	Total-Intensität.
Aberdeen	57° 9′	2° 5′	72° 31′,3	0,8751	1,0268
Aberysthwith . . .	52 24	4 5	70 25,2	—	—
Achill Ferry . . .	53 56	9 52	72 3,3	0,8990	1,0295
Alford	57 13	2 45	72 21,1	0,8788	1,0294
Alnwick Castle . .	55 22	1 42	71 26,6	—	1,0159
Armagh	54 21	6 39	71 40,9	0,9156	1,0242
Artornish	56 33	5 48	72 41,9	0,8746	—
Ballina	54 7	9 7	72 5,7	0,8959	1,0276
Ballybunian . . .	52 30	9 41	71 16,8	0,9441	1,0335
Bangon	54 39	5 42	71 38,5	0,9154	1,0257
Bangor	53 14	4 6	70 58,8	—	—
Belmullet	54 13	9 57	72 10,2	0,8906	1,0292
Belsay	55 7	1 53	71 18,6	—	—
Berwick	55 45	2 0	71 46,0	0,9073	1,0254
Birkenhead	53 24	3 0	70 41,2	0,9514	—
Birmingham . . .	52 28	1 53	70 4,8	—	—

Beobachtungs-Ort.	Breite.	Länge von Greenwich.	Inclination 1837.	Horizontal-Intensität.	Total-Intensität.
Blairgowrie	56° 36′	3° 18′	71° 53′,5	0,9084	1,0310
Bowness	54 22	2 55	71 20,2	—	1,0182
Breemar	57 1	3 25	72 13,3	0,8885	1,0269
Brecon	51 57	3 21	70 4,9	—	—
Bridlington	54 8	0 14	70 42,0	0,9393	—
Brighton	50 50	0 8	68 49,1	—	—
Broadway	52 13	6 24	70 32,7	0,9615	1,0173
Bushey	51 38	0 22	69 25,9	—	—
Busco Bridge . . .	53 39	2 50	70 46,7	—	—
Calderstone . . .	53 23	2 53	70 45,0	—	—
Cambetown . . .	55 23	5 38	71 55,2	0,8998	1,0296
Cambridge	52 13	—0 7	69 41,0	—	—
Capelcarig	53 6	3 53	70 41,8	—	—
Carlingford	54 2	6 11	71 24,9	0,9275	—
Carlisle	54 54	2 54	71 30,3	—	1,0198
Carn	55 15	7 15	71 55,7	0,9086	1,0351
Carnarvon	53 9	4 14	70 54,8	—	—
Castle Duart . . .	56 31	5 45	72 14,3	—	—
Castleton	54 4	4 40	71 24,0	—	1,0203
Chepstow	51 38	2 40	69 45,9	—	—
Clifden	53 29	9 59	71 48,8	—	—
Clifton	51 27	2 35	69 38,9	0,9895	—
Clonmel				0,9530	—
Coed	53 11	3 12	70 42,6	—	—
Colerain				0,9277	—
Combe House . . .	51 31	2 34	69 35,6	—	—
Coniston	54 22	3 5	71 21,3	—	1,0196
Cork	51 54	8 26	70 41,7	0,9586	1,0200
Cromer	52 56	—1 19	69 49,4	0,9819	—
Culgruff	54 58	4 0	71 39,8	0,9105	—
Cambray	55 48	4 52	72 0,1	0,8931	*1,0287
Cushendal	55 4	6 5	71 56,8	—	—
Daventry	52 16	1 8	69 42,7	—	—
Dingle	52 8	10 17	71 5,4	—	1,0343
Doncaster	53 31	1 7	70 31,2	—	—
Darlington	54 32	1 33	71 8,5	—	—
Douglas	54 10	4 28	71 22,8	0,9230	1,0208
Daventry	52 16	1 8	69 42,7	—	—
Dover	51 8	—1 19	68 54,3	—	—
Dryborough . . .	55 34	2 39	71 32,8	0,9140	1,0199
Dublin	53 21	6 16	71 0,9	0,9391	1,0195
Dunkeld	56 35	3 33	72 27,2	0,8778	1,0267
Dunraver Castle . .	51 28	3 37	69 47,5	—	—
Eastbourne	50 47	—0 16	68 48,5	—	—
Eastwick Park . .	51 17	0 19	69 11,5	—	—
Edgeworthstown . .	53 42	7 33	71 34,3	0,9196	—
Edinburgh	55 57	3 11	71 50,5	—	1,0231
Ennis	52 51	8 58	71 10,0	0,9386	1,0253
Enniskillen	54 21	7 38	71 54,8	0,9070	—
Exeter	50 43	3 31	69 19,5	—	—
Falmouth	50 9	5 6	69 17,1	1,0027	—
Fermoy	52 7	8 16	70 43,2	0,9591	—

Beobachtungs-Ort.	Breite.		Länge von Greenwich.		Inclination 1837.		Horizontal-Intensität.	Total-Intensität.
Flamborough . . .	54°	8′	0°	8′	70°	38′,0	—	—
Fort Augustus . .	57	8	4	40	72	39,4	0,8711	—
Gallhorich	53	25	9	5	71	37,8	—	—
Galway	53	17	9	4	71	26,2	—	1,0285
Garstang	53	54	2	47	71	0,7	—	—
Glencoe	56	39	5	7	71	16,2	0,8899	1,0324
Glengariff	51	45	9	31	70	56,1	0,9511	—
Glasgow	55	51	4	14	72	3,7	—	1,0232
Golspie	57	58	3	57	73	1,5	0,8574	1,0360
Gordon Castle . .	57	37	3	9	72	40,0	0,8753	1,0380
Gorey	52	40	6	17	70	52,6	—	—
Grassmere	54	27	3	1	71	14,7	—	—
Gretna Green . . .	55	1	3	4	71	30,4	—	—
Hambleton	54	20	1	15	71	5,2	—	—
Harwich	51	56	—1	13	69	18,8	0,9964	—
Helensburgh . . .	56	0	4	41	72	18,4	0,8854	1,0258
Hereford	52*	4	2	44	70	6,2	—	—
Holyhead	53	19	4	37	71	3,9	—	*1,0095
Ilfracombe	51	12	4	6	69	38,9	0,9907	—
Iordan Hill	55	54	4	21	72	21,2	0,8834	1,0247
Inverary	56	15	5	4	72	8,6	—	—
Inverness	57	28	4	11	72	47,7	0,8703	1,0380
Keswick	54	37	3	9	71	15,6	—	—
Kew	51	29	0	18	69	20,8	—	—
Killarney	52	3	9	31	70	57,2	0,9507	1,0253
Kiltanon	52	52	8	43	71	17,5	0,9427	1,0282
Kirkaldy	56	7	3	9	72	10,1	0,8891	1,0279
Kirkwall	59	0	2	58	73	21,2	0,8414	1,0373
Landsend	50	5	5	40	69	20,6	1,0064	—
Leenan							0,9051	—
Lew Trenchard . .	50	40	4	10	69	22,7	—	1,0045
Lerwich	60	9	1	7	73	48,7	0,8200	1,0358
Limerick	52	40	8	36	71	0,9	0,9460	1,0246
Linlithgow	55	59	3	37	72	0,6	0,9439	1,0246
Lissadel	54	23	8	33	72	0,2	—	—
Liverpool	53	25	2	58	70	42,8	—	—
Llanberris	53	7	4	3	70	53,8	—	—
Loch Conn	53	58	9	10	72	4,8	—	—
Loch Gilphead . .	56	4	5	28	72	6,6	0,8948	—
Loch Lomond . . .	56	13	4	40	72	16,6	—	—
Loch Ranza . . .	55	42	5	17	72	22,2	0,8763	1,0261
Loch Ridan . . .	55	57	5	10	72	15,6	—	—
Loch Ryan	54	55	4	59	71	42,6	0,9119	1,0221
Loch Scavig . . .	57	14	6	7	73	4,4	—	—
Loch Slapin . . .	57	14	6	2	73	1,2	0,8642	1,0427
London	51	31	0	7	69	21,0	1,0000	1,0000
Londonderry . . .	54	59	7	19	72	6,7	0,8979	1,0301
Louth	53	19	0	0	70	22,7	0,9601	—
Lowestoffe	52	28	—1	50	69	32,6	0,9875	—
Lynn	52	45	—0	25	69	52,7	—	—
Malvern	52	7	2	19	70	7,8	—	—
Manchester	53	28	2	14	70	47,2	—	—

	Breite.	Länge von Greenwich.	Inclination 1837.	Horizontal-Intensität.	Total-Intensität.
		—1° 23′	69° 5′,0	—	—
		8 26	72 4,8	0,9000	1,0290
		1 43	69 27,3	0,9949	—
		1 32	70 24,6	—	—
		2 44	71 37,8	0,9129	1,0208
		3 21	70 5,6	—	—
		3 27	71 41,6	—	—
	.0	3 46	69 53,9	—	—
	58	1 38	71 16,6	0,9267	1,0162
	25	2 55	72 10,1	0,8850	1,0277
	52 57	1 8	70 19,6	0,9621	—
	54 22	1 18	71 4,2	—	—
				0,9191	—
	50 33	4 56	69 27,2	0,0029	—
	54 32	2 56	71 21,4	—	1,0181
	54 13	4 43	71 25,4	—	1,0192
...ke	51 39	4 54	69 57,9	0,9820	—
...th	54 40	2 45	71 25,2	—	1,0184
...ymouth	50 23	4 7	69 8,4	—	—
Pwllheli	52 55	4 23	70 34,4	0,9577	—
Rathrum	52 55	6 14	70 50,3	0,9422	—
Rhynie	57 20	2 50	72 24,8	0,8870	—
Ross	51 55	2 35	69 56,9	—	—
Ryde	50 44	1 10	69 0,5	—	—
Salisbury	51 4	1 48	69 19,6	—	—
Scarborough	54 17	0 24	70 44,5	0,9294	—
Shannon Harbour	53 14	7 53	71 27,6	0,9270	—
Sheffield	53 22	1 31	70 30,8	—	—
Shull	54 43	2 0	71 15,5	—	—
Shrewsbury	52 43	2 45	70 26,1	—	*1,0080
Skiddaw	54 40	3 9	71 16,6	—	—
Southsea	50 48	0 58	69 2,7	—	—
Stafford	52 48	2 6	70 11,3	—	—
St. Clairs	50 44	1 8	69 2,5	—	—
St. Marys	49 55	6 17	69 30,0	—	—
Stonehouse	54 55	2 44	71 25,8	0,9174	1,0174
Strabane	54 49	7 28	71 54,8	0,9056	1,0299
Studley Park	54 8	1 34	70 57,5	—	—
Swansea	51 36	3 55	69 48,7	0,9778	—
Templemore				0,9824	—
Thirsk	54 14	1 21	71 0,2	—	1,0155
Tobermorie				0,8635	—
Tooting	51 26	0 10	69 18,0	—	—
Tortington	50 50	0 34	68 58,1	—	*0,9975
Trescow	49 57	6 18	69 31,0	—	—
Valencia	51 56	10 17	70 59,5	0,9517	1,0283
Wadworth	53 28	1 7	70 30,8	0,9543	—
Waterford	52 15	7 8	70 48,6	0,9502	1,0179
Westport	53 48	9 29	72 1,6	0,9034	1,0329
Whitehaven	54 33	3 33	71 14,8	0,9280	1,0176
Whitby	54 29	0 37	70 59,0	—	—
Wick	58 24	3 5	73 23,8	0,8409	*1,0390

Beobachtungs-Ort.	Breite.	Länge von Greenwich.	Inclination 1837.	Horizontal-Intensität.	Total-Intensität.
Flamborough . . .	54° 8′	0° 8′	70° 38′,0	—	—
Fort Augustus . .	57 8	4 40	72 39,4	0,8711	—
Gallhorich	53 25	9 5	71 37,8	—	—
Galway	53 17	9 4	71 26,2	—	1,0255
Garstang	53 54	2 47	71 0,7	—	—
Glencoe	56 39	5 7	71 16,2	0,8899	1,0324
Glengariff	51 45	9 31	70 56,1	0,9511	—
Glasgow	55 51	4 14	72 3,7	—	1,0232
Golspie	57 58	3 57	73 1,5	0,8574	1,0360
Gordon Castle . .	57 37	3 9	72 40,0	0,8753	1,0380
Gorey	52 40	6 17	70 52,6	—	—
Grassmere	54 27	3 1	71 14,7	—	—
Gretna Green . . .	55 1	3 4	71 30,4	—	—
Hambleton	54 20	1 15	71 5,2	—	—
Harwich	51 56	—1 13	69 18,8	0,9964	—
Helensburgh . . .	56 0	4 41	72 18,4	0,8854	1,0258
Hereford	52 4	2 44	70 6,2	—	—
Holyhead	53 19	4 37	71 3,9	—	*1,0095
Ilfracombe	51 12	4 6	69 38,9	0,9907	—
Iordan Hill	55 54	4 21	72 21,2	0,8834	1,0247
Inverary	56 15	5 4	72 8,6	—	—
Inverness	57 28	4 11	72 47,7	0,8703	1,0380
Keswick	54 37	3 9	71 15,6	—	—
Kew	51 29	0 18	69 20,8	—	—
Killarney	52 3	9 31	70 57,2	0,9507	1,0253
Kiltanon	52 52	8 43	71 17,5	0,9427	1,0282
Kirkaldy	56 7	3 9	72 10,1	0,8891	1,0279
Kirkwall	59 0	2 58	73 24,2	0,8414	1,0373
Landsend	50 5	5 40	69 20,6	1,0064	—
Leenan				0,9051	—
Lew Trenchard . .	50 40	4 10	69 22,7	—	1,0045
Lerwich	60 9	1 7	73 48,7	0,8200	1,0358
Limerick	52 40	8 36	71 0,9	0,9460	1,0246
Linlithgow	55 59	3 37	72 0,6	0,9439	1,0246
Lissadel	54 23	8 33	72 0,2	—	—
Liverpool	53 25	2 58	70 42,8	—	—
Llanberris	53 7	4 3	70 53,8	—	—
Loch Conn	53 58	9 10	72 4,8	—	—
Loch Gilphead . .	56 4	5 28	72 6,6	0,8948	—
Loch Lomond . . .	56 13	4 40	72 16,6	—	—
Loch Ranza . . .	55 42	5 17	72 22,2	0,8763	1,0261
Loch Ridan . . .	55 57	5 10	72 15,6	—	—
Loch Ryan	54 55	4 59	71 42,6	0,9119	1,0221
Loch Scavig . . .	57 14	6 7	73 4,1	—	—
Loch Slapin . . .	57 14	6 2	73 1,2	0,8642	1,0427
London	51 31	0 7	69 21,0	1,0000	1,0000
Londonderry . . .	54 59	7 19	72 6,7	0,8979	1,0301
Louth	53 19	0 0	70 22,7	0,9601	—
Lowestoffe	52 28	—1 50	69 32,6	0,9875	—
Lynn	52 45	—0 25	69 52,7	—	—
Malvern	52 7	2 19	70 7,8	—	—
Manchester	53 28	2 14	70 47,2	—	—

achtungs-Ort.	Breite.	Länge von Greenwich.	Inclination 1837.	Horizontal-Intensität.	Total-Intensität.
e	51° 23'	−1° 23'	69° 5',0	—	—
e	54 12	8 26	72 4,8	0,9000	1,0290
rough . . .	51 25	1 43	69 27,3	0,9949	—
:	53 8	1 32	70 24,6	—	—
e	55 35	2 44	71 37,8	0,9129	1,0208
n	51 43	3 21	70 5,6	—	—
. . . . . .	55 20	3 27	71 41,6	—	—
. . . . . .	51 40	3 46	69 53,9	—	—
stle	54 58	1 38	71 16,6	0,9267	1,0162
rt	56 25	2 55	72 10,1	0,8850	1,0277
ham	52 57	1 8	70 19,6	0,9621	—
ierly	54 22	1 18	71 4,2	—	—
rard				0,9191	—
v	50 33	4 56	69 27,2	0,0029	—
ale	54 32	2 56	71 21,4	—	1,0181
/n	54 13	4 43	71 25,4	—	1,0192
ike	51 39	4 54	69 57,9	0,9820	—
. . . . . .	54 40	2 45	71 25,2	—	1,0184
ith	50 23	4 7	69 8,4	—	—
i	52 55	4 23	70 34,4	0,9577	—
n	52 55	6 14	70 50,3	0,9422	—
. . . . . .	57 20	2 50	72 24,8	0,8870	—
. . . . . .	51 55	2 35	69 56,9	—	—
. . . . . .	50 44	1 10	69 0,5	—	—
ry	51 4	1 48	69 19,6	—	—
ough . . .	54 17	0 24	70 44,5	0,9294	—
n Harbour .	53 14	7 53	71 27,6	0,9270	—
d	53 22	1 31	70 30,8	—	—
. . . . . .	54 43	2 0	71 15,5	—	—
bury . . .	52 43	2 45	70 26,1	—	*1,0080
v	54 40	3 9	71 16,6	—	—
a	50 48	0 58	69 2,7	—	—
l	52 48	2 6	70 11,3	—	—
rs	50 44	1 8	69 2,5	—	—
ys	49 55	6 17	69 30,0	—	—
ouse	54 55	2 44	71 25,8	0,9174	1,0174
e	54 49	7 28	71 54,8	0,9056	1,0299
Park . . .	54 8	1 34	70 57,5	—	—
a	51 36	3 55	69 48,7	0,9778	—
more				0,9824	—
. . . . . .	54 14	1 21	71 0,2	—	1,0155
orie				0,8635	—
. . . . . .	51 26	0 10	69 18,0	—	—
ton	50 50	0 34	68 58,1	—	*0,9975
v	49 57	6 18	69 31,0	—	—
i	51 56	10 17	70 59,5	0,9517	1,0283
rth	53 28	1 7	70 30,8	0,9543	—
ord	52 15	7 8	70 48,6	0,9502	1,0179
rt	53 48	9 29	72 1,6	0,9034	1,0329
iven . . .	54 33	3 33	71 14,8	0,9280	1,0176
. . . . . .	54 29	0 37	70 59,0	—	—
. . . . . .	58 24	3 5	73 23,8	0,8409	*1,0390

Beobachtungs-Ort.	Breite.	Länge von Greenwich.	Inclination 1837.	Horizontal-Intensität.	Total-Intensität.
Worcester Park . .	51° 23′	0° 17′	69° 11′,1	—	—
York	53 58	1 5	70 49,2	0,9384	—
Youghal	51 57	7 50	70 37,0	—	1,0219

An folgenden Orten ist die Declination von **Ross** bestimmt worden:

Lerwick	1838,57 . .	27° 8′,6 westl.
Valencia	1838,79 . .	28 41,9
Bushey	1838,26 . .	23 59,8

Tabelle VII.

Beobachtungen der Inclination in den Nordamericanischen Freistaaten, ausgeführt von Loomis, Locke, Bache u. A., zusammengestellt von Loomis.

(Sillman's American Journal of Science Vol. XLIII.)

Beobachtungs-Ort.	Breite.	Westl. Länge von Greenwich.	Inclination.	Zeit.
Albany	42° 39′	73° 45′	74° 47′,5	1835,86
Alton	38 54	90 4	69 34,8	1841,73
Ann Arbor	42 18	83 37	73 15,2	1840,50
Aurora	41 20	81 20	72 55,2	1840,69
Baltimore	39 17	76 37	71 35,6	1840,37
Bazetta	41 20	80 45	72 59,7	1840,69
Beaver	40 44	80 24	72 40,3	1839,75
Bedford	41 24	81 32	72 58,1	1840,73
Blue Mounds	43 0	89 36	73 37,9	1840,76
Buffalo	42 53	78 55	74 40,8	1839,67
Bunker Hill	39 4	89 53	69 49,1	1841,74
Cambridge	42 22	71 8	74 20,1	1839,72
Campbells	43 1	89 26	73 28,1	1841,69
Chicago	41 53	87 44	72 47,7	184 ,67
Cincinnati	39 6	84 27	70 27,8	1841,20
Clays Ferry	37 53	84 18	69 48,0	1840,68
Cleveland	41 30	81 42	73 14,6	1840,75
Clinton	40 58	81 40	72 44,0	1841,76
Columbus	39 57	83 3	71 4,3	1840,02
Copperas Creek . . .	40 30	89 48	71 4,0	1841,72
Davenport	41 28	90 18	71 55,0	1839,71
Dayton	39 45	84 5	71 22,4	1839,44
Detroit	42 19	82 56	73 36,7	1841,25
Dorchester	42 19	71 4	74 19,0	1839
Dover	40 33	81 30	72 19,2	1841,78
Dubuque	42 29	90 23	73 5,0	1839,79
Edwardsville	38 50	89 53	69 57,7	1841,73
Farmer's Creek . . .	42 13	90 23	72 33,1	1839,76
Fort Brady	46 30	84 24	77 29,7	1841,65

Beobachtungs-Ort.	Breite.		Westl. Länge von Greenwich.		Inclination.		Zeit.
Frankfort	38°	14′	84°	40′	69°	54′,7	1840,68
Frasersburgh	40	9	82	8	71	48,7	1841,77
Fulton	40	55	81	38	72	38,9	1841,78
Galena	42	28	90	13	73	3,0	1841,69
Gros Cap	46	32	84	43	77	5,3	1841,65
Hamilton	39	23	84	32	70	59,6	1840,63
Hartford	41	46	72	41	73	58,1	1839,72
Hartford	41	20	80	34	72	59,8	1840,70
Hebron	39	59	82	29	71	10,1	1841,77
Hickok's	42	58	89	47	73	39,5	1841,69
Hudson	41	15	81	26	72	48,3	1840,00
Iron Ore	41	55	90	40	72	50,0	1839,74
Kinsman	41	28	80	34	73	8,1	1840,70
Lebanon	39	26	84	6	71	3,3	1840,65
Lexington	38	6	84	18	69	54,5	1840,67
Little Mahoqueta	42	31	90	31	73	8,0	1839,80
Long meadow	42	2	72	36	74	5,3	1839,71
Lost Grove	41	39	90	9	72	2,4	1839,73
Louisiana	39	23	90	50	69	51,1	1839,69
Louisville	38	18	85	37	70	1,6	1840,31
Mackinac	45	51	84	41	76	37,5	1841,64
Madison	43	3	89	11	74	5,0	1840,76
Mahoqueta	42	14	90	57	72	43,6	1839,75
Marion	39	44	90	14	70	20,1	1839,69
Mason	39	22	84	13	70	54,2	1840,65
Maumee	41	34	83	32	72	49,1	1839,38
Mineral Point	42	51	89	58	73	21,8	1840,77
Monroe	41	55	83	20	73	25,6	1840,50
Monticello	38	57	90	5	69	38,9	1841,74
Montreal	45	30	73	42	76	42,7	1835,90
Montrose	40	19	90	14	70	54,0	1839,70
Mount Vernon	37	59	87	47	68	56,3	1840,70
New Harmony	38	11	87	48	69	5,0	1840,70
New Haven	41	18	72	58	73	26,7	1839,70
New York	40	43	74	1	72	55,3	1840,00
North bank Mahoqueta	42	23	90	52	72	51,0	1839,77
Oswego	43	26	76	36	75	11,3	1839,67
Paoli	38	35	86	25	69	35,5	1840,72
Pekin	40	35	89	36	71	13,2	1841,72
Peru	41	23	89	5	71	51,1	1841,71
Philadelphia	39	57	75	11	71	56,1	1838,38
Pigna	40	6	84	10	71	35,8	1840,64
Pittsburgh	40	32	80	2	72	38,9	1839,75
Platteville	42	43	90	14	73	17,4	1841,70
Praire du Chien	43	3	90	53	73	16,6	1839,82
Princeton	40	22	74	40	72	47,1	1839,73
Princeton	38	23	87	30	69	22,6	1840,71
Providence	41	49	71	25	74	1,2	1837,15
Samdusky	41	29	82	40	72	57,8	1839,38
Schenectada	42	48	73	55	74	36,1	1839,67
Shalersville	41	15	81	13	72	56,6	1840,79
Sheerwood's	42	27	90	37	73	7,0	1839,78

Beobachtungs-Ort.	Breite.	Westl. Länge von Greenwich.	Inclination.	Zeit.
Small Mill	42° 4′	91° 2′	72° 21′,4	1839,75
South Maniton	45 5	85 38	75 59,3	1841,67
Springfield	39 53	83 42	71 27,4	1837,14
Springfield	42 6	72 36	74 8,8	1838,24
St. Louis	38 37	90 4	69 28,3	1840,71
Streetsboro'	41 15	81 20	72 53,0	1840,79
Syracuse	43 0	76 14	74 50,9	1839,67
Tallmadge	41 6	81 26	72 51,2	1841,18
Toledo	41 41	83 25	73 6,1	1839,38
Turkey River	42 42	90 48	73 11,0	1839,81
Twinsburgh	41 20	81 26	72 51,3	1840,73
Upper Alton	38 55	90 3	69 45,7	1841,73
Urbanna	40 3	83 39	71 29,9	1838,25
Utica	43 7	75 13	74 57,2	1839,68
Vincennes	38 43	87 29	69 52,3	1841,24
Wapsipinnicon	41 45	90 23	72 14,9	1839,74
Warren	41 16	80 49	73 0,7	1840,70
Washington	38 53	77 1	71 17,5	1839,10
West Point	41 23	74 0	73 30,1	1835,80
Whitewater	42 18	90 38	72 55,1	1839,77
Williamstown	38 36	84 30	70 4,1	1840,67
Windham	41 15	81 3	73 3,4	1840,69
Worcester	42 16	71 48	74 20,6	1839,72
Ypsilanti	42 14	83 32	73 18,4	1840,50

Tabelle VIII.

Beobachtungen der Intensität in den Nordamericanischen Freistaaten, zusammengestellt von Loomis.

(Sillman's American Journal of Science Vol. XLVII.)

Beobachtungs-Ort.	Breite.	Westl. Länge von Greenwich.	Intensität.
Albany	42° 39 N	73° 45′	1,8097
Blue Mounds	43 0	89 36	1,7841
Cincinnati	39 6	84 27	1,7407
Davenport	41 28	90 18	1,7695
Dorchester	42 19	71 4	1,7858
Dubuque	42 29	90 23	1,7672
Farmer's Creek	42 13	90 23	1,7880
Hudson	41 15	81 26	1,8070
Iron Ore	41 55	90 40	1,7976
Little Mahoqueta	42 31	90 31	1,7644
Lost Grove	41 39	90 9	1,7767
Louisville	38 18	85 37	1,7518
Madison	43 3	89 11	1,8117
Mahoqueta	42 14	90 57	1,7659
Mineral Point	42 51	89 58	1,7656

Beobachtungs-Ort.	Breite.		Westl. Länge von Green-wich.		Intensität.
Montreal	45°	31′	73°	35′	1,805
N. branch Mahoqueta .	42	23	90	52	1,7631
New Haven	41	18	72	58	1,7800
New York	40	43	74	1	1,805
Philadelphia	39	57	75	11	1,8021
Praire du Chien . . .	43	3	90	53	1,7806
Princeton	38	23	87	30	1,8075
Providence	41	49	71	25	1,8116
Small Mill	42	4	91	2	1,7642
St. Louis	38	37	90	17	1,7482
Turkey River	42	42	90	48	1,7617
Wapsipinnicon . . .	41	45	90	23	1,7772
West Point	41	25	74	0	1,8334
Whitewater	42	18	90	38	1,7791

Tabelle IX.

Beobachtungen der Declination in den Nordamericanischen Freistaaten, zusammengestellt von Loomis.
(Sillman's American Journal of Science Vol. XLIII.)

Beobachtungs-Ort.	Breite.		Westl. Länge von Green-wich.		Declination.		Zeit.
Albany	42°	39′N	73°	45′	+ 6°	58′	1840
Alton	38	51	90	15	— 7	52	1835 1840
Angle of Maine . . .	48	0	67	37	+ 19	12	1838
Applington	33	32	82	28	— 5	0	1837
Athens	39	23	82	4	— 3	12	1838
Athens	33	59	83	32	— 4	31	1837
Auburn	42	54	76	38	+ 3	43	1833
Augusta	33	27	82	1	— 5	4	1837
Bainbridge	30	55	84	46	— 5	30	1839
Barton	44	45	72	9	+ 10	51	1837
Batesville	39	56	81	17	— 1	22	1838
Belfast	44	18	68	54	+ 13	0	1838
Birdsville	32	48	82	13	— 5	1	1837
Blue Mounds	43	0	89	36	— 8	38	1840
Braceville	41	16	81	1	— 1	50	1838
Bridge	42	6	91	2	— 9	20	1840
Brookfield	41	16	80	37	— 1	40	1837
Bryan C. H.	32	1	81	32	— 5	5	1838
Buffalo	42	52	79	6	+ 1	25	1837
Burlington	44	27	73	10	+ 9	27	1840
Cambridge	42	22	71	8	+ 9	12	1840
Campbells	43	1	89	26	— 8	48	1840
Carnesville	34	24	83	24	— 5	1	1837

Beobachtungs-Ort.	Breite.		Westl. Länge von Greenwich.		Declination.			Zeit.
Carrolton	40°	36′N	81°	10′	—	2°	30′	1838
Cazenovia	42	54	75	54	+	4	0	1837
Champlain	45	0	73	26	+	9	30	1838
Chardon	41	36	81	16	—	0	15	1838
Charleston	32	42	80	4	—	2	54	1837
Charlottesville . . .	38	2	78	30		0	0	1835
Cheneys	42	12	90	21	—	9	5	1840
Chesterfield	42	52	72	29	+	8	14	1840
Chillicothe	39	21	82	55	—	3	15	1835
Cincinati	39	6	84	27	—	4	46	1840
Cleveland	41	31	81	45	—	1	19	1840
Columbus	32	28	85	11	—	5	30	1839
Coshocton	40	18	84	55	—	1	30	1838
Crown Point	43	55	73	27	+	8	47	1838
Cuthbert	31	49	85	2	—	5	30	1839
Darien	31	26	81	37	—	5	5	1838
Davenport	41	28	90	18	—	8	13	1840
Deerfield	42	32	72	34	+	7	57	1837
Detroit	42	24	82	58	—	1	56	1840
Dial Mountain	44	21	73	49	+	8	20	1838
Dixfield	44	30	70	14	+	12	0	1838
Dover	40	32	81	31	—	1	50	1838
Drummond Isle	45	58	83	50	—	0	9	1840
Dubuque	42	29	90	23	—	8	22	1840
East Hampton	40	59	72	16	+	6	8	1834
Eatonton	33	20	83	33	—	4	32	1838
Elberton	34	6	83	0	—	4	33	1837
Elkford	42	0	90	52	—	9	15	1840
Euclid	41	33	81	35	—	1	30	1825
Fairview	42	5	80	25		0	0	1838
Farmer's Creek	42	13	90	23	—	9	8	1840
Farmington	44	42	70	3	+	11	20	1838
Flatbush	40	40	73	59	+	4	57	1840
Flat Rock	41	18	84	13	—	3	14	1838
Florence	34	47	87	54	—	6	28	1835
Fort Gaines	31	38	85	19	—	5	31	1839
Galena	42	28	90	13	—	9	25	1840
Gallipolis	38	54	82	6	—	2	35	1838
Geneva	42	52	77	3	+	3	49	1833
Goshen	33	52	82	39	—	5	9	1837
Grand Marrais	46	40	86	1	—	3	29	1840
Grand River	42	55	86	10	—	4	30	1837
Guilford	42	22	75	30	+	4	30	1838
Hamilton	42	48	75	34	+	4	30	1837
Hampden	44	37	68	46	+	13	4	1837
Hannover	43	42	72	14	+	9	15	1839
Hartford	41	46	72	41	+	6	3	1829
Hebron	41	39	72	26	+	6	10	1835
Homer	42	38	76	15	+	5	5	1840
House Point	42	3	70	4	+	9	20	1835
Hudson	41	15	81	26	—	1	52	1840
Huron Coast	45	27	83	50	—	1	55	1840

Beobachtungs-Ort.	Breite.	Westl. Länge von Greenwich.	Declination.	Zeit.
Huron Shore	43° 5'N	82° 26'	— 3° 6'	1835
Illinois	41 10	88 32	— 7 25	1838
Illinois	41 0	88 32	— 6 50	1838
Illinois	40 50	88 32	— 7 43	1833
Iron ore	41 55	90 40	— 8 20	1840
Ithaca	42 26	76 36	+ 2 51	1833
Jackson	39 13	82 38	— 3 10	1838
Jacksonboro	32 49	81 42	— 4 55	1837
Jacksonville	39 43	90 20	— 8 45	1833
Kalida	40 57	84 9	— 3 0	1838
Keeseville	44 28	73 32	+ 8 40	1838
Keweenam Point . .	47 25	88 30	— 7 35	1840
La Pointe	46 45	91 22	— 8 33	1840
Lawrenceville	33 57	84 11	— 5 0	1839
Liberty	31 48	81 37	— 5 5	1838
Lincoluton	33 46	82 37	— 5 9	1837
Little Mahoqueta . . .	42 31	90 31	— 8 30	1840
Logansport	40 45	86 22	— 5 35	1836
Log House	42 38	90 43	— 9 0	1840
Lost Grove	41 39	90 9	— 8 10	1840
Louisiana	32 50	92 22	— 8 40	1835
Louisiana	32 25	92 32	— 8 30	1836
Louisiana	31 50	92 32	— 8 30	1834
Louisiana	31 45	92 22	— 8 30	1834
Louisiana	31 40	92 32	— 8 40	1835
Louisiana	29 40	94 0	— 8 41	1840
Lower Sandusky . .	41 22	83 10	— 2 48	1838
Lumpkin	32 9	84 55	— 5 27	1839
Mackinac	45 51	84 41	— 2 59	1827
Macomb County . . .	42 43	82 40	— 1 33	1839
Macomb County . . .	42 30	84 22	— 4 25	1826
Madison	43 3	89 11	— 7 30	1840
Madison	43 3	89 42	— 8 20	1840
Madison	33 34	83 40	— 4 29	1838
Mahoqueta	42 14	90 57	— 8 45	1840
Marietta	39 30	81 28	— 1 33	1838
Marion	40 34	83 9	— 3 17	1838
Michigan	44 31	85 32	— 4 30	1838
Michigan	44 31	84 56	— 2 50	1838
Michigan	44 31	84 28	— 2 45	1838
Michigan	44 31	83 50	— 2 0	1838
Michigan	43 51	83 6	— 2 6	1835
Michigan	43 45	84 22	— 2 55	1832
Mill	42 10	90 37	— 9 15	1840
Milledgeville	33 7	83 24	— 5 51 — 4 40	1838 1835
Millhaven	32 56	81 47	— 5 4	1837
Mineral Point	42 51	89 58	— 8 40	1840
Miner's River	46 32	86 35	— 3 39	1840
Missouri	37 30	90 2	— 7 30	1827
Missouri	36 40	90 2	— 8 0	1825
Mobile	30 42	88 16	— 7 12	1835

Beobachtungs-Ort.	Breite.		Westl. Länge von Greenwich.		Declination.			Zeit.
Monroe	33°	50′N	83°	52′	—	5°	10′	1838
Montreal	45	31	73	35	+	9	50	1835
Montreal Channel	46	18	83	40	—	0	12	1840
Montreal River	46	41	90	46	—	7	43	1840
Nashville	36	10	86	52	—	6	58	1832
Near Cedar Point	44	3	73	33	+	8	23	1838
Near West Moriah	44	1	73	45	—	7	39	1838
New Haven	41	18	72	58	+	6	13	1840
New Madison	39	54	84	36	—	4	51	1838
Newport	41	28	71	21	+	7	0	1831
New York City	40	43	74	1	+	5	34	1840
New branch Mahoqueta	42	23	90	52	—	9	35	1840
Ogdensburgh	44	41	75	31	+	6	10	1838
Ontonagen River	46	57	89	49	—	6	33	1840
Oxford	42	24	75	40	+	4	30	1837
Parisien Island	46	32	84	38	—	1	11	1840
Parish's	42	58	90	10	—	8	55	1840
Penobscot Forks	45	30	68	26	+	14	45	1825
Pensacola	30	24	87	23	—	6	0	1835
Pere Marquette River	43	44	85	43	—	4	34	1837
Philadelphia	39	57	75	11	+	3	52	1837
Pointe aux Barques	43	51	82	42	—	1	38	1835
Portage	41	4	81	34	—	1	15	1838
Potsdam	44	40	75	1	+	7	25	1835
Praire du Chien	43	3	90	53	—	9	5	1840
Rivière du Gres	47	22	88	34	—	5	24	1840
Rossie	44	22	75	43	+	6	43	1839
Rumford	44	30	70	27	+	11	0	1838
Saginaw River	43	36	83	50	—	2	19	1835
Sandersville	32	57	82	59	—	5	27	1838
Sault St. Marie	46	31	84	19	—	1	25	1840
Savannah	32	5	81	12	—	5	5	1838
					—	3	31	1839
Sherald's Mound	42	35	90	33	—	8	10	1840
Sheerwood's	42	27	90	37	—	9	0	1840
Small Mill	42	4	91	2	—	9	7	1840
South Hannover	38	44	85	30	—	4	35	1837
Southwick	42	4	72	46	+	8	15	1838
Springbank	39	45	83	45	—	3	14	1838
Sprinboro'	39	30	84	9	—	4	4	1838
Springfield	39	52	83	45	—	4	30	1835
Springfield	32	20	81	31	—	5	5	1837
St. Johnsbury	44	26	72	6	+	9	16	1837
St. Louis	38	37	90	17	—	8	49	1835
Swainsboro	32	38	82	31	—	5	4	1838
Tallahassee	30	26	84	27	—	5	12	1835
Thunder Bay	44	26	83	0	—	0	45	1840
Toccoa Falls	34	39	83	30	—	5	0	1837
Trout Brook	42	59	90	45	—	9	0	1840
Troy	42	44	73	40	+	6	4	1827
Turkey River	42	42	90	48	—	9	0	1840
Tuscaloosa		12	87	43	—	7	28	1839

Beobachtungs-Ort.	Breite.	Westl. Länge von Greenwich.	Declination.	Zeit.
Wapsipinnicon . . .	41° 45′N	90° 23′	— 8° 22′	1840
Warrensburgh . . .	43 26	73 45	+ 7 15	1838
Washington	39 32	83 23	— 3 6	1838
Waterville	44 27	69 32	+ 12 8	1835
Wagnesboro . . .	33 4	82 9	— 5 4	1837
West-Chazy	44 52	73 25	+ 9 21	1838
West Chester	39 57	75 39	+ 3 25	1832
West Point	41 25	74 0	+ 6 32	1835
West Thomaston . .	43 56	69 5	+ 12 0	1838
Whitewater	42 18	90 38	— 9 10	1840
Williamstown	42 43	73 13	+ 7 45	1837
Wilmington	39 26	83 42	— 4 6	1838
Wooster	40 48	81 59	— 2 1	1837
Zanesville	39 59	82 1	— 2 30	1838

Tabelle X.

Magnetische Bestimmungen an der Westküste von America und den benachbarten Inseln, ausgeführt von Capt. Belcher in den Jahren 1837—1840.

(Aus „Sabine, Contributions to terrestrial Magnetism. II. Phil. Transactions. 1841. I. 10.") Die Horizontal-Intensität in Panama ist = 1,000, und die Total-Intensität in London = 1,372 gesetzt.)

Beobachtungs-Ort.	Zeit.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Declinat.	Inclination.	Horizont. Intensität.	Total-Intensität.
Port Etches .	1837	+60° 21′	313° 19′	31° 38′,5	+76° 2′,9	0,411	1,728
Kodiak . .	1839	57 20	207 9	26 43,5	72 42,9	0,470	1,603
Sitka . . .	1837	57 3	224 34	27 42,0	75 51,5	—	—
Sitka . . .	1839	57 3	224 38	29 32,5	75 49,1	0,412	1,704
Bakert's Bay .	1839	46 17	235 58	19 11,0	69 26,9	0,569	1,643
Fort Vancouver . . .	1839	45 37	237 24	19 22,0	69 22,2	0,576	1,657
Port Bodega .	1839	38 18	236 58	15 20,0	62 53,4	0,703	1,563
SanFrancisco	1837	37 48	237 37	15 20,0	61 53,8	—	—
SanFrancisco	1839	37 48	237 37	15 20,0	62 5,8	0,711	1,540
Monterey . .	1839	36 36	238 7	14 13,0	61 3,6	0,731	1,531
Santa Barbara	1839	34 24	240 19	13 28,0	58 54,1	0,765	1,501
San Petro .	1839	33 43	241 45	13 8,5	58 21,4	0,766	1,480
San Diego .	1839	32 41	242 47	12 20,6	57 6,1	0,794	1,482
San Guentin .	1839	30 22	244 2	12 6	54 29,9	0,837	1,461
San Bartholomeo . . .	1839	27 40	245 7	10 46	51 41,0	0,876	1,432
Magdalena Bay . . .	1839	24 38	247 53	9 15	46 34,0	0,924	1,362
Mazatlan . .	1839	23 11	253 36	9 24	46 38,5	0,928	1,370
SanLucas Bay	1839	22 52	250 7	8 37,5	45 39,3	0,937	1,359

Beobachtungs-Ort.	Zeit.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Declinat.	Inclination.	Horizont. Intensität.	Total-Intensität.
San Blas . .	1837	21° 32′	254° 44′	8° 34′	45° 24′,3	—	—
San Blas . .	1839	21 32	254 44	9 0	44 32,5	0,958	1,362
Oahu Island .	1837	21 17	202 0	10 39,5	41 35,1	—	—
Oahu Island .	1839	21 17	202 0	— —	41 16,8	0,841	1,134
Socorro Island . . .	1839	18 43	249 6	— —	40 43,7	0,977	1,307
Clarion Island	1839	18 21	245 19	— —	37 3,0	0,962	1,222
Acapulco . .	1838	16 50	260 5	8 23	37 57,4	1,024	1,316
Realejo . .	1838	12 28	272 48	7 53,5	34 36,9	—	—
Panama . .	1837	8 37	280 31	— —	31 51,9	1,000	1,193
Magnetic Island . . .	1837	8 4	278 15	7 37,5	31 11,9	—	—
Cocos Island	1838	8 53	272 58	8 24	23 33,2	—	—
Cocos Island	1839	+ 5 53	272 58	— —	22 55,7	1,022	1,125
Puna Island .	1838	— 2 47	280 5	8 56	+ 9 8	0,998	1,024
Martins Island	1840	— 8 56	220 20	— —	—14 6,0	0,980	1,024
Callao . . .	1838	—12 4	282 52	— —	— 6 14,3	0,950	0,968
Bow Island .	1840	—18 5	219 7	— —	—30 16,0	0,957	1,123
Point Venus .	1840	—17 29	210 30	6 30	+30 17,7	0,965	1,133
Paperte . .	1840	— —	— —	— —	+27 9	0,964	1,098

Die zwei letzten Stationen sind auf Otaheite.

Tabelle XI.

Bestimmungen der Horizontal-Intensität, ausgeführt von Hansteen in den Jahren 1839 und 1840.

Diese Intensitäten mit Ausnahme der zwei letzten, die absolut sind, beruhen auf den beobachteten Schwingungszeiten eines kleinen Cylinders, wofür die absolute Constante durch Vergleichung mit dem Göttinger Magnetometer bestimmt worden ist. An drei Stationen hat Hansteen auch die Inclination gemessen, und gefunden: Kopenhagen 69° 54′,3; Kiel 69° 27′,0; Altona 69° 1′,9. Diese Bestimmungen sind auf den 1. Januar 1840 reducirt.

Ort.	Zeit.	Horizontal-Intensität.	Anzahl der Messungen.	Ort.	Zeit.	Horizontal-Intensität.	Anzahl der Messungen.
Kopenhagen .	1839,54	1,6501	6	Göttingen .	1839,67	1,7740	96
Altona . . .	1839,55	1,7096	4	Hannover .	1839,70	1,7490	1
Bremen . .	1839,56	1,7151	3	Altona . . .	1839,71	1,7070	5
Altona . . .	1839,58	1,7105	8	Bramstedt .	1839,72	1,6857	1
Magdeburg .	1839,60	1,7662	1	Kiel	1839,72	1,6819	1
Leipzig . .	1839,60	1,8098	1	Götheborg .	1839,74	1,5723	1
Dresden . .	1839,63	1,8251	4	Christiania .	1840,17	1,5441	[illegible]
Leipzig . .	1839,63	1,8086	1	Kopenhagen .	1840,57	1,6519	[illegible]
Gotha . . .	1839,64	1,8057	4	Christiania .	1840,67	1,5476	2
Eisenach . .	1839,64	1,7973	1	Christiania *)	1840,78	1,5540	10
Cassel . . .	1839,65	1,7834	2	Christiania **)	1841,29	1,5476	10

*) Absolute Bestimmung mit einem Weber schen transportablen Magnetometer.
**) Absolute Bestimmung mit einem Gaussschen Magnetometer in dem magnetischen Observatorium.

Tabelle XII.

Bestimmungen der Inclination, theils von Hansteen, theils nach seiner Anleitung von norwegischen Seeofficieren ausgeführt *).

(Von Hansteen brieflich mitgetheilt.)

Ort.	Zeit.	Inclination.	Anzahl der Beobacht.	Horizontal-Intensität in absoluten Einheiten.	Anzahl der Beobacht.
Fredriksvaern . . .	1830	— —	—	1,5366	—
" " . . .	1841	— —	—	1,5570	—
" " . . .	1842,4	71° 44',1	6	1,5559	6
Lerwick, Schottland .	1842,3	73 39,5	5	1,4029	4
Neu Elfsborg, Schweden	1842,4	71 4,8	4	1,5732	3
Stockholm	1842,5	71 22,3	3	1,5553	3
Gibraltar	1828	— —	—	2,2500	—
"	1840	— —	—	2,2911	1
"	1842,8	59 27,4	1	2,2817	—
Port Mahon	1842,8	59 59,2	1	2,2296	1
Toulon	1842,8	68 28,5	3	2,0955	3
Neapel	1843,0	58 42,1	2	2,3014	1
Milo	1842,8	— —	—	2,5926	—
"	1843,1	52 13,5	1	2,6074	1
Piräus	1843	53 53,0	6	2,5384	2
Smyrna	1843	53 46,4	8	2,5516	3
La Valette	1828	— —	—	2,5159	—
"	1843,2	53 28,1	14	2,5418	6
Algier	1828	— —	—	2,3323	—
"	1840	— —	—	2,3761	—
"	1843,2	57 8,2	4	2,3823	1
Malaga	1843,4	59 20,3	4	2,2921	1

Tabelle XIII.

Bestimmungen der absoluten Horizontal-Intensität, ausgeführt von Sartorius von Waltershausen und Listing.

(Vollständige Messungen kommen nur 12 vor, nämlich 4 in Waltershausen, 2 in Mailand, 4 in Neapel, 2 in Catania: die übrigen Bestimmungen beruhen auf beobachteten Oscillations-Zeiten.)

Ort und Zeit.	Horizontal-Intensität.	Anzahl der Messungen.	Ort und Zeit.	Horizontal-Intensität.	Anzahl der Messungen.
Waltershausen 1834,7	1,8201	4	Mailand . . . 1834,8	1,9716	13
Salzburg . . 1834,7	1,8875	9	Verona . . . 1834,9	2,0141	4
Hofgastein . . 1834,7	2,0373	2	Venedig . . 1834,9	2,0310	4
Bramberg . . 1834,7	1,8779	4	Bologna . . 1834,9	2,0171	5
Innsbruck . . 1834,7	1,8807	4	Florenz . . . 1835,0	2,0029	5

*) Die Bestimmungen von 1828 führt Hansteen an, ohne zu bemerken, von wann sie herrühren. Ich habe sie in die Tabelle eingeschaltet, mit Bezug auf §. 94.

Ort und Zeit.	Horizontal-Intensität.	Anzahl der Messungen.	Ort und Zeit.	Horizontal Intensität.	Anzahl der Messungen.
Marina di Rio . 1835,1	2,1788	4	Scorza . . . 1835,7	2,3138	2
Porto Longone 1835,1	2,1290	2	La Sala . . . 1835,7	2,3597	2
MonteCalamita 1835,1	2,0982	1	Lago negro . 1835,7	2,3455	3
San Pietro al monte . . . 1835,1	2,1260	2	Rotando di Calabria . . . 1835,7	2,3548	2
Porto Ferrajo . 1835,1	2,1144	2	Cosenza . . 1835,7	2,3474	2
Rom 1835,3	2,2788	5	Monteleone . 1835,7	2,4297	4
Ischia . . . 1835,4	2,3224	3	Palermo . . 1835,9	2,4079	4
Neapel . . . 1835,6	2,2956	14	Catania . . . 1836,2	2,4907	50
Amalfi . . . 1835,7	2,3528	3	Messina . . . 1836,5	2,4282	21
Vico 1835,7	2,3389	2			

An fünf von den in dieser Tabelle angeführten Orten haben S. v. Waltershausen und Listing auch die Inclination vermittelst eines Oscillatious-Inclinatoriums bestimmt; die Resultate sind:

Innsbruck	1834,76 . .	65°	0′,9
Mailand	1834,86 . .	63	58,3
Florenz	1835,05 . .	63	28,0 *)
Neapel	1835,67 . .	58	52,7
Palermo	1836,02 . .	57	15,6.

Tabelle XIV.

Relative Messungen der Horizontal-Intensität (Paris = 1 angenommen), nach den Beobachtungen vo Quetelet in den Jahren 1830 und 1839.

Ort.	Horizontal-Intensität.	Ort.	Horizontal-Intensität.
Brüssel	0,964	Simplon (Dorf)	1,085
London	0,937	Domodossola	1,086
Paris	1,000	Seste Calende	1,101
Lyon	1,078	Mailand	1,114
Genf	1,075	Turin	1,105
Bonneville	1,069	Villa nova	1,114
Sallanches	1,080	Alexandria	1,115
St. Gervais	1,081	Ronco	1,126
Vandagnes	1,082	Genua	1,137
Servoz	1,082	Rota	1,135
Mer de Glace	1,083	Sestre de Levante . . .	1,134
Chamouni	1,085	Borghetto	1,140
Col de Balme	1,082	Montechiesa	1,150
Martigny	1,084	Pisa	1,157
St. Bernhard (Hospiz) .	1,085	Empola	1,158
Briegg	1,083	Florenz	1,160

*) Diese Bestimmung ist höchst merkwürdig, weil mit einem Inclinatorium von Felice Gori gleichzeitig gefunden wurde 63° 23′ 14″, während Bache im Jahr 1837 62° 5′,5, und Quetelet ein Jahr später 62° 12′,1 fand.

Ort.	Horizontal-Intensität.	Ort.	Horizontal-Intensität.
Siena	1,184	Frankfurt	0,998
Radicofani	1,201	Koblenz	0,990
Rom	1,214	Bonn	0,976
Torre di tre ponti . . .	1,228	Cassel	0,979
Mola di Gaete	1,235	Göttingen	0,970
Neapel	1,251	Gotha	0,986
Bologna	1,166	Weimar	0,988
Venedig	1,127	Leipzig	0,990
Seefeld (Tyrol)	1,072	Dresden	0,012
Innsbruck	1,074	Berlin	0,969
München	1,058	Bremen	0,923
Mannheim	1,000	Altona	0,941
Heidelberg (Stadt) . . .	1,018	Aachen	0,970
Heidelberg (Königsstuhl)	1,020	Mastricht	0,977
Heidelberg (Schloss) . .	1,014	Lüttich	0,969
Darmstadt	1,008	Löwen	0,971

Tabelle XV.

Bestimmungen der Inclination, von Quetelet ausgeführt im Jahre 1839, und auf den 1. Januar desselben Jahres reducirt.

Ort.	Inclination.	Ort.	Inclination.
Brüssel	68° 23',5	Rom	60° 9',0
Paris	67 14,6	Pisa	62 20,7
Turin	63 57,1	Florenz	62 14,0
Genua	62 54,2	Venedig	63 8,3
Neapel	59 0,3	Innsbruck	64 45,1

Bei der Reduction auf den Anfang des Jahres wurde eine jährliche Abnahme von 2',4 vorausgesetzt.

Zeit.	Südl. Breite.	Länge von Greenwich.	Declinat.	Zeit.	Südl. Breite.	Länge von Greenwich.	Declinat.
1820.				1821.			
Novbr.	62° 51′	166° 14′O	—22° 25′	Januar.	67° 58′	85° 29′w	—32° 38′
Decbr.	64 37	172 38	—22 39		68 41	79 27	—32 45
	62 16	175 31w	—19 45		68 43	75 49	—35 19
	65 9	171 4	—14 47		66 5	75 29	—30 45
	65 49	167 56	—12 19		64 2	68 38	—27 1
	65 18	156 31	—21 2		62 44	60 48	—23 34
	62 34	152 23	—17 54		61 12	56 28	—19 33
	60 30	144 58	—14 46	Febr.	56 38	46 46	—14 56
	63 2	130 34	—14 55		48 14	36 50	— 5 52
	64 19	122 14	—21 49		40 29	32 36	— 1 29
1821.					36 9	34 18	— 0 43
Jan.	63 36	114 49	—21 2		33 3	33 42	— 0 12
	68 18	95 44	—34 7		28 8	36 52	— 0 19
	68 27	89 38	—36 5		25 0	4 48	— 1 3

Tabelle XXI.

Beobachtungen der Inclination und Total-Intensität, ausgeführt von Lieutenant Sulivan.

(Die Zeiten sind nur bei folgenden Stationen bemerkt: Falmouth 1838,52, Berkley Sound von 1838,80—1839,12, Rio de Janeiro 1839,26, Falmouth 1839,48.

Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Inclination.	Total-Intensität.
50° 9′ [1])	354° 54′	69° 12′,5	1,374
46 8	351 6	67 2	1,327
37 26	345 52	62 54	1,287
28 27 [2])	343 45	57 40	1,254
22 9	338 34	53 4	1,199
10 22	334 31	39 46	1,100
0 56	331 52	26 19	0,986
— 10 6	325 54	9 32	0,916
— 17 17	323 21	— 4 32	0,882
— 22 55 [3])	316 51	—13 0,5	0,854
— 25 35	314 25	—19 36	0,864
— 27 26 [4])	311 25	— 21 7	0,892
— 34 53 [5])	303 47	— 34 3	1,004
— 41 54	302 40	— 44 52	1,164
— 51 32 [6])	301 53	— 52 40	1,295
— 46 52	308 47	— 46 18	1,168
— 40 33	315 32	— 38 15	1,008
— 30 12	316 48	— 25 9	0,890
— 22 55 [7])	316 51	— 13 5	0,854
— 22 48	322 49	— 12 40	0,823
— 16 28	323 53	— 1 1	0,862

Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Inclination.	Total-Intensität.
— 12° 59′ [8])	321° 30′	5° 1′	0,859
— 8 4 [9])	325 9	13 8,5	0,900
— 2 8	324 56	24 8	0,995
6 11	321 59	37 36	1,138
17 7	317 28	51 45	1,307
25 22	317 11	60 21	1,420
29 36	318 15	63 35	1,459
36 12	322 18	68 20	1,494
41 18	329 31	69 47	1,453
45 22	341 57	69 23	1,409
50 9 [10])	354 54	69 18	1,374

1) Falmouth. 2) Santa Cruz. 3) Rio de Janeiro. 4) Sta. Catherina. 5) Monte Video. 6) Berkley Sound. 7) Rio de Janeiro. 8) Bahia. 9) Pernambuco. 10) Falmouth.

Tabelle XXII.

Beobachtungen der Inclination und Intensität, ausgeführt von Dunlop vom 23. Juli bis 10. October 1831.

Breite.	Länge von Greenwich.	Inclination.	Total-Intensität.	Breite.	Länge von Greenwich.	Inclination.	Total-Intensität.
—41° 10′	101° 41′	—68° 8′	1,62	—35° 21′	42° 50′	—60° 0′	1,15
—39 49	86 7	—66 46	1,55	—30 20	337 19	—27 34	0,87
—39 15	8 48	—47 56	0,93	—26 25	338 39	—21 40	0,83
—38 53	21 21	—53 3	1,00	—19 40	333 17	— 9 46	0,85
—38 37	34 15	—58 52	1,10	—11 6	337 13	+ 1 54	0,88
—38 32	69 52	—64 45	1,35	— 2 11	343 14	+14 6	0,94
—38 16	358 15	—42 48	0,91	+ 3 10	347 50	+19 54	0,98
—37 13	57 45	—63 26	1,28	+ 5 0	343 54	+25 3	1,00
—35 44	345 46	—36 27	0,89				

Tabelle XXIII.

Bestimmung der Total-Intensität zwischen dem Cap der guten Hoffnung und Kerguelen-Insel, ausgeführt von Ross und Crozier vom 18. März bis 7. Juli 1840.

Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Total-Intensität. London = 1,372.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Total-Intensität. London = 1,372.
— 36° 6′	18° 2′	0,985	— 46° 42′	38° 50′	1,188
— 36 47	19 0	0,997	— 46 57	47 33	1,265
— 38 55	20 3	1,026	— 46 51	55 43	1,354
— 41 53	23 51	1,072	— 48 37	69 11	1,483
— 44 55	27 59	1,122			

Tabelle XXIV.

Bestimmung der Total-Intensität im Bereiche der isodynamischen Linie 0,9 im atlantischen Ocean, nach den Beobachtungen des Capt. Ross auf dem Schiffe Erebus vom 7. Decbr. 1839 bis Ende Februar 1840.

Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Total-Intensität.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Total-Intensität.
— 7° 6′	327° 38′	0,886	— 14° 58′	349° 3′	0,814
— 13 54	329 28	0,824	— 14 17	351 19	0,818
— 21 59	331 2	0,813	— 15 14	352 42	0,817
— 26 42	333 47	0,832	— 18 51	352 45	0,816
— 26 18	335 58	0,829	— 23 49	349 57	0,817
— 27 39	341 12	0,830	— 26 23	347 12	0,824
— 22 51	343 51	0,817	— 30 41	353 55	0,851
— 17 4	346 48	0,821	— 31 37	361 40	0,883

Tabelle XXV.

Resultate der Britischen Südsee-Expedition unter Capt. Ross, von Juli 1840 bis April 1841.

A. Declinations-Bestimmungen.

Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Declination.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Declination.
44° 31′	147° 20′	9° 52′	69° 35′	167° 45′	37° 5′
47 5	156 17	14 23	70 20	169 17	39 34
51 51	167 49	17 10	71 20	171 50	44 31
53 23	135 28	3 13	71 55	171 51	47 38
55 7	131 59	0 41	72 29	173 52	51 22
56 26	130 14	5 33	72 45	174 38	53 17
58 31	129 7	9 31	73 57	171 34	64 5
58 37	170 13	21 25	74 13	170 24	67 18
60 5	131 7	8 10	74 48	168 15	72 16
60 26	170 31	23 3	75 58	172 44	88 35
62 31	137 1	2 10	76 5	167 29	99 35
63 57	151 4	18 46	76 42	166 38	111 4
64 13	143 6	9 53	76 52	185 57	83 35
64 14	161 14	26 0	77 3	189 59	81 10
64 28	162 3	23 15	77 14	187 1	88 23
64 50	172 34	25 45	77 25	188 43	94 25
65 51	169 12	28 17	77 36	187 38	93 3
66 11	170 23	27 18	77 46	176 45	103 58
66 43	174 22	31 5	77 47	184 26	96 34
68 27	175 55	34 35	77 48	187 23	95 44

B. Inclinations-Bestimmungen.

Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Inclination.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Inclination.
44° 59′	139° 49′	—73° 10′	64° 58′	143° 4′	—85° 2′
45 20	152 10	71 33	66 21	173 11	82 11
45 32	142 47	74 16	66 25	170 2	82 37
47 3	126 40	75 55	67 47	167 21	84 39
47 25	92 56	74 3	68 26	175 47	83 19
47 38	110 27	75 2	69 50	167 41	85 47
48 14	80 3	71 46	70 48	173 18	85 6
49 11	160 51	73 57	71 1	168 38	86 6
51 6	136 54	78 21	71 55	171 47	86 3
54 40	133 12	80 0	72 28	173 52	86 23
56 16	170 5	76 39	73 35	171 55	87 4
57 50	129 8	81 52	74 44	170 9	87 53
59 56	170 25	78 39	76 6	166 36	88 17
61 46	135 23	84 8	76 27	177 13	87 5
62 16	172 57	79 49	76 35	170 40	87 58
63 44	155 29	83 40	77 10	190 16	86 2
64 16	150 32	84 33	77 15	186 43	86 6
64 39	172 46	81 24	77 18	189 10	86 0
64 41	162 18	—83 18	77 24	187 50	—86 1

C. Total-Intensitäts-Bestimmungen.

Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Total-Intensität.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Total-Intensität.
44° 42′	141° 44′	1,960	64° 13′	151° 50′	2,033
45 18	152 10	1,835	64 36	172 44	1,983
45 31	142 36	1,932	65 59	170 14	2,024
46 40	130 11	1,997	66 42	166 27	2,039
47 20	89 41	1,617	68 5	175 48	2,019
47 30	103 10	1,823	70 27	173 24	2,027
47 40	116 58	1,945	70 32	169 1	2,031
48 14	80 20	1,571	72 0	171 49	2,038
49 11	160 41	1,840	72 33	174 13	2,034
53 4	134 50	2,038	74 0	171 30	2,046
54 11	169 23	1,874	75 12	169 56	2,040
58 27	170 25	1,919	75 55	169 54	2,034
59 9	130 0	2,063	77 6	187 1	2,038
61 10	171 40	1,961	77 8	191 30	2,033
63 13	138 53	2,054	77 13	179 44	2,024
63 40	159 23	2,016			

Tabelle XXVI.

Resultate der Britischen Südsee-Expedition unter Capt. Ross, von Mai 1841 bis Aug. 1842.

A. Declinations-Bestimmungen.

Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Declination.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Declination.
—33° 9′	167° 8′	—13° 56′	—59° 39′	243° 5′	—20° 31′
33 44	157 24	11 58	60 10	213 25	17 10
34 15	172 23	13 34	60 16	236 31	20 56
37 31	150 57	10 40	60 42	201 46	18 35
38 3	180 1	15 14	63 4	211 13	20 14
41 0	183 14	14 20	63 51	193 55	22 2
42 0	148 52	11 6	64 11	207 44	21 53
47 25	185 2	16 0	65 44	204 52	23 47
49 42	190 2	17 25	66 0	203 56	25 21
51 19	193 45	16 21	66 8	204 1	26 35
52 59	204 5	13 59	66 57	203 4	27 19
54 43	296 25	20 9	67 48	184 41	28 25
56 7	211 20	14 30	68 12	200 31	30 32
57 45	212 48	15 20	70 25	185 24	37 46
58 30	282 49	26 23	70 48	183 14	37 3
58 36	252 50	22 40	71 23	182 9	42 23
58 37	278 11	26 45	75 23	174 5	76 40
58 43	257 6	25 28	76 33	193 39	77 14
58 54	221 15	15 46	76 46	196 31	78 6
59 1	228 0	17 25	—76 51	182 25	—84 25
—59 2	270 13	—26 40			

B. Inclinations-Bestimmungen.

Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Inclination.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Inclination.
—33° 4′	171° 21′	—58° 12′	—48° 2′	185° 34′	—68° 18′
33 13	168 24	59 21	49 45	189 38	69 12
33 40	165 13	60 0	51 25	194 17	69 52
33 41	158 45	61 37	51 32	301 53	52 25
33 51	151 17	62 53	52 18	301 2	52 59
33 53	152 34	62 43	52 53	203 22	70 11
34 28	173 15	58 49	55 18	210 10	70 56
35 5	151 31	64 15	55 44	296 12	57 45
35 16	174 0	59 28	56 54	212 20	72 22
35 56	176 5	59 34	57 20	290 49	60 23
37 44	150 57	66 29	58 32	283 49	63 23
38 47	181 31	61 4	58 38	278 17	65 15
41 30	183 27	62 54	58 39	256 24	70 1
44 42	183 11	65 51	58 47	250 22	71 4
46 56	148 56	69 42	59 0	269 40	67 23

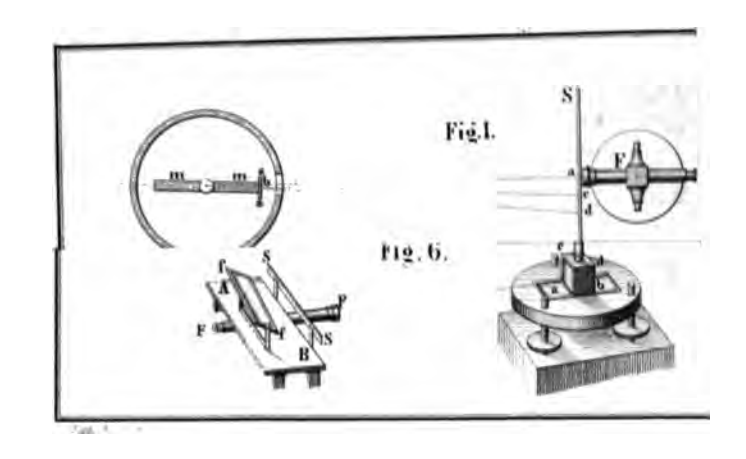
Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Inclination.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Inclination.
—59° 20′	219° 15′	—73° 38′	—66° 34′	202° 7′	—79° 56′
59 23	230 51	73 9	67 24	186 53	81 22
59 30	244 36	71 51	67 33	203 45	80 37
60 15	209 7	74 31	68 14	200 12	81 5
60 18	236 54	72 56	69 9	181 17	83 15
60 29	213 22	75 2	69 32	194 1	82 40
61 16	198 27	75 49	70 14	184 31	83 46
63 12	210 39	77 19	70 16	189 27	83 10
63 59	193 35	78 38	71 20	186 8	84 27
64 4	207 42	78 7	71 56	181 21	84 46
65 37	204 47	79 19	74 1	192 0	85 5
66 3	202 31	79 43	74 59	175 9	86 44
66 4	204 11	79 43	76 35	193 43	85 28
66 6	203 45	79 45	76 43	181 25	86 40
66 21	203 43	79 56	77 35	178 12	85 4

C. Total-Intensitäts-Bestimmungen.

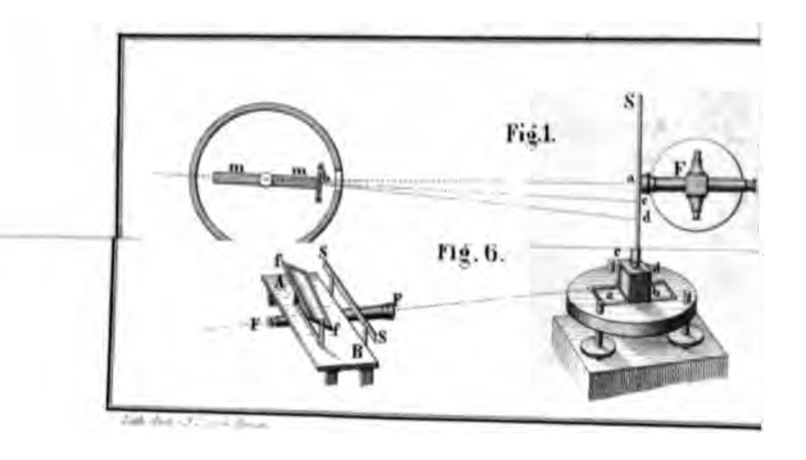
Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Total-Intensität.	Breite.	Oestl. Länge von Greenwich.	Total-Intensität.
—33° 13′	168° 29′	1,613	—58° 50′	252° 8′	1,850
33 29	171 59	1,596	58 50	272 12	1,750
33 38	152 34	1,712	58 59	219 8	1,900
33 41	158 45	1,674	59 15	229 48	1,893
33 41	165 8	1,644	60 17	207 10	1,903
33 51	151 17	1,698	60 17	236 54	1,900
35 3	173 56	1,613	61 54	213 19	1,917
36 6	151 23	1,748	62 25	196 18	1,931
36 54	177 35	1,625	63 35	209 8	1,934
40 5	182 58	1,652	65 23	205 16	1,949
40 36	149 38	1,812	66 10	202 51	1,951
42 45	148 46	1,842	66 14	203 57	1,963
43 31	183 23	1,704	66 32	189 48	1,972
48 4	185 43	1,762	67 26	202 56	1,955
49 45	190 0	1,773	68 34	199 29	1,968
51 31	194 26	1,794	68 42	182 21	1,987
51 32	301 53	1,334	69 54	193 25	1,981
52 33	300 49	1,354	71 10	182 56	1,993
53 2	204 23	1,825	72 4	187 23	1,999
55 53	210 52	1,838	75 15	173 42	2,013
56 36	293 36	1,527	76 9	193 39	2,009
58 3	212 51	1,868	76 42	182 51	2,010
58 30	282 39	1,657	77 30	198 27	1,996

Namenregister.

Gedruckt bei Julius Sittenfeld in Berlin.


Fig. 6.
Fig. 1.
m
m
S
S
f
f
A
B
F
P
F
S
a
c
d
e

Gedruckt bei Julius Sittenfeld in Berlin.


Fig.1.
S
m
m
a
c
d
F
Fig. 6.
f
S
A
f
P
F
B
S









